

国际信息工程先进技术译丛

WILEY

移动无线信道

（原书第2版）

Mobile Radio Channels (Second Edition)

（挪） Matthias Pätzold 编著

王秋爽　吴明慧　王玲芳　等译









机械工业出版社

CHINA MACHINE PRESS

国际信息工程先进技术译丛

移动无线信道

（原书第2版）

（挪）Matthias Pätzold　编著

王秋爽　吴明慧　王玲芳　等译



机　械　工　业　出　版　社

本书介绍移动衰减信道建模、分析和仿真的基础知识。全书共10章，主要内容分三部分：一是随机的和确定性的正弦曲线求和过程处理；二是基于随机几何的信道模型的推导和分析，以及针对单输入单输出（SISO）和多输入多输出（MIMO）系统的许多类型可选频率和非可选频率移动无线信道的高精度信道仿真器的开发；三是将所开发信道模型的统计性质拟合到真实世界信道的统计性质上。

本书特别适合移动无线工程师、电信工程师和在快速增长的无线和移动通信市场中为工业界或研究所工作的物理学家。本书也适合专业兴趣为处理移动无线信道问题主题的专家和专注于移动无线通信的硕士研究生。

北京市版权局著作权合同登记图字：01-2013-2089 号。

图书在版编目（CIP）数据

移动无线信道：原书第2版/（挪）裴揩特编著；王秋爽等译．—北京：机械工业出版社，2014.4

（国际信息工程先进技术译丛）

书名原文：Mobile Radio Channels

ISBN 978-7-111-46047-3

Ⅰ.①移…　Ⅱ.①裴…②王…　Ⅲ.①移动通信－无线电信道

Ⅳ.①TN929.5②TP84

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第040386号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮政编码100037）

策划编辑：张俊红　责任编辑：闾洪庆

版式设计：赵颖喆　责任校对：刘志文

封面设计：马精明　责任印制：乔　宇

北京机工印刷厂印刷（三河市南杨庄国丰装订厂装订）

2014年6月第1版第1次印刷

169mm×239mm · 33印张 · 730千字

0 001—2 500册

标准书号：ISBN 978-7-111-46047-3

定价：138.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
社服务中心：(010)88361066	教材网：http://www.cmpedu.com
销售一部：(010)68326294	机工官网：http://www.cmpbook.com
销售二部：(010)88379649	机工官博：http://weibo.com/cmp1952
读者购书热线：(010)88379203	**封面无防伪标均为盗版**

译　者　序

当您徜徉在大城市的大街小巷，当您在祖国的名山大川饱览风景，当您在农村的广大地区体验生活，当您躺在家里的温馨沙发上，您手边都会有一部移动手机，这已经成了如今人们不可缺少的物件，方便了别人，也方便了自己。此时远方的亲人、朋友，如果想将激动的事件与您分享，他或她会拨通您的手机，或发条短信给您。您是否知道，您和他们之间的桥梁是什么？有人说是通信，有人会更准确地说，是移动通信。但您是否知道，您的手机要靠什么与通信系统联系。这就是本书的讨论主题——移动无线信道。

本书介绍移动衰落信道建模、分析和仿真的基础知识。主要内容有三部分：一是随机的和确定性的正弦曲线求和过程处理；二是基于随机几何的信道模型的推导和分析，以及针对单输入单输出（SISO）和多输入多输出（MIMO）系统的许多类型选择频率和非选择频率移动无线信道的高精度信道仿真器的开发；三是将所开发信道模型的统计性质拟合到真实世界信道的统计性质上。

第1章以移动无线系统演进综述开篇，接着是移动无线信道的基础知识，以本书的结构描述结尾；第2章回顾了随机变量、统计过程和系统论的基础；第3章介绍瑞利过程和莱斯（Rice）过程作为特征化频率非选择移动无线信道的参考模型；第4章介绍正弦曲线求和过程和复数值正弦曲线求和过程；第5章处理正弦曲线求和过程的参数化；第6章关注于频率非选择信道模型的开发；第7章专门讨论频率可选择信道模型的建模、分析和仿真；第8章将焦点放在MIMO信道的建模、分析和仿真上面；第9章处理高速信道仿真器的推导、分析和实现；第10章介绍移动无线信道建模中三个精选话题。

本书由王秋爽负责第1~5章的翻译工作，吴明慧负责第6~10章的翻译工作，最后由王玲芳负责统稿和审校及总附录翻译整理等工作。本书在翻译过程中，吴秋义、李冬梅、潘东升、吴璟、王弟英、李虹、游庆珍、李传经、吴昊、李睿、王领弟、王建平、王灵芹、张永、李志刚、左会高、申永林、潘贤才、刘敏、李钰琳、王青玫、李倩、陈军、许侠林、王改玲、张增军、李岩等同志参加了部分的翻译工作，在此表示感谢。同时感谢机械工业出版社，感谢出版社的编辑和相关同志。另外，感谢无线通信领域的先驱者、实践者和研究人员。

不过，需要指出的是，本书的内容仅代表作者个人的观点和见解，并不代表译者及其所在单位的观点。另外，由于翻译时间比较仓促，疏漏错误之处在所难免，敬请读者原谅和指正。

译　者

2014年夏于北京

原 书 序

借助您手头的这本书，您、读者和我就有了共同点。我们都有对移动无线信道的相同兴趣。在1992年秋天，这个领域首先吸引了我的关注，当时我从工业界转到学术界，目的是寻找我生命中的挑战，并追求一种科学生涯。从那时起，我将自己看作移动无线信道方面的一名学生，就是为移动无线信道的建模、分析和仿真而生的。本书第1版是我在德国Hamburg-Harburg（TUHH）科技大学教学和研究活动的结果，目前第2版完全是我在挪威Agder大学工作的成果。

为了将我的感情与读者分享，我的目标是写出这样一本内容全面的书，以基础知识开始，逐渐转到高级的研究话题。这使当前版本符合了初学者和专家等的口味。本书特别适合移动无线工程师、电信工程师和在快速增长的无线和移动通信市场中为工业界或研究所工作的物理学家。除此之外，本书也适合专业兴趣为处理移动无线信道问题主题的专家。最后，但丝毫不差的是，本书也针对专注于移动无线通信的硕士生。

学习本书，要求有统计学和系统理论的基本知识。一般而言，硕士生在这些领域都有足够的背景知识。为了简化理解，与本书目标相关的所有基础数学工具都在开始部分做了扼要描述。由此基础知识，在本书中做出的几乎所有论断都是详细推导的，以便达到数学方面的高度清晰和明晰。多亏了充分的引导和帮助，这确保感兴趣的读者以合理的付出来验证结果。对于会中断本书可读性的较长推导，放到了附录。对以数值仿真确认理论结果做了重点强调。为了形象地说明理论和试验结果，包括了大量图示。这些图的许多解释和含义丰富了读者对本书内容的理解。一般来说避免使用缩略语，以我的经验来说，这极大地有利于可读性。另外，提供了大量参考文献，这使读者可找到更多有关移动无线信道建模的几乎无穷尽的专题来源。巨量精选的MATLAB程序集（用于仿真和分析移动无线信道）可从网站www. wiley. com/go/paetzold免费下载。它们为仿真信道模型提供了有价值的支持，并为应用本书中描述的强大分析工具给出了实践指南。

我的目标是向读者介绍移动衰减信道建模、分析和仿真的基础知识。本书的主要焦点之一是随机的和确定性的正弦曲线求和过程处理。它们建立了高效信道仿真器开发的基础。对于具有给定相关性质的正弦曲线求和过程的设计而言，几乎给出并分析了目前为止在本领域内已知的所有方法，并对它们的性能进行了评估。焦点也放在基于随机几何学的信道模型的推导和分析，以及针对单输入单输出（SISO）和多输入多输出（MIMO）系统的许多类型可选频率和非可选频率移动无线信道的高精度信道仿真器的开发上。在本书中讲解的另一个重要话题是将所开发信道模型的统计性质拟合到真实世界信道的统计性质上。

第1章以移动无线系统演进综述开篇，接着是移动无线信道的基础知识，以本书的结构描述结尾。

第2章回顾了随机变量、统计过程和系统论的基础。本章介绍了许多重要的定义、术语和公式，这些常会在本书中使用。

第3章以前一章介绍的术语为基础，介绍瑞利过程和莱斯过程作为特征频率不可选择移动无线信道的参考模型。

第4章介绍正弦曲线的求和过程，由此可得到具有低实现复杂度的高性能信道仿真器。本章的另一重要组成部分处理由复数值正弦曲线求和（cisoids）组成的过程。cisoids过程支持将一个简单的物理模型解释为一个平面波模型。这使这种过程对于真实世界传播条件下移动无线信道模型的开发而言非常具有吸引力，在这种条件下非各向同性的散射是常见现象。

第5章处理正弦曲线求和过程的参数化。提供了对于计算正弦曲线求和过程的模型参数当前已知的最重要过程的深入全面描述和分析。估计了每种参数计算方法的性能，重点突出了各方法的优势和劣势。本章也为平面模型的参数化提供了求解方法。

第6章关注于频率不可选择信道模型的开发。介绍了各种复杂的组合随机过程，它们支持对频率不可选择移动无线信道的建模。所给信道模型的用途得以展示，方法是将其统计性质拟合到测量得到的数据。本章最后部分深入研究非稳态地面移动卫星信道的建模。

第7章专门讨论频率可选择信道模型的建模、分析和仿真。本章的核心专注于线性时变随机系统的Bello理论。对所谓的广义静态不相关散射（WSSUS）模型给予了特别关注。另外一大部分是处理宽带信道的仿真。另外，针对给定功率延迟剖面的建模介绍了各种方法。本章的最后部分给出了被测宽带移动无线信道建模和仿真的一种通用方法。

第8章将焦点放在MIMO信道的建模、分析和仿真上面。由特定几何散射模型开始，在各向同性和非各向同性散射的假定下，给出随机参考MIMO模型推导的一种通用技术。所建议的过程为高级移动通信系统的设计人员提供了一种重要的框架，他们可在真实传播状况下，验证利用MIMO技术的新传输概念。

第9章处理高速信道仿真器的推导、分析和实现。本章说明如何仅使用加法器、存储单元和简单的地址产生器就能够开发仿真模型。为高速信道仿真器的设计所提出的技术，也适合于前面各章给出的所有类型信道模型。

第10章以移动无线信道建模中三个精选话题结束本书。第一个话题讨论设计多个不相关瑞利衰减信道的问题，第二个话题专注于阴影衰落的建模，第三个话题详细讨论跳频移动无线信道模型的开发。

在本书撰写过程中，我高兴地与许多博士生就各种主题一起研究，这些主题以一种方式或另一种方式影响了本书的内容。我特别感谢B. O. Hogstad博士、C. A. Gutierrez博士、B. Talha博士、G. Rafiq博士和Y. Ma女士。我将永不会忘记我们一起在科学道路上探索的伟大和有成果的时刻。我也要感谢John Wiley & Sons的主编Mark Hammond以及

我的项目编辑 Sarah Tilley 和 Susan Barclay，感谢他们的一贯支持、极大的耐心，感谢他们给予我所有的自由，这是以当前形式出版本书所必不可少的。最后，我特别感谢我的妻子 Katharina。如果没有她不断的鼓励和专业化的协助，本书实际上是不可能完成的。当然，所有的错误都完全是我个人的。

Matthias Pätzold
Grimstad

目　录

第1章　引　　言

1.1　移动无线系统的演进

几十年以来，移动通信部门一直是电信方面最快速增长的市场部门。目前，我们仍然处在移动通信全球增长趋势的早期阶段，在未来数年间将极可能继续这种增长趋势。在尝试确定这种发展的各项缘由过程中，人们需要准备识别确定大范围的因素。我们已经看到电信服务的国际自由化趋势、主要世界市场的开放和管制规定撤销、在约1GHz及以上频率范围的扩展、改进的调制和编码技术与半导体技术方面令人印象深刻的进步（例如，通过使用基于FPGA㊀技术、CMOS㊁技术和GaAs㊂技术的VLSI㊃电路），以及，最后但毫不逊色的是，一个极端复杂环境中电磁波传播特征的海量知识无疑对世界范围电信部门的显著成功是有贡献的。移动通信成功故事的开端可回溯到50年以上——半个世纪的时间段，跨越了四代移动通信系统。

第一代（1G）移动通信系统是在20世纪80年代引入的。它们完全基于模拟传输技术。1G移动通信系统的目标是在移动无线信道上提供话音业务。采用的技术基于模拟频率调制（FM）和频分多址（FDMA）方案。1G系统是严格受限于它们的用户容量和它们的可访问能力的。另外，它们遇到固有的频谱低效使用问题。

在欧洲、美国和日本形成了各种1G蜂窝移动无线标准。在欧洲，第一个1G标准是北欧移动电话（NMT）标准，是由瑞典、挪威、丹麦、芬兰和冰岛联合开发的。第一批完全可运营的NMT系统于1981年在瑞典和挪威出现，1982年在丹麦和芬兰出现，1986年在冰岛出现。最初这个系统运行在450MHz频带（NMT-450），后来从1986年开始，也运行在900MHz频带（NMT-900）。在德国，第一个蜂窝移动无线系统被称为随机A-Net，在1958年和1977年间处于运营状态。A-Net基于人工交换技术，所以要求人类接线员连接呼叫。直接拨号首次在B-Net成为可能，该网从1972年直到1994年处于运营状态。非常快速地就达到了27000用户的容量限制。为了连通一名用户，呼叫方不得不（必须）知道被叫方的位置，因为手机要求服务它的基站的本地区号（local area code）知识。切换是不可能的，但在同样实现了B-Net标准的相邻国家之间（奥地利、荷兰和卢森堡）可进行漫游呼叫。在1994年12月31日B-Net退役了。移动用户的自动定位和切换到下一个蜂窝，通过采用技术上卓越的蜂窝C-Net首次成为可能，该网是

㊀ FPGA：现场可编程门阵列。

㊁ CMOS：互补金属氧化物半导体。

㊂ GaAs：砷化镓。

㊃ VLSI：超大规模集成（电路）。

在1985年5月1日正式投入运营的。它运行在450MHz频带，具有德国范围的可接入能力。在20世纪90年代早期，C-Net业务达到约800000的峰值用户数。在2000年12月31日在德国大部分地区关掉了C-Net。在欧洲开发的其他重要的1G模拟系统包括完全访问通信系统（TACS）（大部分在英国和爱尔兰使用）以及在法国使用的NMT-F和RadioCom 2000，在意大利运营的无线电话移动（RTM）系统（工作在450MHz频带）。在美国，于1983年官方引入了由贝尔实验室开发的先进移动电话系统（Advanced Mobile Phone System，AMPS）标准。AMPS运行在800MHz频带。在日本，第一项商用1G业务是1979年由日本电话电报（Nippon Telephone and Telegraph，NTT）公共事业公司（Public Corporation）（NTTPC）提供的。

如今，1G模拟移动系统不再使用。许多国家已经将频率资源重新分配给了其他移动系统标准。就有效的协调和互操作心态/漫游不是一个问题或至多是一个非常复杂的过程这个意义而言，1G时代的移动市场是碎片化的（fragmented）。在欧洲特别地被看作一个巨大问题。因此，对下一代移动的要求之一是针对移动业务使用共同的标准和产生单一市场。对新标准的另一项主要要求是改进的频率资源利用率。通过选择数字技术作为下一代标准的基础，这项要求后来得到了满足。

第二代（2G）移动通信系统是在20世纪90年代初开发的。这些系统不同于前一代系统之处在于，它们使用数字传输技术而不是模拟技术。2G移动通信系统的主要目标是方便泛欧（pan-European）的漫游、改进传输质量并在移动无线信道之上提供话音业务和数据业务。新系统使用数字调制技术，并以低的成本向消费者提供较高的话音质量和改善的频率效率。

全球移动通信系统（GSM㊀）标准通常被看作全球最完美的2G标准。1982年，欧洲邮政电信管理会议（CEPT）成立了一个工作组，称作移动通信专项组，被授权为未来泛欧蜂窝无线系统制定标准。后来在1989年，GSM由欧洲电信标准协会（European Telecommunications Standards Institute，ETSI）接手，并在1990年完成GSM标准定稿。GSM使用时分复用（TDMA）和FDMA技术的混合方法。它支持话音呼叫和数据业务（可能的数据速率为2.4kbit/s、4.8kbit/s和9.6kbit/s）以及短消息业务（SMS）的传输[1]。在德国，基于GSM标准的所谓D-Net（D网），在1992年投入运营。它运行在900MHz频带，并提供欧洲范围的全用户覆盖。另外，E-Net（E网）（数字蜂窝系统，DCS-1800）运行在1800MHz频带，自1994年开始与D-Net并行运行。这两个GSM网络主要在其相应频率范围有所差异。在英国，DCS 1800被称作个人通信网络（PCN）。在美国和加拿大，GSM运行在850MHz和1900MHz频带。最初的欧洲GSM标准已经同时成为全球移动通信标准，到2009（2005）年底已由222（210）个国家采用。在2009年，所有网络运营商运行全球1050个GSM网络，拥有超过38亿的GSM用户。这意味着约55%的全球人口使用GSM业务。

㊀ 以前缩略语GSM代表“Groupe Spécial Mobile”（移动通信专项组）。随着最初的泛欧GSM标准逐渐全球化，缩略语GSM的含义就变为其当前含义。

除了GSM标准外，无绳电话的一项新标准，称作数字欧洲无绳电话（DECT）标准，也由ETSI引入。DECT标准使用户以较大步幅（较高速）移动，在约300m的最大范围内使用无绳电话。其他重要的2G标准包括临时标准（Interim Standard）95（IS-95）、IS-54、IS-136以及个人数字蜂窝（PDC）标准。IS-95的品牌是cdmaOne，这是由Qualcomm开发的第一个数字蜂窝标准。IS-95系统是基于码分多址（CDMA）技术的。它们被广泛用于美洲，特别是美国和加拿大，及亚洲的一些地方。IS-54和IS-136也被称作数字先进移动电话业务（D-AMPS），这是1G模拟蜂窝电话标准AMPS的数字版。D-AMPS使用数字TDMA技术，并运行在800MHz和1900MHz频带。D-AMPS曾经被广泛用于美国和加拿大，但如今被认为到了暮年，且已存在的网络多数为GSM或cdma2000网络所替代。PDC标准在1991年4月由日本确定成形，并于1993年3月由NTT DoCoMo发起运行。PDC系统是基于TDMA的，并单独地在日本使用。虽然2G移动通信系统仍然被广泛用于世界各地的许多地方，但其基础技术已经为较新的技术所替代，如2.5G、2.75G、3G和4G。

第三代（3G）移动通信系统是在2000年早期开发的。3G移动系统的主要目标是得到一个完全集成的数字移动陆地（卫星）通信网络，该网络可在世界任何地方任何时间提供无缝全球漫游的语音、数据和多媒体业务（移动因特网）。3G系统的关键因素包括通过集成卫星和陆地系统的世界范围使用、全球覆盖以及高频谱效率。3G系统提供广泛的电信业务（语音、数据、多媒体、因特网），且它们能够运行在所有无线环境下（蜂窝、卫星、无绳和LAN㊀）。另外，它们支持报文交换和电路交换的数据传输。取决于环境，3G无线系统提供各种数据速率，范围包括卫星用户的9.6kbit/s、车辆用户（高移动性）的144kbit/s和步行用户的384kbit/s（受限的移动性），直到用于静止室内办公环境中用户的2.048Mbit/s最高数据率。第一个商用3G系统由日本的NTT DoCoMo于2001年10月首次运行。其技术基于宽带CDMA（WCDMA）。

在欧洲，3G移动通信系统通常被称作通用移动电信系统（UMTS）。采用UMTS，人们的目标是将2G系统提供的各种业务集成到一个统一的系统之中。可从任何位置（汽车、火车、飞机等）在任何时间呼叫一名个体用户，他能够通过一个统一的终端使用移动因特网业务。除了这些之外，UMTS也提供以前2G移动电话用户不能使用的各种应用业务，如移动TV、视频点播、视频会议、远程医疗和基于位置的业务。

最初的意图是，对于3G系统仅有一种共同的全球标准。这将首次以单一手机支持世界范围的漫游。但不幸的是，明显地由于技术原因和政治原因，ITU㊁并不处于强制单一通用全球范围标准的位置。相反，一个全球协调合作的标准集合满足由ITU确定的规格，这些标准在称作国际移动电信2000（IMT-2000㊂）的名称之下得以制定。IMT-2000运行在1885～2025MHz和2110～2200MHz频带，这是1992年3月由世界无线电管理大会（World Administration Radio Conference，WARC）指派给3G系统用于世界范围

㊀ LAN：局域网。

㊁ ITU是信息和通信技术问题的主要联合国机构。

㊂ IMT-2000以前称作未来公众陆地移动电信系统（FPLMTS）。

使用的。从1999年10月25日到11月5日在赫尔辛基举办第18次ITU任务组8/1会议上，通过了IMT-2000的五个陆地和卫星无线电接口标准组成的集合。IMT-2000标准族包括如下五个陆地无线电接口标准（见图1.1）。

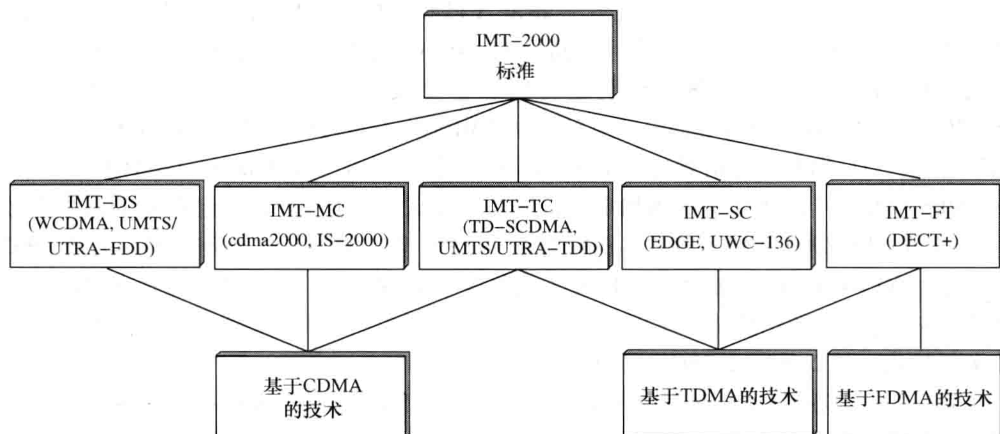


图1.1　IMT-2000的陆地无线电接口标准族

1）IMT-DS：这个无线电接口标准基于直接序列CDMA（DS-CDMA）技术。频分复用（FDD）模式用于对称应用，这些应用在上行链路和下行链路要求相同的无线电资源。IMT-DS也称作宽带CDMA（WCDMA）、WCDMA-FDD和UMTS/UTRA[1]-FDD。这个标准适用于公众宏蜂窝和微蜂窝环境中的应用。IMT-DS得到GSM网络运营商和厂商以及日本无线工业及商贸联合会（Japan's Association of Radio Industries and Businesses，ARIB）的支持。

2）IMT-MC：这个陆地无线电接口标准落在多载波CDMA（MC-CDMA）分类之下，该分类主要基于FDD框架。IMT-MC也称作cdma2000或IS-2000。cdma2000标准是cdmaOne的一个演化版本，后者得到美国蜂窝网络运营商和厂商的支持。

3）IMT-TC：这个标准基于TDMA和WCDMA技术的一个组合体。IMT-TC也被称作UMTS/UTRA-TDD、TD-CDMA和TD-SCDMA。UMTS/UTRA-TDD是基于TDMA的GSM标准的一个演化版本。TD-SCDMA是由中国提出的。IMT-TC标准针对有高数据速率的对称和非对称应用做了优化。其目标是在公众微蜂窝和微微蜂窝（picocell）环境提供3G服务。

4）IMT-SC：这个标准落在TDMA单载波分类之下。IMT-SC也被称作EDGE（增强型数据速率GSM演进，Enhanced Data Rates for GSM Evolution）和UWC-136（通用无线通信136）。IMT-SC是GSM和TDMA-136的一个演化版本，它是通过在GSM和TDMA-136增强版基础上得到的。许多EDGE物理层参数与GSM的那些参数是一样的，包括GSM的TDMA帧结构和载波间隙。开发EDGE是为了使运营商能够提供多媒体和

[1] UTRA：UMTS陆地无线电接入。

其他基于IP的业务，业务速率是当使用所有8个时槽时在广域网中达到472kbit/s的速度。

5）IMT-FT：这个标准落在FDMA和TDMA分类之下。IMT-FT在欧洲也被称作DECT+，它是DECT标准的一个演化版本。使用IMT-FT主要是在室内环境中提供3G业务。

IMT-2000提供从各种广泛部署的现有2G移动网络到3G移动网络的平滑演进路径。当前的趋势是在发达国家和发展中国家，人们正快速地从2G网络转向3G网络。ITU估计在2010年底，全球3G业务将有9.4亿移动用户，这相当于总用户数的18%。在2010年，有143个国家都在提供商用的3G业务，而在2007年只有95个国家[2]。一些国家，包括瑞典、挪威、乌克兰和美国，已经开始转向4G。

移动卫星系统是UMTS/IMT-2000不可分割的一个组成部分。移动卫星系统的优势是它们可提供全球覆盖，并在低用户密度和有限流量密度的大型区域提供成本有效的业务。它们的角色不是与陆地移动通信系统竞争，而是在地理意义（遥远区域的成本有效覆盖）和业务意义（广播/组播业务的成本有效性）方面弥补陆地移动通信系统。卫星通信系统可分为地球旋转同步地球轨道（GEO）和非地球旋转同步地球轨道（NGEO）卫星系统。GEO卫星被放置在地球上方约36000km的赤道轨道，以便使卫星轨道与旋转的地球同步，看起来在天空中是固定的[3]。全球覆盖仅通过三颗地球旋转同步卫星就可做到，但其高度导致较大的传播延迟，并造成非常大的信号衰减。NGEO卫星系统包括低地球轨道（LEO）、中地球轨道（MEO）和高椭圆轨道（HEO）卫星系统。LEO卫星（700~1000km高度）具有相对短的传播延迟和低的信号衰减，但要覆盖地球表面就需要大量卫星。MEO卫星（6000~20000km高度）提供一种折中方案，它避免了地球旋转同步卫星的大传播延迟和高信号衰减，而同时仍然以相比较少的约10颗卫星提供全球覆盖。在参考文献［4］中提供了移动卫星系统的一个全面综述。

GEO卫星系统的典型代表是Inmarsat、Thuraya和亚洲蜂窝系统（ACeS）。Inmarsat目前运行着11颗GEO电信卫星的三个全球星座系统。它们在全世界提供无缝的移动话音和数据通信，使用户可在陆地、海洋或空中进行电话呼叫或连接到因特网。另外，Inmarsat为轮船和飞机免费地提供全球海上遇险和安全业务。Thuraya运行两颗有源的通信卫星（Thuraya-2和Thuraya-3），并为世界范围140个以上的国家提供GSM兼容的移动电话业务。其覆盖区域包括中东、北非和中非、欧洲、中亚和印度次大陆。ACeS是一个地域范围的卫星电信公司，它运行一颗GEO卫星（Garuda 1），该卫星是2000年发射的。它向亚洲市场提供类似GSM的卫星电话业务。覆盖区域包括东南亚、日本、中国和印度的一些地区。

第一个全球LEO卫星系统是铱（Iridium）系统，它是1998年11月1日发射的，提供手持电话和寻呼卫星业务。铱系统由66颗卫星组成，覆盖全球100%的区域，并在781km高度上以6个极化LEO平面绕地球旋转。铱计划以铱NEXT（世界上最大的LEO卫星系统）替换它目前的卫星星座系统，预计铱NEXT在2015年开始发射。铱NEXT将在陆地、海上和空中提供真正的全球移动通信业务。LEO卫星系统的其他代表包括

Globalstar（48颗卫星，1414km高度）㊀和Teledesic（288颗卫星，1400km高度）㊁[5]。

卫星电话不再巨大和昂贵了。在2000年左右，一部卫星电话的价格约为$3000，进行语音呼叫的成本约为$7/min。10年以后，卫星电话可在约$500～$1200之间买到，呼叫方案可降到$1/min以下，手机质量从400g降到130g[6]。

移动宽带系统（MBS）已被看作迈向下一代移动通信系统的一个必要步骤[7]。对MBS的研究是由欧洲高等通信技术研发（RACE II）项目发起的。MBS规划移动宽带业务在40GHz和60GHz频带内达到155Mbit/s的数据速率。MBS的业务包括语音、视频和高要求的数据（high demanding data）的应用，如高质量数字电视和视频会议信号的无线传输。MBS可被看作有线B-ISDN㊂系统的无线扩展。它提供受限于小型室内和室外区域（如运动场、厂房、电视工作室）的无线电覆盖，并支持MBS终端和直接连接到B-ISDN网络的终端之间的无线通信。MBS的基础技术是基于IP的。

第四代（4G）移动通信系统目前正在开发。它们经常被称作IMT-高级（国际移动电信高级）系统，其需求在ITU-R报告[8]中做了描述。4G移动系统的主要目标是取得全综合的数字移动陆地（卫星）通信网络，可在任何时间和世界的任何地点以无缝全球漫游的方式提供语音、数据和下一代多媒体业务（移动互联网）。4G系统将为高移动设备提供100Mbit/s的增强峰值数据速率，为低移动性设备提供1Gbit/s的增强峰值数据速率。针对4G系统已经识别确定的一些其他需求和特征是增加的频谱效率、与其他无线电接入系统互联、业务的兼容性、在异构网络间的平滑切换以及为多媒体支持提供高质量服务的能力。在4G系统中使用的主要技术包括多输入多输出（MIMO）技术、快速编码（turbo coding）技术、自适应调制和纠错编码方案、正交频分多址（OFDMA）技术以及固定中继和协同中继网络。4G标准的合适候选是LTE-高级（长期演进高级）标准和IEEE 802.16m。目前的LTE[9]和WiMAX㊃[10]系统被广泛地认为是4G前系统，原因是它们不能完全地与LTE-高级需求吻合，这是就针对高移动设备的100Mbit/s峰值数据速率和低移动性设备的1Gbit/s峰值数据速率而言的。

在引入新开发的移动通信系统之前，不得不做大量理论和试验研究。这些研究有助于回答悬而未决的问题，例如现有资源（能量、频率范围、人力、土地、资金）如何经济地用于日渐增加的用户量以及如何尽可能廉价和简单地为用户提供可靠安全的数据传输。还包括对环境和健康风险的估计，当引入大众市场型的技术时，这几乎不可避免地会存在，且仅在一定程度上会为公众所容忍，而这些问题会变得越来越重要。在新传输技术开发过程中变得重要的另一个边界条件经常是对与现有系统兼容性的要求。为了解决与这些边界条件有关的技术问题，则具有移动无线信道具体特征的坚实知识就是必要的。在这个语境中术语“移动无线信道”是用于将信号从发送器发送到接收器的物

㊀ Globalstar第二代卫星星座系统将由32颗LEO卫星组成。

㊁ Teledesic最初在1995年计划运行924颗卫星［840颗活跃的卫星加上84颗在轨备份卫星（spare）］，在高度695km和705km上绕地球旋转。在2002年，Teledesic官方停止了卫星建设方面的工作。

㊂ B-ISDN：宽带综合业务数字网。

㊃ WiMAX：全球微波互联接入。

理介质[11]。但是，当对信道建模时，发送和接收天线的特征一般而言都包括在信道模型中。接下来会解释移动无线信道的基本特征。后面没有考虑热噪声，若有必要，将不得不单独地加到移动无线信道的输出信号之上。

1.2 移动无线信道的基础知识

三种基本传播现象是反射、衍射和散射。当一个平面波遇到具有尺寸 A（相比于波长 λ_0，非常大，即 $A \gg \lambda_0$）的一个物体时，发生反射。依据反射定律，入射平面波的方向和被反射平面波的方向与表面法线成同一角度 α。当一个平面波遇到具有尺寸 A（与波长 λ_0 处于相同量级，即 $A \approx \lambda_0$）时，发生衍射。依据 Huygens 原理，一个平面波与一个衍射物体的相互作用在物体后面产生二次波。当一个平面波入射到尺寸为 A（相比于波长 λ_0非常小，即 $A \ll \lambda_0$）时，发生散射。一个散射物体将入射平面波的能量改变到许多方向。这三种基本传播现象如图 1.2 所示。

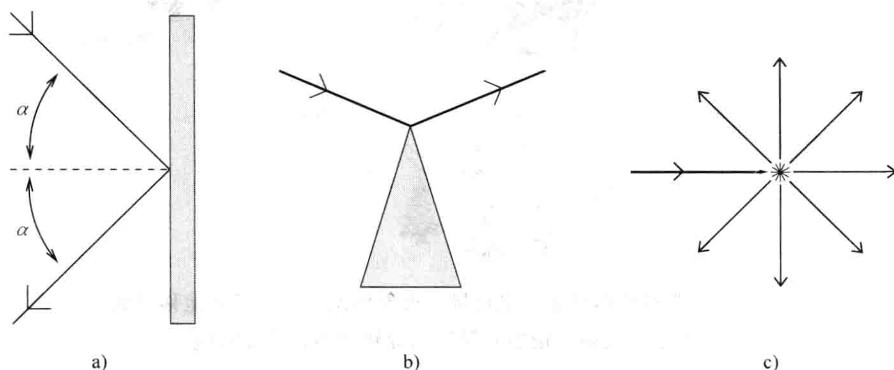


图 1.2 基本的传播现象
a）反射 b）衍射 c）散射

在移动无线通信中，发射的电磁波经常不会直接到达接收天线，原因是有障碍物挡住了视距路径。事实上，接受到的波是来自许多不同方向的波的叠加，这些方向是由建筑物、树和其他障碍物导致的反射、衍射和散射。这种效应称作多径传播。陆地移动无线信道的一个典型场景如图 1.3 所示。不失一般性，下面假定基站作为发送器，而移动站是接收器。由于多径传播，接收到的信息由被发送信号的衰减的、延迟的和移相的副波（replicas）的一个无穷求和组成，这些波相互影响。取决于被接收平面波的相位星座图，叠加可能是构造性的（constructive）或破坏性的。被接收波分量的一种构造性（破坏性）叠加对应于高（低）的被接收信号水平。除此之外，当传送数字信号时，被传送脉冲的形式可能会在传送过程中被扭曲，由于多径传播，则经常在接收者处发生几个个体可区分脉冲。这种效应被称作脉冲色散（impulse dispersion）。脉冲色散的尺度（size）取决于平面波的传播延迟差和幅度关系。后面将看到多径传播在频率域移动无线信道传递函数的一个非理想频率响应中展示出来。结果是，信道扭曲（distorts）了被传送信号的频率响应特征。一般来说，在窄带无线系统中可忽略这种效应，但在宽带无

线系统中则不可忽略这种效应，原因是其中多径信道的脉冲色散导致符号间干扰。由多径传播导致的扭曲是线性的，且在宽带无线系统中接收器处必须通过使用如均衡技术（equalization）加以补偿。

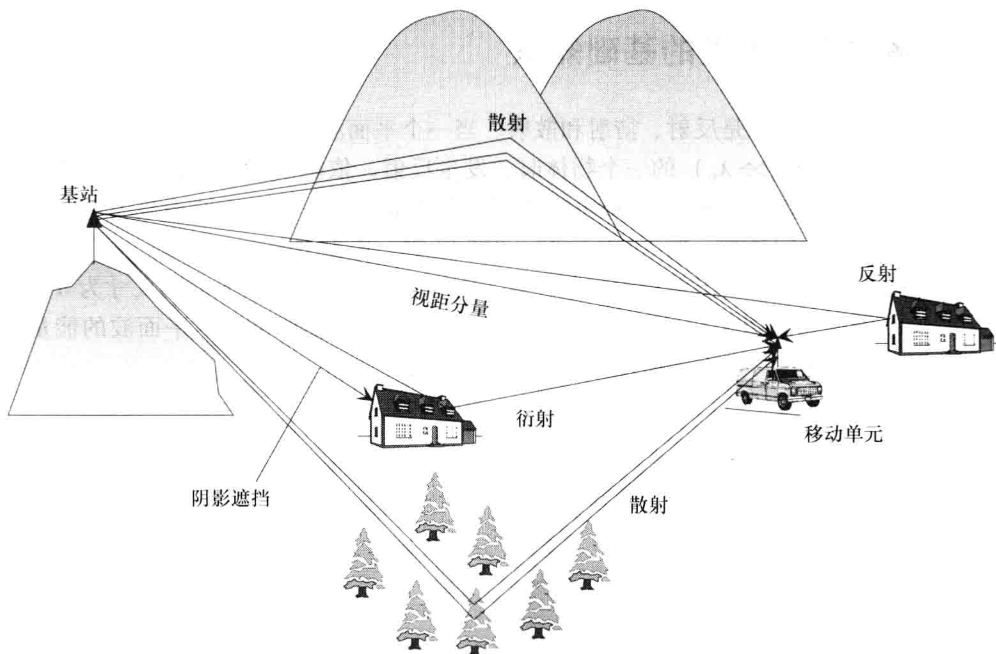


图 1.3 一个典型的移动无线电场景，形象地说明了由于陆地移动无线环境中的反射、衍射和散射而导致的多径传播效应

除了多径传播外，多普勒效应也对移动无线通信系统的性能具有负面影响。由于移动站的运动，多普勒效应导致每个入射平面波的频率偏移。到达角度 α_n，它是由第 n 个入射波到达的方向和移动站的运动方向定义的，如图 1.4 所示，它依据下述关系确定了第 n 个入射平面波的多普勒频率（或多普勒频移）

$$f_n := f_{\max} \cos\alpha_n \tag{1.1}$$

式中，$f_{\max}$表示最大多普勒频率。最大多普勒频率$f_{\max}$是通过下式与移动站的速度 v、光速 c_0和载波频率f_0发生关系的。

$$f_{\max} = \frac{v}{c_0} f_0 \tag{1.2}$$

注意最大多普勒频率$f_{\max}$是随移动速度 v 和载波频率 f_0而成线性增加的。如果 $\alpha_n = 0(\alpha_n = \pm\pi)$，即 $f_n = f_{\max}(f_n = -f_{\max})$，则第 n 个入射平面波经历最大（最小）多普勒频移。如果 $\alpha_n = \pi/2$ 或 $\alpha_n = 3\pi/2$，则多普勒频移是零（$f_n = 0$）。由于多普勒效应，被传递信号的频谱在传递过程中经历频率扩展。这种效应称作频率色散。频率色散的尺度（规模）主要取决于被接收平面波的最大多普勒频率和幅度。在时域，多普勒效应意味着信道的脉冲响应成为时变的。人们可容易地证明，移动无线信道满足了叠加原理[12]，

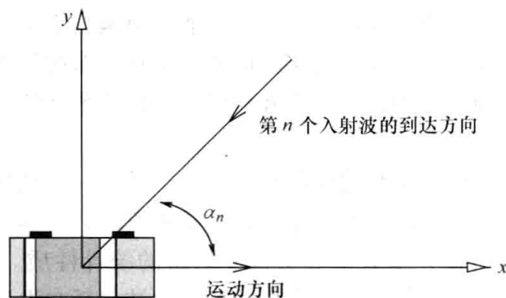


图 1.4 第 n 个入射波的到达角度 α_n，展示说明多普勒效应

因此它们是线性系统。由于脉冲响应的时变行为，移动无线信道一般落在线性时变系统类别内。

与接收器和/或发送器的运动有关的多径传播，导致被接收信号的剧烈和随机振荡。30～40dB 的衰减以及远低于被接收信号电平均值的情况，可能每秒钟发生数次，这取决于移动站的速度和载波频率[13]。移动通信中被接收信号的行为的一个典型范例如图 1.5 所示。在这种情形中，移动单元的速度是 $v = 110\text{km/h}$，载波频率是 $f_0 = 900\text{MHz}$。依据式（1.2），这对应于最大多普勒频率 $f_{\max} = 91\text{Hz}$。在这个例子中，在所选中从 0～0.327s 的时间段期间，移动站所覆盖的距离等于 10m。

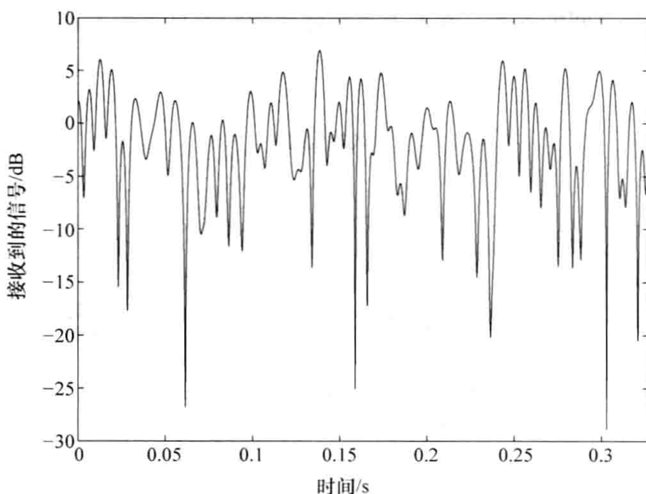


图 1.5 移动通信中所接收信号的典型行为

在数字数据传输中，被接收信号的衰减导致突发错误或错误突发。一个长度为 t_e 的突发错误是 t_e 个符号的一个序列，该序列的第一个和最后一个符号都是错误的[14]。一个衰减间隔产生突发错误，其中突发长度 t_e 是与衰减间隔的时长（为此创造了术语“衰减时长”）有关的。与此对应，一个连接间隔产生几乎没有错误的一个符号序列。它的长度取决于连接间隔的时长，这被称作连接时间间隔[15]。作为错误保护和错误纠正的

合适措施，引入了带有突发错误纠正能力的高性能信道编码方案，希望可解决问题。错误纠正方案的开发，需要衰减时长和连接时间间隔统计分布的详细信息。现在信道建模的任务是对主要特征性质加以识别、分析和建模，由此为数字传输系统的开发、优化和测试奠定基础。

对移动无线信道衰落行为进行建模的经典方法，是对一台基站和一台移动站之间的传输链路进行建模而加以表征的。在信道建模的早期阶段，目标是主要就信道包络的概率密度函数（一阶统计特征）来表征真实世界信道的统计性质。移动无线信道的时间特征以及接下来的频率特征，仅在一个有限的范围内被包括在设计过程中。现代的信道建模方法目标是以一阶统计信息和二阶统计信息表征包络衰减，其中包括水平通过率（level-crossing rate）和平均衰落时长。它们也尝试准确地捕获各种环境中移动无线信道的空间时间频率特征。在本书中将详细讨论与这个主题有关的问题。主要针对的是两个目标。第一个目标是寻找合适的随机过程，这适合于对移动无线信道的时间、频率和空间特征建模。在这个语境中，将称由理想（非可实现的）随机过程描述的信道模型为参考模型或分析模型。第二个目标是为高效仿真模型的设计提供基础方法，这可在一个软件或硬件平台上支持海量移动无线信道的仿真。仿真模型通常是从基础参考模型推导得到的，或直接从一条物理（真实世界）信道的测量数据得到的。一个参考模型及相应仿真模型的有用性和重要性，最终是由其统计性质如何良好地匹配所指定或测量信道的统计性质来判断的。遵循这些主要目标，图1.6说明了物理信道、随机参考模型和由此得到的仿真模型之间的关系。在本书通篇伴随我们的是这些关系。

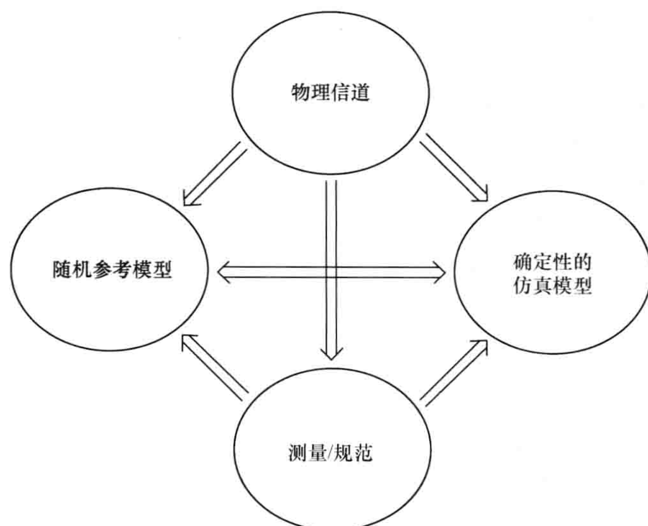


图1.6 物理信道、随机参考模型、确定性仿真模型和测量数据或规范之间的关系

1.3 本书的结构

本书给出移动无线信道建模领域的基本主题和高级主题。该书作为信道建模迷人世界中不可缺少概念的一个基本介绍，并引导读者一步步地到达研究的前沿。为达此目的，本书分为10章。在下面给出每章的简要描述。

第2章概要列出统计和系统理论的基础，为活跃的研究科学家和实践工程师提供强大的工具。本章的主要目标是提供一个合理的平台，在其上可形成移动无线信道的较深入理解。因此，将介绍在后续各章中经常引用的最重要定义、术语和公式。作为一条支线（副作用，sideline），第2章使读者熟悉本书通篇使用一致的术语。

第3章以前一章介绍的术语为基础，引入瑞利和莱斯过程作为表征频率不可选移动无线信道的参考模型。本章开篇是多路径衰落信道的一个系统理论分析。接着是瑞利信道和莱斯信道的形式化描述。之后，详细研究了它们的相关性质和频谱特征。讨论了最频繁使用的多普勒功率谱密度［称作 Jakes（或 Clarke）功率谱密度和高斯功率谱密度］，并给出其特征量，如均值多普勒频移和多普勒频散。本章进一步详细研究瑞利过程和莱斯过程的统计分析，方法是推导其一阶统计性质（包络和相位的概率密度函数）及其二阶统计性质（水平通过率和平均衰落时长）。本章的最后一个话题专门讨论瑞利信道衰落间隔分布的分析。

第4章给出正弦曲线求和（sum-of-sinusoids）信道模型的介绍。从系统开发人员的角度看，像许多其他分析性信道模型一样，瑞利信道和莱斯信道一定程度上代表了不可实现的参考模型。信道建模的一项重要任务是寻找具有低实现复杂度的一个灵活仿真模型，它与一个给定参考模型具有近似的相同统计性质。为了解决这个问题，在参考文献中人们提出了各种随机的和确定性的方法。许多方法的核心都基于这样的众所周知的事实，即滤波的高斯随机过程可由加权正弦曲线的一个有限和来逼近。这个过程可追溯到S. O. Rice 的重要工作[16,17]。由莱斯的原方法开始，在第4章开头形成确定性信道建模的原则。接下来是正弦曲线过程基本性质的研究，包括自相关函数、功率谱密度和多普勒频散。正弦曲线过程基本性质的分析是通过应用系统理论和信号理论的概念来进行的。这是与其统计性质的分析不同的，其中我们将引用概率论和统计的概念。我们关注的是一阶和二阶统计性质。给出了各类正弦曲线过程的综述，并简短地描述了其稳态和遍历性质。本章的另一大部分处理由复数正弦曲线（cisoids）求和组成的过程。cisoids求和过程，支持作为一个波传播模型的一种简单物理解释，这使这样的过程对于移动无线信道模型的开发是非常具有吸引力的。在这方面，重点突出正弦曲线求和和复数正弦曲线求和过程之间的关系和主要差异。给出衰落信道仿真器性能评估的最重要的质量准则。对于后续各章中高性能信道仿真器的开发而言，这些准则的应用将证明是有用的。

第5章处理正弦曲线求和过程的参数化。本章给出对于计算正弦曲线过程模型参数已知最重要过程的深入全面描述和分析。正弦曲线过程的模型参数是增益、频率和相位。取决于参数计算方法的基本理念，它们可被分为确定性的方法和随机方法。确定性的方法为所有模型参数提供常数值，而随机方法为至少一种类型的模型参数（增益、

频率、相位）提供随机变量。确定性（随机）参数计算方法得到确定性（随机）正弦曲线过程。每种参数计算方法的性能将在前一章所介绍的质量准则帮助下加以评估。本章尝试公平地比较所建议方法的性能，并突出它们的各项优势和劣势。本章也通过使用确定性正弦曲线过程和随机正弦曲线过程，来分析所设计瑞利衰落信道衰落时长仿真器。第5章以复数正弦曲线过程参数化问题的解法作为结束，当对非各向同性散射环境中的时间和空间相关的移动无线信道进行建模和仿真时，这释放了这些过程的全部潜力。

第6章关注于频率非选择信道模型的开发。众所周知的是，瑞利信道和莱斯信道的一阶和二阶统计特征仅可由少量参数加以控制。一方面，这极大地简化了这些模型的数学描述，但在另一方面，它在如下意义上严重地约束了这些模型的灵活性，即它们的主要统计性质（概率密度函数、水平通过率和平均衰落时长）仅可在一个非常有限的范围发生变化。少量可用参数的一个后果是，真实世界信道的统计性质仅可粗略地由瑞利过程和莱斯过程进行建模。为了取得真实世界信道的较佳拟合，因此人们需要更灵活的随机模型过程。第6章给出频率非选择移动无线信道的复杂组合随机过程。推导了所谓的类型Ⅰ和类型Ⅱ扩展Suzuki过程以及广义的莱斯和Suzuki过程，并分析了它们的统计性质。除此之外，介绍了Loo模型的一个修正版，其中包括典型的Loo模型作为一个特例。为了展示本章中所提到的所有信道模型的有用性，就信道包络的概率密度函数、水平通过率和平均衰落时长来表示的每个信道模型的统计性质，对参考文献中可用的测量结果进行了拟合。从每个基础参考信道模型开始，使用确定性信道建模的概念，推导得到相应的仿真模型，这些模型为我们提供了采用仿真来确认所有理论结果的能力。本章的最后部分深入讨论了非稳态陆地移动卫星信道的建模。它包括非稳态真实世界陆地移动卫星信道建模和仿真的一种方法。

第7章专注于频率选择信道模型的开发、分析和仿真。本章开篇为Parsons和Bajwa最早提出的椭圆模型回顾，该模型描述多径衰落信道的路径几何形状。接下来是线性时变系统的系统理论分析。在系统论的辅助下，介绍了4个重要的系统函数，这就允许以其他形式描述线性时变系统的输入—输出关系。第7章的核心专门讨论Bello的线性时变随机系统理论，这要追溯到1963年[18]。在这种联系下，将推导频率选择随机信道模型的所有相关的随机系统函数和有关特征量。将特别关注所谓的广义稳态非相关散射（WSSUS）模型。对于典型的传播环境，给出COST 207㊀信道模型（由欧洲工作组COST 207规范[19]）和HIPERLAN/2㊁信道模型（由ETSI㊂ BRAN㊃规范）[20]。第7章的另一大部分专门讨论频率可选择正弦曲线求和信道模型的设计和分析，这些模型支持宽带信道的仿真。另外，本章包括给定功率延迟剖面建模方法的一个综述。第7章最后一部分给出被测宽带移动无线信道的建模和仿真的一种通用方法。

㊀ COST：在科学和技术研究领域的欧洲合作。

㊁ HIPERLAN/2：高性能无线局域网类型2。

㊂ ETSI：欧洲电信标准协会。

㊃ BRAN：宽带无线接入网络。

第8章的焦点是多输入多输出（MIMO）衰落信道的建模、分析和仿真。一个MIMO移动系统在发送器侧和接收器侧采用多个天线，一个MIMO信道是多个发送器和多个接收器天线之间的无线链路。对于空间—时间编码方案[21]和空间—时间处理技术[22]的优化、测试和性能评估而言，MIMO信道模型是重要的。本章的主要焦点是基于几何形状的MIMO信道模型。从特定几何形状散射模型开始讨论，为随机参考MIMO信道模型的推导给出一种通用技术，其中假定各向同性和非各向同性的散射。采用举例方法，将这项技术应用到最重要的几何形状模型，这些模型已知的有单环（one-ring）模型、双环模型和椭圆模型。对于所有给出的基于几何形状的MIMO信道模型，可从一个波传播模型推导得到参考模型的复数信道增益。详细研究了所得到MIMO信道模型的统计性质。为三维（3D）空间—时间交叉相关函数给出分析型通解，由此可容易地得到其他重要相关函数的解，这些函数如2D空间交叉相关函数和时间自相关函数。进而，由非可实现的参考模型，使用有限数量的复数正弦曲线（cisoids），可推导得到随机和确定性的仿真模型。已经证明，对于离开角度和到达角度的任何给定分布，如何可确定仿真模型的各项参数。在各向同性散射的情形中，可为参数计算问题给出封闭形式的解。通过仿真，展示并验证了所设计的参考模型和仿真模型的主要理论结果。所建议的过程，为高级移动通信系统的设计人员在真实传播条件下采用MIMO技术验证新的传输概念，提供了一种重要框架。

第9章处理高速信道仿真器的推导、分析和实现。对于高速信道仿真器的推导，利用了正弦曲线函数的周期性。已经证明，可针对正弦曲线过程的仿真如何推导得到替代结构。特别地，对于复杂的高斯随机过程，仅通过使用加法器、存储单元和简单的地址生成器，就可极其容易地开发仿真模型。在复数信道包络的实际仿真过程中，不仅时间消耗的三角函数运算，而且即使乘法运算也可避免。这得到高速信道仿真器，它适合于前面各章给出的所有种类的信道模型。因为所建议的原则可被容易地进行通用化处理，所以我们将关注点放在瑞利信道的高速信道仿真器上。因此，特别地采用离散时间表示法。在第9章开始部分，介绍了所谓的离散时间确定性过程。这些过程为间接实现形式打开了新的可能性。在第9章的第二部分将介绍其中的三个最重要部分。在第三部分，详细研究了离散时间确定性过程的基本性质和统计性质。第二部分到最后一部分处理所需要实现复杂性的分析，其中采用所设计高速信道仿真器的仿真速度测量数据。最后，第9章以莱斯方法和滤波器方法的比较收尾。

第10章是本书的结论，其中列出移动无线信道建模中三个精选话题的综述。第一个话题描述设计多个不相关瑞利衰落波形的问题。在简短的问题描述之后，读者将发现一类参数计算方法，这使读者在各向同性散射条件的假定下，理论上可设计无穷数量不相关瑞利衰落波形。第二个话题专门讨论阴影衰落的空间信道模型。描述了阴影衰落的几个相关模型，包括Gudmundson相关模型、高斯相关模型、Butterworth相关模型和基于测量数据的相关模型。最后，第三个也就是最后一个话题详细讨论跳频移动无线信道的建模，并将之应用到GSM中的典型跳频场景。

第2章　随机变量、随机过程和确定性信号

除了对所采用术语进行分类外，本章介绍了一些重要术语，这些术语在后面的移动无线信道建模和仿真的语境中经常使用。但是，主要目的是使读者熟悉概率、随机信号和系统论的基本原理和定义，只要对理解本书是重要的就加以介绍。期望读者已经积累了这些方面一定程度的知识。因此，这里不给出随机变量、随机过程和确定性信号的完整的和详细的描述。相反，为进一步研究给出了主要参考文献的链接。

本章分为四节。2.1节专注于概率论和随机变量的回顾。2.2节介绍随机过程的基础知识。2.3节总结确定性信号的主要特征。最后，2.4节给出扩展阅读的精选参考文献列表。

2.1　随机变量

在本书的语境中，不仅对移动无线信道的统计建模而且对于确定性建模，随机变量都是极端重要的。出于这个原因，开始时将回顾与随机变量有关的关系中频繁使用的一些基本定义和术语。

2.1.1　概率论的基本定义

事先不知道结果的一个试验，被称为一个随机试验。我们将称代表一个随机试验各种结果的点为样本点 s。一个随机试验可能结果的一个集合称作一个事件 A。由单一元素组成的事件 $A=\{s\}$ 称作一个基本事件。一个给定随机试验的所有可能结果集合被称作该试验的样本空间 Q。因此，一个样本点是事件的一个元素，即 $s\in A$，且事件本身是样本空间的一个子集，即 $A\subset Q$。样本空间 Q 被称作必然事件，而空集合或零集合，由 Φ 表示，是不可能事件。令 $\mathcal{A}$ 为一个样本空间 Q 的一个子集类（集合）。在概率论中，$\mathcal{A}$ 经常被称作 σ-域（或 σ-代数），当且仅当满足如下条件：

1）空集 $\Phi\in\mathcal{A}$。

2）如果 $A\in\mathcal{A}$，那么 $Q-A\in\mathcal{A}$，即如果事件 A 是类 $\mathcal{A}$ 的一个元素，那么该事件的补也是类 $\mathcal{A}$ 的一个元素。

3）如果 $A_n\in\mathcal{A}(n=1,2,\cdots)$，那么 $\cup_{n=1}^{\infty}A_n\in\mathcal{A}$，即如果事件 A_n 是类 $\mathcal{A}$ 的元素，那么它们的可数并集也是类 $\mathcal{A}$ 的元素。

由一个样本空间 Q 和一个 σ-域 $\mathcal{A}$ 组成的一个 $(Q,\mathcal{A})$ 对称作一个可度量空间。

一个映射 P：$\mathcal{A}\rightarrow\mathbf{R}$ 称作概率度量或简称为概率，如果满足如下条件：

1）如果 $A\in\mathcal{A}$，那么 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$。

2）$P(Q)=1$。

3）如果 $A_n \in \mathcal{A}(n=1, 2, \cdots)$，对于任意 $n \neq k$ 有 $\cup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{A}$ 和 $A_n \cap A_k = \Phi$，那么也有 $P(\cup_{n=1}^{\infty} A_n) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$。

一个概率空间是三元组（Q，$\mathcal{A}$，P）。

一个随机变量 $\mu \in Q$ 是这样一个映射，它将一个数 $\mu(s)$ 指派到一个随机试验的每个输出 s，即

$$\mu: Q \to \mathbf{R}, \quad s \longmapsto \mu(s) \tag{2.1}$$

这个映射具有这样的性质，即对于所有 $x \in \mathbf{R}$，集合 $\{s | \mu(s) \leqslant x\}$ 是所考虑 σ-代数的一个事件，即 $\{s | \mu(s) \leqslant x\} \in \mathcal{A}$。因此，一个随机变量是样本空间 Q 的元素的一个函数。

对于一个随机变量 μ 小于或等于 x 的概率，在后面使用如下表示

$$P\{\mu \leqslant x\} := P(\{s | \mu(s) \leqslant x\}) \tag{2.2}$$

1. 累积分布函数（CDF）

函数 $F_\mu(x)$ 定义为

$$F_\mu: \mathbf{R} \to [0, 1], \ x \longmapsto F_\mu(x) = P\{\mu \leqslant x\} \tag{2.3}$$

称为随机变量 μ 的累积分布函数。累积分布函数 $F_\mu(x)$ 满足如下性质：

1）$F_\mu(x)$ 是被约束在 $F_\mu(-\infty)=0$ 和 $F_\mu(+\infty)=1$ 之间的。

2）$F_\mu(x)$ 是 x 的一个非减函数，即如果 $x_1 \leqslant x_2$，那么 $F_\mu(x_1) \leqslant F_\mu(x_2)$。

3）$F_\mu(x)$ 是右连续的，即 $\lim\limits_{\varepsilon \to 0} F_\mu(x+\varepsilon) = F_\mu(x)$。

4）一个数 x 的概率等于 $P\{\mu = x\} = F_\mu(x) - \lim\limits_{\varepsilon \to 0} F_\mu(x-\varepsilon)$。

5）μ 位于 x_1 和 x_2 之间的概率由 $P\{x_1 < \mu \leqslant x_2\} = F_\mu(x_2) - F_\mu(x_1)$ 给出。

2. 概率密度函数（PDF）

函数 $p_\mu(x)$ 定义为

$$p_\mu: \mathbf{R} \to \mathbf{R}, \ x \longmapsto p_\mu(x) = \frac{\mathrm{d}F_\mu(x)}{\mathrm{d}x} \tag{2.4}$$

称作随机变量 μ 的概率密度函数（或概率密度或简称密度），其中假定累积分布函数 $F_\mu(x)$ 对 x 是可微的。概率密度函数 $p_\mu(x)$ 满足如下性质：

1）因为 $F_\mu(x)$ 是 x 的非减函数，则得到 $p_\mu(x)$ 是非负的，原因是 $p_\mu(x) = \frac{\mathrm{d}F_\mu(x)}{\mathrm{d}x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{F_\mu(x+\Delta x) - F_\mu(x)}{\Delta x} \geqslant 0$ 对所有 x 成立。

2）由式（2.4），得到 $F_\mu(x) = \int_{-\infty}^{x} p_\mu(y)\mathrm{d}y$。

3）因为 $F_\mu(+\infty)=1$，由前一性质得到 $\int_{-\infty}^{\infty} p_\mu(x)\mathrm{d}x = 1$ 成立，即在概率密度函数 $p_\mu(x)$ 下的面积等于 1。

4）进而，由性质 2），也得到 $P\{x_1 < \mu \leqslant x_2\} = F_\mu(x_2) - F_\mu(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} p_\mu(x)\mathrm{d}x$。

3. 联合累积分布函数

函数 $F_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2)$ 定义为

$$F_{\mu_1\mu_2}: \mathbf{R}^2 \to [0, 1], (x_1, x_2) \longmapsto F_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2) = P\{\mu_1 \leqslant x_1, \mu_2 \leqslant x_2\} \tag{2.5}$$

称作随机变量μ_1和μ_2的联合累积分布函数（或双变量累积分布函数）。

4. 联合概率密度函数

函数$p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2)$定义为

$$p_{\mu_1\mu_2}: \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}, (x_1, x_2) \longmapsto p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2) = \frac{\partial^2 F_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \tag{2.6}$$

称作随机变量μ_1和μ_2的联合概率密度函数（或双变量密度函数或简称双变量密度），其中假定联合累积分布函数$F_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2)$对x_1和x_2是可偏微分的。

5. 独立性

称随机变量μ_1和μ_2为统计独立的，如果对于所有$x_1, x_2 \in \mathbf{R}$，事件$\{s \mid \mu_1(s) \leqslant x_1\}$和$\{s \mid \mu_2(s) \leqslant x_2\}$是独立的。在这种情形中，可写出

$$F_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2) = F_{\mu_1}(x_1) \cdot F_{\mu_2}(x_2) \text{ 和 } p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2) = p_{\mu_1}(x_1) \cdot p_{\mu_2}(x_2)$$

6. 边概率密度函数

联合概率密度函数$p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2)$的边概率密度函数（或边密度）为

$$p_{\mu_1}(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2)\,\mathrm{d}x_2 \tag{2.7a}$$

$$p_{\mu_2}(x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2)\,\mathrm{d}x_1 \tag{2.7b}$$

7. 期望值（均值）

量

$$m_\mu = E\{\mu\} = \int_{-\infty}^{\infty} x p_\mu(x)\,\mathrm{d}x \tag{2.8}$$

称作随机变量μ的期望值（或均值或统计平均），其中$E\{\cdot\}$表示期望值算子。一个常量$a \in \mathbf{R}$的期望值等于$E\{a\} = a$。期望值算子$E\{\cdot\}$是线性的，即关系$E\{a\mu\} = aE\{\mu\}\ (a \in \mathbf{R})$和$E\{\mu_1 + \mu_2\} = E\{\mu_1\} + E\{\mu_2\}$成立。如果$\mu_1$和$\mu_2$是统计独立的，那么$E\{\mu_1 \cdot \mu_2\} = E\{\mu_1\} \cdot E\{\mu_2\}$。令$f(\mu)$为随机变量$\mu$的一个函数。那么，通过应用如下基本关系式可确定$f(\mu)$的期望值

$$E\{f(\mu)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) p_\mu(x)\,\mathrm{d}x \tag{2.9}$$

扩展到两个随机变量μ_1和μ_2，得到

$$E\{f(\mu_1, \mu_2)\} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2) p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2)\,\mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2 \tag{2.10}$$

8. 方差

值

$$\begin{aligned} \sigma_\mu^2 = \mathrm{Var}\{\mu\} &= E\{(\mu - E\{\mu\})^2\} \\ &= E\{\mu^2\} - (E\{\mu\})^2 \\ &= E\{\mu^2\} - m_\mu^2 \end{aligned} \tag{2.11}$$

称作随机变量μ的方差，其中$\mathrm{Var}\{\cdot\}$是方差算子。一个随机变量μ的方差是μ在其期望值周围集中程度的度量。一个常量$a\in\mathbf{R}$的方差为零，即$\mathrm{Var}\{a\}=0$。方差算子是非线性的，因为关系$\mathrm{Var}\{a\mu+b\}=a^2\mathrm{Var}\{\mu\}$（$a$，$b\in\mathbf{R}$）成立。在统计独立随机变量$\mu_1$，$\mu_2$，…，$\mu_N$的情形中，可写出$\mathrm{Var}\{\sum_{n=1}^{N}\mu_n\}=\sum_{n=1}^{N}\mathrm{Var}\{\mu_n\}$。正数量$\sigma_\mu=\sqrt{\mathrm{Var}\{\mu\}}=\sqrt{E\{(\mu-E\{\mu\})^2\}}$称作标准方差，它表示随机变量$\mu$在其期望值周围的值的方均根。

9. 协方差

两个变量μ_1和μ_2的协方差定义为

$$\begin{aligned}C_{\mu_1\mu_2}&=\mathrm{Cov}\{\mu_1,\ \mu_2\}=E\{(\mu_1-E\{\mu_1\})(\mu_2-E\{\mu_2\})\}\\&=E\{\mu_1\mu_2\}-E\{\mu_1\}E\{\mu_2\}\\&=E\{\mu_1\mu_2\}-m_{\mu_1}m_{\mu_2}\end{aligned}\tag{2.12}$$

10. 不相关性

两个随机变量μ_1和μ_2被称为不相关的，如果它们的协方差$C_{\mu_1\mu_2}$为零。这可解释为如下两种等价形式：

$$C_{\mu_1\mu_2}=0\ 和\ E\{\mu_1\mu_2\}=E\{\mu_1\}E\{\mu_2\}\tag{2.13a,b}$$

如果两个随机变量μ_1和μ_2是统计上独立的，那么它们也是不相关的。相反陈述通常是不对的，即如果两个随机变量μ_1和μ_2是不相关的，那么它们未必是独立的。但是对于正态随机变量，不相关性等价于独立性。

11. 阶矩

随机变量μ的第k阶矩和第k阶中心矩分别定义为

$$E\{\mu^k\}=\int_{-\infty}^{\infty}x^kp_\mu(x)\mathrm{d}x,\ k=0,\ 1,\ \cdots\tag{2.14}$$

和

$$E\{(\mu-E\{\mu\})^k\}=\int_{-\infty}^{\infty}(\mu-E\ \{\mu\})^kp_\mu(x)\mathrm{d}x,\ k=0,\ 1,\ \cdots\tag{2.15}$$

注意均值和方差可被看作是前两个阶矩$E\{\mu\}$和$E\{\mu^2\}$。

12. 特征函数

一个随机变量μ的特征函数定义为

$$\psi_\mu(v)=E\{\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi v\mu}\}\tag{2.16a}$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}p_\mu(x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi vx}\mathrm{d}x\tag{2.16b}$$

式中，v是一个实变量。上面给出的两个表达式产生特征函数的如下两种解释。在第一个表达式（2.16a）中，可将$\psi_\mu(v)$看作函数$\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi v\mu}$的期望值。在第二个表达式（2.16b）中，$\psi_\mu(v)$可被识别为概率密度函数$p_\mu(x)$的傅里叶变换（的复数共轭）。由这个事实，可得到，特征函数的性质本质上是与傅里叶变换的性质相同的。特别地，由傅里叶反变换公式，得到以$\psi_\mu(v)$表示的$p_\mu(x)$

$$p_{\mu}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{\mu}(v)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v x}\mathrm{d}v \tag{2.17}$$

特征函数的概念经常给出确定统计独立随机变量之和的概率密度函数的一种简单技巧。

13. 卷积定理

令μ_1和μ_2是两个统计独立的随机变量。那么，$\mu=\mu_1+\mu_2$的特征函数等于

$$\psi_{\mu}(v) = \psi_{\mu_1}(v)\cdot\psi_{\mu_2}(v) \tag{2.18}$$

在2.1.3小节，将看到两个随机变量μ_1与μ_2的和$\mu=\mu_1+\mu_2$的密度$p_{\mu}(y)$等于其概率密度函数的卷积。由此论述以及式（2.18）得到，两个密度的卷积的特征函数对应于其特征函数的乘积。当处理随机变量的和时，经常使用这个结果。

14. 阶矩定理

阶矩定理描述为，一个随机变量μ的第k阶矩为

$$E\{\mu^k\} = \frac{1}{(\mathrm{j}2\pi)^k}\frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}v^k}\psi_{\mu}(v)\big|_{v=0},\quad k=0,\ 1,\ \cdots \tag{2.19}$$

我们提到，在一定条件下，一个随机变量μ的特征函数$\psi_{\mu}(v)$以及由此涉及概率密度函数$p_{\mu}(x)$可唯一地由μ的阶矩确定。

15. 联合特征函数

随机变量μ_1和μ_2的联合特征函数定义为

$$\psi_{\mu_1\mu_2}(v_1,\ v_2) = E\{\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(v_1\mu_1+v_2\mu_2)}\} \tag{2.20a}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} p_{\mu_1\mu_2}(x_1,\ x_2)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(v_1\mu_1+v_2\mu_2)}\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 \tag{2.20b}$$

通过与一维情形的类比，上面给出的两个表达式可解释如下。在第一个表达式（2.20a）中，可将$\psi_{\mu_1\mu_2}(v_1,\ v_2)$看作函数$\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(v_1\mu_1+v_2\mu_2)}$的期望值。在第二个表达式（2.20b）中，$\psi_{\mu_1\mu_2}(v_1,\ v_2)$可被识别确定为联合概率密度函数$p_{\mu_1\mu_2}(x_1,\ x_2)$的二维傅里叶变换（的复数共轭）。

二维傅里叶变换的逆公式意味着联合概率密度函数为

$$p_{\mu_1\mu_2}(x_1,\ x_2) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{\mu_1\mu_2}(v_1,\ v_2)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(v_1x_1+v_2x_2)}\mathrm{d}v_1\mathrm{d}v_2 \tag{2.21}$$

16. 边特征函数

联合特征函数$\psi_{\mu_1\mu_2}(v_1,\ v_2)$的边特征函数$\psi_{\mu_1}(v)$和$\psi_{\mu_2}(v)$为

$$\psi_{\mu_1}(v) = \psi_{\mu_1\mu_2}(v,\ 0)\quad 和\quad \psi_{\mu_2}(v) = \psi_{\mu_1\mu_2}(0,\ v) \tag{2.22a, b}$$

如果两个随机变量μ_1和μ_2是统计上独立的，那么联合特征函数是边特征函数的乘积，即

$$\psi_{\mu_1\mu_2}(v_1,\ v_2) = \psi_{\mu_1}(v_1)\psi_{\mu_2}(v_2) \tag{2.23}$$

17. 切比雪夫不等式

令μ是具有有限期望值和有限方差的一个任意随机变量。切比雪夫不等式表明

$$P\{|\mu - E\{\mu\}| \geqslant \varepsilon\} \leqslant \frac{\mathrm{Var}\{\mu\}}{\varepsilon^2} \tag{2.24}$$

对任何 $\varepsilon>0$ 成立。切比雪夫不等式经常被用来得到这样的界，即 μ 落在在区间 $E\{\mu\}\pm\varepsilon\sqrt{\mathrm{Var}\{\mu\}}$ 外的概率的上界。

18. 马尔科夫不等式

假定 μ 是一个非负随机变量，即对于 $x<0$，$p_\mu(x)=0$。那么马尔科夫不等式表示为

$$P\{\mu\geqslant\varepsilon\}\leqslant\frac{E\{\mu\}}{\varepsilon} \tag{2.25}$$

其中 $\varepsilon>0$。

19. Lindeberg-Lévy 中心极限定理

令 $\mu_n(n=1, 2, \cdots, N)$ 是 N 个统计上独立同分布（i. i. d.）的随机变量，每个变量都有一个有限的期望值 $E\{\mu_n\}=m$ 和一个有限的方差 $\mathrm{Var}\{\mu_n\}=\sigma_0^2>0$。那么，Lindeberg-Lévy 中心极限定理表明，归一化的随机变量

$$\mu=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=1}^{N}(\mu_n-m_{\mu_n}) \tag{2.26}$$

是渐近正态分布的，具有期望值 $E\{\mu\}=0$ 和方差 $\mathrm{Var}\{\mu\}=\sigma_0^2$。

在随机极限理论中，中心极限定理扮演一种重要的角色。注意只要随机变量有一个有限的期望值和一个有限的方差，那么它们可具有任意分布。式（2.26）中仅有 7 ~ 20 个独立同分布随机变量（具有几乎相同的方差）的和的密度，经常得到正态分布的一个良好逼近。事实上，如果概率密度函数 $p_{\mu_n}(x)$ 是平滑的，那么低到 5 的 N 值都可使用。但是，应该强调的是，一般而言，如果 N 较小，那么到正态分布尾部的逼近是不好的。

在下面的中心极限定理的方差中，舍去了同分布随机变量的假设，而倾向于随机变量 μ_n 的三阶绝对中心阶矩的一个条件。

20. 李雅谱诺夫的中心极限定理

令 $\mu_n(n=1, 2, \cdots, N)$ 为 N 个统计独立随机变量，每个变量都有一个有限的期望值 $E\{\mu_n\}=m_{\mu_n}$ 和一个有限的方差 $\mathrm{Var}\{\mu_n\}=\sigma_{\mu_n}^2>0$。进而，令

$$r_N=\sqrt[3]{\sum_{n=1}^{N}E\{|\mu_n-m_{\mu_n}|^3\}}\ \text{和}\ s_N=\sqrt{\sum_{n=1}^{N}\sigma_{\mu_n}^2} \tag{2.27a, b}$$

李雅谱诺夫的中心极限定理表明，如果满足条件 $\lim\limits_{N\to\infty}r_N/s_N=0$，那么归一化的随机变量

$$\mu=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=1}^{N}(\mu_n-m_{\mu_n}) \tag{2.28}$$

是渐近正态分布的，具有期望值 $E\{\mu\}=0$ 和方差 $\mathrm{Var}\{\mu\}=\sigma_\mu^2=\lim\limits_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\sigma_{\mu_n}^2$。

2.1.2　重要的概率密度函数

下面将给出有关移动无线信道建模中经常使用的一些重要概率密度函数的简要介绍，也将给出相应的统计性质，如期望值和方差。

1. 均匀分布

令 θ 为一个实数值随机变量，它具有概率密度函数

$$p_{\theta}(x)=\begin{cases}\frac{1}{2\pi}, & x\in[-\pi,\ \pi)\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{2.29}$$

那么，$p_{\theta}(x)$ 被称作均匀分布，θ 被称为在区间 $[-\pi,\ \pi)$ 中均匀分布的。为了表示 θ 是区间 $[-\pi,\ \pi)$ 中均匀分布的，将经常写为 $\theta\sim U[-\pi,\ \pi)$。一个均匀分布随机变量 θ 的期望值和方差分别是 $E\{\theta\}=0$ 和 $\mathrm{Var}\{\theta\}=\pi^2/3$。

2. 高斯分布（正态分布）

令 μ 为一个实数值随机变量，具有概率密度函数

$$p_{\mu}(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\mu}}\mathrm{e}^{-\frac{(x-m_{\mu})^2}{2\sigma_{\mu}^2}},\quad x\in\mathbf{R} \tag{2.30}$$

那么 $p_{\mu}(x)$ 被称为高斯分布（或正态分布）的，且 μ 被称为高斯分布（或正态分布）的。在上式中，量 $m_{\mu}\in\mathbf{R}$ 表示期望值，$\sigma_{\mu}^2\in(0,\ \infty)$ 是 μ 的方差，即

$$E\{\mu\}=m_{\mu} \tag{2.31}$$

和

$$\mathrm{Var}\{\mu\}=E\{\mu^2\}-m_{\mu}^2=\sigma_{\mu}^2 \tag{2.32}$$

为了描述高斯分布随机变量 μ 的分布性质，经常使用简短表示 $\mu\sim N(m_{\mu},\ \sigma_{\mu}^2)$，而不给出完全表达式（2.30）。特别地，对于 $m_{\mu}=0$ 和 $\sigma_{\mu}^2=1$，$N(0,\ 1)$ 被称为标准正态分布。μ 的累积分布函数 $F_{\mu}(x)$ 可表示为

$$F_{\mu}(x)=\frac{1}{2}\left[1+\mathrm{erf}\left(\frac{x-m_{\mu}}{\sqrt{2}\sigma_{\mu}}\right)\right] \tag{2.33}$$

式中，erf(·) 表示误差函数，它定义为

$$\mathrm{erf}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \mathrm{e}^{-z^2}\mathrm{d}z \tag{2.34}$$

误差函数是一个奇函数，即 $\mathrm{erf}(-x)=-\mathrm{erf}(x)$，可通过下式与误差补函数 $\mathrm{erfc}(x)$ 发生关系

$$\mathrm{erfc}(x)=1-\mathrm{erf}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^{\infty}\mathrm{e}^{-z^2}\mathrm{d}z \tag{2.35}$$

我们指出，如果 μ 是具有零均值的高斯（正态）分布，那么其绝对值 $|\mu|$ 是一侧高斯（半正态）分布的。

3. 多变量高斯分布

考虑 N 个实数值高斯分布的随机变量 $\mu_1,\ \mu_2,\ \cdots,\ \mu_N$，它们具有期望值 $m_{\mu_n}(n=1,\ 2,\ \cdots,\ N)$ 和方差 $\sigma_{\mu_n}^2(n=1,\ 2,\ \cdots,\ N)$。高斯随机变量 $\mu_1,\ \mu_2,\ \cdots,\ \mu_N$ 的多变量高斯分布（或多变量正态分布）定义为

$$p_{\mu_1\mu_2\cdots\mu_N}(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_N)=\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^N\sqrt{\det\boldsymbol{C}_{\mu}}}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{m}_{\mu})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mu}^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{m}_{\mu})} \tag{2.36}$$

式中，T 表示一个向量（或一个矩阵）的转置。在上式中，$\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{m}_\mu$ 是列向量，它们分别为

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^{N\times 1} \tag{2.37a}$$

和

$$\boldsymbol{m}_\mu = \begin{pmatrix} E\{\mu_1\} \\ E\{\mu_2\} \\ \vdots \\ E\{\mu_N\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{\mu_1} \\ m_{\mu_2} \\ \vdots \\ m_{\mu_N} \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^{N\times 1} \tag{2.37b}$$

$\det\boldsymbol{C}_\mu$（$\boldsymbol{C}_\mu^{-1}$）表示协方差矩阵的如下协方差矩阵（逆协方差矩阵）的行列式

$$\boldsymbol{C}_\mu = \begin{pmatrix} C_{\mu_1\mu_2} & C_{\mu_1\mu_2} & \cdots & C_{\mu_1\mu_N} \\ C_{\mu_2\mu_1} & C_{\mu_2\mu_2} & \cdots & C_{\mu_2\mu_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{\mu_N\mu_1} & C_{\mu_N\mu_2} & \cdots & C_{\mu_N\mu_N} \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^{N\times N} \tag{2.38}$$

协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_\mu$ 的元素为

$$C_{\mu_i\mu_j} = \mathrm{Cov}\{\mu_i, \mu_j\} = E\{(\mu_i - m_{\mu_i})(\mu_j - m_{\mu_j})\}, \quad \forall i, j = 1, 2, \cdots, N \tag{2.39}$$

如果 N 个随机变量 μ_n 是正态分布的，且两两不相关的，那么协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_\mu$ 得到对角线元素为 $\sigma_{\mu_n}^2$ 的一个对角线矩阵。在这种情形中，式（2.36）中的联合概率密度函数分解为 N 个正态分布随机变量 $\mu_n \sim N(m_{\mu_n}, \sigma_{\mu_n}^2)$ 之高斯分布的乘积。这意味着，对于所有 $n=1, 2, \cdots, N$，随机变量 μ_n 是统计独立的。

4. 瑞利分布

考虑两个零均值、统计独立的正态分布随机变量 μ_1 和 μ_2，每个变量都有方差 σ_0^2，即 $\mu_1, \mu_2 \sim N(0, \sigma_0^2)$。另外，从 μ_1 和 μ_2 依据 $\zeta = \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2}$ 推导得到一个新的随机变量。那么，ζ 表示一个瑞利分布的随机变量。瑞利分布的随机变量 ζ 的概率密度函数 $p_\zeta(x)$ 为

$$p_\zeta(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sigma_0^2} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}}, & x \geqslant 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \tag{2.40}$$

ζ 相应的累积分布函数为

$$F_\zeta(x) = \begin{cases} 1 - \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}}, & x \geqslant 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \tag{2.41}$$

瑞利分布随机变量 ζ 有期望值

$$E\{\zeta\} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \tag{2.42}$$

且方差

$$\mathrm{Var}\{\zeta\} = \sigma_0^2\left(2-\frac{\pi}{2}\right) \tag{2.43}$$

瑞利分布及其相应的累积分布函数分别如图2.1a和图2.1b所示。

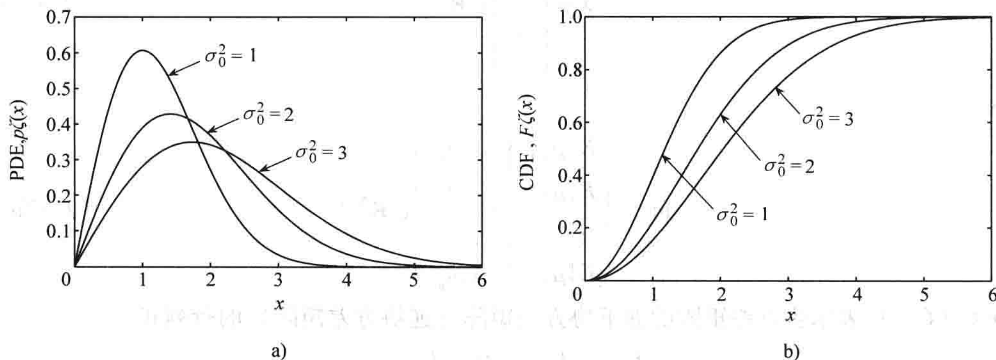


图2.1 σ_0^2各种数值的瑞利分布$p_\zeta(x)$和对应的累积分布函数$F_\zeta(x)$

在移动无线信道建模中，瑞利分布经常被用来表征如下情况下衰落包络的分布，其中在发送器和接收器之间不存在视距路径。

5. 莱斯分布

令μ_1，$\mu_2 \sim N(0, \sigma_0^2)$和$\rho \in \mathbf{R}$。那么，随机变量$\xi = \sqrt{(\mu_1+\rho)^2+\mu_2^2}$是所谓的莱斯分布的随机变量。莱斯分布随机变量$\xi$的概率密度函数$p_\xi(x)$是

$$p_\xi(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma_0^2}\mathrm{e}^{-\frac{x^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}} I_0\left(\frac{x\rho}{\sigma_0^2}\right), & x \geqslant 0 \\ 0, & x<0 \end{cases} \tag{2.44}$$

式中，$I_0(\cdot)$表示第一类阶为零的修正Bessel函数[23,式(8.431.5)]。表征莱斯分布$p_\xi(x)$的一个重要参数是莱斯因子c_R，定义为$c_R = \rho^2/(2\sigma_0^2)$。对于$\rho=0(c_R=0)$，莱斯分布$p_\xi(x)$得到上述的瑞利分布。$\xi$的累积分布函数$F_\xi(x)$可表示为

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 1-Q\left(\frac{\rho}{\sigma_0}, \frac{x}{\sigma_0}\right), & x \geqslant 0 \\ 0, & x<0 \end{cases} \tag{2.45}$$

式中，$Q(\cdot, \cdot)$表示Marcum Q-函数[24]

$$Q(a, b) = \int_b^\infty z\mathrm{e}^{-\frac{z^2+a^2}{2}} I_0(az)\mathrm{d}z \tag{2.46}$$

Marcum Q函数可以一个无穷级数方式扩展，给出

$$Q(a, b) = \mathrm{e}^{-\frac{a^2+b^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{a}{b}\right)^n I_n(ab) \tag{2.47}$$

或

$$Q(a,\ b)=1-\mathrm{e}^{-\frac{a^2+b^2}{2}}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{b}{a}\right)^n I_n(ab) \tag{2.48}$$

式中，$I_n(\cdot)$ 表示第一类阶为 n 的修正 Bessel 函数。莱斯分布的随机变量 ξ 的一阶矩和二阶矩[25]分别是

$$\begin{aligned} E\{\xi\} &= \sigma_0\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,{}_1F_1\left(-\frac{1}{2};\ 1;\ -\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}\right) \\ &= \sigma_0\sqrt{\frac{\pi}{2}}\mathrm{e}^{-\frac{\rho^2}{4\sigma_0^2}}\left\{\left(1+\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}\right)I_0\left(\frac{\rho^2}{4\sigma_0^2}\right)+\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}I_1\left(\frac{\rho^2}{4\sigma_0^2}\right)\right\} \end{aligned} \tag{2.49}$$

和

$$E\{\xi^2\}=2\sigma_0^2+\rho^2 \tag{2.50}$$

式中，${}_1F_1(\cdot;\ \cdot;\ \cdot)$ 是广义的超几何函数。由式（2.49）、式（2.50），并使用式（2.11），可容易地计算 ξ 的方差。对于各种数值的 ρ，莱斯分布和对应的累积分布函数分别如图 2.2a 和图 2.2b 所示。

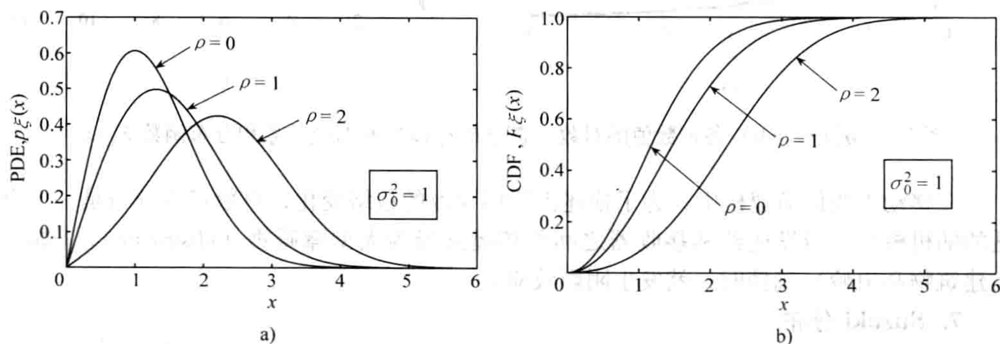


图 2.2　各种 ρ 值的莱斯分布 $p_\xi(x)$ 和对应的累积分布函数 $F_\xi(x)$

莱斯分布被频繁地用于移动通信中，对存在视距分量情形中的衰落包络的统计特征进行建模。

6. 对数正态（lognormal）分布

令 μ 为一个高斯分布的随机变量，具有期望值 m_μ 和方差 σ_μ^2，即 $\mu\sim N(m_\mu,\ \sigma_\mu^2)$。那么称随机变量 $\lambda=\mathrm{e}^\mu$ 为对数正态分布的。对数正态分布的随机变量 λ 的概率密度函数 $p_\lambda(x)$ 为

$$p_\lambda(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\mu x}\mathrm{e}^{-\frac{(\ln(x)-m_\mu)^2}{2\sigma_\mu^2}}, & x\geqslant 0\\ 0, & x<0\end{cases} \tag{2.51}$$

λ 的累积分布函数 $F_\lambda(x)$ 可以误差函数［见式（2.34）］表示为

$$F_\lambda(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\mathrm{erf}\left[\dfrac{\ln(x)-m_\mu}{\sqrt{2}\sigma_\mu}\right], & x\geqslant 0\\ 0, & x<0\end{cases} \tag{2.52}$$

对数正态分布的随机变量 λ 有期望值

$$E\{\lambda\} = \mathrm{e}^{m_\mu + \frac{\sigma_\mu^2}{2}} \tag{2.53}$$

和方差

$$\mathrm{Var}\{\lambda\} = \mathrm{e}^{2m_\mu + \sigma_\mu^2}(\mathrm{e}^{\sigma_\mu^2} - 1) \tag{2.54}$$

对于 $\sigma_\mu^2(m_\mu = 0)$ 的各种值，对数正态分布和对应的累积分布函数分别如图 2.3a 和图 2.3b 所示。

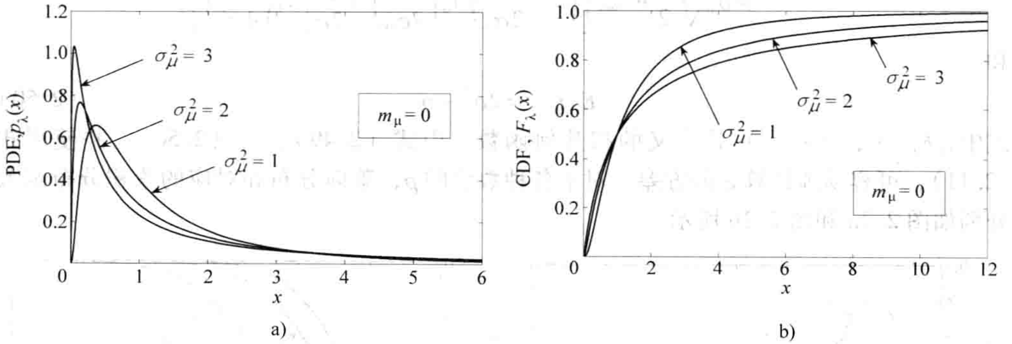


图 2.3 $\sigma_\mu^2(m_\mu = 0)$ 各种数值的对数正态分布 $p_\lambda(x)$ 和对应的累积分布函数 $F_\lambda(x)$

在移动无线信道建模中，为了描述由阴影导致的包络变化，对数正态分布是一个合适的随机模型。当发送器和接收器之间的传播路径为大型障碍物（obstruction）（如高大建筑物和山岭）遮挡时，就发生阴影效应。

7. Suzuki 分布

考虑一个瑞利分布的随机变量 ζ ［由式（2.40）表示的概率密度函数 $p_\zeta(x)$］和一个对数分布的随机变量 λ ［由式（2.51）给定的概率密度函数 $p_\lambda(x)$］。假定 ζ 和 λ 是统计上独立的。进而，令 η 为由乘积 $\eta = \zeta \cdot \lambda$ 定义的一个随机变量。那么，η 的概率密度函数 $p_\eta(x)$ 为

$$p_\eta(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma_0^2\sigma_\mu}\displaystyle\int_0^\infty \frac{1}{y^3}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2y^2\sigma_0^2}}\mathrm{e}^{-\frac{(\ln y - m_\mu)^2}{2\sigma_\mu^2}}\mathrm{d}y, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \tag{2.55}$$

称作 Suzuki 分布[26]。Suzuki 分布的随机变量 η 有期望值

$$E\{\eta\} = \sigma_0\sqrt{\frac{\pi}{2}}\mathrm{e}^{m_\mu + \frac{\sigma_\mu^2}{2}} \tag{2.56}$$

和方差

$$\mathrm{Var}\{\eta\} = \sigma_0^2\mathrm{e}^{2m_\mu + \sigma_\mu^2}\left(2\mathrm{e}^{\sigma_\mu^2} - \frac{\pi}{2}\right) \tag{2.57}$$

图 2.4a 形象地给出各种数值的 σ_μ^2 和 $\sigma_0^2(m_\mu = 0)$ 的 Suzuki 分布。在图 2.4b 中示出对应累积分布函数的图形，是通过使用 $F_\eta(x) = \int_0^x p_\eta(z)\mathrm{d}z$ 得到的。

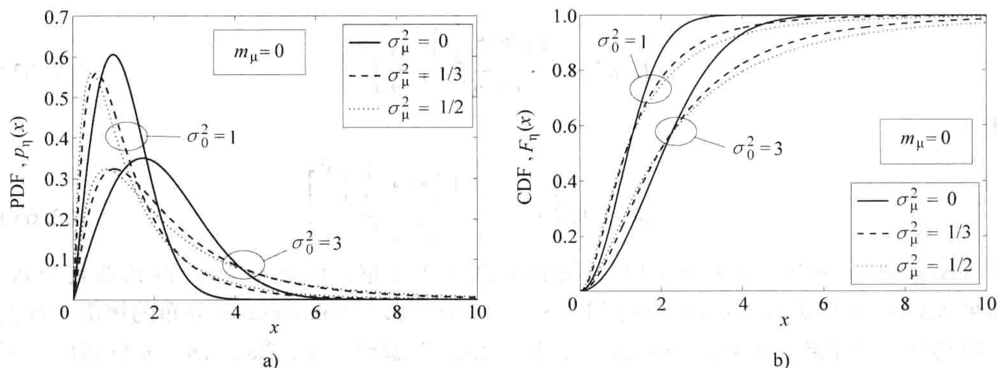


图 2.4　σ_μ^2 和 $\sigma_0^2(m_\mu=0)$ 各种数值的 Suzuki 分布 $p_\eta(x)$ 和对应的累积分布函数 $F_\eta(x)$

在移动通信中经常使用 Suzuki 分布来描述由多径传播和阴影的组合效应导致的包络衰落。

8. Nakagami-m 分布

考虑这样一个随机变量 ω，它依据如下概率密度函数进行分布

$$p_\omega(x)=\begin{cases}\dfrac{2m^m x^{2m-1}\mathrm{e}^{-(m/\Omega)x^2}}{\Gamma(m)\Omega^m}, & m\geqslant 1/2,\quad x\geqslant 0\\ 0, & x<0\end{cases}\tag{2.58}$$

那么，ω 表示一个 Nakagami-m 分布（或简称 Nakagami 分布）的随机变量，且对应的概率密度函数 $p_\omega(x)$ 称作 Nakagami-m 分布（或 Nakagami 分布）[27]。在式（2.58）中，符号 $\Gamma(\cdot)$ 表示 gamma 函数，依据 Euler，定义为㊀

$$\Gamma(x)=\int_0^\infty z^{x-1}\mathrm{e}^{-z}\mathrm{d}z\tag{2.59}$$

式中，x 是一个正实数。参数 Ω 表示随机变量 ω 的二阶矩，即 $\Omega=E\{\omega^2\}$，且 m 被称作 Nakagami 形状因子，被定义为 ω^2 归一化到 Ω^2 的方差的倒数值，即 $m=\Omega^2/E\{(\omega_1^2-\Omega)^2\}$。Nakagami-$m$ 分布的随机变量 ω 的累积分布函数可表示为

$$F_\omega(x)=\begin{cases}\dfrac{\gamma\left(m,\dfrac{m}{\Omega}x^2\right)}{\Gamma(m)}, & m\geqslant 1/2,\quad x\geqslant 0\\ 0, & x<0\end{cases}\tag{2.60}$$

式中，$\gamma(\cdot,\cdot)$ 表示不完全 gamma 函数（incomplete gamma function）[23,式(8.350.1)]

$$\gamma(\alpha,x)=\int_0^x z^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-z}\mathrm{d}z,\quad \mathrm{Re}\{\alpha\}>0\tag{2.61}$$

ω 的第 k 阶矩和方差分别为

㊀ 对于 $x>0$，gamma 函数 $\Gamma(x)$ 满足递归方程 $\Gamma(x+1)=x\Gamma(x)=x!$，这样就可将 gamma 函数解释为阶乘函数扩展到实数的情况。如果 x 是一个非负整数 $m=0,1,\cdots$，那么 $\Gamma(m+1)=m!$ 成立。

$$E\{\omega^k\}=\frac{\Gamma\left(m+\frac{k}{2}\right)}{\Gamma(m)}\left(\frac{\Omega}{m}\right)^{\frac{k}{2}} \tag{2.62}$$

和

$$\mathrm{Var}\{\omega\}=\Omega\left[1-\frac{1}{m}\left(\frac{\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(m)}\right)^2\right] \tag{2.63}$$

由 Nakagami-m 分布，如果 $m=1/2$，得到单侧高斯分布；如果 $m=1$，得到瑞利分布。如果 Nakagami 形状因子 m 落在区间 $1/2\leqslant m<1$ 中，那么 Nakagami-m 分布的尾部要远大于瑞利分布的尾部。另外，如果 $m>1$，那么相比于瑞利分布，Nakagami-m 分布的尾部衰落得要快。在一定限制下，如果 Nakagami-m 分布的参数和莱斯分布的参数由下式[27,28]相关，则 Nakagami-m 分布看起来就类似于莱斯分布。

$$m=\frac{(c_R+1)^2}{2c_R+1} \tag{2.64}$$

$$\Omega=\frac{2\sigma_0^2}{1-\sqrt{1-m^{-1}}} \tag{2.65}$$

Nakagami 随机变量可以用高斯随机变量表述如下。令 μ_i（$i=1$，2，…，n）为 $n=2m$ 个实数值不相关的高斯随机变量，每个变量有零均值和方差 σ_0^2，那么对于任何整数 $n=2m\geqslant1$[29]，变换后的随机变量

$$\omega=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\mu_i^2} \tag{2.66}$$

遵循参数 m 和 $\Omega=n\sigma_0^2$的 Nakagami-m 分布。我们指出，如果 $n=1(m=1/2)$，那么 $\omega=|\mu_1|$是单侧高斯分布的。也指出，这个模型包括瑞利情形，是当 $n=2(m=1)$ 时得到的。图 2.5 形象地示出了 $m(\Omega=1)$ 的各种值的 Nakagami-m 分布和对应的累积分布函数。

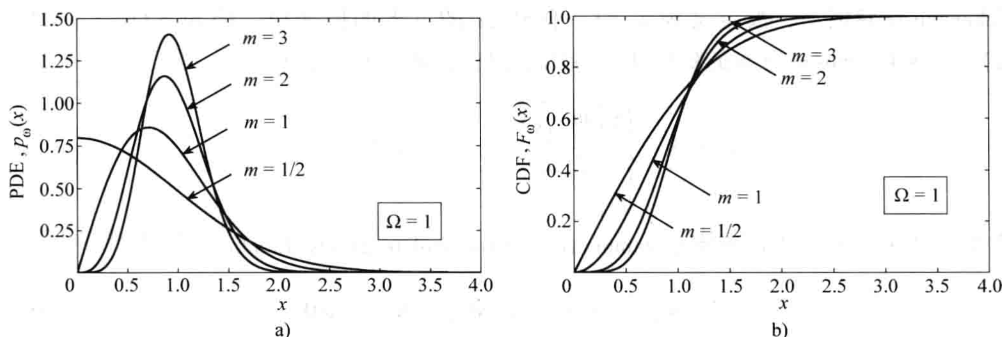


图 2.5 各种 $m(\Omega=1)$ 的 Nakagami-m 分布 $p_\omega(x)$ 和对应的累积分布函数 $F_\omega(x)$

最初，Nakagami-m 分布是由 Minoru Nakagami[27]引入的，用来表征长距离高频（HF）信道中的快速衰落效应。在移动通信中，选择 Nakagami-m 分布的原因是，相比

于瑞利分布或莱斯分布，它经常提供被测量数据的一种较近似拟合[28,26]。式（2.58）是非常精确的，并已被证明是有用的，因为它经常得到系统性能研究中的封闭形式的解。

9. Nakagami-q 分布

令μ_1和μ_2是两个零均值的统计独立正态随机变量，分别具有方差σ_1^2和σ_2^2，即$\mu_i \sim N(0, \sigma_i^2)$，$i=1, 2$，其中方差$\sigma_1^2$和$\sigma_2^2$可以不同。那么随机变量$X = |\mu_1 + j\mu_2| = \sqrt{\mu_1^2+\mu_2^2}$称为是 Nakagami-$q$ 分布的㊀。X 的概率密度函数 $p_X(x)$ 称为 Nakagami-q 分布，给定如下[27,30]

$$p_X(x) = \frac{1+q^2}{q\Omega_X} x \mathrm{e}^{-\frac{(1+q^2)^2}{4q^2\Omega_X}x^2} I_0\left(\frac{1-q^4}{4q^2\Omega_X}x^2\right) \tag{2.67}$$

参数Ω_X表示随机变量 X 的二阶矩，即$\Omega_X = E\{X^2\} = \sigma_1^2+\sigma_2^2$；$q$ 称为 Nakagami-q 形状因子，定义为σ_2和σ_1的比值，即$q = \sigma_2/\sigma_1$（$\sigma_1 \neq 0$，$0 \leqslant q \leqslant 1$）。

Nakagami-q 分布的随机变量的累积分布函数可以封闭形式表示为两个 Marcum Q-函数的差[31]

$$F_X(x) = Q\left(a(q)\frac{x}{\sqrt{\Omega_X}}, b(q)\frac{x}{\sqrt{\Omega_X}}\right) - Q\left(b(q)\frac{x}{\sqrt{\Omega_X}}, a(q)\frac{x}{\sqrt{\Omega_X}}\right) \tag{2.68}$$

式中

$$a(q) = \sqrt{\frac{1+q^4}{2q}}\sqrt{\frac{1+q}{1-q}} \tag{2.69}$$

$$b(q) = \sqrt{\frac{1-q^4}{2q}}\sqrt{\frac{1-q}{1+q}} = a(q)\sqrt{\frac{1-q}{1+q}} \tag{2.70}$$

在参考文献［32］中推导得到 Nakagami-q 累积分布函数的另一种表达式。

Nakagami-q 分布的随机变量有期望值

$$E\{X\} = 2\sqrt{\pi\Omega_X}\frac{q^2}{(1+q^2)^2}F\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}; 1; \left(\frac{1-q^2}{1+q^2}\right)^2\right) \tag{2.71}$$

和方差

$$\mathrm{Var}\{X\} = \Omega_X\left[1-4\pi\frac{q^4}{(1+q^2)^4}F^2\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}; 1; \left(\frac{1-q^2}{1+q^2}\right)^2\right)\right] \tag{2.72}$$

式中，符号 $F(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ 代表超几何函数[23,式(9.100)]。

由 Nakagami-q 分布，如果 $q=0$ 得到单侧高斯分布，如果 $q=1$ 得到瑞利分布。对于 $1/2 \leqslant m \leqslant 1$，如果 Nakagami-$m$ 分布的参数和 Nakagami-q 分布的参数由下式相关[27]，则 Nakagami-m 分布非常接近于 Nakagami-q 分布

$$\Omega = \frac{\Omega_X}{2} \tag{2.73}$$

㊀ Nakagami-q 分布有时也称为 Hoyt 分布或 Nakagami-Hoyt 分布。

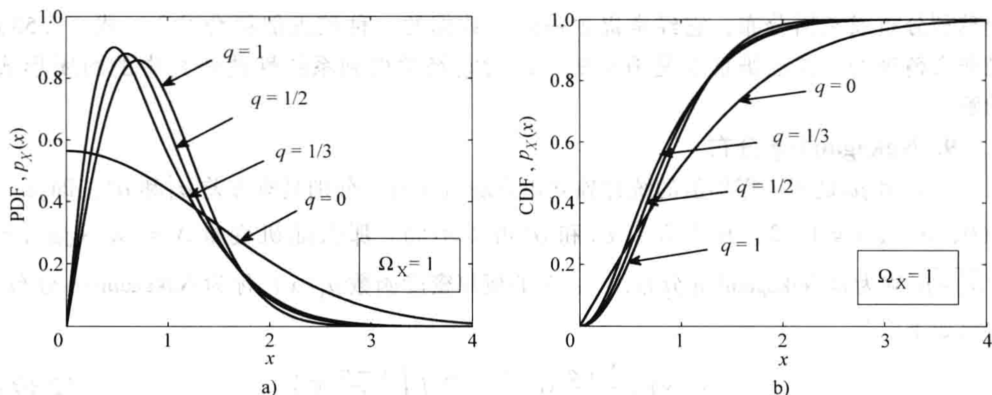


图 2.6　各种 $q(\Omega_X=1)$ 值的 Nakagami-q 分布 $p_X(x)$ 和对应的累积分布函数 $F_X(x)$

$$m=\frac{(1+q^2)^2}{(1+q^2)^2+(1-q^2)^2} \tag{2.74}$$

对于 Nakagami-q 形状因子的各种数值，图 2.6 给出了 Nakagami-q 分布和对应的累积分布函数。

Nakagami-q（Hoyt）分布是首次由 Hoyt[30] 于 1947 年提出的，后来由 Nakagami[27] 于 1960 年重新发现。在移动衰落信道建模中，Nakagami-q 分布通常被用来研究衰落比瑞利衰落要远较严重的条件下移动通信系统的性能。Nakagami-q 信道模型是一个经验模型，缺乏清晰的物理解释。尽管如此，Nakagami-q 信道模型是非常有用的，这正像在参考文献［33］表明的那样，在一些情形中，它比瑞利信道模型给出被测信道更好的匹配。如果 Nakagami 形状因子 m 位于 0.5 和 1 之间，则 Nakagami-q 模型使人们可高效地仿真 Nakagami-m 信道。

10. Weibull 分布

令 μ_1 和 μ_2 是两个零均值的、统计上独立的正态分布随机变量，每个变量都有方差 σ_0^2，即 μ_1，$\mu_2\sim N(0,\sigma_0^2)$。那么一个 Weibull 分布的随机变量 w 可通过变换 $\mathrm{w}=|\mu_1+\mathrm{j}\mu_2|^{2/\beta_\mathrm{w}}=(\mu_1^2+\mu_2^2)^{1/\beta_\mathrm{w}}$ 得到，其中 β_w 是一个正实常数值。w 的概率密度函数 $p_\mathrm{w}(x)$ 由 Weibull 分布给定如下：

$$p_\mathrm{w}(x)=\begin{cases}\dfrac{\beta_\mathrm{w}}{\Omega}x^{\beta_\mathrm{w}-1}\mathrm{e}^{-x^{\beta_\mathrm{w}}/\Omega}, & x\geqslant 0\\ 0, & x<0\end{cases} \tag{2.75}$$

式中，$\Omega=E\{\mathrm{w}^{\beta_\mathrm{w}}\}=2\sigma_0^2$。参数 β_w 称作 Weibull 形状因子。w 的累积分布函数 $F_\mathrm{w}(x)$ 为

$$F_\mathrm{w}(x)=\begin{cases}1-\mathrm{e}^{-x^{\beta_\mathrm{w}}/\Omega}, & x\geqslant 0\\ 0, & x<0\end{cases} \tag{2.76}$$

Weibull 分布的随机变量有期望值

$$E\{\mathrm{w}\}=\Omega^{1/\beta_\mathrm{w}}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta_\mathrm{w}}\right) \tag{2.77}$$

和方差

$$\mathrm{Var}\{w\} = \Omega^{2/\beta_w}\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta_w}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta_w}\right)\right] \tag{2.78}$$

式中，$\Gamma(\cdot)$ 是式（2.59）中的 gamma 函数。由 Weibull 分布，如果 $\beta_w=1$ 得到负指数分布，如果 $\beta_w=2$ 得到瑞利分布。对于 $\beta_w=3.4$，Weibull 分布接近于高斯分布。对于各种 Weibull 形状因子 $\beta_w(\Omega=1)$，Weibull 分布和对应的累积分布函数如图 2.7 所示。

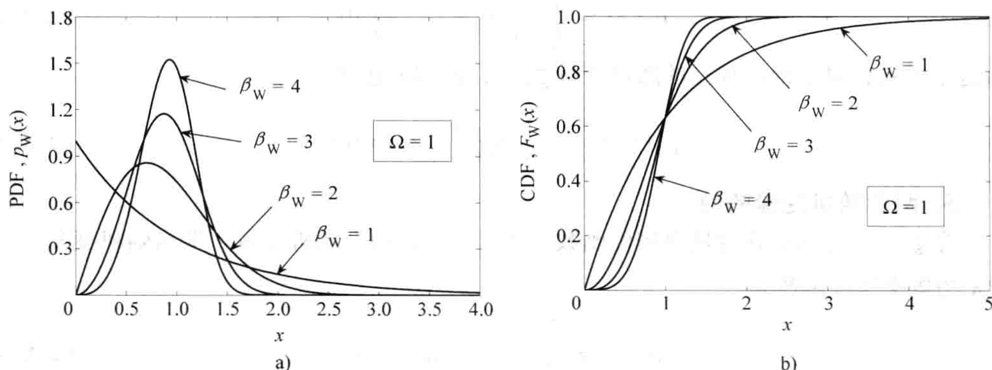


图 2.7　各种 $\beta_w(\Omega=1)$ 值的 Weibull 分布 $p_w(x)$ 和对应的累积分布函数 $F_w(x)$

Weibull 分布是首次由 Waloddi Weibull 于 1937 年引入的，用于估计机器寿命，并于 1951 年由其著名的文章[34]而为人们熟知。如今，Weibull 分布是可靠性工程和失效数据分析[35]中最流行的概率密度函数之一。在移动通信中，因为 Weibull 分布对室内[36,37]和室外环境[38-40]中衰落信道试验测量数据的良好拟合，所以变得富有吸引力。

2.1.3　随机变量的函数

在本书的一些内容中，将处理两个和多个随机变量的函数。特别地，将经常利用与随机变量的加法、乘法和变换有关的基本规则。下面简短地回顾一下必要的数学原理。

1. 两个随机变量的加法

令 μ_1 和 μ_2 是两个随机变量，统计上由联合概率密度函数 $p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2)$ 所表征。那么，和 $\mu=\mu_1+\mu_2$ 的概率密度函数为

$$\begin{aligned} p_\mu(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{\mu_1\mu_2}(x_1, y-x_1)\,\mathrm{d}x_1 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{\mu_1\mu_2}(y-x_2, x_2)\,\mathrm{d}x_2 \end{aligned} \tag{2.79}$$

如果两个随机变量 μ_1 和 μ_2 是统计上独立的，那么可得到，μ 的概率密度函数由 μ_1 和 μ_2 概率密度的卷积给出。因此

$$\begin{aligned} p_\mu(y) &= p_{\mu_1}(y) * p_{\mu_2}(y) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{\mu_1}(x_1)p_{\mu_2}(y-x_1)\,\mathrm{d}x_1 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{\mu_1}(y-x_2)p_{\mu_2}(x_2)\,\mathrm{d}x_2 \end{aligned} \tag{2.80}$$

式中，$*$表示卷积算子。

2. 两个随机变量的乘积

令ζ和λ为两个随机变量，统计上由联合概率密度函数$p_{\zeta\lambda}(x, y)$来描述。那么，随机变量$\eta=\zeta\cdot\lambda$的概率密度函数等于

$$p_\eta(z)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{|y|}p_{\zeta\lambda}\left(\frac{z}{y}, y\right)\mathrm{d}y \tag{2.81}$$

由这个关系，对于统计独立的随机变量ζ，λ，得到表达式

$$p_\eta(z)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{|y|}p_\zeta\left(\frac{z}{y}\right)p_\lambda(y)\mathrm{d}y \tag{2.82}$$

3. 两个随机变量的商

令ζ和λ为具有联合概率密度函数$p_{\zeta\lambda}(x, y)$的两个随机变量。那么随机变量$\eta=\zeta/\lambda$的概率密度函数为

$$p_\eta(z)=\int_{-\infty}^{\infty}|y|p_{\zeta\lambda}(yz, y)\mathrm{d}y \tag{2.83}$$

如果两个随机变量ζ和λ是统计上独立的，那么上式简化为

$$p_\eta(z)=\int_{-\infty}^{\infty}|y|p_\zeta(yz)p_\lambda(y)\mathrm{d}y \tag{2.84}$$

4. 一个随机变量的变换

令μ是具有概率密度函数$p_\mu(x)$的一个随机变量，并令$f(\cdot)$为一个实数值函数。另外，令y是被变换随机变量$\xi=f(\mu)$的一个特定值。如果式$y=f(x)$具有$m\geqslant 1$个实值根x_1，x_2，…，x_m，即

$$y=f(x_1)=f(x_2)=\cdots=f(x_m) \tag{2.85}$$

那么$\xi=f(\mu)$的概率密度函数$p_\xi(y)$可以用函数$f(\cdot)$和μ的概率密度函数$p_\mu(x)$表示为

$$p_\xi(y)=\sum_{v=1}^{m}\frac{p_\mu(x_v)}{|f'(x)|_{x=x_v}} \tag{2.86}$$

式中，$f'(x)$表示$f(x)$的导数。

5. n个随机变量的变换

假定μ_1，μ_2，…，μ_n是随机变量，统计上由联合概率密度函数$p_{\mu_1\mu_2\cdots\mu_n}(x_1, x_2, \cdots, x_n)$描述。另外，假定给定函数$f_1$，$f_2$，…，$f_n$。如果方程组$f_i(x_1, x_2, \cdots, x_n)=y_i(i=1, 2, \cdots, n)$有实数值解$x_{1v}$，$x_{2v}$，…，$x_{nv}(v=1, 2, \cdots, m)$，那么随机变量$\xi_1=f_1(\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n)$，$\xi_2=f_2(\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n)$，…，$\xi_n=f_n(\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_n)$可表示为

$$p_{\xi_1\xi_2\cdots\xi_n}(y_1, y_2, \cdots, y_n)=\sum_{v=1}^{m}\frac{p_{\mu_1\mu_2\cdots\mu_n}(x_{1v}, x_{2v}, \cdots, x_{nv})}{|J(x_{1v}, x_{2v}, \cdots, x_{nv})|} \tag{2.87}$$

式中

$$J(x_{1v},\ x_{2v},\ \cdots,\ x_{nv}) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix} \tag{2.88}$$

表示雅可比行列式。

对于 $k < n$，可使用式（2.87）计算随机变量 ξ_1，ξ_2，$\cdots$，ξ_k的联合概率密度函数，即

$$p_{\xi_1\xi_2\cdots\xi_k}(y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_k) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty} p_{\xi_1\xi_2\cdots\xi_n}(y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n)\mathrm{d}y_{k+1}\mathrm{d}y_{k+2}\cdots\mathrm{d}y_n \tag{2.89}$$

2.2　随机过程

令（Q，$\mathcal{A}$，P）为一个概率空间。现在依据一个规则，向一个随机试验的每个特定结果 $s \in s_i \in Q$ 指派一个特定的时间函数 $\mu(t,\ s_i)$。因此，对于一个特定的 $s_i \in Q$，函数 $\mu(t,\ s_i)$ 表示从 $\mathbf{R}$ 到 $\mathbf{R}$ 的一个映射，依据的是下式

$$\mu(\ \cdot\ ,\ s_i):\ \mathbf{R}\rightarrow\mathbf{R}\ （或\ \mathbf{C}），\ t\longmapsto\mu(t,\ s_i) \tag{2.90}$$

时间的个体函数 $\mu(t,\ s_i)$ 称作实现（realizations）或样本函数。一个随机过程 $\mu(t,\ s)$ 是样本函数 $\mu(t,\ s_i)$ 的一个族（或总体），即 $\mu(t,\ s) = \{\mu(t,\ s_i)\,|\,s_i \in Q\} = \{\mu(t,\ s_1),\ \mu(t,\ s_2),\ \cdots\}$。

另外，在一个特定时刻 $t = t_0 \in \mathbf{R}$，随机过程 $\mu(t_0,\ s)$ 仅取决于结果 s，因此等于一个随机变量。因此，对于一个特定的 $t_0 \in \mathbf{R}$，$\mu(t_0,\ s)$ 表示从 Q 到 $\mathbf{R}$（或 $\mathbf{C}$）的一个映射，依据的是下式

$$\mu(t_0,\ \cdot\ ):\ Q\rightarrow\mathbf{R}\ （或\ \mathbf{C}），\ s\longmapsto\mu(t_0,\ s) \tag{2.91}$$

随机变量 $\mu(t_0,\ s)$ 的概率密度函数是由结果的发生决定的。

因此，一个随机过程是两个变量 $t \in \mathbf{R}$ 和 $s \in Q$ 的一个函数，所以正确的表示法是 $\mu(t,\ s)$。但是，由此在通常情况下将丢弃第二个参数，而简单地写作 $\mu(t)$。

由上面的论述，可得出结论，一个随机过程 $\mu(t)$ 可做如下解释[41]：

1）如果 t 是一个变量，s 是一个随机变量，那么 $\mu(t)$ 表示样本函数的一族或一个全体 $\mu(t,\ s)$。

2）如果 t 是一个变量，$s = s_0$是一个常数，那么 $\mu(t) = \mu(t,\ s_0)$ 是随机过程的一个实现或一个样本函数。

3）如果 $t = t_0$是一个常数，s 是一个随机变量，那么 $\mu(t_0)$ 也是一个随机变量。

4）如果 $t = t_0$和 $s = s_0$都是常数，那么 $\mu(t_0)$ 也是一个实数（复数）。

由上面做出的论述得到的关系如图 2.8 所示。

令 μ_1，μ_2，$\cdots$，μ_n是通过在时刻 t_1，t_2，$\cdots$，t_n对随机过程 $\mu(t)$ 采样得到的 n 个随

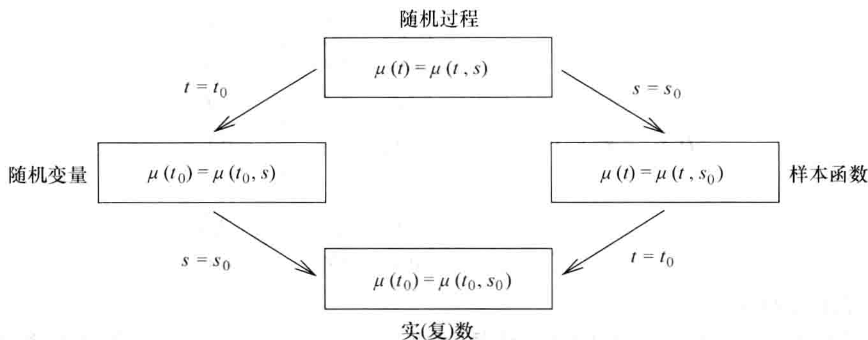


图2.8 随机过程、随机变量、样本函数和实数（复数）之间的关系

机变量的一个序列，即

$$\mu_1=\mu(t_1),\quad \mu_2=\mu(t_2),\quad \cdots,\quad \mu_n=\mu(t_n) \tag{2.92}$$

那么，随机过程 $\mu(t)$ 的统计性质是完全由随机变量 μ_1，μ_2，…，μ_n的第 n 阶分布确定的。

1. 第 n 阶分布

一个随机过程 $\mu(t)$ 的第 n 阶分布是随机变量 μ_1，μ_2，…，μ_n的联合分布

$$F(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n;\ t_1,\ t_2,\ \cdots,\ t_n)=P\{\mu(t_1)\leqslant x_1,\ \mu(t_2)\leqslant x_2,\ \cdots,\ \mu(t_n)\leqslant x_n\} \tag{2.93}$$

2. 第 n 阶密度

如下定义的函数

$$p(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n;\ t_1,\ t_2,\ \cdots,\ t_n)=\frac{\partial^n F(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n;\ t_1,\ t_2,\ \cdots,\ t_n)}{\partial x_1\partial x_2\cdots\partial x_n} \tag{2.94}$$

称为过程 $\mu(t)$ 的第 n 阶密度。

3. 复数值随机过程

令 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 是两个实数值随机过程，那么一个复数值随机过程由下列和定义

$$\mu(t)=\mu_1(t)+\mathrm{j}\mu_2(t) \tag{2.95}$$

4. 向量过程

一个向量过程 $\boldsymbol{\mu}(t)$（或一个 n 维过程）是 n 个随机过程 $\mu_1(t)$，$\mu_2(t)$，…，$\mu_n(t)$ 的一族

$$\boldsymbol{\mu}(t)=(\mu_1(t),\ \mu_2(t),\ \cdots,\ \mu_n(t)) \tag{2.96}$$

在上面已做说明，即对于 $t\in\mathbf{R}$ 的固定值，一个随机过程 $\mu(t)$ 可被解释为一个随机变量。同样，这个随机变量可由一个分布函数 $F_\mu(x;\ t)=P\{\mu(t)\leqslant x\}$ 或一个概率密度函数 $p_\mu(x;\ t)=\mathrm{d}F_\mu(x;\ t)/\mathrm{d}x$ 加以描述。将期望值概念（针对随机变量引入的）扩展到随机过程，得到期望值函数

$$m_\mu(t)=E\{\mu(t)\} \tag{2.97}$$

考虑随机变量 $\mu(t_1)$ 和 $\mu(t_2)$，是在时刻 t_1 和 t_2 指派到一个随机过程 $\mu(t)$，那么

$$r_{\mu\mu}(t_1, t_2) = E\{\mu^*(t_1)\mu(t_2)\} \tag{2.98}$$

称作 $\mu(t)$ 的自相关函数，其中上标星号 * 表示复共轭算子。这里，复共轭与 $r_{\mu\mu}(t_1, t_2)$[⊖] 中的第一个独立变量是关联的。特别要注意的是，对角线 $t = t_1 = t_2$ 上的自相关函数 $r_{\mu\mu}(t_1, t_2)$ 等于 $\mu(t)$ 的均值功率（mean power），即 $r_{\mu\mu}(t, t) = E\{|\mu(t)|^2\} \geqslant 0$。所谓的一个复数值随机过程 $\mu(t)$ 的方差函数定义为

$$\begin{aligned}\sigma_\mu^2(t) &= \mathrm{Var}\{\mu(t)\} = E\{|\mu(t) - E\{\mu(t)\}|^2\} \\ &= E\{\mu^*(t)\mu(t)\} - E\{\mu^*(t)\}E\{\mu(t)\} \\ &= r_{\mu\mu}(t, t) - |m_\mu(t)|^2\end{aligned} \tag{2.99}$$

式中，$r_{\mu\mu}(t, t)$ 表示时刻 $t_1 = t_2 = t$，式（2.98）中的自相关函数，而 $m_\mu(t)$ 表示依据式（2.97）的期望值函数。表达式

$$r_{\mu_1\mu_2}(t_1, t_2) = E\{\mu_1^*(t_1)\mu_2(t_2)\} \tag{2.100}$$

引入时刻 t_1 和 t_2 时随机过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的交叉相关函数。最后

$$r_{\mu_1\mu_2}^c(t_1, t_2) = r_{\mu_1\mu_2}(t_1, t_2) - m_{\mu_1}^*(t_1)m_{\mu_2}(t_2) \tag{2.101}$$

定义了 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的交叉协方差函数。随机过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 称为不相关的，如果对每个 t_1 和 t_2，$r_{\mu_1\mu_2}^c(t_1, t_2) = 0$。

2.2.1　稳态过程

稳态过程对于移动无线信道的建模是极端重要的，因此下面简洁地讨论一下。人们经常在严格意义上的稳态过程和广义上的稳态过程之间做出区分。

1. 严格意义上的稳态过程

称一个随机过程 $\mu(t)$ 是严格意义上的稳态的，如果对于原始点的偏移，其统计性质是不变的，即对于 $c \in \mathbf{R}$ 的所有值，$\mu(t)$ 和 $\mu(t+c)$ 都有相同的统计值。结果是，一个严格意义上的稳态过程的第 n 阶密度，对于时刻的偏移，也是不变的，即对于 $c \in \mathbf{R}$ 的所有值

$$p(x_1, x_2, \cdots, x_n; t_1, t_2, \cdots, t_n) = p(x_1, x_2, \cdots, x_n; t_1 + c, t_2 + c, \cdots, t_n + c) \tag{2.102}$$

严格意义上的稳态过程具有如下性质：

1）第 1 阶密度独立于时间，即对于所有 t 和 c

$$p_\mu(x; t) = p_\mu(x; t + c) = p_\mu(x) \tag{2.103}$$

2）第 2 阶密度仅取决于两个样本之间的时间差 $\tau = t_1 - t_2$，即对于所有 t_1 和 t_2

$$p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2; t_1, t_2) = p_{\mu_1\mu_2}(x_1, x_2; \tau) \tag{2.104}$$

3）第 1 个性质隐含着 $\mu(t)$ 的期望值是常数，即对于所有 t

⊖ 应该指出的是，在文献中，复共轭也经常与自相关函数 $r_{\mu\mu}(t_1, t_2)$ 的第二个变量关联，即

$$r_{\mu\mu}(t_1, t_2) = E\{\mu(t_1)\mu^*(t_2)\}$$

$$E\{\mu(t)\} = m_\mu = \text{常数} \tag{2.105}$$

4）第2个性质隐含着$\mu(t)$的自相关函数仅取决于时间差$\tau = t_1 - t_2$，即对于所有t_1和t_2

$$r_{\mu\mu}(t_1,\ t_2) = r_{\mu\mu}(|t_1 - t_2|) \tag{2.106}$$

如果式（2.102）不是对于每个n都成立的，而是仅对$k \leqslant n$成立，那么称随机过程$\mu(t)$为k阶稳定的。在许多技术问题中，不能确定一个随机过程是否为严格意义稳定的，原因是式（2.102）是难以检验的。但经常仅可确定期望值是否为常数以及自相关函数是否为$\tau = t_1 - t_2$的一个函数。这促使我们引入随机过程的一个更加重要的类型。

2. 广义上的稳态过程

称一个随机过程$\mu(t)$是广义稳态的，如果仅满足最后两个条件，即式（2.105）和式（2.106）。在这个意义上，期望值函数$E\{\mu(t)\}$独立于t，由此简化为针对随机变量引入的期望值m_μ。另外，自相关函数$r_{\mu\mu}(t_1,\ t_2)$仅取决于时间差$t_1 - t_2$。一个严格意义的稳态过程总是广义稳态的，但一个广义稳态过程未必是严格意义稳态的。令$\mu(t)$是一个广义稳态过程，那么由式（2.98）和式（2.106）得到，对于$\tau > 0$，在$t_1 = t$和$t_2 = t + \tau$时

$$r_{\mu\mu}(\tau) = r_{\mu\mu}(t,\ t+\tau) = E\{\mu^*(t)\mu(t+\tau)\} \tag{2.107}$$

注意，特别地$r_{\mu\mu}(0) = E\{|\mu(t)|^2\}$代表$\mu(t)$的均值功率。类似地，对于两个广义稳态过程$\mu_1(t)$和$\mu_2(t)$的交叉相关函数式（2.100），得到

$$r_{\mu_1\mu_2}(\tau) = E\{\mu_1^*(t)\mu_2(t+\tau)\} = r_{\mu_2\mu_1}^*(-\tau) \tag{2.108}$$

类似地，两个广义稳态过程$\mu_1(t)$和$\mu_2(t)$的交叉协方差函数等于

$$r_{\mu_1\mu_2}^c(\tau) = r_{\mu_1\mu_2}(\tau) - m_{\mu_1}^* m_{\mu_2} \tag{2.109}$$

如果对τ的每个值，$r_{\mu_1\mu_2}^c = 0$，那么称随机过程$\mu_1(t)$和$\mu_2(t)$是不相关的。那么，复数过程$\mu(t) = \mu_1(t) + \mathrm{j}\mu_2(t)$的自相关函数为

$$\begin{aligned} r_{\mu\mu}(\tau) &= E\{\mu^*(t)\mu(t+\tau)\} \\ &= E\{(\mu_1(t) - \mathrm{j}\mu_2(t))(\mu_1(t+\tau) + \mathrm{j}\mu_2(t+\tau))\} \\ &= E\{\mu_1(t)\mu_1(t+\tau)\} + E\{\mu_2(t)\mu_2(t+\tau)\} + \\ &\quad \mathrm{j}E\{\mu_1(t)\mu_2(t+\tau)\} - \mathrm{j}E\{\mu_2(t)\mu_1(t+\tau)\} \\ &= r_{\mu_1\mu_1}(\tau) + r_{\mu_2\mu_2}(\tau) + \mathrm{j}(r_{\mu_1\mu_2}(\tau) - r_{\mu_2\mu_1}(\tau)) \end{aligned} \tag{2.110}$$

因此，一般而言，一个复数过程的自相关函数取决于同相和正交分量的自相关函数以及交叉相关函数。

令$\mu(t)$是一个广义稳态过程。$\mu(t)$自相关函数$r_{\mu\mu}(\tau)$的傅里叶变换定义为

$$S_{\mu\mu}(f) := \int_{-\infty}^{\infty} r_{\mu\mu}(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau,\quad f \in \mathbf{R} \tag{2.111}$$

称之为功率谱密度（或功率密度谱）。功率谱密度和自相关函数之间的这个通用关系被称为 Wiener-Khinchin 定理（也称作 Wiener-Khinchin 定理或 Wiener-Khinchin-Einstein 定理）。

由功率谱密度的傅里叶反变换$S_{\mu\mu}(f)$得到$\mu(t)$的自相关函数，即

$$r_{\mu\mu}(\tau):=\int_{-\infty}^{\infty}S_{\mu\mu}(f)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}f,\quad \tau\in\mathbf{R} \tag{2.112}$$

如果$\mu_1(t)$和$\mu_2(t)$是具有交叉相关函数$r_{\mu_1\mu_2}(\tau)$的两个广义稳态过程，那么$r_{\mu_1\mu_2}(\tau)$的傅里叶变换定义为

$$S_{\mu_1\mu_2}(f):=\int_{-\infty}^{\infty}r_{\mu_1\mu_2}(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau,\quad f\in\mathbf{R} \tag{2.113}$$

被称为交叉功率谱密度（或交叉功率谱）。将式（2.108）考虑在内，则立刻认识到，$S_{\mu_1\mu_2}(f)=S^*_{\mu_2\mu_1}(f)$成立。类似地，交叉协方差函数$r^c_{\mu_1\mu_2}(\tau)$的傅里叶变换称作交叉协方差功率谱密度（或交叉协方差谱）$S^c_{\mu_1\mu_2}(f)$。

应该指出的是，严格地说，稳态过程在真实世界中是不可能存在的。稳态过程仅用作过程的数学模型，这些过程在一个相对长时间保持它们的统计性质。从此开始，只要不提到其他方面，将假定一个随机过程是一个严格意义的稳态随机过程。

2.2.2 遍历过程

随机过程统计性质（像期望值或自相关函数）的描述，是基于全体平均（统计平均）的，方法是将随机过程的所有可能样本函数都考虑在内。但是，在实践中人们几乎总是只能观察并记录有限数量的样本函数（多数情况下甚至仅有单一的样本函数）。尽管如此，为了就随机过程的统计性质做出描述，人们会引用遍历假设。

遍历性假设处理这样的问题，即仅评估一个稳定随机过程的单一样本函数而不在一个或多个具体时刻的样本函数总体上做平均，是否是可能的。特别重要的问题是一个随机过程$\mu(t)$的期望值和自相关函数是否等于在任意样本函数$\mu(t,\ s_i)$上取的时间均值。依据遍历定理，称一个随机过程$\mu(t)$是均值遍历的，如果它的期望值$E\{\mu(t)\}=m_\mu$等于$\mu(t,\ s_i)$的时间平均，即

$$m_\mu=\tilde{m}_\mu:=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T}\mu(t,\ s_i)\mathrm{d}t,\quad \forall i=1,2,\cdots \tag{2.114}$$

类似地，称一个随机过程$\mu(t)$是自相关遍历的，如果它的自相关函数$r_{\mu\mu}(\tau)=E\{\mu^*(t)\mu(t+\tau)\}$等于$\mu(t,\ s_i)$的时间自相关函数，即

$$r_{\mu\mu}(\tau)=\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau):=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T}\mu^*(t,\ s_i)\mu(t+\tau,\ s_i)\mathrm{d}t,\quad \forall i=1,2,\cdots \tag{2.115}$$

称一个稳态随机过程$\mu(t)$是严格意义上遍历的，如果所有期望值（考虑到了所有可能的样本函数）等于在一个任意样本函数上所取的相应时间平均。如果仅对期望值和自相关函数满足这个条件，即仅满足式（2.114）和式（2.115），那么称随机过程$\mu(t)$是广义遍历的。一个严格意义上遍历的过程总是稳态的。反之并不总是成立，虽然通常总是这样假定的。

2.2.3 水平通过率和衰落的平均时长

除了概率密度函数和自相关函数外，描述移动衰落信道统计信息的其他特征量也是

重要的，如水平通过率和衰落的平均时长。

就我们所知，在移动无线通信中接收到的信号经常经历严重的统计波动，可跨越30dB甚至更高的一个范围。在数字通信中，所接收信号的严重下降直接导致比特错误率的急剧增加。对于错误纠正所需的编码方案优化，不仅知道所接收信号每个时间单位有多频繁地穿过一个给定阈值水平是重要的，而且知道平均而言信号保持低于一定水平有多长时间也是重要的。发生这些时间的合适度量是水平通过率和衰落的平均时长。

1. 水平通过率

水平通过率由 $N_\zeta(r)$ 表示，描述一个随机过程 $\zeta(t)$ 在1s的时间间隔内有多频繁地从低到高（或由高到低）平均穿过一个给定信号水平 r。依据参考文献[16，17]，水平通过率 $N_\zeta(r)$ 可由下式计算

$$N_\zeta(r)=\int_0^\infty \dot{x}\,p_{\zeta\dot{\zeta}}(r,\ \dot{x})\,\mathrm{d}\dot{x},\quad r\geqslant 0 \tag{2.116}$$

式中，$p_{\zeta\dot{\zeta}}(r,\ \dot{x})$ 表示过程 $\zeta(t)$ 的联合概率密度函数，且在同一时刻 t，其时间导数 $\dot{\zeta}(t)=\mathrm{d}\zeta(t)/\mathrm{d}t$。在附录2.A可找到式（2.116）的证明。

可容易地计算瑞利过程和莱斯过程的水平通过率的解析表达式。考虑具有相同自相关函数的两个不相关的实数值零均值高斯随机过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$，其中 $r_{\mu_1\mu_1}(\tau)=r_{\mu_2\mu_2}(\tau)$。那么，对于得到的瑞利过程 $\zeta(t)=\sqrt{\mu_1^2(t)+\mu_2^2(t)}$ 的水平通过率，得到下式[13,42]

$$\begin{aligned}N_\zeta(r)&=\sqrt{\frac{\beta}{2\pi}}\cdot\frac{r}{\sigma_0^2}\mathrm{e}^{-\frac{r^2}{2\sigma_0^2}}\\&=\sqrt{\frac{\beta}{2\pi}}\cdot p_\zeta(r),\quad r\geqslant 0\end{aligned} \tag{2.117}$$

式中，$\sigma_0^2=r_{\mu_i\mu_i}(0)$ 表示基本高斯随机过程 $\mu_i(t)$（$i=1，2$）的均值功率。下面，β 是在原点 $\tau=0$ 处自相关函数 $r_{\mu_1\mu_1}(\tau)$ 和 $r_{\mu_2\mu_2}(\tau)$ 负曲率的一个简短表示法，即

$$\beta=-\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\tau^2}r_{\mu_i\mu_i}(\tau)\big|_{\tau=0}=-\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0),\quad i=1,2 \tag{2.118}$$

对于莱斯过程 $\xi(t)=\sqrt{(\mu_1(t)+\rho)^2+\mu_2^2(t)}$，通过率可表示为[42]

$$\begin{aligned}N_\xi(r)&=\sqrt{\frac{\beta}{2\pi}}\cdot\frac{r}{\sigma_0^2}\mathrm{e}^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}}I_0\left(\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\right)\\&=\sqrt{\frac{\beta}{2\pi}}\cdot p_\xi(r),\quad r\geqslant 0\end{aligned} \tag{2.119}$$

2. 衰落的平均时长

衰落的平均时长以 $T_{\zeta_-}(r)$，是随机过程 $\zeta(t)$ 低于一个给定信号水平 r 的时间间隔长度的期望值。衰落 $T_{\zeta_-}(r)$ 的平均时长采用参考文献[13，42]的方法计算得到

$$T_{\zeta_-}(r)=\frac{F_{\zeta_-}(r)}{N_\zeta(r)} \tag{2.120}$$

式中，$F_{\zeta_-}(r)$ 表示随机过程 $\zeta(t)$ 的累积分布函数，是 $\zeta(t)$ 小于或等于信号水平 r 的概率，即

$$F_{\zeta_-}(r) = P\{\zeta(t) \leqslant r\} = \int_0^r p_\zeta(x)\,\mathrm{d}x \tag{2.121}$$

对于瑞利过程 $\zeta(t)$，衰落的平均时长为

$$T_{\zeta_-}(r) = \sqrt{\frac{2\pi}{\beta}} \cdot \frac{\sigma_0^2}{r}\left(\mathrm{e}^{\frac{r^2}{2\sigma_0^2}} - 1\right), \quad r \geqslant 0 \tag{2.122}$$

式中，量 β 由式（2.118）给定。

但是，对于莱斯过程 $\xi(t)$，我们发现，通过使用式（2.44），在式（2.120）中替换式（2.121）和式（2.119），得到如下积分表达式

$$T_{\xi_-}(r) = \sqrt{\frac{2\pi}{\beta}} \cdot \frac{\mathrm{e}^{\frac{r^2}{2\sigma_0^2}}}{rI_0\left(\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\right)} \int_0^r x\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}} I_0\left(\frac{x\rho}{\sigma_0^2}\right)\mathrm{d}x, \quad r \geqslant 0 \tag{2.123}$$

不得不以数值方式计算。

类似地，可引入平均连接时间间隔 $T_{\zeta_+}(r)$。这个量描述随机过程 $\zeta(t)$ 高于一个给定信号水平 r 的时间间隔长度的期望值。因此

$$T_{\zeta_+}(r) = \frac{F_{\zeta_+}(r)}{N_\zeta(r)} \tag{2.124}$$

式中，称 $F_{\zeta_+}(r)$ 为 $\zeta(t)$ 的累积分布补函数。这个函数描述 $\zeta(t)$ 大于 r 的概率，即 $F_{\zeta_+}(r) = P\{\zeta(t) > r\}$。累积分布补函数 $F_{\zeta_+}(r)$ 和累积分布函数 $F_{\zeta_-}(r)$ 的关系是 $F_{\zeta_+}(r) = 1 - F_{\zeta_-}(r)$。

2.2.4　具有随机输入的线性系统

线性系统可分为两个主要类别：线性时不变系统和线性时变系统。在许多情形中，物理系统被建模为线性时不变系统。但是，在移动无线信道建模中，将信道建模为一个线性时变系统经常是比较合理的。在本小节，介绍线性时不变系统和线性时变系统，为计算由随机输入信号驱动的这些系统的响应形成相应的技巧。

1. 线性时不变系统

考虑这样一个系统，其中一个随机输入过程 $x(t)$ 由下述变换映射到一个随机输出过程 $y(t)$

$$y(t) = L\{x(t)\} \tag{2.125}$$

称这个系统为线性时不变的，如果它满足如下性质：

1）对于任意常数 a_1，a_2 和随机输入过程 $x_1(t)$，$x_2(t)$，系统是线性的，即

$$L\{a_1x_1(t) + a_2x_2(t)\} = a_1L\{x_1(t)\} + a_2L\{x_2(t)\} \tag{2.126}$$

2）对于任意 $t_0 \in \mathbf{R}$，系统是时变的，即如果 $y(t) = L\{x(t)\}$，那么

$$y(t - t_0) = L\{x(t - t_0)\} \tag{2.127}$$

一个时不变系统完全取决于其脉冲响应。脉冲响应以 $h(t)$ 表示，定义为

$$h(t):=L\{\delta(t)\} \tag{2.128}$$

式中，$\delta(t)$ 是狄拉克 delta 函数。脉冲响应 $h(t)$ 的傅里叶变换称为传递函数

$$H(f)=\int_{-\infty}^{\infty} h(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi ft}\mathrm{d}t \tag{2.129}$$

一个线性时不变系统的输出过程 $y(t)$ 取决于输入过程 $x(t)$ 和系统的脉冲响应 $h(t)$ 的卷积，即

$$y(t)=x(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{2.130}$$

另外，下述关系成立：

$$r_{xy}(\tau)=r_{xx}(\tau)*h(\tau) \quad ○\!\!-\!\!\!\bullet \quad S_{xy}(f)=S_{xx}(f)\cdot H(f) \tag{2.131a, b}$$

$$r_{yx}(\tau)=r_{xx}(\tau)*h^*(-\tau) \quad ○\!\!-\!\!\!\bullet \quad S_{yx}(f)=S_{xx}(f)\cdot H^*(f) \tag{2.131c, d}$$

$$r_{yy}(\tau)=r_{xx}(\tau)*h(\tau)*h^*(-\tau) \quad ○\!\!-\!\!\!\bullet \quad S_{yy}(f)=S_{xx}(f)\cdot |H(f)|^2 \tag{2.131e, f}$$

式中，符号○—●表示傅里叶变换。

希尔伯特变换算子：具有变换函数

$$\check{H}(f)=-\mathrm{j}\operatorname{sgn}(f)=\begin{cases}-\mathrm{j}, & f>0\\ 0, & f=0\\ \mathrm{j}, & f<0\end{cases} \tag{2.132}$$

称为希尔伯特变换算子。我们观察到，这个系统对于 $f>0$ 导致 $-\pi/2$ 的一个相位偏移，对于 $f<0$ 导致 $+\pi/2$ 的一个相位偏移。因此，希尔伯特变换算子将 sine 函数转换为 cosine 函数，反之亦然。传递函数 $\check{H}(f)$ 的傅里叶反变换导致脉冲响应

$$\check{h}(f)=\frac{1}{\pi t} \tag{2.133}$$

因为对于 $t<0$，$\check{h}(f)\neq 0$ 成立，则得到希尔伯特变换算子是一个非因果系统。令满足 $E\{x(t)\}=0$ 的 $x(t)$ 是一个希尔伯特变换算子的实数值输入过程，那么输出过程

$$\check{x}(t)=x(t)*\check{h}(f)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x(t')}{t-t'}\mathrm{d}t' \tag{2.134}$$

称为 $x(t)$ 的希尔伯特变换。应该注意到，式（2.134）中的积分计算必须依据柯西的主值法[43]实施。为了表示 $\check{x}(t)$ 是 $x(t)$ 的希尔伯特变换，也使用表示法 $\check{x}(t)=\mathcal{H}\{x(t)\}$，其中 $\mathcal{H}\{\cdot\}$ 称为希尔伯特变换算子。对一个实函数 $x(t)$ 实施两次希尔伯特变换算子得到相同函数，但符号相反，即 $\mathcal{H}\{\mathcal{H}\{x(t)\}\}=-x(t)$。

采用式（2.131）和式（2.133），如下关系成立：

$$r_{x\check{x}}(\tau)=\check{r}_{xx}(\tau) \quad ○\!\!-\!\!\!\bullet \quad S_{x\check{x}}(f)=-\mathrm{j}\operatorname{sgn}(f)\cdot S_{xx}(f) \tag{2.135a, b}$$

$$r_{x\check{x}}(\tau)=-r_{\check{x}x}(\tau) \quad ○\!\!-\!\!\!\bullet \quad S_{x\check{x}}(f)=-S_{\check{x}x}(f) \tag{2.135c, d}$$

$$r_{\check{x}\check{x}}(\tau)=r_{xx}(\tau) \quad ○\!\!-\!\!\!\bullet \quad S_{\check{x}\check{x}}(f)=S_{xx}(f) \tag{2.135e, f}$$

2. 线性时变系统

如果仅满足第一个条件式（2.126），那么称系统为线性时变的。一个线性时变系统是完全由其时变脉冲响应确定的。时变脉冲响应由 $h(t_0, t)$ 表示，是在时间 t

时观察到的系统对一个 delta 脉冲的响应，该脉冲在时间 t_0 激励（stimulated）系统，即

$$h_0(t_0,\ t):=L\{\delta(t-t_0)\} \tag{2.136}$$

在 7.2 节将证明，一个线性时变系统的输出过程 $y(t)$ 可以用输入过程 $x(t)$ 和脉冲响应 $h_0(t_0,\ t)$ 表示为

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t_0)h_0(t_0,\ t)\mathrm{d}t_0 \tag{2.137}$$

出于方便性，以 $t_0=t-\tau'$ 替换 t_0，由此得到等价关系

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau')h(\tau',\ t)\mathrm{d}\tau' \tag{2.138}$$

式中，$h(\tau',\ t):=h_0(t-\tau',\ t)$。时变脉冲响应 $h(\tau',\ t)$ 是在时间 t 观察到的系统对一个 delta 脉冲的响应，该脉冲在时间 $t-\tau'$ 激励系统。就 τ' 而言，时变脉冲响应 $h(\tau',\ t)$ 的傅里叶变换，即

$$H(f',\ t):=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau',\ t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f'\tau'}\mathrm{d}\tau' \tag{2.139}$$

被称作系统的时变传递函数。$h(\tau',\ t)$ 和 $H(f,\ t)$ 形成一个傅里叶对的事实也被符号化地表示为 $h(\tau',\ t) \overset{\tau' f'}{\circ\!\!-\!\!\bullet} H(f',\ t)$。所有真实的物理系统都必须遵循因果律：如果 $\tau'<0$，则 $h(\tau',\ t)=0$，这意味着在系统被激励之前，它不能做出响应。对于因果关系线性时变系统，式（2.138）和式（2.139）中的积分下界可设置为零。

2.3　确定性信号

原理上来说，人们需要在连续时间信号和离散时间信号之间做出区分。对于确定性信号，在合适的地方，将在下面使用连续时间表示。仅在信道模型的数值仿真扮演一个重要角色的那些小节中，才倾向使用信号的离散时间表示。

2.3.1　确定性连续时间信号

一个确定性（连续时间）信号通常是在 **R** 上定义的。集合 **R** 被看作时间空间，其中变量 t 从中取值，即 $t\in\mathbf{R}$。一个确定性的信号是由这样一个函数（映射）描述的，使 t 一定被指派到一个实值（或复值）数。另外，为了明确地区分确定性信号和随机过程，将在为确定性信号选择的符号上放置一个曲线符号。由此，在一个确定性信号 $\tilde{\mu}(t)$ 条件下，将理解如下类型的一个映射

$$\tilde{\mu}:\ \mathbf{R}\rightarrow\mathbf{R}\ \ (\text{或 }\mathbf{C}),\ t\longmapsto\tilde{\mu}(t) \tag{2.140}$$

就确定性信号而言，如下各项是有重要作用的。

1. 均值

一个确定性信号 $\tilde{\mu}(t)$ 的均值定义为[㊀]

$$\tilde{m}_{\mu}:=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{\mu}(t)\mathrm{d}t \tag{2.141}$$

2. 均值功率

一个确定性信号 $\tilde{\mu}(t)$ 的均值功率定义为

$$\tilde{\sigma}_{\mu}^{2}:=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|\tilde{\mu}(t)|^{2}\mathrm{d}t \tag{2.142}$$

从此之后，假定一个确定性信号的功率是有限的。

3. 自相关函数

令 $\tilde{\mu}(t)$ 是一个确定性信号。那么，$\tilde{\mu}(t)$ 的自相关函数定义为

$$\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau):=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{\mu}^{*}(t)\tilde{\mu}(t+\tau)\mathrm{d}t,\quad \tau\in\mathbf{R} \tag{2.143}$$

比较式（2.142）和式（2.143），我们认识到在 $\tau=0$ 处 $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 的值等于 $\tilde{\mu}(t)$ 的均值功率，即关系 $\tilde{r}_{\mu\mu}(0)=\tilde{\sigma}_{\mu}^{2}$成立。

4. 交叉相关函数

令 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 为两个确定性信号。那么，$\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的交叉相关函数定义为

$$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau):=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{\mu}_1^{*}(t)\tilde{\mu}_2(t+\tau)\mathrm{d}t,\quad \tau\in\mathbf{R} \tag{2.144}$$

这里，$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)=\tilde{r}_{\mu_2\mu_1}^{*}(\tau)$ 成立。

5. 功率谱密度

令 $\tilde{\mu}(t)$ 是一个确定性信号。那么，自相关函数 $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 的傅里叶变换定义为

$$\tilde{S}_{\mu\mu}(f):=\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau,\quad f\in\mathbf{R} \tag{2.145}$$

称作 $\tilde{\mu}(t)$ 的功率谱密度（或功率密度谱）。由功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$，通过傅里叶反变换得到自相关函数 $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$

$$\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau):=\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{S}_{\mu\mu}(f)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}f,\quad \tau\in\mathbf{R} \tag{2.146}$$

6. 交叉功率谱密度

令 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 是两个确定性信号。那么，交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 的傅里叶

㊀ 为了表示 $\tilde{\mu}(t)$ 的时间平均，还可使用表示法 $<\tilde{\mu}(t)>:=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{\mu}(t)\mathrm{d}t$，其中称 $<\cdot>$ 为时间平均算子。

变换

$$\tilde{S}_{\mu_1\mu_2}(f):=\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau,\quad f\in\mathbf{R} \tag{2.147}$$

称作交叉功率密度（或交叉功率密度谱）。由式（2.147）和关系 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)=\tilde{r}^*_{\mu_2\mu_2}(-\tau)$，得出 $\tilde{S}_{\mu_1\mu_2}(f)=\tilde{S}^*_{\mu_2\mu_1}(f)$ 成立。

令 $\tilde{v}(t)$ 和 $\tilde{\mu}(t)$ 分别是具有传递函数 $H(f)$ 的一个线性时变稳态系统的确定性输入信号和确定性输出信号。输出信号 $\tilde{\mu}(t)$ 的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$ 可以输入信号 $\tilde{v}(t)$ 的功率谱密度 $\tilde{S}_{vv}(f)$ 通过如下关系加以表示

$$\tilde{S}_{\mu\mu}(f)=|H(f)|^2\tilde{S}_{vv}(f) \tag{2.148}$$

2.3.2　确定性离散时间信号

通过在离散时刻 $t=t_k=kT_s$（其中 $k\in\mathbf{Z}$，T_s表示采样间隔）对一个连续时间信号 $\tilde{\mu}(t)$ 的等距采样，得到一个数值序列 $\{\tilde{\mu}(kT_s)\}=\{\cdots,\tilde{\mu}(-T_s),\tilde{\mu}(0),\tilde{\mu}(T_s),\cdots\}$。在许多工程学科的具体问题中，人们偶尔会严格地在序列 $\{\tilde{\mu}(kT_s)\}$ 本身（那么它被称作一个离散时间信号）和它的第 k 个元素 $\tilde{\mu}(kT_s)$ 之间做出区分。但是，出于我们的目的，这种区分不提供任何值得提到的优势。在接下来的内容中，将简单地将离散事件信号或序列写为 $\tilde{\mu}(kT_s)$，且将利用表示法 $\bar{\mu}[k]:=\tilde{\mu}(kT_s)=\tilde{\mu}(t)|_{t=kT_s}$。

明显的是，通过对一个确定性的连续时间信号 $\tilde{\mu}(t)$ 的采样，得到一个离散时间信号 $\bar{\mu}[k]$，它也是确定性的。在一个确定性的离散时间信号 $\bar{\mu}[k]$ 下，将理解这种类型的一个映射

$$\bar{\mu}:\ \mathbf{Z}\rightarrow\mathbf{R}\quad(\text{或 }\mathbf{C}),\ k\longmapsto\bar{\mu}[k] \tag{2.149}$$

诸如均值、自相关函数和功率谱密度等以前针对确定性连续时间信号引入的各项术语，可针对确定性离散时间信号类似地加以定义。这里，将仅简短地回顾最重要的定义和关系，只要它们实际上被使用，特别在第 9 章中使用。读者可寻找这些关系的深入表示（例如在参考文献［12，44］中）。

1. 均值

一个确定性序列 $\bar{\mu}[k]$ 的均值定义为

$$\bar{m}_\mu:=\lim_{K\to\infty}\frac{1}{2K+1}\sum_{k=-K}^{K}\bar{\mu}[k] \tag{2.150}$$

2. 均值功率

一个确定性序列 $\bar{\mu}[k]$ 的均值功率定义为

$$\bar{\sigma}_\mu^2:=\lim_{K\to\infty}\frac{1}{2K+1}\sum_{k=-K}^{K}|\bar{\mu}[k]|^2 \tag{2.151}$$

3. 自相关序列

令 $\bar{\mu}[k]$ 是一个确定性序列，那么相应的自相关序列定义为

$$\bar{r}_{\mu\mu}[\kappa]:=\lim_{K\to\infty}\frac{1}{2K+1}\sum_{k=-K}^{K}\bar{\mu}^{*}[k]\bar{\mu}[k+\kappa],\quad \kappa\in\mathbf{Z}\tag{2.152}$$

由此，与式（2.151）关联，得到 $\bar{\sigma}_{\mu}^{2}=\bar{r}_{\mu\mu}[0]$。

4. 交叉相关序列

令 $\bar{\mu}_1[k]$ 和 $\bar{\mu}_2[k]$ 是两个确定性序列，那么交叉相关序列定义为

$$\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa]:=\lim_{K\to\infty}\frac{1}{2K+1}\sum_{k=-K}^{K}\bar{\mu}_1^{*}[k]\bar{\mu}_2[k+\kappa],\quad \kappa\in\mathbf{Z}\tag{2.153}$$

这里，关系 $\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa]=\bar{r}_{\mu_2\mu_1}^{*}[-\kappa]$ 成立。

5. 功率谱密度

令 $\bar{\mu}[k]$ 是一个确定性序列，那么自相关序列 $\bar{r}_{\mu\mu}[\kappa]$ 的离散傅里叶变换定义为

$$\bar{S}_{\mu\mu}(f):=\sum_{\kappa=-\infty}^{\infty}\bar{r}_{\mu\mu}[\kappa]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi fT_s\kappa},\quad f\in\mathbf{R}\tag{2.154}$$

称作 $\bar{\mu}[k]$ 的功率谱密度或功率密度谱。

在式（2.154）和式（2.145）之间，关系

$$\bar{S}_{\mu\mu}(f):=\frac{1}{T_s}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\tilde{S}_{\mu\mu}(f-mf_s)\tag{2.155}$$

成立，其中 $f_s=1/T_s$ 称作采样频率或采样率。明显地，功率谱密度 $\bar{S}_{\mu\mu}(f)$ 是周期性的，周期为 f_s，原因是 $\bar{S}_{\mu\mu}(f)=\bar{S}_{\mu\mu}(f-mf_s)$ 对所有 $m\in\mathbf{Z}$ 成立。关系式（2.155）表明，由 $\tilde{\mu}(t)$ 的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$ 得到 $\bar{\mu}[k]$ 的功率谱密度 $\bar{S}_{\mu\mu}(f)$，如果后者由 $1/T_s$ 加权，且在时刻 mf_s 处是周期性连续的，其中 $m\in\mathbf{Z}$。

功率谱密度 $\bar{S}_{\mu\mu}(f)$ 的离散傅里叶反变换得到 $\bar{\mu}[k]$ 的自相关序列 $\bar{r}_{\mu\mu}[\kappa]$，即

$$\bar{r}_{\mu\mu}[\kappa]:=\frac{1}{f_s}\int_{-f_s/2}^{f_s/2}\bar{S}_{\mu\mu}(f)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi fT_s\kappa}\mathrm{d}f,\quad \kappa\in\mathbf{Z}\tag{2.156}$$

6. 交叉功率谱密度

令 $\bar{\mu}_1[k]$ 和 $\bar{\mu}_2[k]$ 是两个确定性序列。那么，交叉相关序列 $\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa]$ 的离散傅里叶变换定义为

$$\bar{S}_{\mu_1\mu_2}(f):=\sum_{\kappa=-\infty}^{\infty}\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi fT_s\kappa},\quad f\in\mathbf{R}\tag{2.157}$$

称作交叉功率谱密度或交叉功率密度谱。由上式和 $\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa]=\bar{r}_{\mu_2\mu_1}^{*}[-\kappa]$，得到 $\bar{S}_{\mu_1\mu_2}(f)=\bar{S}_{\mu_2\mu_1}^{*}(f)$ 成立。

7. 采样定理

令 $\tilde{\mu}(t)$ 是具有截断频率 f_c 的一个带限连续时间信号。如果信号 $\tilde{\mu}(t)$ 采用超过截断频率 f_c 两倍的一个采样频率 f_s 进行采样，即

$$f_s>2f_c\tag{2.158}$$

那么 $\tilde{\mu}(t)$ 可由得到的采样值 $\bar{\mu}[k]=\tilde{\mu}(kT_s)$ 完全确定。特别地，连续时间信号 $\tilde{\mu}(t)$ 可由序列 $\bar{\mu}[k]$ 重建，其中利用 Whittaker-Shannon 插值公式

$$\tilde{\mu}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{\mu}[k] \operatorname{sinc}\left(\pi \frac{t - kT_s}{T_s}\right) \tag{2.159}$$

式中，sinc(·) 表示 sinc 函数，它由 $\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x$ 定义。

应该补充的是，式（2.158）的采样条件可由不太受约束的条件 $f_s \geq 2f_c$ 替换，如果功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$ 在极限 $f = \pm f_c$ 处没有 δ 分量。在这种情形中，即使条件 $f_s \geq 2f_c$ 成立，采样定理的有效性是绝对得到保障的。

2.4 扩展阅读

作为概率论、随机变量和随机过程主题的技术文献，建议阅读 Papoulis 和 Pillai[41]、Peebles[46]、Therrien[47]、Leon-Garcia[48]、Gubner[49]、Dupraz[50] 以及 Shanmugan 和 Breipohl[51] 的书籍，特别是电子和计算机工程师要阅读。同样，Middleton[52]、Davenport[53] 的经典工作，以及 Davenport 和 Root[54] 的书籍，甚至在今天看来仍然是值得阅读的。在参考文献［11］的第 2 章可找到概率和随机过程原理的简短介绍。Rohatgi 和 Saleh[55] 提供了概率和统计的一种更偏向数学的讨论。最后，Allen 和 Mills[44]、Oppenheim 和 Schafer[12]、Papoulis[56]、Rabiner 和 Gold[57]、Kailath[58]、Ingle 和 Proakis[59] 以及 Stearns[60] 的优秀教材提供了系统论以及数字信号处理原理的深入见解。

附录 2. A　对莱斯水平通过率一般公式的推导

令 A 是在时间间隔 $[t, t+\Delta t)$ 内随机过程从下到上穿过信号水平 r 的基本事件。图 2. A. 1 形象地给出这样一个向上穿过事件，其中针对的是过程 $\zeta(t)$ 的一个具体采样函数 $\zeta(t, s_0)$。

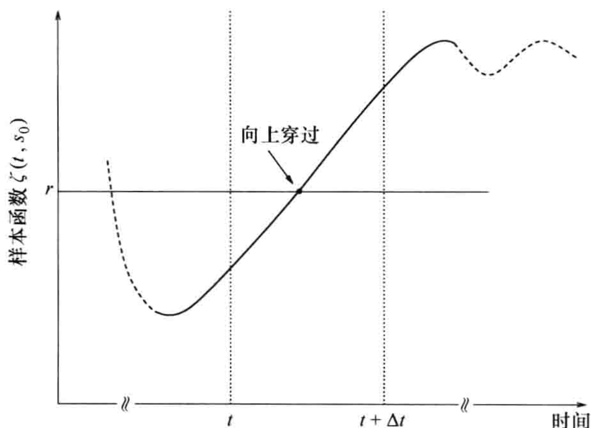


图 2. A. 1　在时间间隔 $[t, t+\Delta t)$ 内一个样本函数 $\zeta(t, s_0)$ 通过信号水平 r 的向上穿过的示意图

事件 A 意味着

$$\zeta(t) \leqslant r \tag{2. A. 1}$$

$$\zeta(t+\Delta t) > r \tag{2. A. 2}$$

由 $\zeta(t+\Delta t) \approx \zeta(t) + \dot{\zeta}(t)\Delta t > r$ 和式（2. A. 1），得出结论，$r - \dot{\zeta}(t)\Delta t < \zeta(t) \leqslant t$ 成立。那么事件 A 的概率可表示为

$$\begin{aligned} P\{A\} &= P\{r - \dot{x}\,\Delta t < \zeta(t) \leqslant r,\ \dot{\zeta}(t) \geqslant 0\} \\ &= \int_0^{\infty} \int_{r-\dot{x}\Delta t}^{r} p_{\zeta\dot{\zeta}}(x,\ \dot{x})\,\mathrm{d}x\mathrm{d}\dot{x} \end{aligned} \tag{2. A. 3}$$

式中，$p_{\zeta\dot{\zeta}}(x,\ \dot{x})$ 是过程 $\zeta(t)$ 的联合概率密度函数，在同一时间点其时间导数为 $\dot{\zeta}(t)$。使用 $\mathrm{d}x \approx \dot{x}\,\Delta t$，由上式得到

$$P\{A\} = \int_0^{\infty} \dot{x}\, p_{\zeta\dot{\zeta}}(r;\ \dot{x})\,\mathrm{d}\dot{x}\,\Delta t \quad 当\ \Delta t \to 0\ 时 \tag{2. A. 4}$$

这是在一个无穷小时间间隔长度 Δt 内具有一个正斜率的过程 $\zeta(t)$ 穿过信号水平 r 的期望次数。因此，在 1s 的时间间隔内 $\zeta(t)$ 向上穿过信号水平 r 的期望次数等于

$$N_{\zeta}(r) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P\{A\}}{\Delta t} = \int_0^{\infty} \dot{x}\, p_{\zeta\dot{\zeta}}(r,\ \dot{x})\,\mathrm{d}\dot{x} \tag{2. A. 5}$$

这被称为水平通过率。类似地，人们可推导得到在 1s 时间间隔内 $\zeta(t)$ 向下穿过 r 的期望次数。结果与式（2. A. 5）中的相同。

第3章 瑞利信道和莱斯信道

瑞利信道和莱斯信道是移动通信中的最重要信道，这有几个原因。这些信道可进行物理解释，描述相对容易，且由测量数据得以验证确认。另外，具有给定相关性质的瑞利信道和莱斯信道模型可以用软件和硬件非常高效地加以实现，且具有较高的精确度。因此，它们被广泛用于系统性能研究中。本章提供了瑞利信道和莱斯信道的透彻分析，以陆地移动无线信道的一个几何（geometrical）多径传播模型开始分析。

为了更好地评估确定性和随机仿真模型的性能，将采用随机参考模型。取决于目标，一个参考模型可以是一个瑞利过程、一个莱斯过程或仅是一个高斯过程。本章的目标不仅是描述这种参考模型，而且提供比较详尽的信道模型建模和仿真的基础，这些模型已被证明对捕获特定传播环境的特征是有用的。

在建筑密集的区域，如城市，被传播的电磁波大多不能在直接路径上到达接收器的天线。由于来自建筑物、地面和具有大表面的其他障碍物以及散射体（如树木、车辆和其他物体），大量部分波（a multitude of partial wave）从不同方向到达接收器天线。这种效应称作多径传播。多径信道的一个系统理论描述是3.1节的专题。

一个经常做出的简化假定是，相比于符号间隔，在接收器处被散射信号分量间的传播延迟差是可忽略的。我们将理解到，这个假定使我们可将信道建模为一个频率无选择性的信道，这也经常被称作窄带信道或平坦衰落信道。在这种情形中，被接收信号的波动可以这样建模，将被传输信号与一个合适的随机过程相乘。在城区和郊区（即视距分量经常为障碍物阻挡的区域）中被接收包络的广泛测量[61-63]之后，将瑞利过程建议为一个合适的随机过程。但是，在农村地区（视距分量经常是被接收信号的一部分），则证明莱斯过程是更合适的随机模型。在3.2节给出瑞利信道和莱斯信道的一种形式化描述。

由于多径传播，被接收部分波在接收器天线处相互叠加。叠加可以是加性的或减性的（constructive or destructive），取决于被接收波的相位关系。结果是，被接收电磁场强度，由此也有被接收信号，这两者都是接收器位置的强波动函数[64]，或在移动接收器的情形中，是时间的强波动函数。除此之外，作为多普勒效应的结果，接收器的运动导致作用在天线上部分波的频率偏移（多普勒频移）㊀。取决于部分波的到达角度，发生不同的多普勒频移，从而对于所有被反射波的和，最后得到多普勒频率的一个连续谱，它被称为多普勒功率谱密度。对典型多普勒功率谱密度和相关量的密切研究是3.3节的目的。

㊀ 在二维水平平面中，一个基波的多普勒频移（多普勒频率）等于$f=f_{max}\cos\alpha$，其中α是如图1.2所示的到达角度，$f_{max}=vf_0/c_0$表示最大多普勒频率（v为车辆的速率，f_0为载波频率，c_0为光速）[13]。

瑞利模型和莱斯模型的有效性被限制在相对较小的区域，尺度在大约数十个波长的量级上，其中局部的包络均值近似为常数[13]。但是，在较大的区域，由于阴影效应，局部均值是波动的，且近似为对数正态分布的[63,65]。对于数字通信系统的开发和移动无线网络的规划而言，被接收信号包络统计性质的知识是必要的。通常情况下，对于快速项衰落（fast-term fading）的建模，倾向于采用瑞利过程和莱斯过程，而慢速项衰落则由一个对数正态过程进行建模[65]。缓变衰落不仅对信道可用性、载波频率选择、切换等具有强烈影响，而且在移动无线网络的规划中也是重要的。但是，对于传输技术的选择和数字接收器的设计而言，快变统计信息的性质是极其重要的[66]。在3.4节，研究瑞利信道和莱斯信道的最重要统计性质，如包络的概率密度函数、方形包络和相位。另外，还要分析水平通过率、衰落的平均时长和衰落间隔的分布。

最后，第3章结尾处，提供一个扩展阅读节，指导读者查找附加信息的来源，这些超出了本章的范围。

3.1 多径信道的系统理论描述

本节从图3.1所示的几何模型开始，推导莱斯和瑞利过程。该图给出了陆地移动无线环境中的一个典型传播场景。不失一般性，假定基站（BS）作为发送器，移动站（MS）是接收器。两种终端都配备单一全向天线。基站是固定的，移动站以速度 $v = |\vec{v}|$ 运动，其方向由移动速度向量 $\vec{v}$ 指示。进一步假定，移动站被 N 个局部散射体包围，这些散射体由 $S_n(n=1, 2, \cdots, N)$ 表示。相比于波长而言，假定终端和散射物体之间的距离是足够大的，从而满足远场条件，由此波传播可使用平面波模型加以描述。当一个入射平面波作用于一个散射体上时，那么波的能量在所有方向重新分布，这意味

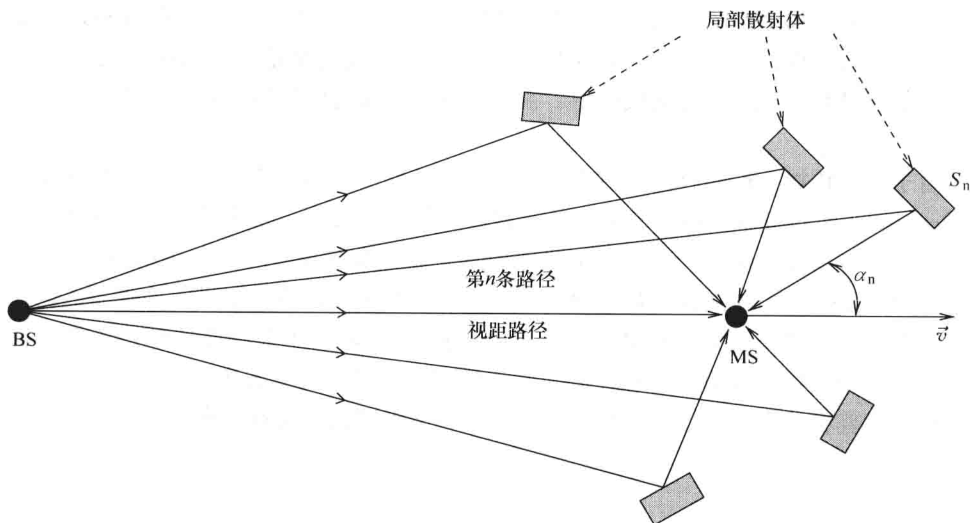


图3.1 形象说明陆地移动无线环境中多径传播效应的典型传播场景（BS：基站，MS：移动站）

着一些能量向接收器散射。取决于散射体的材料，入射波经历衰减和相位偏移。因为路径损失随着传播距离而快速增加，所以忽略远距离散射体对被接收信号总能量的贡献。假定所有局部散射体都是固定的，从而移动无线环境可被看作短时间内（准）静态的。

图 3.1 中的几何模型是描述城区和郊区典型传播环境的一个合适模型，其中基站通常是被升高的（elevated），以便移动站仅为大量散射体所包围，而不是基站为散射体所包围。从发送器天线到接收器天线的直线路径被称作视距路径。取决于传播环境，视距路径是存在的或为诸如建筑物和山脉的障碍物所阻挡。本节后面的分析限制在二维水平平面，并假定不存在视距路径。

为了研究多径传播对一个被传输信号的影响，从被传输带通信号开始讨论，该信号一般表示为

$$x_{\mathrm{BP}}(t)=\mathrm{Re}\{x_{\mathrm{LP}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_0 t}\} \tag{3.1}$$

式中，$x_{\mathrm{LP}}(t)$ 表示被传输的等价低通信号，f_0是载波频率。由图 3.1 观察到，被传输信号从各个方向作用在接收器天线之前，它沿多条路径在局部散射体上传播。每个散射体都导致衰减和相位偏移。进而，考虑到每条路径都与一个延迟相关联，那么被接收的带通信号可表示为

$$y_{\mathrm{BP}}(t)=\mathrm{Re}\left\{\sum_{n=1}^{N(t)} c_n(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_n(t)}x_{\mathrm{LP}}(t-\tau_n'(t))\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_0(t-\tau_n'(t))}\right\} \tag{3.2}$$

式中，$N(t)$ 是传播路径数，它等于时间 t 时的局部散射体数。实值量 $c_n(t)$ 和 $\phi_n(t)$ 分别代表衰落和相位偏移，是由被传输信号与第 n 个散射体的相互作用产生的。第 n 条路径的传播延迟由 $\tau_n'(t)$ 表示。注意，一般而言，作为传播环境的结构变化的结果，信道参数 $N(t)$，$c_n(t)$，$\phi_n(t)$ 和 $\tau_n'(t)$ 是时变的。由式（3.2），明显的是，被接收的等价低通信号为

$$y_{\mathrm{LP}}(t)=\sum_{n=1}^{N(t)} c_n(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\phi_n(t)-2\pi f_0\tau_n'(t))}x_{\mathrm{LP}}(t-\tau_n'(t)) \tag{3.3}$$

这个结果提供了由多径传播导致效应的深入理解。如果一个信号是在一个时变多径信道上传输的，那么被接收信号在等价的基带域中是作为被传输信号之加权的、延迟拷贝的和出现的，其中加权因子是复数值的和时变的。因此，一条多径信道的一个主要特征是该信道将被传输信号在时间上拉长，从而被接收信号的时长大于被传输信号的时长。这种效应被称作时间发散的（time dispersion）。

由式（3.3）中的输入—输出关系得出，多径信道的时变脉冲响应在等价基带中表示为

$$h(\tau',t)=\sum_{n=1}^{N(t)} c_n(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\phi_n(t)-2\pi f_0\tau_n'(t))}\delta(\tau'-\tau_n'(t)) \tag{3.4}$$

时变脉冲响应 $h(\tau',t)$ 描述在时间 t 处信道的响应，源于在时间 $t-\tau'$处一个脉冲激励该信道。因为多径信道是因果性的，得到对于负传播时延，时变脉冲响应为零，即如果 $\tau'<0$，则 $h(\tau',t)$。由于存在不可计数的传播环境以及缺乏有关信道参数的详细知识，所以以统计方式描述时变脉冲响应 $h(\tau',t)$ 就是合理的。到此为止，简化了式（3.4）中的信道模型，方法是将其有效性约束到一个小的观察时间间隔时长 T_0，即 $t\in[t_0,t_0+$

T_0]，其中 t_0 描述一个时间参考点，不失一般性，可设置为零。如果 T_0 足够小，那么可考虑传播路径数 $N(t)$、衰落因子 $c_n(t)$、相位 $\phi_n(t)$、到达角度 $\alpha_n(t)$ 和移动速度 $v(t)$ 为时变的，这使我们可将之写为 $N=N(t)$，$c_n=c_n(t)$，$\phi_n=\phi_n(t)$，$\alpha_n=\alpha_n(t)$ 和 $v=v(t)$。在所考虑的情形中，可依据下式将传播延迟 $\tau'_n(t)$ 表示为时间的一个线性函数

$$\begin{aligned}\tau'_n(t) &= \tau'_n(t_0) - t\frac{v}{c_0}\cos(\alpha_n) \\ &= \tau'_n(t_0) - t\cdot\frac{f_{\max}}{f_0}\cos(\alpha_n) \\ &= \tau'_n(t_0) - t\cdot\frac{f_n}{f_0}\end{aligned} \tag{3.5}$$

式中，c_0 是光速，$f_{\max}$ 表示最大多普勒频率［见式（1.2）］，f_n 表示式（1.1）引入的第 n 条路径的多普勒频率。现在，将式（3.5）代入式（3.4），使用近似 $\delta(\tau'-\tau'_n(t_0)+tf_n/f_0)\approx\delta(\tau'-\tau'_n(t_0))$，并通过将 $\tau'_n(t_0)$ 写作 τ'_n 来简化表示法，得到

$$h(\tau', t) = \sum_{n=1}^{N} c_n e^{j(2\pi f_n t+\phi_n-2\pi f_0\tau'_n)}\delta(\tau'-\tau'_n) \tag{3.6}$$

上式第三相位项可重写为

$$2\pi f_0\tau'_n = \frac{2\pi}{\lambda_0}c_0\tau'_n = k_0 D_n \tag{3.7}$$

式中，λ_0 是波长，$k_0=2\pi/\lambda_0$ 表示自由空间波数，$D_n=c_0\tau'_n$ 是被发射信号从发送器通过局部散射体 S_n 到达接收天线的总距离长度。由此得到

$$h(\tau', t) = \sum_{n=1}^{N} c_n e^{j(2\pi f_n t+\phi_n-k_0 D_n)}\delta(\tau'-\tau'_n) \tag{3.8}$$

$h(\tau', t)$ 中的相位变化是由三项决定的。第一项 $2\pi f_n t$ 描述由于接收器运动导致的多普勒效应而产生的相位变化。第二项 ϕ_n 捕获这样的相位变化，该相位变化与衰减 c_n 一起是由被传输信号与散射体 S_n 的相互作用导致的。最后，式（3.8）中第三项 k_0D_n 的相位变化源于传播的总距离。注意当 D_n 按照 λ_0 的倍数变化时，相位项 $k_0D_n=2\pi D_n/\lambda_0$ 是以 2π 的倍数变化的。例如，在 GSM 中，波长 λ_0 约为 30cm，因此相位 k_0D_n 对于相对较小的移动站运动而变化较大。

为了进一步讨论式（3.8）中信道模型的随机描述，为模型参数引入各种随机变量，这可以许多方式做到。一个合理假定是，相位 ϕ_n 和 $\phi'_n=k_0D_n$ 是独立随机变量，每个变量在从 0 到 2π 的区间上都有一个均匀分布，即 ϕ_n，$\phi'_n\sim U[0, 2\pi]$。那么第 n 条路径的相位差 $\beta_n=\phi_n-\phi'_n$ 是一个新的随机变量，它也是区间 $[0, 2\pi)$ 上均匀分布的[⊖]。因此，信道脉冲响应采用如下形式

$$h(\tau', t) = \sum_{n=1}^{N} c_n e^{j(2\pi f_n t+\theta_n)}\delta(\tau'-\tau'_n) \tag{3.9}$$

⊖ 我们提到，如果 ϕ_n，$\phi'_n\sim U[0, 2\pi)$，那么 $\beta_n=\phi_n-\phi'_n$ 的分布在区间（$-\pi$，3π）上有一个受限的三角形。但是，如果考虑 $\theta_n \bmod 2\pi$，那么得到的随机变量是均匀分布于［0，2π）上的。

依据式（2.139），通过取以τ'表示的$h(\tau', t)$的傅里叶变换，得到时变信道传递函数$H(f', t)$，由下式给出

$$H(f', t) = \sum_{n=1}^{N} c_n e^{j[\theta_n + 2\pi(f_n t - f'\tau'_n)]} \tag{3.10}$$

注意时变信道传递函数的绝对值$|H(f', t)|$一般而言取决于频率变量f'。这样的信道被称作是频率选择信道，这将在第7章研究。

一个重要的特例是，相比于符号时长T_{sym}，传播时延差$\tau'_n - \tau'_m$要小得多，即$\max|\tau'_n - \tau'_m| << T_{sym}$。如果这个条件得以满足，那么传播时延$\tau'_n$可由$\tau'_0 \approx \tau'_n$，$\forall n = 1, 2, \cdots, N$来近似。作为一个结果，信道脉冲响应可进一步简化为

$$h(\tau', t) = \mu(t) \cdot \delta(\tau' - \tau'_0) \tag{3.11}$$

式中

$$\mu(t) = \sum_{n=1}^{N} c_n e^{j(2\pi f_n t + \theta_n)} \tag{3.12}$$

描述了一个复数随机过程，该过程代表了所有被散射分量的和。对τ'，取式（3.11）中$h(\tau', t)$的傅里叶变换，得到时变信道传递函数$H(f', t)$

$$H(f', t) = \mu(t) \cdot e^{-j2\pi f'\tau'_0} \tag{3.13}$$

这提供了多径信道特征的深入理解。因为时变信道传递函数的绝对值$|H(f', t)| = |\mu(t)|$是独立于频率变量f'的，则称这种信道为频率非选择信道或平坦衰落信道。它们形成一种重要类型的信道，其中式（3.3）中的输入—输出关系可使用式（2.138）简化如下

$$\begin{aligned} y_{LP}(t) &= \int_0^{\infty} h(\tau', t)\, x_{LP}(t - \tau')\, d\tau' \\ &= \mu(t) \int_0^{\infty} \delta(\tau' - \tau'_0)\, x_{LP}(t - \tau')\, d\tau' \\ &= \mu(t) \cdot x_{LP}(t - \tau'_0) \end{aligned} \tag{3.14}$$

这个结果清晰地表明，一个平坦衰落信道的被接收信号是由被传输信号的延迟量乘以一个复数随机过程$\mu(t)$给定的。这个过程的分布取决于路径的数量N以及对模型参数c_n，f_n和β_n上做的假定。如果路径数N趋于无穷，那么可利用中心极限定理，表明

$$\mu(t) = \lim_{N \to \infty} \sum_{n=1}^{N} c_n e^{j(2\pi f_n t + \theta_n)} \tag{3.15}$$

等于一个复数值的高斯随机过程，其有零均值和方差$2\sigma_0^2 = \mathrm{Var}\{\mu(t)\} = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=1}^{N} E\{c_n^2\}$。

当移动站从一个位置移动到另一个位置时，那么式（3.15）中的相位项$2\pi f_n t$随时间快速变化。现在变得明显的是，所有被散射信号分量的叠加得到这样一个多径信道，它由被接收信号强度的快速变化所表征，信号强度是时间或距离的一个函数。这种效应被称作衰落。瑞利信道和莱斯信道衰落效应的分析是下面各节的专题。

3.2　瑞利信道和莱斯信道的形式化描述

在前一节，我们看到，一个窄带信号在一个频率非选择移动无线信道上的传输，得到被散射分量的和，可由等价复数基带中一个零均值的复数值高斯随机过程进行建模，该过程为

$$\mu(t)=\mu_1(t)+\mathrm{j}\mu_2(t) \tag{3.16}$$

实数值高斯随机过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 也可分别称作同相分量和正交分量。通常假定 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 是统计无关的。对于 $i=1,2$，令过程 $\mu_i(t)$ 的方差等于 $\mathrm{Var}\{\mu_i(t)\}=\sigma_0^2$，那么 $\mu(t)$ 的方差由 $\mathrm{Var}\{\mu(t)\}=2\sigma_0^2$ 给出。

在下面，被接收信号的视距分量将由如下形式的一个复数正弦曲线加以描述

$$m(t)=m_1(t)+\mathrm{j}m_2(t)=\rho\mathrm{e}^{\mathrm{j}}(2\pi f_\rho t+\theta_\rho) \tag{3.17}$$

式中，ρ、f_ρ 和 θ_ρ 分别表示视距分量的幅度、多普勒频率和相位。如果没有另外声明，则假定参数 ρ、f_ρ 和 θ_ρ 是常数，这意味着视距分量 $m(t)$ 是确定性的。应该注意到，由于多普勒效应，仅当主波的到达方向与移动站的运动方向正交时，关系 $f_\rho=0$。结果，式（3.17）就变为一个时变分量，即

$$m=m_1+\mathrm{j}m_2=\rho\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_\rho} \tag{3.18}$$

在接收器天线处，收到被散射分量之和与视距分量的叠加。在这里所选的模型中，该叠加等于式（3.16）和式（3.17）中分量的加法。这为引入下一个复数高斯随机过程提供了论据，该过程为

$$\mu_\rho(t)=\mu_{\rho_1}+\mathrm{j}\mu_{\rho_2}(t)=\mu(t)+m(t) \tag{3.19}$$

具有时变均值 $m(t)=E\{\mu_\rho(t)\}$。

如我们所知，对式（3.16）和式（3.19）取绝对值，则分别得到瑞利过程和莱斯过程。为了明确地区分这些过程，后面将瑞利过程表示为

$$\zeta(t)=|\mu(t)|=|\mu_1(t)+\mathrm{j}\mu_2(t)| \tag{3.20}$$

将莱斯过程表示为

$$\xi(t)=|\mu_\rho(t)|=|\mu(t)+m(t)| \tag{3.21}$$

3.3　瑞利信道和莱斯信道的基本性质

3.3.1　复数包络的自相关函数和谱

复数高斯随机过程［式（3.19）］的功率谱密度（PSD）的形状与多普勒功率谱密度的相同，它由作用于接收器天线的电磁波功率和到达角度的分布确定。除了这些之外，接收天线的天线辐射模式，也对多普勒功率谱密度的形状具有决定性的影响。

通过对移动无线信道建模，人们通常将问题做了简化，方法是假定电磁波的传播是在水平二维平面中发生的。另外，理想化的假定经常是假定到达角度 α_n（见图3.1）是均匀地分布在从0到2π区间上的。对于全向天线，可容易地计算被散射分量 $\mu(t)=\mu_1(t)+$

$j\mu_2(t)$ 的（多普勒）功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$。对于 $S_{\mu\mu}(f)$，找到如下表达式[13,67]

$$S_{\mu\mu}(f) = S_{\mu_1\mu_1}(f) + S_{\mu_2\mu_2}(f) \tag{3.22}$$

式中

$$S_{\mu_i\mu_i}(f) = \begin{cases} \dfrac{\sigma_0^2}{\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}}, & |f| \leqslant f_{\max} \\ 0, & |f| > f_{\max} \end{cases} \tag{3.23}$$

对 $i=1$，2 成立，且 $f_{\max}$ 表示最大多普勒频率。在参考文献中，式（3.23）经常被称作 Jakes 功率谱密度（Jakes PSD），虽然最初是由 Clarke[67] 推导得到的。要了解 Jakes 功率谱密度的详细推导，读者请参考附录 3.A。

从原理上而言，到达接收器天线的电磁波除了水平（方位角）分量外，还有一个垂直（仰角）分量。将两个分量考虑在内，就得到参考文献［68］中推导的三维传播模型。得到的功率谱密度和式（3.23）之间的主要区别是在 $f=\pm f_{\max}$ 处没有奇点。除此之外，功率谱密度的图形非常类似于由式（3.23）得到的。

考虑式（3.22）和式（3.23），看到函数 $S_{\mu\mu}(f)$ 是正实数偶函数。如果建筑物或其他障碍物使到达角度不再是均匀分布，或在接收器处使用具有方向性天线模式的一个扇形天线[67,69]，则不再满足偶函数性质。环境的电磁特征可以是这样的，使从某些方向来的波以不同强度被散射。在这些情形中，式（3.16）中复数高斯随机过程的多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 也是非对称的[70]。在第 6 章将再来讨论这个主题。

在附录 3.A 中证明了，Jakes 功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 的傅里叶反变换得到如下的自相关函数（ACF）

$$r_{\mu\mu}(\tau) = r_{\mu_1\mu_1}(\tau) + r_{\mu_2\mu_2}(\tau) \tag{3.24}$$

式中

$$r_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau), \quad i=1, 2 \tag{3.25}$$

成立，且 $J_0(\cdot)$ 表示第一类零阶 Bessel 函数。

采用图示法，式（3.23）中引入的 Jakes 功率谱密度与式（3.25）中引入的对应自相关函数分别如图 3.2a 和图 3.2b 所示。

除了 Jakes 功率谱密度外，所谓的高斯功率谱密度（高斯 PSD）

$$S_{\mu_i\mu_i}(f) = \frac{\sigma_0^2}{f_c}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}\mathrm{e}^{-\ln 2\left(\frac{f}{f_c}\right)^2}, \quad i=1, 2 \tag{3.26}$$

在后面也将扮演一个重要角色，其中 f_c 表示 3dB 截断频率。

参考文献［71］中的理论研究已经证明，航空信道（aeronautical channel）的多普勒功率谱密度具有高斯形状。有关航空卫星信道传播特征测量方面的更多信息可在参考文献［72］中找到。虽然没有与所得到测量的绝对对应可被证明，但在多数情形中式（3.26）可非常良好地用作一种足够不错的近似[73]。对于信号带宽达到近 10kHz 的情况，航空卫星信道属于频率非选择的移动无线信道类型[73]。

特别对于频率选择移动无线信道而言，已经证明[74]，远回声（far echo）的多普勒功率谱密度大大地偏离了 Jakes 功率谱密度的形状。在一些情形中，多普勒功率谱密度近似为高斯形状的，且一般偏离频率平面的原点，原因是在某个偏好方向远回声是占主

要地位的。在参考文献［19］中可找到泛欧、陆地、蜂窝 GSM 系统频率偏移高斯功率谱密度的规范（规格）。

式（3.26）中高斯功率谱密度的傅里叶反变换得到自相关函数

$$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)=\sigma_0^2 \mathrm{e}^{-\left(\pi\frac{f_c}{\sqrt{\ln 2}}\tau\right)^2} \tag{3.27}$$

在图3.3中，给出式（3.26）中的高斯功率谱密度和对应的自相关函数［据式（3.27）］。

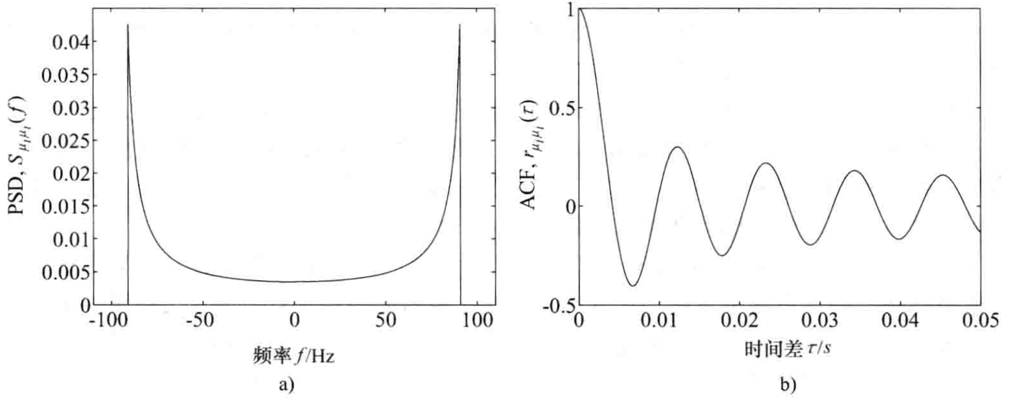


图3.2 Jakes 功率谱密度 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 和对应的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$（$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

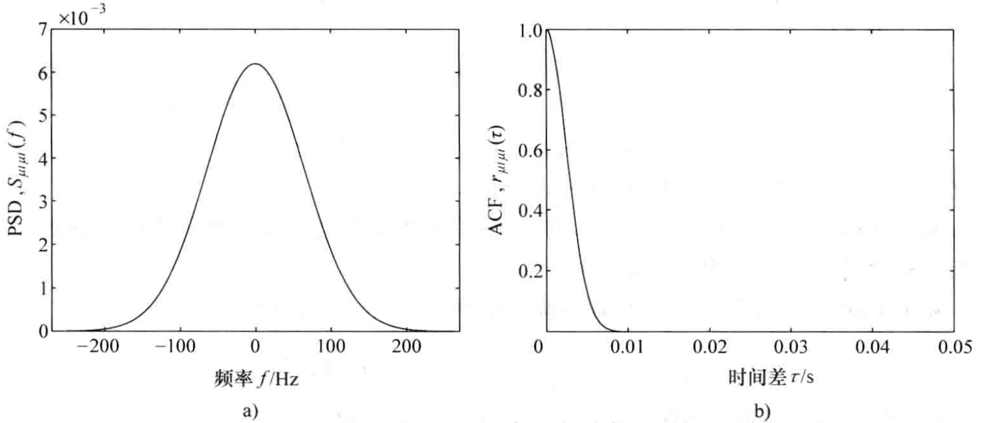


图3.3 高斯功率谱密度 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 和对应的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$（$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

多普勒功率谱密度 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 的重要特征量是平均多普勒频移 $B_{\mu_i\mu_i}^{(1)}$ 和多普勒频散（Doppler spread）$B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$[18]。平均多普勒频移（多普勒频散）描述在一条多径移动无线信道之上在传输过程中一个载波信号经历的平均频率偏移（频率扩展）。平均多普勒频移 $B_{\mu_i\mu_i}^{(1)}$ 定义为 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 的一阶矩，多普勒频散 $B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ 定义为 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 二阶矩的平方根。从数学角度而言，对于 $i=1$，2，这两个量 $B_{\mu_i\mu_i}^{(1)}$ 和 $B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ 可采用多普勒功率谱密度 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 分别

定义为

$$B_{\mu_i\mu_i}^{(1)} := \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f S_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f} \tag{3.28a}$$

和

$$B_{\mu_i\mu_i}^{(2)} := \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (f - B_{\mu_i\mu_i}^{(1)})^2 S_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f}} \tag{3.28b}$$

由此平均多普勒频移 $B_{\mu_i\mu_i}^{(1)}$ 可被看作多普勒功率谱密度 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 重心的一个度量。类似地，多普勒频散 $B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ 可解释为频率范围 f 的一个度量，在这个频率范围上 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 与零是有本质区别的。相比于式（3.28a）和式（3.28b）中的那些等价表达式，这里的等价表达式经常是比较容易计算的，可通过使用傅里叶变换技巧得到。这使我们可以用自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 及其在原点处的一阶时间导数和二阶时间导数，对于 $i=1,2$，将平均多普勒频移 $B_{\mu_i\mu_i}^{(1)}$ 和多普勒频散 $B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ 分别表示为

$$B_{\mu_i\mu_i}^{(1)} := \frac{1}{2\pi \mathrm{j}} \cdot \frac{\dot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)}{r_{\mu_i\mu_i}(0)} \text{和} B_{\mu_i\mu_i}^{(2)} := \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{\dot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)}{r_{\mu_i\mu_i}(0)}\right)^2 - \frac{\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)}{r_{\mu_i\mu_i}(0)}} \tag{3.29a, b}$$

对于多普勒功率谱密度 $S_{\mu_1\mu_1}(f)$ 和 $S_{\mu_2\mu_2}(f)$ 为相同的和对称的重要特例，有 $\dot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)=0(i=1,2)$。因此，通过使用式（3.22），得到如下表达式

$$B_{\mu\mu}^{(1)} = B_{\mu_i\mu_i}^{(1)} = 0 \text{ 和 } B_{\mu\mu}^{(2)} = B_{\mu_i\mu_i}^{(2)} = \frac{\sqrt{\beta}}{2\pi\sigma_0} \tag{3.30a, b}$$

式中，$\sigma_0^2 = r_{\mu_i\mu_i}(0) \geqslant 0$ 和 $\beta = -\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0) \geqslant 0$。

特别对于 Jakes 功率谱密度［见式（3.23）］和高斯功率谱密度［见式（3.26）］，对于 $i=1,2$，上面给出的表达式可进一步简化为

$$B_{\mu_i\mu_i}^{(1)} = B_{\mu\mu}^{(1)} = 0 \text{ 和 } B_{\mu_i\mu_i}^{(2)} = B_{\mu\mu}^{(2)} = \begin{cases} \frac{f_{\max}}{\sqrt{2}}, & \text{Jakes PSD} \\ \frac{f_c}{\sqrt{2\ln 2}}, & \text{高斯 PSD} \end{cases} \tag{3.31a, b}$$

由这个结果，得到如果 3dB 截断频率 f_c 和最大多普勒频率 $f_{\max}$ 的关系式为 $f_c = \sqrt{\ln 2} f_{\max}$，那么 Jakes 功率谱密度的多普勒频散等于高斯功率谱密度的多普勒频散。

多普勒频散支持将移动无线信道分类为快衰落信道和慢衰落信道。如果多普勒频散 $B_{\mu\mu}^{(2)}$ 远远大于符号率 f_{sym}，即 $B_{\mu\mu}^{(2)} \gg f_{\mathrm{sym}}$，那么信道包络在每个符号周期内快速变化。这样的信道称作快衰落信道。否则，如果多普勒频散 $B_{\mu\mu}^{(2)}$ 远远小于符号率 f_{sym}，即 $B_{\mu\mu}^{(2)} \ll f_{\mathrm{sym}}$，那么在一个符号传输时长期间，信道包络近似保持恒定，称该信道为一个慢衰落信道。

3.3.2 包络的自相关函数和谱

一个零均值复数高斯随机过程 $\mu(t)=\mu_1(t)+\mathrm{j}\mu_2(t)$ 的包络 $\zeta(t)=|\mu(t)|$的自相关函数的推导是一个有点繁琐的问题。为了简化数学表示，假定基本实数高斯随机过程 $\mu_1(t)$ 和$\mu_2(t)$ 是不相关的，且有相同的自相关函数。这意味着当 $r_{\mu_1\mu_1}(\tau)=r_{\mu_2\mu_2}(\tau)$ 和 $r_{\mu_1\mu_2}(\tau)=r_{\mu_2\mu_1}(\tau)=0$ 时，关系式 $r_{\mu\mu}(\tau)=r_{\mu_1\mu_1}(\tau)+r_{\mu_2\mu_2}(\tau)=2r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 成立。那么 $\mu(t)$ 的功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 是正的实偶函数，即 $S^*_{\mu\mu}(f)=S_{\mu\mu}(f)=S_{\mu\mu}(-f)\geqslant 0$。对于这种情形，在附录3.B中做了证明，即包络 $\zeta(t)$ 的自相关函数可表示为

$$
\begin{aligned}
r_{\zeta\zeta}(\tau) &= E\{\zeta(t)\zeta(t+\tau)\} \\
&= \sigma_0^2\frac{\pi}{2}F\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2};\ 1;\ \frac{r^2_{\mu_i\mu_i}(\tau)}{\sigma_0^4}\right)
\end{aligned}
\tag{3.32}
$$

式中，$F(\cdot,\ \cdot;\ \cdot;\ \cdot)$ 表示超几何函数，且 $\sigma_0^2=r_{\mu_i\mu_i}(0)$ $(i=1,\ 2)$。上述结果的一个有用近似可如下得到，方法是使用超几何函数的如下级数展开[23,式(9.100)]

$$F(\alpha,\ \beta;\ \gamma;\ x)=1+\frac{\alpha\beta}{\gamma\cdot 1}x+\frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)\cdot 1\cdot 2}x^2+\cdots \tag{3.33}$$

幸运的是，对于 $\alpha=-1/2$，$\beta=-1/2$ 和 $\gamma=1$，级数非常快速地收敛，这使我们可忽略除第二阶的所有其他项。因此，自相关函数 $r_{\zeta\zeta}(\tau)$ 可近似为

$$r_{\zeta\zeta}(\tau)\approx\sigma_0^2\frac{\pi}{2}\left(1+\frac{r^2_{\mu_i\mu_i}(\tau)}{4\sigma_0^4}\right) \tag{3.34}$$

由这个表达式，得到包络的均值功率为 $r_{\zeta\zeta}(0)\approx\sigma_0^2 5\pi/8$，而准确结果等于 $r_{\zeta\zeta}(0)\approx\sigma_0^2\pi F(-1/2,\ -1/2;\ 1;\ 1)/2=2\sigma_0^2$。因为包络功率的相对误差仅为 -1.83%，所以可将式（3.34）看作式（3.32）中给出的准确自相关函数 $r_{\zeta\zeta}(\tau)$ 的一个良好近似[13,第27页]。

不能得到封闭形式的包络功率谱密度 $S_{\zeta\zeta}(f)$ 的准确解。但是，$S_{\zeta\zeta}(f)$ 可如下近似，方法是计算式（3.34）中自相关函数 $r_{\zeta\zeta}(\tau)$ 的傅里叶变换

$$
\begin{aligned}
S_{\zeta\zeta}(f) &\approx \sigma_0^2\frac{\pi}{2}\delta(f)+\frac{\pi}{8\sigma_0^2}S_{\mu_i\mu_i}(f)*S_{\mu_i\mu_i}(f) \\
&= \sigma_0^2\frac{\pi}{2}\delta(f)+\frac{\pi}{8\sigma_0^2}\int_{-\infty}^{\infty}S_{\mu_i\mu_i}(f-v)S_{\mu_i\mu_i}(v)\,\mathrm{d}v
\end{aligned}
\tag{3.35}
$$

由这个结果以及 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 是正的实偶函数的事实，可得出结论，$S_{\zeta\zeta}(f)$ 也是正的实偶函数。如果 $|f|>f_{\max}$，则 $S_{\mu_i\mu_i}(f)=0$，使用这个结果，最后得到

$$S_{\zeta\zeta}(f)\approx\sigma_0^2\frac{\pi}{2}\delta(f)+\frac{\pi}{8\sigma_0^2}\int_{-f_{\max}}^{f_{\max}-|f|}S_{\mu_i\mu_i}(|f|+v)S_{\mu_i\mu_i}(v)\,\mathrm{d}v,\quad |f|\leqslant 2f_{\max} \tag{3.36}$$

注意包络谱 $S_{\zeta\zeta}(f)$ 的带宽是 $4f_{\max}$。在 $S_{\zeta\zeta}(f)$ 中存在狄拉克 delta 函数是 $\zeta(t)$ 的均值的后果［参见式（2.42)］。实际上，狄拉克 delta 函数前面的因子等于 $\zeta(t)$ 的平方均值，即 $m_\zeta^2=E^2\{\zeta(t)\}=\sigma_0^2\pi/2$。为了消除均值 m_ζ 的影响，人们倾向于研究包络的自协方差函数

$$r_{\zeta\zeta}^{c}(\tau)=r_{\zeta\zeta}(\tau)-m_{\zeta}^{2} \tag{3.37a}$$

$$=\sigma_0^2\frac{\pi}{2}\left[F\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2};\ 1;\ \frac{r_{\mu_i\mu_i}^2(\tau)}{\sigma_0^4}\right)-1\right] \tag{3.37b}$$

$$\approx\frac{\pi}{8\sigma_0^2}r_{\mu_i\mu_i}^2(\tau),\ i=1,\ 2 \tag{3.37c}$$

其傅里叶变换被称作包络的自协方差谱 $S_{\zeta\zeta}^{c}(f)$，包络被确定为式（3.36）的第二项，即

$$S_{\zeta\zeta}^{c}(f)\approx\frac{\pi}{8\sigma_0^2}\int_{-f_{\max}}^{f_{\max}-|f|}S_{\mu_i\mu_i}(|f|+\upsilon)S_{\mu_i\mu_i}(\upsilon)\mathrm{d}\upsilon,\quad |f|\leqslant 2f_{\max} \tag{3.38}$$

作为一个形象的例子，考虑二维各向同性散射的情形，其自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 由式（3.25）给定。在式（3.37c）中代入式（3.25），得到如下形式的自协方差函数

$$r_{\zeta\zeta}^{c}(\tau)\approx\sigma_0^2\frac{\pi}{8}J_0^2(2\pi f_{\max}\tau) \tag{3.39}$$

求解式（3.38），或采取另外一种方式，计算式（3.39）中 $r_{\zeta\zeta}^{c}(\tau)$ 的傅里叶变换，得到自协方差谱（见附录3.C）

$$S_{\zeta\zeta}^{c}(f)=\begin{cases}\dfrac{\sigma_0^2}{8\pi f_{\max}}K\left(\sqrt{1-\left(\dfrac{f}{2f_{\max}}\right)^2}\right), & |f|<2f_{\max}\\ 0, & |f|>2f_{\max}\end{cases} \tag{3.40}$$

式中，$K(\cdot)$ 表示第一类完全椭圆积分，定义为[23,式(8.110.3)]

$$K(k)=\int_0^1\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}\mathrm{d}x \tag{3.41a}$$

$$=\int_0^{\pi/2}\frac{1}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}\mathrm{d}\varphi \tag{3.41b}$$

因为完全椭圆积分 $K(k)$ 在 $k=1$ 时有一个奇点，则得到当 $f\to 0$ 时，$S_{\zeta\zeta}^{c}(f)\to\infty$。

式（3.39）中自协方差函数 $r_{\zeta\zeta}^{c}(\tau)$ 和式（3.40）中对应自协方差谱 $S_{\zeta\zeta}^{c}(f)$ 近似的结果分别如图3.4a和图3.4b所示。出于比较目的，也给出准确解。在自协方差函数 $r_{\zeta\zeta}^{c}(\tau)$ 的情形中，使用式（3.25）通过计算式（3.37b），得到其准确解。最后，通过以数值方式计算式（3.37b）中 $r_{\zeta\zeta}^{c}(\tau)$ 的傅里叶变换，得到自协方差谱 $S_{\zeta\zeta}^{c}(f)$ 的准确解。

3.3.3 平方包络的自相关函数和谱

移动通信系统中的信噪比（SNR）正比于所接收信号的平方包络。因此也关注平方包络的一个特征。在本小节，推导平方包络 $\zeta^2(t)=|\mu(t)|^2$ 自相关函数和谱，这里的情形是其中 $\mu(t)$ 是一个零均值复数高斯随机过程。起点是平方包络自相关函数的定义

$$r_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)=E\{\zeta^2(t)\zeta^2(t+\tau)\} \tag{3.42}$$

在这个表达式中，替换 $\zeta^2(t)=|\mu(t)|^2=\mu_1^2(t)+\mu_2^2(t)$，得到

$$\begin{aligned}r_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)&=E\{\mu_1^2(t)\mu_1^2(t+\tau)+\mu_2^2(t)\mu_2^2(t+\tau)+\\&\quad\mu_1^2(t)\mu_2^2(t+\tau)+\mu_2^2(t)\mu_1^2(t+\tau)\}\\&=r_{\mu_1^2\mu_1^2}(\tau)+r_{\mu_2^2\mu_2^2}(\tau)+r_{\mu_1^2\mu_2^2}(\tau)+r_{\mu_2^2\mu_1^2}(\tau)\end{aligned} \tag{3.43}$$

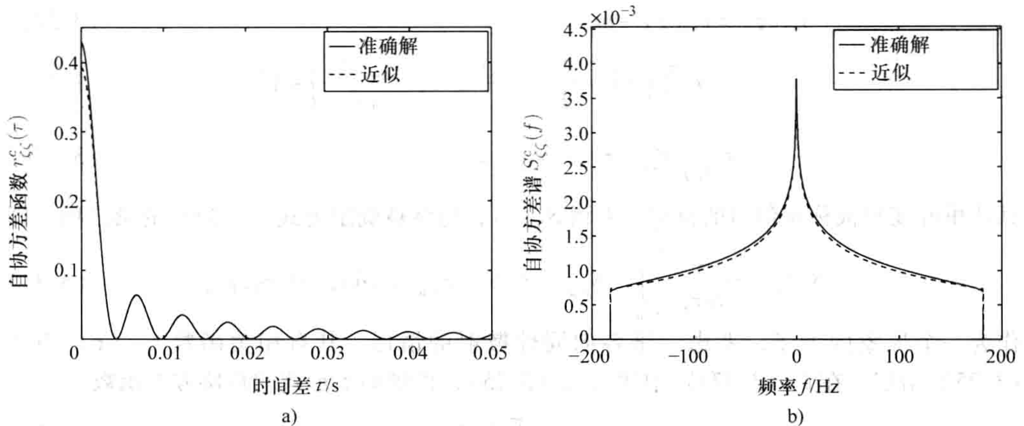


图3.4 包络的自协方差函数 $r^c_{\zeta\zeta}(\tau)$ 和对应的自协方差谱 $S^c_{\zeta\zeta}(f)$ ($f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$)

通过使用式（3.15）引入的一个零均值复数高斯随机过程的数学模型，上式中的四项可写为

$$r_{\mu_1^2\mu_2^2}(\tau)=r_{\mu_2^2\mu_2^2}(\tau)=r^2_{\mu_1\mu_1}(0)+2r^2_{\mu_1\mu_1}(\tau) \tag{3.44a}$$

$$r_{\mu_1^2\mu_2^2}(\tau)=r_{\mu_2^2\mu_1^2}(\tau)=r^2_{\mu_1\mu_1}(0)+2r^2_{\mu_1\mu_2}(\tau) \tag{3.44b}$$

利用这些关系和 $\sigma_0^4=r^2_{\mu_1\mu_1}(0)$，平方包络自相关函数可表示为

$$\begin{aligned} r_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)&=4\sigma_0^4+4r^2_{\mu_1\mu_1}(\tau)+4r^2_{\mu_1\mu_2}(\tau)\\ &=4\sigma_0^4+|r_{\mu\mu}(\tau)|^2 \end{aligned} \tag{3.45}$$

取 $r_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)$ 的傅里叶变换，并应用卷积定理

$$r_{\mu\mu}(\tau)\cdot r^*_{\mu\mu}(\tau)\quad \circ\!\!-\!\!\bullet\quad S_{\mu\mu}(f)*S^*_{\mu\mu}(-f) \tag{3.46}$$

利用 $S^*_{\mu\mu}(-f)=S_{\mu\mu}(-f)$，可给出如下形式的平方包络的谱

$$S_{\zeta^2\zeta^2}(f)=4\sigma_0^4\delta(f)+S_{\mu\mu}(f)*S_{\mu\mu}(-f) \tag{3.47}$$

为了消除均值 $m_{\zeta^2}=E\{\zeta^2(t)\}=2\sigma_0^2$的影响，继续研究平方包络自协方差函数

$$\begin{aligned} r^c_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)&=r_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)-m^2_{\zeta^2}\\ &=|r_{\mu\mu}(\tau)|^2 \end{aligned} \tag{3.48}$$

和平方包络自协方差谱

$$S^c_{\zeta^2\zeta^2}(f)=S_{\mu\mu}(f)*S_{\mu\mu}(-f) \tag{3.49}$$

作为一个例子，再次考虑二维各向同性散射的情形，在这种情形中，$\mu(t)$ 的自相关函数等于 $r_{\mu\mu}(\tau)=2\sigma_0^2J_0(2\pi f_{\max}\tau)$。因此，平方包络自协方差函数简化为

$$r^2_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)=4\sigma_0^4J_0^2(2\pi f_{\max}\tau) \tag{3.50}$$

且平方包络自协方差谱可写为

$$S^c_{\zeta^2\zeta^2}(f)=\begin{cases}\dfrac{4\sigma_0^4}{\pi^2 f_{\max}}K\left(\sqrt{1-\left(\dfrac{f}{2f_{\max}}\right)^2}\right), & |f|<2f_{\max}\\ 0, & |f|>2f_{\max}\end{cases} \tag{3.51}$$

通过比较式（3.51）和式（3.40）发现，平方包络自协方差谱 $S^c_{\zeta^2\zeta^2}(f)$ 的准确解与该包

络自协方差谱 $S_{\zeta\zeta}^{c}(f)$ 的近似解仅相差一个乘数因子。

3.4 瑞利信道和莱斯信道的统计性质

除了包络的概率密度函数、平方包络和相位外，在本节也将分析具有时变视距分量 $m(t)$ 的莱斯过程 $\xi(t)=|\mu(t)+m(t)|$ [见式 (3.21)] 的水平通过率和衰落的平均时长。当分析复数高斯随机过程 $\mu(t)$ 的功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 对 $\xi(t)$ 的统计性质的影响时，将限制在讨论 3.3.1 节介绍的 Jakes 和高斯功率谱密度。

3.4.1 包络和相位的概率密度函数

莱斯过程 $\xi(t)$ 的概率密度函数，以 $p_{\xi}(x)$ 表示，由所谓的莱斯分布[42]加以描述

$$p_{\xi}(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{\sigma_0^2}e^{-\frac{x^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}}I_0\left(\dfrac{x\rho}{\sigma_0^2}\right), & x\geqslant 0\\ 0, & x<0\end{cases} \tag{3.52}$$

式中，$I_0(\cdot)$ 是第一类零阶修正 Bessel 函数，$\sigma_0^2=r_{\mu_i\mu_i}(0)=r_{\mu\mu}(0)/2$ 还是表示实值高斯随机过程 $\mu_i(t)$ $(i=1, 2)$ 的均值功率。明显地，由视距分量多普勒频率导致的均值时变式 (3.17) 和多普勒功率密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 的准确形状都不能影响概率密度函数 $p_{\xi}(x)$。这意味着包络 $\xi(t)$ 的分布不能提供衰落率的任何更多信息。仅有视距分量 ρ 的幅度以及被散射分量的实部或虚部的均值功率 σ_0^2 才决定 $p_{\xi}(x)$ 的形状。

在这个语境中特别感兴趣的是莱斯因子，由 c_R 表示，它描述视距分量的功率与所有被散射分量的功率之和的比值。由此，莱斯因子定义为

$$c_R := \frac{\rho^2}{2\sigma_0^2} \tag{3.53}$$

由极限 $\rho\to 0$，即 $c_R\to 0$，莱斯过程 $\xi(t)$ 得到瑞利过程 $\zeta(t)$，后者的统计信号变换是由瑞利分布[41]描述的。

$$p_{\zeta}(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{\sigma_0^2}e^{-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}}, & x\geqslant 0\\ 0, & x<0\end{cases} \tag{3.54}$$

依据式 (3.52) 和式 (3.54)，概率密度函数 $p_{\xi}(x)$ 和 $p_{\zeta}(x)$ 分别如图 3.5a 和图 3.5b 所示。

如上所述，多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 的准确形状对一个复数高斯随机过程之绝对值的概率密度函数没有影响，即 $\xi(t)=|\mu_{\rho}(t)|$。类似地，这项论断对相位 $\vartheta(t)=\arg\{\mu_{\rho}(t)\}$ 的概率密度函数也有效，其中 $\vartheta(t)$ 可采用式 (3.16)、式 (3.17) 和式 (3.19) 表示如下

$$\vartheta(t)=\arctan\left\{\frac{\mu_2(t)+\rho\sin(2\pi f_{\rho}t+\theta_{\rho})}{\mu_1(t)+\rho\sin(2\pi f_{\rho}t+\theta_{\rho})}\right\} \tag{3.55}$$

为了验证这项论断，研究由如下关系[75]给定的相位 $\vartheta(t)$ 的概率密度函数 $p_{\vartheta}(\theta;\ t)$

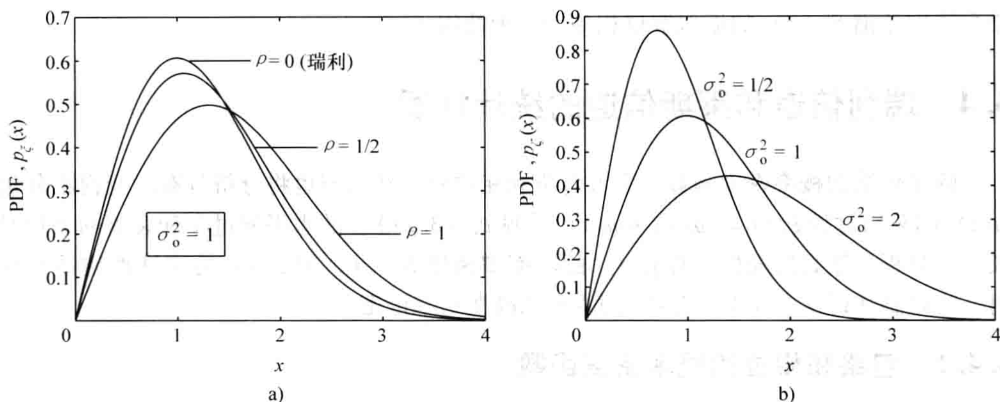


图 3.5　概率密度函数

a）莱斯过程　b）瑞利过程

$$p_\vartheta(\theta;\ t)=\frac{\mathrm{e}^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}}}{2\pi}\left\{1+\frac{\rho}{\sigma_0}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\cos(\theta-2\pi f_\rho t-\theta_\rho)\,\mathrm{e}^{\frac{\rho^2\cos^2(\theta-2\pi f_\rho t-\theta_\rho)}{2\sigma_0^2}}\right.$$
$$\left.\left[1+\mathrm{erf}\left(\frac{\rho\cos(\theta-2\pi f_\rho t-\theta_\rho)}{\sigma_0\sqrt{2}}\right)\right]\right\},\quad -\pi<\theta\leqslant\pi \tag{3.56}$$

式中，erf(·) 称为误差函数，由式（2.34）已知它的定义。概率密度函数 $p_\vartheta(\theta;\ t)$ 对时间的依赖，缘于视距分量 $m(t)$ 的多普勒频率 f_ρ。依据 2.2.1 节的讨论，随机过程 $\vartheta(t)$ 从严格意义上说是不稳定的，因为违反了条件式（2.103）。仅在 $f_\rho=0(\rho\neq0)$ 的特例中，相位 $\vartheta(t)$ 才是一个严格意义的稳态过程，接下来该过程描述为概率密度函数[65]

$$p_\vartheta(\theta)=\frac{\mathrm{e}^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}}}{2\pi}\left\{1+\frac{\rho}{\sigma_0}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\cos(\theta-\theta_\rho)\ \mathrm{e}^{\frac{\rho^2\cos^2(\theta-\theta_\rho)}{2\sigma_0^2}}\right.$$
$$\left.\left[1+\mathrm{erf}\left(\frac{\rho\cos(\theta-\theta_\rho)}{\sigma_0\sqrt{2}}\right)\right]\right\},\quad -\pi<\theta\leqslant\pi \tag{3.57}$$

当 $\rho\to0$ 时，得到 $\mu_\rho(t)\to\mu(t)$，由此得到 $\xi(t)\to\zeta(t)$，且由式（3.57），得到均匀分布

$$p_\vartheta(\theta)=\frac{1}{2\pi},\quad -\pi<\theta\leqslant\pi \tag{3.58}$$

因此，具有不相关的实部和虚部的零均值复数高斯随机过程的相位总是均匀分布的。最后，应该指出的是，在极限 $\rho\to\infty$ 中，式（3.57）中的概率密度函数 $p_\vartheta(\theta)$ 趋近于 $p_\vartheta(\theta)=\delta(\theta-\theta_\rho)$。

采用图示法，在图 3.6 中针对 ρ 的几个值画出相位 $\vartheta(t)$ 的概率密度函数 $p_\vartheta(\theta)$。

3.4.2 平方包络的概率密度函数

通过应用 2.1.3 节描述的随机变量变换的概念，可极其容易地推导莱斯过程的平方

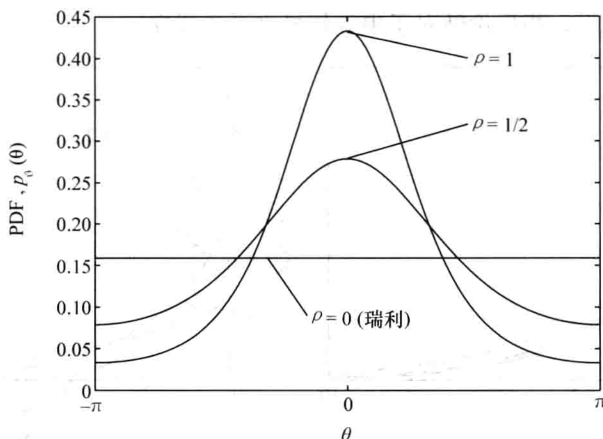


图3.6 相位 $\vartheta(t)$ 的概率密度函数 $p_\vartheta(\theta)(f_\rho=0,\ \theta_\rho=0,\ \sigma_0^2=1)$

包络的概率密度函数。使用式（2.86），以包络 $\xi(t)$ 的概率密度函数 $p_\xi(x)$ 表示一个莱斯过程的平方包络 $\xi^2(t)$ 的概率密度函数 $p_{\xi^2}(x)$ 为 $p_{\xi^2}(x)=p_\xi(\sqrt{x})/(2\sqrt{x})$。将这个关系应用到式（3.52），得到密度

$$p_{\xi^2}(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\sigma_0^2}\mathrm{e}^{-\frac{x+\rho^2}{2\sigma_0^2}}I_0\left(\dfrac{\sqrt{x}\rho}{\sigma_0^2}\right), & x\geqslant 0\\ 0, & x<0\end{cases}\tag{3.59}$$

一个莱斯过程的平方包络 $\xi^2(t)$ 有期望值

$$\begin{aligned}E\{\xi^2(t)\}&=E\{|\mu_\rho(t)|^2\}\\&=E\{(\mu_1(t)+m_1(t))^2+(\mu_2(t)+m_2(t))^2\}\\&=2\sigma_0^2+\rho^2\end{aligned}\tag{3.60}$$

和方差

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}\{\xi^2(t)\}&=E\{\xi^4(t)\}-(E\{\xi^2(t)\})^2\\&=E\{|\mu_\rho(t)|^4\}-(E\{|\mu_\rho(t)|^2\})^2\\&=4\sigma_0^2(\sigma_0^2+\rho^2)\end{aligned}\tag{3.61}$$

在非视距情况中，其中 $\rho\to 0$，得到 $\xi^2(t)\to\zeta^2(t)$，且因此由式（3.59），直接得到如下单侧负指数分布形式的一个瑞利过程的平方包络的分布

$$p_{\zeta^2}(x)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{e}^{-\frac{x}{2\sigma_0^2}}}{2\sigma_0^2}, & x\geqslant 0\\ 0, & x<0\end{cases}\tag{3.62}$$

因此，一个瑞利过程的平方包络 $\zeta^2(t)$ 遵循负指数分布。由式（3.60）和式（3.61），认识到一个瑞利过程的平方包络有均值 $E\{\zeta^2(t)\}=2\sigma_0^2$ 和方差 $\mathrm{Var}\{\zeta^2(t)\}=4\sigma_0^4$。

依据式（3.59）和式（3.62），概率密度函数 $p_{\xi^2}(x)$ 和 $p_{\zeta^2}(x)$ 分别如图3.7a和图3.7b所示。图3.7和图3.5的比较表明，平方包络比具有大得多概率的包络来说，可到

达低和高的信号水平，相反论断对于中等信号水平也成立。

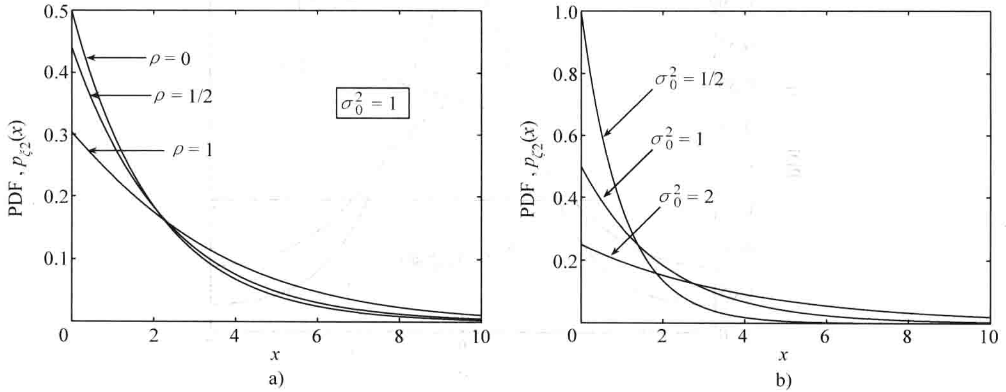


图3.7 平方包络的概率密度函数

a）莱斯过程 b）瑞利过程

3.4.3 水平通过率和衰落的平均时长

作为更多的统计量，在本小节将研究水平通过率（LCR）和衰落的平均时长（ADF）。因此，首先将兴趣转到式（3.21）介绍的莱斯过程$\xi(t)$，其中采用这样的参考模型，即实数零均值的高斯随机过程$\mu_1(t)$和$\mu_2(t)$是不相关的，且这些过程具有相同的自相关函数，即$r_{\mu_1\mu_2}(\tau)=0$和$r_{\mu_1\mu_1}(\tau)=r_{\mu_2\mu_2}(\tau)$，$\forall\tau$。但是，当计算莱斯过程$\xi(t)=|\mu_\rho(t)|$的水平通过率$N_\xi(r)$时，必须将复数高斯随机过程$\mu_\rho(t)$［见式（3.19）］的实部和虚部之间存在的相关关系考虑在内，这是由于式（3.17）中介绍的时变视距分量$m(t)$。

那么，对于水平通过率$N_\xi(r)$，下式成立[75]

$$N_\xi(r)=\frac{r\sqrt{2\beta}}{\pi^{3/2}\sigma_0^2}e^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}}\int_0^{\pi/2}\cosh\left(\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\cos\theta\right)\cdot\{e^{-(\alpha\rho\sin\theta)^2}+\sqrt{\pi}\alpha\rho\sin(\theta)\operatorname{erf}(\alpha\rho\sin\theta)\}\mathrm{d}\theta,\quad r\geqslant0 \tag{3.63}$$

式中，α和β分别为

$$\alpha=2\pi f_\rho/\sqrt{2\beta} \tag{3.64}$$

和

$$\beta=\beta_i=-\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0),\quad i=1,2 \tag{3.65}$$

考虑式（3.64），注意到视距分量$m(t)$的多普勒频率f_ρ对水平通过率$N_\xi(r)$有影响。但是，如果$f_\rho=0$，且由此得到$\alpha=0$，那么由式（3.63）得到由式（2.119）已知的关系，出于完备性考虑这里再次给出，即

$$N_\xi(r)=\sqrt{\frac{\beta}{2\pi}}\cdot p_\xi(r),\quad r\geqslant0 \tag{3.66}$$

因此，式（3.66）描述了具有一个时变视距分量的莱斯过程的水平通过率。对于$\rho\to0$，

得到 $p_{\xi}(r) \to p_{\zeta}(r)$，所以得到瑞利过程 $\zeta(t)$ 的水平通过率 $N_{\zeta}(r)$ 的方程

$$N_{\zeta}(r) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \cdot p_{\zeta}(r), \quad r \geqslant 0 \tag{3.67}$$

对于莱斯过程和瑞利过程，式（3.66）和式（3.67）分别清晰地给出包络的水平通过率和对应的概率密度函数之间的比例关系。因为式（3.65），比例因子的值 $\sqrt{\beta/(2\pi)}$ 仅取决于在原点处实数值高斯随机过程的自相关函数的负曲率。特别对于 Jakes 和高斯功率谱密度，通过使用式（3.25）、式（3.27）和式（3.65），得到特征量 β 的结果为

$$\beta = \begin{cases} 2(\pi f_{\max}\sigma_0)^2, & \text{Jakes PSD} \\ 2(\pi f_c \sigma_0)^2/\ln 2, & \text{高斯 PSD} \end{cases} \tag{3.68}$$

除了 Jakes 功率谱密度和高斯功率谱密度的形状之间存在的巨大差异外，只要 $f_{\max}$ 和 f_c 之间的关系为 $f_c = \sqrt{\ln 2} f_{\max}$，那么两种多普勒功率谱密度都支持具有相同水平通过率的莱斯过程或瑞利过程的建模。

参数 f_{ρ} 和 ρ 对归一化的水平通过率 $N_{\xi}(r)/f_{\max}$ 的影响分别如图 3.8a 和图 3.8b 所示。同时，图 3.8a 指出，$|f_{\rho}|$ 的增加导致水平通过率 $N_{\xi}(r)$ 的增加。

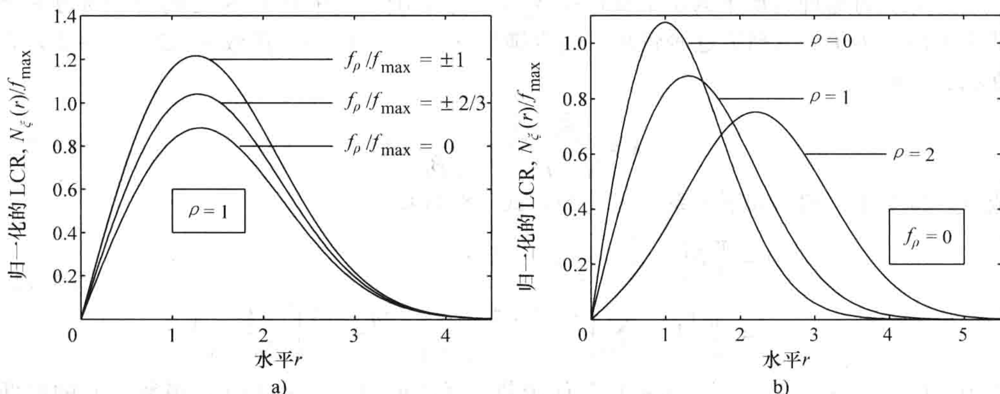


图 3.8　莱斯过程的归一化水平通过率 $N_{\xi}(r)/f_{\max}$ 形象地说明了对参数 f_{ρ} 和 ρ 的依赖关系（Jakes PSD，$f_{\max} = 91\text{Hz}$，$\sigma_0^2 = 1$）

在本书的一些小节中，满足 $\beta_1 = -\ddot{r}_{\mu_1\mu_1}(0) \neq -\ddot{r}_{\mu_2\mu_2}(0) = \beta_2$ 的 $r_{\mu_1\mu_1}(0) = r_{\mu_2\mu_2}(0)$ 情形，将是我们所关心的。依据这个条件，在附录 3.D 中证明了，莱斯过程 $\xi(t)$ 的水平通过率 $N_{\xi}(r)$ 可表示为

$$N_{\xi}(r) = \sqrt{\frac{\beta_1}{2\pi}} \frac{r}{\sigma_0^2} e^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}} \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cosh\left[\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\cos(\theta - \theta_{\rho})\right] \sqrt{1 - k^2 \sin^2\theta}\, d\theta, \quad r \geqslant 0 \tag{3.69}$$

式中，$k = \sqrt{(\beta_1 - \beta_2)/\beta_1}$，$\beta_1 \geqslant \beta_2$。在这种情形中，一般而言，水平通过率不再与莱斯过程的概率密度函数成比例关系。

另外，对于瑞利过程 $\zeta(t)$ 同样得到期望的比例关系，通过取极限 $\rho \to 0$，由式（3.69）得到瑞利过程的水平通过率 $N_{\zeta}(r)$ 为

$$N_{\zeta}(r)=\sqrt{\frac{\beta_1}{2\pi}}\cdot\frac{r}{\sigma_0^2}\mathrm{e}^{-\frac{r^2}{2\sigma_0^2}}\cdot\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}\mathrm{d}\theta,\quad r\geqslant 0 \tag{3.70}$$

在参考文献中（见［23，式（8.111.3）］），上面的积分具有形式

$$E(\varphi,\ k)=\int_0^{\varphi}\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}\mathrm{d}\theta \tag{3.71}$$

该式称为第二类椭圆积分。参数 k 表示积分的模数。对于 $\varphi=\pi/2$，这个积分也称作第二类完全椭圆积分，对此写作 $E(k)=E\left(\frac{\pi}{2},\ k\right)$。

现在，通过利用式（3.54），瑞利过程的水平通过率可表示为

$$N_{\zeta}(r)=\sqrt{\frac{\beta_1}{2\pi}}p_{\zeta}(r)\cdot\frac{2}{\pi}E(k),\quad r\geqslant 0 \tag{3.72}$$

式中，模数 k 同样由 $k=\sqrt{(\beta_1-\beta_2)/\beta_1}$ 给出，其中 $\beta_1\geqslant\beta_2$。因此，已经证明，即使对于 $\beta_1\neq\beta_2$ 的情形，瑞利过程的水平通过率也与包络的概率密度函数成比例关系。这里的比例因子不仅取决于 β_1，而且取决于差值 $\beta_1-\beta_2$。

另外，对这种情形中的水平通过率 $N_{\zeta}(r)$ 感兴趣，其中 β_1 和 β_2 之间的相对方差是非常小的。为了深入研究这种情形，假定满足 $\varepsilon/\beta_1\ll 1$ 的一个正数 $\varepsilon=\beta_1-\beta_2\geqslant 0$ 是存在的，从而

$$k=\sqrt{\frac{\beta_1-\beta_2}{\beta_1}}=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\beta_1}}\ll 1 \tag{3.73}$$

成立。接下来，利用如下关系（见［23，式（8.114.1）］）

$$\begin{aligned}E(k)&=\frac{\pi}{2}F\left(-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2};\ 1;\ k^2\right)\\&=\frac{\pi}{2}\left\{1-\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot\cdots\cdot(2n-1)}{2^n n!}\right]^2\frac{k^{2n}}{2n-1}\right\}\end{aligned} \tag{3.74}$$

式中，$F(\cdot,\ \cdot;\ \cdot;\ \cdot)$ 表示超几何函数。通过使用上面的 $E(k)$ 级数展开的前两项，得到如下近似公式

$$E(k)\approx\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{k^2}{4}\right)\approx\frac{\pi}{2}\sqrt{1-\frac{k^2}{2}},\quad k\ll 1 \tag{3.75}$$

现在，将式（3.73）代入式（3.75），并考虑式（3.72），可使用如下公式近似水平通过率 $N_{\zeta}(r)$

$$N_{\zeta}(r)\approx\sqrt{\frac{\beta}{2\pi}}\cdot p_{\zeta}(r),\quad r\geqslant 0 \tag{3.76}$$

如果条件 $(\beta_1-\beta_2)/\beta_1\ll 1$ 满足，则上式是有效的，其中式（3.76）中，β 代表 $\beta=(\beta_1+\beta_2)/2$。如果 β_1 和 β_2 之间的相对方差较小，且如果式（3.67）中的 $\beta=\beta_1=\beta_2$ 由算术平均 $\beta=(\beta_1+\beta_2)/2$ 加以替换，那么式（3.67）近似地保持其有效性。

衰落的平均时长是时间间隔平均长度的一个度量，其中信道包络低于一个给定的信号水平 r。依据式（2.120），衰落的平均时长定义为信道包络分布函数与水平通过率的商。已经详细地研究了莱斯过程和瑞利过程的概率密度函数和水平通过率，所以对应的

衰落的平均时长分析可容易地进行。但是，出于完备性考虑，这里将再次给出得到的关系。对于满足 $f_\rho=0$ 的莱斯过程以及瑞利过程，分别得到衰落的平均时长的如下表达式［也可见式（2.123）和式（2.122）］

$$T_{\xi_-}(r)=\frac{F_{\xi_-}(r)}{N_\xi(r)}=\sqrt{\frac{2\pi}{\beta}}\cdot\frac{e^{\frac{r^2}{2\sigma_0^2}}}{rI_0\left(\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\right)}\int_0^r x e^{-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}}I_0\left(\frac{x\rho}{\sigma_0^2}\right)dx,\quad r\geqslant 0 \tag{3.77a}$$

和

$$T_{\zeta_-}(r)=\frac{F_{\zeta_-}(r)}{N_\zeta(r)}=\sqrt{\frac{2\pi}{\beta}}\cdot\frac{\sigma_0^2}{r}\left(e^{\frac{r^2}{2\sigma_0^2}}-1\right),\quad r\geqslant 0 \tag{3.77b}$$

式中，$F_{\xi_-}(r)=P\{\xi(t)\leqslant r\}$ 和 $F_{\zeta_-}(r)=P\{\zeta(t)\leqslant r\}$ 表示莱斯过程和瑞利过程的相应累积分布函数。

在信道建模中，对低信号水平 r 处衰落的平均时长的形状感兴趣。因此希望单独分析这种情形。出于这个目的，令 $r\ll 1$，从而对于中等大小的莱斯因子，可写作 $r\rho/\sigma_0^2\ll 1$，则结果是，式（3.77a）中的 $I_0(r\rho/\sigma_0^2)$ 和 $I_0(x\rho/\sigma_0^2)$ 均可近似为 1，原因是独立变量 x 位于相对区间［0，r］之内。在式（3.77a）中被积函数的级数扩展之后，$T_{\xi_-}(r)$ 可表示为封闭形式。采取这种方式，很快可证明，在低信号水平 r，衰落的平均时长 $T_{\xi_-}(r)$ 可收敛于由式（3.77b）给定的 $T_{\zeta_-}(r)$。通过使用 $e^x\approx 1+x(x\ll 1)$，可进一步简化关系式（3.77b），从而最后得到近似式

$$T_{\xi_-}(r)\approx T_{\zeta_-}(r)\approx r\sqrt{\frac{\pi}{2\beta}},\quad r\ll 1 \tag{3.78}$$

如果 $r\rho/\sigma_0^2\ll 1$ 成立，则该式是有效的。上面的结果表明，在低信号水平 r 处，莱斯过程和瑞利过程的衰落的平均时长近似与 r 成比例关系。

结果的图示如图 3.9 所示。在图 3.9a 中，可以看出，$|f_\rho|$ 的增加导致衰落的平均时长 $T_{\xi_-}(r)$ 的减小。图 3.9b 鲜明地显示出，式（3.78）中的近似是非常好的，如果信号水平 r 较低。也可观察到，在低信号水平处，莱斯过程和瑞利过程具有几乎相同的衰落平均时长。

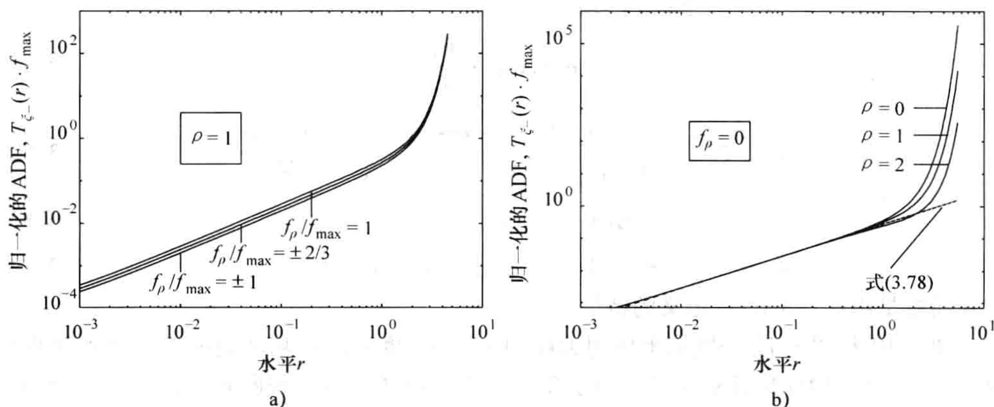


图 3.9 莱斯过程的衰落的归一化平均时长 $T_{\xi_-}(r)\cdot f_{max}$，形象地说明参数 f_ρ 和 ρ 的影响（Jakes PSD，$f_{max}=91$Hz，$\sigma_0^2=1$）

3.4.4 瑞利信道衰落时间间隔的统计特征

对于数值 $\tau>0$，迄今为止分析的瑞利过程和莱斯过程的统计性质，独立于基础高斯随机过程的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)(i=1,\ 2)$ 的形状。例如，我们看到，包络 $\zeta(t)=|\mu(t)|$的概率密度函数完全由原点处的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的形状决定，即由方差 $\sigma_0^2=r_{\mu_i\mu_i}(0)$ 决定。$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 在原点处的形状决定了水平通过率 $N_\zeta(r)$ 和衰落的平均时长 $T_{\zeta_-}(r)$。除了方差 $\sigma_0^2=r_{\mu_i\mu_i}(0)$ 之外，这些量也取决于在原点处自相关函数的负曲率，由 $\beta=-\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)$ 加以描述。如果现在询问自己，哪些相关的统计性质完全受到自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)(i=1,\ 2)$(对于 $\tau>0$) 形状的影响，那么这就得到衰落时间间隔的统计分布。

在时间区间（t，$t+\mathrm{d}t$）内最后一次发生向下穿过的条件下，在一个无穷小时间区间（$t+\tau_-$，$t+\tau_-+\mathrm{d}\tau_-$）中一个瑞利过程 $\zeta(t)$ 向上首次穿过一个给定信号水平 r 的事件，该事件的条件概率密度函数表示为 $p_{0_-}(\tau_-;\ r)$。对于 $p_{0_-}(\tau_-;\ r)$ 的一个准确理论推导，即使对于瑞利过程，在今天仍然是一个未解决的问题。但是，在参考文献[76]中，对于瑞利过程 $\zeta(t)$ 以上面提到的顺序穿过信号水平的情形，莱斯成功地推导得到概率密度 $p_{1_-}(\tau_-;\ r)$，其中有关 t 和 $t+\tau_-$之间 $\zeta(t)$ 形状的信息是没有的。对于较小的 τ_-值（在 t 和 $t+\tau_-$之间发生更多次水平通过的概率是非常低的），$p_{1_-}(\tau_-;\ r)$ 可被看作期望的概率密度函数 $p_{0_-}(\tau_-;\ r)$ 的一个合理近似。另外，对于较大的 τ_-值，$p_{1_-}(\tau_-;\ r)$ 不能进一步地用作 $p_{0_-}(\tau_-;\ r)$ 的一个合适近似。

$p_{1_-}(\tau_-;\ r)$ 的确定，要求进行三重积分的数值计算[76]

$$p_{1_-}(\tau_-;\ r)=\frac{rM_{22}\mathrm{e}^{\frac{r^2}{2}}}{\sqrt{2\pi\beta}\ (1-r^2_{\mu_i\mu_i}(\tau_-))^2}\int_0^{2\pi}J(a,\ b)\mathrm{e}^{-r^2\frac{1-r_{\mu_i\mu_i}(\tau_-)\cdot\cos\varphi}{1-r^2_{\mu_i\mu_i}(\tau_-)}}\mathrm{d}\varphi \tag{3.79}$$

式中

$$J(a,\ b)=\frac{1}{2\pi\ \sqrt{1-a^2}}\int_b^\infty\int_b^\infty(x-b)\ (y-b)\mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2-2axy}{2(1-a^2)}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{3.80}$$

$$a=\cos\varphi\cdot\frac{M_{23}}{M_{22}} \tag{3.81}$$

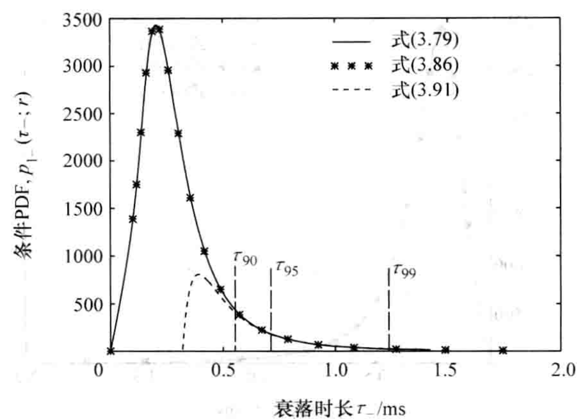
$$b=\frac{r\dot{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau_-)\cdot(r_{\mu_i\mu_i}(\tau_-)-\cos\varphi)}{1-r^2_{\mu_i\mu_i}(\tau_-)}\cdot\sqrt{\frac{1-r^2_{\mu_i\mu_i}(\tau_-)}{M_{22}}} \tag{3.82}$$

$$M_{22}=\beta(1-r^2_{\mu_i\mu_i}(\tau_-))-\dot{r}^2_{\mu_i\mu_i}(\tau_-) \tag{3.83}$$

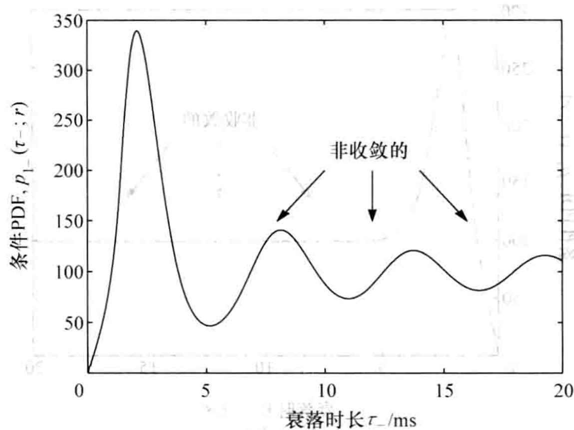
$$M_{23}=\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau_-)(1-r^2_{\mu_i\mu_i}(\tau_-))+r_{\mu_i\mu_i}(\tau_-)\dot{r}^2_{\mu_i\mu_i}(\tau_-) \tag{3.84}$$

且 β 同样是由式（3.65）定义的特征量。

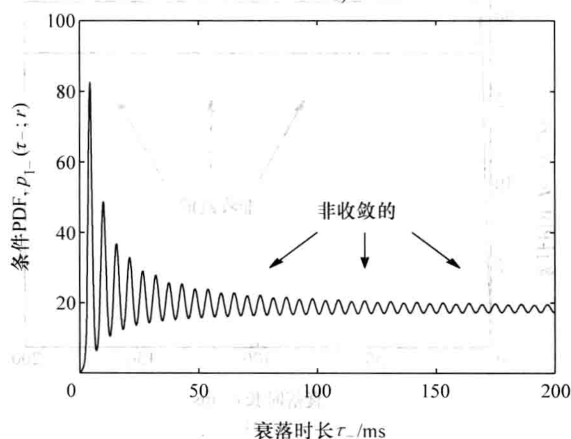
图3.10和图3.11分别给出使用Jakes功率谱密度和高斯功率谱密度的概率密度函数 $p_{1_-}(\tau_-;\ r)$ 的评估计算结果。对于高斯功率谱密度的3dB截断频率而言，选择值为 $f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$。对于 β，由此利用式（3.68）得到Jakes功率谱密度和高斯功率谱密度的相同数值。观察图3.10a和图3.11a看到，在低信号水平（$r=0.1$）处，概率密度函数



a)



b)



c)

图 3.10　当使用 Jakes 功率谱密度时，瑞利过程的衰落时间间隔的概率密度函数 $p_{1_}(\tau_-;\ r)$ ($f_{\max}=91\text{Hz}$, $\sigma_0^2=1$)

a) $r=0.1$　b) $r=1$　c) $r=2.5$

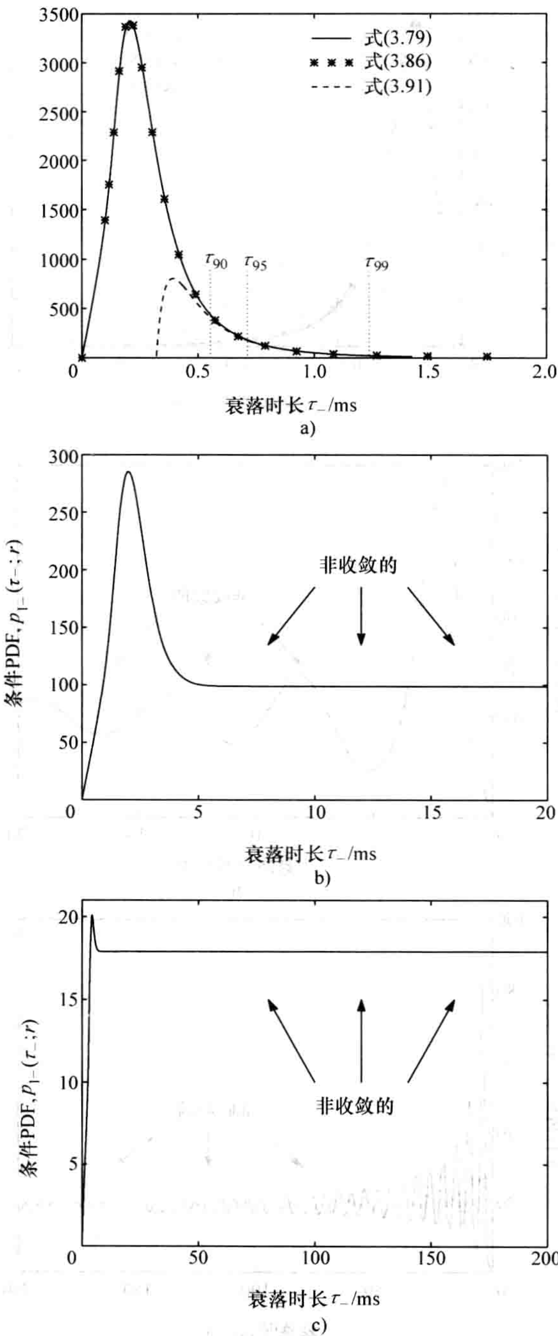


图 3.11 当使用高斯功率谱密度时，瑞利过程的衰落时间间隔的概率密度函数 $p_{1_}(\tau_{-};r)$ ($f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$)

a) $r=0.1$ b) $r=1$ c) $r=2.5$

$p_{1_}(\tau_-;r)$ 的图形是等同的。但是，采用递增的 r 值［对于中等信号水平（$r=1$）见图3.10b和图3.11b，高信号水平（$r=2.5$）见图3.10c和图3.11c］，图形的形状相互之间差异越来越大。在这些图中，可观察到，在信号水平 r 的中等值和较大值处，$p_{1_}(\tau_-;r)$ 没有收敛到零。明显地，如果对于 τ_-，$p_{1_}(\tau_-;r)\geqslant 0$，这严重地危及式（3.79）的准确度——至少对于与长衰落时间间隔 τ_- 有关的 r 中等和高的水平信号范围，情况是这样的。

近似解式（3.79）的有效性最终将仅由仿真水平通过的形状来确定。因此，就需要仿真模型，就概率密度函数 $p_{\mu_i}(x)$ 和自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 而言，仿真模型极其准确地再现参考模型的高斯随机过程 $\mu_i(t)$。在5.3节将再讨论这个主题。对于我们的目的，首先意识到，在中等和高的信号水平 r 处瑞利信道的衰落时间间隔的概率密度函数仅决定性地取决于自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$（对于 $\tau\geqslant 0$），是有重要意义的。

下面将分析深度衰落的统计性质。深度衰落统计性质的知识，在移动无线通信中是极其重要的，原因是发生比特或符号错误，是密切地与深度衰落的发生有关的。所以，令 $r\ll 1$。在这种情形中，衰落的时长 τ_- 较短。由此，在 t 和 $t+\tau_-$ 之间发生更多水平通过的概率是非常小的，结果是近似 $p_{0_}(\tau_-;r)\approx p_{1_}(\tau_-;r)$ 具有高的准确度。在参考文献［76］中，已经证明，当 $r\to 0$ 时，式（3.79）中的概率密度函数收敛到

$$p_{1_}(\tau_-;r)=-\frac{1}{T_{\zeta_}(r)}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}u}\left[\frac{2}{u}I_1(z)\mathrm{e}^{-z}\right] \tag{3.85}$$

式中，$z=2/(\pi u^2)$ 和 $u=\tau_-/T_{\zeta_}(r)$ 成立。在一些代数演算后，发现如下表达式

$$p_{1_}(\tau_-;r)=\frac{2\pi z^2\mathrm{e}^{-z}}{T_{\zeta_}(r)}\left[I_0(z)-\left(1+\frac{1}{2z}\right)I_1(z)\right],\quad r\to 0 \tag{3.86}$$

式中，$z=2[T_{\zeta_}(r)/\tau_-]^2/\pi$。考虑式（3.85）或式（3.86），我们认识到，$p_{1_}(\tau_-;r)$ 仅取决于信号水平 r 和衰落的平均时长 $T_{\zeta_}(r)$，由此取决于 $\sigma_0^2=r_{\mu_i\mu_i}(0)$ 和 $\beta=-\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)$。结果是，对于 $\tau>0$，在低信号水平（$r\ll 1$）处，衰落时间间隔的概率密度独立于自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的形状。对于信号水平 $r=0.1$，式（3.86）中概率密度函数的数值计算结果也如图3.10a和图3.11a所示。这些图清晰地表明，如果信号水平 r 小，那么式（3.79）和式（3.86）之间的偏差是可忽略的。

在极限 $\tau_-\to 0$ 和 $\tau_-\to\infty$ 中，式（3.86）收敛到 $p_{1_}(0;r)=p_{1_}(\infty;r)=0$。最后，应该提到的是，通过使用式（3.86），人们发现（在一次短的辅助计算后）衰落时间间隔 τ_- 期望值的如下结果

$$E\{\tau_-\}=\int_0^\infty \tau_- p_{1_}(\tau_-;r)\,\mathrm{d}\tau_-=T_{\zeta_}(r) \tag{3.87}$$

下面将采用 τ_q 表示衰落时长的时间间隔，该间隔内包括所有衰落时间间隔的百分之 q。由此，利用 τ_q，可确定如下积分的下限

$$\int_{\tau_q}^\infty p_{0_}(\tau_-;r)\,\mathrm{d}\tau_-=1-\frac{q}{100} \tag{3.88}$$

了解 τ_{90}、τ_{95} 和 τ_{99} 的知识，对于交织器/解交织器的（最优）设计和信道编码器/解码器

是极其重要的。采用近似$p_0(\tau_-;r)\approx p_1(\tau_-;r)$，现在能够以一种显式形式推导得到$\tau_q$的一个近似解。首先，将式（3.86）展开为一个幂级数，其中利用级数展开[77,式(4.2.1)]

$$e^{-z}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-z)^n}{n!} \tag{3.89}$$

和[77,式(9.6.10)]

$$I_v(z)=\left(\frac{z}{2}\right)^v\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(z^2/4)^n}{n!\ \Gamma(v+n+1)},\quad v=0,1,2,\cdots \tag{3.90}$$

在后一表达式中，符号$\Gamma(\cdot)$表示gamma函数，是在式（2.59）中定义的。在第二项后截断得到的级数，得到对我们的目的有用的分布$p_1(\tau_-;r)$的右侧尾部的近似

$$p_1(\tau_-;r)\approx\frac{\pi z^2}{2}(3-5z)/T_{\zeta_-}(r) \tag{3.91}$$

式中，z同样表示$z=2[T_{\zeta_-}(r)/\tau_-]^2/\pi$。如果现在以式（3.91）替换式（3.88）中的概率密度$p_0(\tau_-;r)$，那么可由积分结果推导得到$\tau_q=\tau_q(r)$的一个显式表达式。

最后，得到近似

$$\tau_q(r)\approx\frac{T_{\zeta_-}(r)}{\left\{\frac{\pi}{4}\left[1-\sqrt{1-4\left(1-\frac{q}{100}\right)}\right]\right\}^{\frac{1}{2}}},\quad r\ll 1 \tag{3.92}$$

对于$75\leqslant q\leqslant 100$[78]，上式是有效的。这个表达式清晰地表明$\tau_q(r)$，在深度衰落处是与衰落的平均时长成比例关系的。特别对于$\tau_{90}(r)$、$\tau_{95}(r)$和$\tau_{99}(r)$，由式（3.92）得到

$$\tau_{90}(r)\approx 1.78\cdot T_{\zeta_-}(r) \tag{3.93}$$

$$\tau_{95}(r)\approx 2.29\cdot T_{\zeta_-}(r) \tag{3.94}$$

$$\tau_{99}(r)\approx 3.98\cdot T_{\zeta_-}(r) \tag{3.95}$$

如果对于$r\ll 1$，以$T_{\zeta_-}(r)\approx r\sqrt{\pi/(2\beta)}$［参见式（3.78）］近似衰落的平均时长$T_{\zeta_-}(r)$，则进一步的简化是可能的。如果在这个关系中，以针对Jakes功率谱密度和高斯功率谱密度得到的式（3.68）替换β，那么得到（如对$\tau_{90}(r)$）近似

$$\tau_{90}(r)\approx\begin{cases}\dfrac{r}{2\sigma_0 f_{\max}}, & \text{Jakes PSD}\\[2ex] \dfrac{r\sqrt{\ln 2}}{2\sigma_0 f_c}, & \text{高斯 PSD}\end{cases} \tag{3.96}$$

对于$r\ll 1$，上式是有效的。通过利用这个结果看到，对于低的信号水平r，$\tau_{90}(r)$以及由此推知一般$\tau_q(r)(75\leqslant q\leqslant 100)$是正比于$r$且反比于$f_{\max}$（或$f_c$）的。因此，复数高斯随机过程（产生瑞利过程）的功率谱密度的准确形状不会对$\tau_q(r)$的形状具有任何影响。因此，对于Jakes功率谱密度和高斯功率谱密度而言，通过选择$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，同样得到相同的$\tau_q(r)$值。所以，人们也可比较图3.10a和图3.11a，其中图示出近似式（3.91）和由之推导得到的$\tau_{90}(r)$、$\tau_{95}(r)$和$\tau_{99}(r)$［见式（3.93）~式(3.95)］。应该指出的是，如果信号水平r等于0.1，则近似值式（3.93）~式(3.95)和$\tau_q(r)$［通过以数值方式求解性（3.88）得到］之间的相对偏差小于千分之一。$\tau_q(r)$所有这些近似解的有效性，最后同样仅通过仿真水平通过形状才可加以判断。在5.3节将看

到，本节介绍的近似与在5.3节得到的仿真结果匹配得非常好。

在参考文献［25］中，也对莱斯过程实施了概率密度函数 $p_{0_-}(\tau_-;r)$ 的计算机仿真。因此，证明了一个莱斯过程实际上与对应的瑞利过程具有相同的衰落时间间隔的概率密度函数。这些结果至少对于低信号水平是不再令人惊奇的，原因是，由式（3.86）得出结论，$p_{1_-}(\tau_-;r)$ 仅取决于 $T_{\xi_-}(r)$，且在3.4.3节已经看到，如果 $r \ll 1$ 且 $r\rho/\sigma_0^2 \ll 1$，则 $T_{\xi_-}(r) \approx T_{\zeta_-}(r)$ 成立。在这种情形下，针对瑞利过程得到的 $p_{0_-}(\tau_-;r)$ 和 $\tau_q(r)$ 的解析近似解，可被莱斯过程直接采用。

3.5 扩展阅读

在参考文献［79］中介绍了两台运动车辆之间通信（移动到移动的通信）的陆地移动无线信道的一个随机模型。其中证明了，信道同样可由具有对称多普勒功率谱密度的窄带复数高斯随机过程表示，现在在频率 $f=\pm(f_{\max_1}-f_{\max_2})$ 处有奇点。这里，$f_{\max_1}$（$f_{\max_2}$）表示由于接收器（发送器）的运动产生的最大多普勒频率。多普勒谱的形状与式（3.23）中的Jakes功率谱密度有显著差异，但作为 $f_{\max_1}=0$ 或 $f_{\max_2}=0$ 时的特例是包含Jakes功率谱密度的。在另一篇文章[80]中分析了这个移动到移动的信道模型的（二阶）统计性质。

由莱斯[76]开展的衰落时间间隔之概率密度函数的分析，触发了这个领域中的进一步研究（如参考文献［81-85］）。这些工作的目的是，要推导新的且比莱斯在式（3.79）中提出的近似解更精确的近似解。即使对于瑞利信道来说，所谓水平通过问题的数学处理也遍布困难，且一个准确的通解仍待人们发现。对这个领域的特别关注应该放到参考文献［25，86-91］中的工作方面。在参考文献［87］中，报告了有关一个4-状态模型的结果，在比式（3.79）有效的一个大得多的区域上给出概率密度函数 $p_{0_-}(\tau_-;r)$ 的一个良好近似[25]。通过将4-状态模型扩展到6-状态模型和8-状态模型，得到的近似解再次得以显著改进[88-91]。但是，广义高斯随机过程，即所谓的球不变量随机过程[86]的深入研究，证明了这个过程类的4-状态模型和6-状态模型通常不能提供满意的结果，而在参考文献［85］中提出的近似法却提供非常不错的结果。在参考文献［93］中可找到对数正态阴影衰落信道的衰落时间间隔分布的近似解。在参考文献［94］中通过使用一个正交级数展开的方法，尝试解决找到Nakagami过程的衰落时间间隔分布的问题。已经证明，衰落时间间隔的分布，对于渐近的阈值水平和非渐近的阈值水平，可由gamma分布以封闭形式加以近似。

不管解决水平通过问题所做出的所有进展为何，数学计算和数值计算的开销都是相当大的。另外，从开始就不能保障所有以理论方法得到的近似的可靠性，从而在没有理论结果的试验验证时，是不能采用近似结果的。由这个观点看，放弃意图求解水平通过问题的丰富的分析性计算，而实施准确地产生样本函数，似乎是比较理性的做法[92]。在下面两章将考虑这种背景情况，在这两章将讨论高精度仿真模型的高效设计的各种方法，这些模型可以产生具有期望统计性质的衰落波形。

附录3.A Jakes功率谱密度和对应的自相关函数的推导

Jakes功率谱密度的推导是基于这样的假定，即二维各向同性散射必须满足如下三个条件：

1）电磁波的传播发生于二维（水平）平面内，且接收器位于一个各向同性散射区域的中心。

2）作用在接收天线上波的到达角度α是均匀地分布在区间$[-\pi,\pi)$上的。

3）接收天线的天线辐射模式是圆形对称的（全向天线）。

由于假定到达角度α是这样的随机变量，具有概率密度函数

$$p_\alpha(\alpha)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\pi}, & \alpha\in[-\pi,\pi)\\ 0, & \text{其他}\end{cases} \tag{3.A.1}$$

得到定义为

$$f=f(\alpha):=f_{\max}\cos\alpha \tag{3.A.2}$$

的多普勒频率也是随机变量。由$p_f(f)$表示的多普勒频率f的概率密度函数可容易地使用式（2.86）计算得到。应用式（2.86）到当前的问题，可以写出概率密度函数$p_f(f)$

$$p_f(f)=\sum_{v=1}^{m}\frac{p_\alpha(\alpha_v)}{\left|\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\alpha}f(\alpha)\right|_{\alpha=\alpha_v}} \tag{3.A.3}$$

式中，m是区间$[-\pi,\pi)$内式（3.A.2）解的数量。对于$|f|>f_{\max}$，方程$f=f_{\max}\cos\alpha$没有实数解，则结果是，对于$|f|>f_{\max}$，$p_f(f)=0$。但是，由于区间$[-\pi,\pi)$内余弦函数反函数的二义性，对$|f|>f_{\max}$存在两个解，即

$$\alpha_1=-\alpha_2=\arccos(f/f_{\max}) \tag{3.A.4}$$

所以$m=2$。在基本计算和使用式（3.A.1）~式（3.A.4）之后，发现多普勒频率的概率密度函数$p_f(f)$的结果为

$$p_f(f)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}}, & |f|<f_{\max}\\ 0, & |f|>f_{\max}\end{cases} \tag{3.A.5}$$

可容易地验证，多普勒频率的概率密度函数$p_f(f)$是直接与接收天线处接收到的被散射分量$\mu(t)=\mu_1(t)+\mathrm{j}\mu_2(t)$的功率谱密度$S_{\mu\mu}(f)$成比例关系的。为了说明这一点，设想一下，$\mu(t)$可表示为一个无穷数量复数正弦曲线的叠加［依据式（3.15）］，即

$$\mu(t)=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N}c_n\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_n t+\theta_n)} \tag{3.A.6}$$

作为各向同性散射的理想化假定的结果，得出所有幅度$c_n=\sigma_0\sqrt{2/N}$具有相同的大小。式（3.A.6）中的多普勒频率f_n是独立同分布的随机变量，其概率密度函数由式（3.A.5）确定。类似地，相位β_n是独立同分布随机变量，但它们是均匀分布在区间$[0,2\pi)$上的。应该指出的是，式（3.A.6）中$\mu(t)$的功率谱密度$S_{\mu\mu}(f)$是由无穷

数量的离散谱线组成的，且一个无穷小频率区间 $\mathrm{d}f$ 内的平均功率是由 $S_{\mu\mu}(f)\mathrm{d}f$ 确定的。这个无穷小量的功率明显地正比于 $\mathrm{d}f$ 中包含的谱线数量。

另外，由式（3. A. 5）得出，在频率区间 $\mathrm{d}f$ 中包含的谱线数量也可表示为 $p_f(f)\mathrm{d}f$。因此，可建立如下关系

$$S_{\mu\mu}(f)\mathrm{d}f \sim p_f(f)\mathrm{d}f \tag{3. A. 7}$$

由此得到

$$S_{\mu\mu}(f) \sim p_f(f) \tag{3. A. 8}$$

结果是，由于 $\int_{-\infty}^{\infty} S_{\mu\mu}(f)\mathrm{d}f = 2\sigma_0^2$ 和 $\int_{-\infty}^{\infty} p_f(f)\mathrm{d}f = 1$，得到关系

$$S_{\mu\mu}(f) = 2\sigma_0^2 p_f(f) \tag{3. A. 9}$$

因此，通过考虑式（3. A. 5），发现功率谱密度

$$S_{\mu\mu}(f) = \begin{cases} \dfrac{2\sigma_0^2}{\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}}, & |f| \leqslant f_{\max} \\ 0, & |f| > f_{\max} \end{cases} \tag{3. A. 10}$$

该式在参考文献中经常被称作 Jakes 功率谱密度或 Clarke 功率谱密度。严格来说，在上式中应该使用不太严格的不等式 $|f| < f_{\max}$ 而不是 $|f| \leqslant f_{\max}$。但是，在其他文章中，在 $f = \pm f_{\max}$ 的极点被普遍指派到 Jakes 功率谱密度的范围内。因为不想深入讨论 $f = \pm f_{\max}$ 处 $S_{\mu\mu}(f)$ 的详细分析，所以将遵循惯例表示法，特别地因为这种微小的修改对后续计算没有任何影响。

对于 $\mu(t) = \mu_1(t) + \mathrm{j}\mu_2(t)$ 实部和虚部的功率谱密度，关系

$$S_{\mu_i\mu_i}(f) = \frac{S_{\mu\mu}(f)}{2} = \begin{cases} \dfrac{\sigma_0^2}{\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}}, & |f| \leqslant f_{\max} \\ 0, & |f| > f_{\max} \end{cases} \tag{3. A. 11}$$

分别对 $i = 1$ 和 $i = 2$ 成立。

最后，通过使用两种不同方法，也计算被散射分量 $\mu(t) = \mu_1(t) + \mathrm{j}\mu_2(t)$ 的自相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$。在第一种方法中，通过式（3. A. 10）中 Jakes 功率谱密度的傅里叶反变换来确定 $r_{\mu\mu}(\tau)$。通过考虑 $S_{\mu\mu}(f)$ 是一个偶函数的情况，这得到表达式

$$\begin{aligned} r_{\mu\mu}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{\mu\mu}(f)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}f \\ &= \frac{4\sigma_0^2}{\pi f_{\max}} \int_0^{f_{\max}} \frac{\cos(2\pi f\tau)}{\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}}\mathrm{d}f \end{aligned} \tag{3. A. 12}$$

首先以 $f_{\max}\cos\alpha$ 替换 f，得到

$$r_{\mu\mu}(\tau) = \sigma_0^2 \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos(2\pi f_{\max}\tau\cos\alpha)\mathrm{d}\alpha \tag{3. A. 13}$$

由该式，通过利用第一类零阶 Bessel 函数的积分表示[23,式(3.715.19)]

$$J_0(z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos(z\cos\alpha)\mathrm{d}\alpha \tag{3. A. 14}$$

可立刻得到结果

$$r_{\mu\mu}(\tau)=2\sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau) \tag{3.A.15}$$

另外一种方法如下。由式（2.107）引入的自相关函数的定义

$$r_{\mu\mu}(\tau):=E\{\mu^*(t)\ \mu(t+\tau)\} \tag{3.A.16}$$

开始，并使用式（3.A.6），我们发现

$$r_{\mu\mu}(\tau)=\lim_{N\to\infty}\lim_{M\to\infty}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}c_n c_m E\{e^{j[2\pi(f_m-f_n)t+2\pi f_m\tau+\theta_m-\theta_n]}\} \tag{3.A.17}$$

依据式（3.A.5），对均匀分布阶段以及多普勒频率分布阶段，必须实施期望值的计算。对θ_m和θ_n确定期望值，并注意到$m=n$时，$E\{e^{j(\theta_m-\theta_n)}\}$ 等于1，对于$m\neq n$等于0，得到

$$r_{\mu\mu}(\tau)=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N}c_n^2 E\{e^{j2\pi f_n\tau}\} \tag{3.A.18}$$

利用概率密度函数式（3.A.5），在类似于第一个过程的简短中间计算之后，可将式（3.A.18）右侧出现的期望值表示为

$$\begin{aligned}E\{e^{j2\pi f_n\tau}\} &= \int_{-\infty}^{\infty}p_f(f)\,e^{j2\pi f\tau}df \\ &= J_0(2\pi f_{\max}\tau)\end{aligned} \tag{3.A.19}$$

最后，回顾一下，依据前面做出的假定，幅度c_n是由$c_n=\sigma_0\sqrt{2/N}$确定的。因此，由式（3.A.18）并在考虑式（3.A.19）情况下，得到表达式

$$r_{\mu\mu}(\tau)=2\sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau) \tag{3.A.20}$$

该式与式（3.A.15）得到的结果相同，式（3.A.15）是通过计算Jakes功率谱密度的傅里叶反变换得到的。

附录3.B 包络的自相关函数的推导

证明式（3.32）正确性的起点是包络的自相关函数的定义

$$r_{\zeta\zeta}(\tau)=E\{\zeta(t)\zeta(t+\tau)\} \tag{3.B.1}$$

因为$\zeta(t)=|\mu(t)|=\sqrt{\mu_1^2(t)+\mu_2^2(t)}$，所以对于$t=t_0$的固定数值，自相关函数$r_{\zeta\zeta}(\tau)$可表示为

$$r_{\zeta\zeta}(\tau)=E\{\sqrt{(\mu_1^2+\mu_2^2)\ (\mu'^2_1+\mu'^2_2)}\} \tag{3.B.2}$$

式中，$\mu_i=\mu_i(t_0)$ 和$\mu'_i=\mu_i(t_0+\tau)$ 是由自相关函数$r_{\mu_i\mu'_i}(\tau)=E\{\mu_i\mu'_i\}(i=1,2)$ 描述的零均值高斯随机变量。将式（2.10）的基本关系扩展到4个随机变量，得到

$$r_{\zeta\zeta}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\sqrt{(x_1^2+x_2^2)\ (x'^2_1+x'^2_2)}\,p_{\mu_1\mu_2\mu'_1\mu'_2}(x_1,\ x_2,\ x'_1,\ x'_2)\,dx_1dx_2dx'_1dx'_2 \tag{3.B.3}$$

式中，$p_{\mu_1\mu_2\mu'_1\mu'_2}(\cdot,\ \cdot,\ \cdot,\ \cdot)$ 表示μ_1，μ_2，μ'_1和μ'_2的联合概率密度函数。注意，μ_i和μ'_i是相关的高斯随机变量，其中对于i，$j=1$，$2(i\neq j)$，μ_i和μ_j是不相关的。回顾一下，对于高斯随机变量，不相关性等价于独立性，因此可写出

$$p_{\mu_1\mu_2\mu_1'\mu_2'}(x_1, x_2, x_1', x_2') = p_{\mu_1\mu_1'}(x_1, x_1') \cdot p_{\mu_2\mu_2'}(x_2, x_2') \tag{3.B.4}$$

式中，由式（2.36）中的多变量高斯分布得到μ_i和μ_i'的联合概率密度函数$p_{\mu_1\mu_1'}(x_1, x_1')$为

$$p_{\mu_1\mu_1'}(x_1, x_1') = \frac{e^{-\frac{x_i^2 - 2\rho(\tau)x_i x_i' + x_i'^2}{2\sigma_0^2(1-\rho^2(\tau))}}}{2\pi\sigma_0^2\sqrt{1-\rho^2(\tau)}} \tag{3.B.5}$$

式中，对于$i=1$，2，有$\rho(\tau) = r_{\mu_i\mu_i'}(\tau)/\sigma_0^2$。在式（3.B.3）中以式（3.B.5）替换式（3.B.4），并使用变量替换

$$x_1 = z\cos\theta, \quad x_1' = z'\cos\theta' \tag{3.B.6}$$

$$x_2 = z\sin\theta, \quad x_2' = z'\sin\theta' \tag{3.B.7}$$

将式（3.B.3）中的四重积分化简为二重积分

$$r_{\zeta\zeta}(\tau) = \frac{2\alpha(\tau)}{\sigma_0^2}\int_0^\infty\int_0^\infty (zz')^2 e^{-\alpha(\tau)(z^2+z'^2)} I_0(2\alpha(\tau)\rho(\tau)zz')\,dz\,dz' \tag{3.B.8}$$

式中

$$\alpha(\tau) = \frac{1}{2\sigma_0^2[1-\rho^2(\tau)]} \tag{3.B.9}$$

依据参考文献［77，式（9.6.3）］，通过使用参考文献［23，式（6.631.1）］

$$\int_0^\infty x^2 e^{-\alpha x^2} J_0(\beta x)\,dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4\alpha^{3/2}}\,{}_1F_1\left(\frac{3}{2};\ 1;\ -\frac{\beta^2}{4\alpha}\right) \tag{3.B.10}$$

可以用$J_0(jx)$ 替换式（3.B.8）中的$I_0(x)$，得到下面的表达式

$$\begin{aligned} r_{\zeta\zeta}(\tau) &= \frac{\sqrt{\pi}}{2\sigma_0^2\sqrt{\alpha(\tau)}}\int_0^\infty z^2 e^{-\alpha(\tau)z^2}\,{}_1F_1\left(\frac{3}{2};\ 1;\ \alpha(\tau)\ \rho^2(\tau)z^2\right)dz \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{4\sigma_0^2\sqrt{\alpha(\tau)}}\int_0^\infty \sqrt{x}e^{-\alpha(\tau)x}\,{}_1F_1\left(\frac{3}{2};\ 1;\ \alpha(\tau)\ \rho^2(\tau)x\right)dx \end{aligned} \tag{3.B.11}$$

式中，${}_1F_1(\cdot;\ \cdot;\ \cdot;\ \cdot)$ 表示广义超几何级数。接下来，通过使用参考文献［23，式（7.525.1）］

$$\int_0^\infty \sqrt{x}e^{-\alpha x}\,{}_1F_1(a;\ b;\ \lambda x)\,dx = \Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\alpha^{-\frac{3}{2}}\,{}_2F_1\left(a,\ \frac{3}{2};\ b;\ \frac{\lambda}{\alpha}\right) \tag{3.B.12}$$

和关系[23,式(9.14.2)]

$${}_2F_1(a,\ b;\ c;\ z) = F(a,\ b;\ c;\ z) \tag{3.B.13}$$

以超几何函数$F(\cdot,\ \cdot;\ \cdot;\ \cdot)$，写出自相关函数$r_{\zeta\zeta}(\tau)$

$$r_{\zeta\zeta}(\tau) = \frac{\pi}{8\sigma_0^2\alpha^2(\tau)}F\left(\frac{3}{2},\ \frac{3}{2};\ 1;\ \rho^2(\tau)\right) \tag{3.B.14}$$

最后，通过使用变换公式[23,式(9.131.1)]

$$F(a,\ b;\ c;\ z) = (1-z)^{c-a-b}F(c-a,\ c-b;\ c;\ z) \tag{3.B.15}$$

和式（3.B.9），证明$r_{\zeta\zeta}(\tau)$ 可表示为

$$r_{\zeta\zeta}(\tau) = \sigma_0^2\frac{\pi}{2}F\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2};\ 1;\ \rho^2(\tau)\right) \tag{3.B.16}$$

由这个结果，因为$\rho(\tau)=r_{\mu_i\mu_i'}(\tau)/\sigma_0^2$和

$$\begin{aligned} r_{\mu_i\mu_i'}(\tau) &= E\{\mu_i\mu_i'\} \\ &= E\{\mu_i(t_0)\ \mu_i(t_0+\tau)\} \\ &= E\{\mu_i(t)\ \mu_i(t+\tau)\} \\ &= r_{\mu_i\mu_i}(\tau),\quad i=1,\ 2 \end{aligned} \tag{3.B.17}$$

直接得到式（3.32）。在参考文献［95］中也可找到这个证明的一个删减版本。式（3.B.16）中主要结果的另一个来源是参考文献［54，第170页］，其中将证明留作读者的一道练习题。

附录3.C 各向同性散射条件下包络的自协方差谱的推导

在各向同性散射的假定下，在本附录中证明包络$\zeta(t)$的自协方差谱$S_{\zeta\zeta}^c(f)$可近似为

$$S_{\zeta\zeta}^c(f)\approx\begin{cases}\dfrac{\sigma_0^2}{8\pi f_{\max}}K\left(\sqrt{1-\left(\dfrac{f}{2f_{\max}}\right)^2}\right), & |f|<2f_{\max}\\ 0, & |f|>2f_{\max}\end{cases} \tag{3.C.1}$$

式中，$K(\cdot)$是第一类完全椭圆积分。可采用许多方式进行证明。一种可能性是通过使用式（3.23）引入的Jakes功率谱密度来解式（3.38）中的卷积。这里，采用另外一种方法，即计算如下自协方差函数的傅里叶变换［见式（3.39）］

$$r_{\zeta\zeta}^c(\tau)\approx\frac{\pi}{8}\sigma_0^2J_0^2(2\pi f_{\max}\tau) \tag{3.C.2}$$

得到

$$\begin{aligned} S_{\zeta\zeta}^c(\tau) &\approx \frac{\pi}{8}\sigma_0^2\int_{-\infty}^{\infty}J_0^2(2\pi f_{\max}\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau \\ &= \frac{\pi}{4}\sigma_0^2\int_0^{\infty}J_0^2(2\pi f_{\max}\tau)\cos(2\pi f\tau)\mathrm{d}\tau \\ &= \frac{\sigma_0^2}{8f_{\max}}\int_0^{\infty}J_0^2(x)\cos\left(\frac{f}{f_{\max}}x\right)\mathrm{d}x \end{aligned} \tag{3.C.3}$$

使用参考文献［23，式（6.672.2）］

$$\int_0^{\infty}J_0^2(x)\cos(bx)\mathrm{d}x=\begin{cases}\dfrac{1}{2}P_{-\frac{1}{2}}\left(\dfrac{b^2}{2}-1\right), & |b|<2\\ 0, & |b|>2\end{cases} \tag{3.C.4}$$

式中，$P_v(\cdot)$表示第一类Legendre函数，并以$f/f_{\max}$表示b，得到

$$S_{\zeta\zeta}^c(f)\approx\begin{cases}\dfrac{\sigma_0^2}{16f_{\max}}P_{-\frac{1}{2}}\left(\dfrac{f^2}{2f_{\max}^2}-1\right), & |f|<2f_{\max}\\ 0, & |f|>2f_{\max}\end{cases} \tag{3.C.5}$$

另外，利用参考文献［23，式（8.820.1）］

$$P_v(x)=F\left(-v,\ v+1;\ 1;\ \frac{1-x}{2}\right) \tag{3.C.6}$$

和参考文献［23，式（8.113.1）］

$$K(k)=\frac{\pi}{2}F\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2};\ 1;\ k^2\right) \tag{3.C.7}$$

可建立恒等方程

$$P_{-\frac{1}{2}}(x)=\frac{2}{\pi}K\left(\sqrt{\frac{1-x}{2}}\right) \tag{3.C.8}$$

最后，通过使用式（3.C.5）的上面结果，直接得到式（3.C.1）。

附录3.D　基本高斯随机过程具有不同谱形状的莱斯过程的水平通过率的推导

令$\mu_1(t)$和$\mu_2(t)$是具有同样的方差但具有不同谱形状的两个不相关零均值高斯随机过程，即对应的自相关函数受到如下条件的约束：

1）$r_{\mu_1\mu_1}(0)=r_{\mu_2\mu_2}(0)=\sigma_0^2$　(3.D.1)

2）$r_{\mu_1\mu_1}(\tau)\neq r_{\mu_2\mu_2}(\tau)$，　如果$\tau>0$　(3.D.2)

3）$\frac{d^n}{d\tau^n}r_{\mu_1\mu_1}(\tau)\neq\frac{d^n}{d\tau^n}r_{\mu_2\mu_2}(\tau)$，　如果$\tau\geqslant0$，　$n=1,\ 2,\ \cdots$　(3.D.3)

为了得到问题的进一步简化，假定$f_\rho=0$，即假定视距分量m是时变的，由此是由式（3.18）确定的。

所得到的莱斯过程的水平通过率的计算起点是在相同时间t处稳态过程$\mu_{\rho_1}(t)$，$\mu_{\rho_2}(t)$，$\dot{\mu}_{\rho_1}(t)$和$\dot{\mu}_{\rho_2}(t)$［见式（3.19）］的联合概率密度函数。这里不得不考虑如下事实：如果$\mu_{\rho_i}(t)$是具有均值$E\{\mu_{\rho_i}(t)\}=m_i\neq0$和方差$\mathrm{Var}\{\mu_{\rho_i}(t)\}=\mathrm{Var}\{\mu_i(t)\}=r_{\mu_i\mu_i}(0)=\sigma_0^2$的实值（稳态）高斯随机过程，那么其对时间的导数，以$\dot{\mu}_{\rho_i}(t)$表示，也是一个实值（稳态）高斯随机过程，但均值为$E\{\dot{\mu}_{\rho_i}(t)\}=\dot{m}_i=0$、方差为$\mathrm{Var}\{\dot{\mu}_{\rho_i}(t)\}=\mathrm{Var}\{\dot{\mu}_i(t)\}=r_{\dot{\mu}_i\dot{\mu}_i}(0)=-\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)=\beta_i(i=1,\ 2)$。由于式（3.D.3），不等式$\beta_1\neq\beta_2$对于特征量$\beta_i$成立。另外，过程$\mu_{\rho_i}(t)$和$\dot{\mu}_{\rho_i}(t)$在同一时间$t$是成对不相关的。由这个事实得到联合概率密度函数$p_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}(x_1,\ x_2,\ \dot{x}_1,\ \dot{x}_2)$由多变量高斯分布给定，通过使用式（2.36），表示为

$$p_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}(x_1,\ x_2,\ \dot{x}_1,\ \dot{x}_2)=\frac{e^{-\frac{(x_1-m_1)^2}{2\sigma_0^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_0}\cdot\frac{e^{-\frac{(x_2-m_2)^2}{2\sigma_0^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_0}\cdot\frac{e^{-\frac{\dot{x}_1^2}{2\beta_1}}}{\sqrt{2\pi\beta_1}}\cdot\frac{e^{-\frac{\dot{x}_2^2}{2\beta_2}}}{\sqrt{2\pi\beta_2}} \tag{3.D.4}$$

利用$z=\sqrt{x_1^2+x_2^2}$和$\theta=\arctan(x_2/x_1)$，将笛卡儿坐标$(x_1,\ x_2)$变换为极坐标$(z,\ \theta)$，对于$z\geqslant0$和$|\theta|\leqslant\pi$，得到如下方程组：

$$x_1=z\cos\theta,\quad \dot{x}_1=\dot{z}\cos\theta-\dot{\theta}z\sin\theta$$

$$x_2 = z\sin\theta, \quad \dot{x}_2 = \dot{z}\sin\theta + \dot{\theta} z\cos\theta \tag{3.D.5}$$

应用变换规则式（2.87），得到联合概率密度函数

$$p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z, \dot{z}, \theta, \dot{\theta}) = |J|^{-1} p_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}(z\cos\theta, z\sin\theta, \dot{z}\cos - \dot{\theta} z\sin\theta, \dot{z}\sin\theta + \dot{\theta} z\cos\theta) \tag{3.D.6}$$

式中

$$J = J(z) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial z} & \frac{\partial x_1}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial x_1}{\partial \theta} & \frac{\partial x_1}{\partial \dot{\theta}} \\ \frac{\partial x_2}{\partial z} & \frac{\partial x_2}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial x_2}{\partial \theta} & \frac{\partial x_2}{\partial \dot{\theta}} \\ \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial z} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial \dot{\theta}} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial z} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{\theta}} \end{vmatrix}^{-1} = -\frac{1}{z^2} \tag{3.D.7}$$

表示雅可比行列式［见式（2.88）］。将式（3.D.5）和式（3.D.7）插入到式（3.D.6），对于 $z \geqslant 0$，$|\dot{z}| < \infty$，$|\theta| \leqslant \pi$ 和 $|\dot{\theta}| < \infty$，在一些代数计算后，得到联合概率密度函数 $p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z, \dot{z}, \theta, \dot{\theta})$ 的下面表达式

$$p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z, \dot{z}, \theta, \dot{\theta}) = \frac{z^2}{(2\pi\sigma_0)^2\sqrt{\beta_1\beta_2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_0^2}[z^2+\rho^2-2z\rho\cos(\theta-\theta_\rho)]} \cdot e^{-\frac{\dot{z}^2}{2}\left(\frac{\cos^2\theta}{\beta_1}+\frac{\sin^2\theta}{\beta_2}\right)-\frac{z^2\dot{\theta}^2}{2}\left(\frac{\cos^2\theta}{\beta_2}+\frac{\sin^2\theta}{\beta_1}\right)-z\dot{z}\dot{\theta}\left(\frac{\beta_1-\beta_2}{\beta_1\beta_2}\right)\cos\theta\sin\theta} \tag{3.D.8}$$

依据式（2.89），通过使用关系

$$p_{\xi\dot{\xi}}(z, \dot{z}) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi} p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z, \dot{z}, \theta, \dot{\theta})\,\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\dot{\theta}, \quad z \geqslant 0, \ |\dot{z}| < \infty \tag{3.D.9}$$

现在计算得到相同时间 t 处过程 $\xi(t)$ 和 $\dot{\xi}(t)$ 的联合概率密度函数。将式（3.D.8）插入到式（3.D.9），最后得到

$$p_{\xi\dot{\xi}}(z, \dot{z}) = \frac{z}{(2\pi)^{3/2}\sigma_0^2} e^{-\frac{z^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}} \int_{-\pi}^{\pi} e^{\frac{z\rho}{\sigma_0^2}\cos(\theta-\theta_\rho)} \frac{e^{-\frac{\dot{z}^2}{2(\beta_1\cos^2\theta+\beta_2\sin^2\theta)}}}{\sqrt{\beta_1\cos^2\theta+\beta_2\sin^2\theta}}\mathrm{d}\theta \tag{3.D.10}$$

因为一般来说，莱斯过程 $\xi(t)$ 的水平通过率 $N_\xi(r)$ 定义为

$$N_\xi(r) := \int_0^\infty \dot{z}\, p_{\xi\dot{\xi}}(r, \dot{z})\,\mathrm{d}\dot{z}, \quad r \geqslant 0 \tag{3.D.11}$$

通过使用式（3.D.10），得到下面的结果

$$N_\xi(r) = \frac{r e^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}}}{(2\pi)^{3/2}\sigma_0^2} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} e^{\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\cos(\theta-\theta_\rho)} \sqrt{\beta_1\cos^2\theta+\beta_2\sin^2\theta}\,\mathrm{d}\theta \tag{3.D.12}$$

对于$\beta_1 \neq \beta_2$成立。对一般性没有限制的条件下，可假定$\beta_1 \geqslant \beta_2$成立。在这个条件下，也可将式（3. D. 12）表示为

$$N_{\xi}(r) = \sqrt{\frac{\beta_1}{2\pi}} \cdot \frac{r}{\sigma_0^2} e^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}} \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cosh\left[\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\cos(\theta - \theta_\rho)\right] \sqrt{1 - k^2 \sin^2\theta}\, d\theta, \quad r \geqslant 0 \tag{3. D. 13}$$

式中，$k = \sqrt{(\beta_1 - \beta_2)/\beta_1}$。应该指出的是，对于$\beta = \beta_1 = \beta_2 \neq 0$，即$k = 0$,，并通过使用参考文献［77，式（9. 6. 16）］

$$I_0(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cosh(z\cos\theta)\, d\theta \tag{3. D. 14}$$

上面的水平通过率$N_{\xi}(r)$表达式就可简化为式（3. 66），这和预期的一样。

在本附录结尾处，考虑β_1和β_2之间的偏差非常小情形的一个近似。因此，对于满足$\varepsilon/\beta_1 \ll 1$成立的一个正数$\varepsilon$，写出

$$\beta_1 = \beta_2 + \varepsilon \tag{3. D. 15}$$

由于$k = \sqrt{(\beta_1 - \beta_2)/\beta_1} = \sqrt{\varepsilon/\beta_1} \ll 1$，可使用近似

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - k^2 \sin^2\theta} &\approx 1 - \frac{k^2}{2}\sin^2\theta \\ &= 1 - \frac{\varepsilon}{2\beta_1}\sin^2\theta \end{aligned} \tag{3. D. 16}$$

从而式（3. D. 13）中的关系，对于$\theta_\rho = 0$可化简为下面的表达式

$$\begin{aligned} N_{\xi}(r)\big|_{\beta_1 \approx \beta_2} &\approx \sqrt{\frac{\beta_1}{2\pi}} \cdot \frac{r}{\sigma_0^2} e^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}} \left[I_0\left(\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\right) - \frac{\varepsilon}{2\beta_1} I_1\left(\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\right) \Big/ \left(\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\right) \right] \\ &\approx \sqrt{\frac{\beta_1}{2\pi}} \cdot \frac{r}{\sigma_0^2} e^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}} I_0\left(\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\right) \\ &\approx \sqrt{\frac{\beta_1}{2\pi}} \cdot p_{\xi}(r) \end{aligned} \tag{3. D. 17}$$

为了推导这些关系，利用了第一类的一阶修正 Bessel 函数的积分表示[77,式(9. 6. 18)]

$$I_1(z) = \frac{z}{\pi} \int_0^{\pi} e^{\pm z\cos\theta} \sin^2\theta\, d\theta \tag{3. D. 18}$$

因此，式（3. D. 17）表明，在$\beta_1 \approx \beta_2$成立的情形中，如果β由β_1替换，则对于莱斯过程$\xi(t)$的水平通过率而言，表达式（3. 66）仍然是近似有效的。

第4章　正弦曲线求和信道模型导论

在本书接下来的部分所研究的大部分信道模型都基于有色高斯随机过程的利用。例如，在前一章，我们看到，经典的瑞利过程或莱斯过程的建模要求实现两个实数值的有色高斯随机过程。而对于一个 Suzuki 过程[26]，它定义为一个瑞利过程和一个对数正态过程的乘积过程，则需要三个实数值的有色高斯随机过程。就陆地移动无线信道之上的数字数据传输而言，为了描述等价复数基带中所接收信号的随机包络波动，经常引用这样的过程（瑞利、莱斯、Suzuki）作为合适的随机过程。统计包络形状可由瑞利过程、莱斯过程或 Suzuki 过程描述的移动无线信道，将因此被称为瑞利信道、莱斯信道或 Suzuki信道。这些模型可被分类为频率非选择信道群[11]。一个进一步的例子由频率选择信道[11]的建模给出，其中使用带有$\mathcal{L}$个时变复数值的随机系数的有限脉冲响应（FIR）滤波器。这就要求实现 2 $\mathcal{L}$个实数值的有色高斯随机过程。最后但丝毫不减重要性的是，提到为了对有 M_T个发送器和 M_R个接收器天线的多输入多输出信道进行建模，追求 $M_T \cdot M_R$个复数值有色高斯过程的高效设计，这些过程在空间、时间和频率上一般而言是相关的。在这少量范例的协助下，相当清楚的是，有色高斯随机过程的实现的高效方法的开发，对于用于单天线和多天线系统的频率非选择和频率选择移动无线信道的建模而言，都是极端重要的。

为了解决具有给定相关性质的高斯过程的高效建模问题，在本章中描述一种基础方法，该方法依据的是有限数量正弦曲线的叠加。这种方法背后的基本思路可追溯到莱斯的正弦曲线求和[16,17]。本章给出正弦曲线求和过程理论的介绍，这些过程作为本章奠基概念的一个特别重要的支柱。

如今，正弦曲线求和原理的应用范围包括相对简单的时变瑞利衰落信道[13,96,97]和 Nakagami 信道[33,98]，到频率选择信道[99-103]，直到精巧的空间—时间窄带[104,105]和宽带[106-109]信道等的信道仿真器的开发。更多的应用可在多个交叉相关的[110]和多个不相关的[111-114]瑞利衰落信道等设计的研究领域中找到。这样的信道模型是人们特别感兴趣的，例如多输入多输出系统[115-117]和多样化方案[118,第6章]、[119]的系统性能研究。另外，已经证明，正弦曲线求和原理支持快速衰落信道仿真器的设计[120]，并方便完美信道模型的开发[121,122]。一个完美信道模型是这样一个模型，其散射函数可完美地与任何给定的测量得到的散射函数拟合，这些散射函数是从真实世界环境中实施的快照测量数据得到的。最后，应该指出的是，正弦曲线求和原理成功地应用到了协作网络中移动到移动无线信道的建模和仿真[123,124]以及信道容量仿真器的开发[125,126]。

本章是如下组织的。4.1 节介绍了确定性信道建模的原理。4.2 节研究确定性正弦曲线求和过程的基本性质，如自相关函数、功率谱密度和多普勒频散。这些过程的统计性质的分析是4.3 节研究的主题。4.4 节给出正弦曲线求和过程各种类型的综述，并简短地讨论了它们的稳态和遍历性质。4.5 节将介绍复数正弦曲线求和的基本知识。在这

种关系中，也将突出正弦曲线求和和复数正弦曲线求和过程之间的主要差异。4.6 节给出如下方面基准的合适质量准则，其中可对在第 5 章讨论的参数计算方法的性能实施公平的评估。这些准则的应用能够为高性能参数计算方法的开发建立指南。另外，由采用不太合适的方法而导致的问题将因此变得更加全面。最后，4.7 节指出一些其他的参考资料，对本章涵盖的话题是起补充作用的。

4.1 确定性信道建模的原理

在本领域中，人们发现，对有色高斯随机过程建模本质上有两种基本方法：滤波器方法和莱斯方法。

当使用滤波器方法时，如图 4.1a 所示的高斯白噪声（WGN）过程 $v_i(t)$ 给定作为一个线性时变滤波器的输入，该滤波器的传递函数由 $H_i(f)$ 表示。在下面，假定滤波器是理想的，含义是传递函数 $H_i(f)$ 可以任意精度拟合到任何给定的频率响应。如果 $v_i(t) \sim N(0,1)$，那么在滤波器输出处得到一个零均值随机高斯随机过程 $\mu_i(t)$，其中依据式（2.131f），$\mu_i(t)$ 的功率谱密度 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 匹配传递函数的绝对值的二次方，即 $S_{\mu_i\mu_i}(f) = |H_i(f)|^2$。因此，一个有色高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 可被看作滤波高斯白噪声 $v_i(t)$ 的结果。

莱斯方法的原理[16,17]如图 4.1b 所示。该方法依据的是，具有恒定增益、等距频率和随机阶段的无穷数量正弦曲线的叠加。依据这个原理，一个随机高斯过程 $\mu_i(t)$ 数学上可由一个无穷数量的正弦曲线求和（SOS）㊀来描述

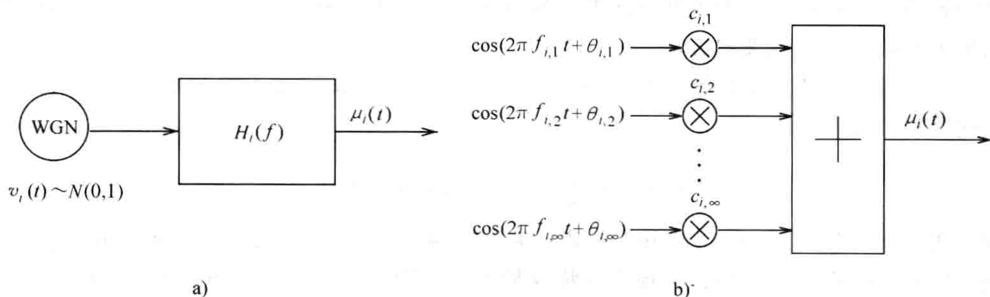


图 4.1　有色高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 的随机参考模型

a）滤波器方法　b）莱斯方法

$$\mu_i(t) = \lim_{N_i \to \infty} \sum_{n=1}^{N_i} c_{i,n} \cos(2\pi f_{i,n} t + \theta_{i,n}) \tag{4.1}$$

式中，增益 $c_{i,n}$ 和频率 $f_{i,n}$ 是如下给定的常量

㊀ 一个正弦曲线或平面波是形式为 $x(t) = A\sin(2\pi ft + \theta)$ 的一个数学函数，其中 A，f 和 θ 分别为幅度、频率和相位。一个余弦波也称作一个正弦曲线，原因是 $A\cos(2\pi ft+\theta) = A\sin(2\pi ft+\theta+\pi/2)$ 等于具有相位偏移 $\pi/2$ 的一个正弦曲线。这种关系证明了式（4.1）中数学模型的正弦曲线这个术语的合理性。

$$c_{i,n}=2\sqrt{\Delta f_i S_{\mu_i\mu_i}(f_{i,n})} \tag{4.2a}$$

$$f_{i,n}=n\cdot\Delta f_i \tag{4.2b}$$

相位 $\theta_{i,n}(n=1, 2, \cdots, N_i)$ 是独立同分布的随机变量，每个变量都有在区间 $(0, 2\pi]$ 上的均匀分布，且这里的量 Δf_i 是以如下方式选择的，即式（4.2b）涵盖了整个相关频率范围，其中假定当 $N_i\to\infty$ 时，$\Delta f_i\to 0$。

如我们所知，一个高斯随机过程是完全由其均值和自相关函数，或换种说法，是由其功率谱密度所表征的。依据莱斯[16,17]的说法，表达式（4.1）代表具有功率谱密度 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 的一个零均值高斯随机过程。结果是，如图4.1a和图4.1b所示的分析性模型是等价的，即这两种引入的方法（滤波器方法和莱斯方法）得到等同的随机过程。但是，对于两种方法，人们应该考虑到得到的过程不是可准确地实现的。当使用滤波器方法时，一个准确的实现遇到如下假定的困难，即滤波器应该是理想的。严格来说，滤波器的输入信号（高斯白噪声）也是不能准确地实现的。当使用莱斯方法时，一个实现也是不可能的，因为无穷数量的正弦曲线 N_i 是不能在一台计算机上或在一个硬件平台上实现的。因此，就有色高斯随机过程的建模而言，滤波器方法和莱斯方法仅得到一个随机的分析性（理想的）模型，在本书中该模型将被看作一个参考模型。

当使用滤波器方法时，使用非理想的但因此可实现的滤波器，使随机仿真模型的实现成为可能。取决于实现复杂的程度，人们应该考虑到滤波器输出信号的统计特征，这些特征或多或少地是从期望的理想高斯随机过程的统计特征中推导得到的。在众多发表的文章中（如参考文献[127~131]），这种方法已经被应用到移动无线信道仿真模型的设计。在9.5节，将再次讨论滤波器方法，目的是与莱斯方法做个比较。但是，在接下来的各节中，将集中讨论莱斯方法的详细分析。应该指出的是，对莱斯方法发现的许多结果可直接应用到滤波器方法。

如果莱斯方法用于仅带有有限数量的正弦曲线 $N_i<\infty$，那么得到另一个随机的正弦曲线求和过程，表示为

$$\hat{\mu}_i(t) = \sum_{n=1}^{N_i} c_{i,n}\cos(2\pi f_{i,n}t+\theta_{i,n}) \tag{4.3}$$

现在假定，参数 $c_{i,n}$ 和 $f_{i,n}$ 仍然分别由式（4.2a）和式（4.2b）给定，且相位 $\theta_{i,n}$ 同样是均匀分布的随机变量。那么，现在可将这种方法应用到一个仿真模型的实现，模型的通用结构如图4.2a所示。明显的是，当 $N_i\to\infty$ 时，$\hat{\mu}_i(t)\to\mu_i(t)$ 成立。此时，应该强调的是，仿真模型仍然是具有随机本质的，原因是对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i$，相位 $\theta_{i,n}$ 是均匀分布的随机变量。

仅在各相位 $\theta_{i,n}(n=1, 2, \cdots, N_i)$ 以区间 $(0, 2\pi]$ 中的一个均匀分布从一个随机产生器被取出后，相位 $\theta_{i,n}$ 才不再代表随机变量，而代表的是常量，原因是现在它们是一个随机变量的实现（产出，outcome）。由此，与式（4.2a）、式（4.2b）和式（4.3）相联系，明显的是

$$\tilde{\mu}_i(t) = \sum_{n=1}^{N_i} c_{i,n}\cos(2\pi f_{i,n}t+\theta_{i,n}) \tag{4.4}$$

是一个确定性的正弦曲线求和过程，出于简单性考虑，它也经常仅称作一个确定性过程

或波形。因此，由图 4.2a 所示的随机仿真模型，可得到一个确定性的仿真模型，其结构表示为图 4.2b 中的连续时间表示形式。注意在极限 $N_i\to\infty$ 中，确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 趋向于随机过程 $\mu_i(t)$ 的一个样本函数。

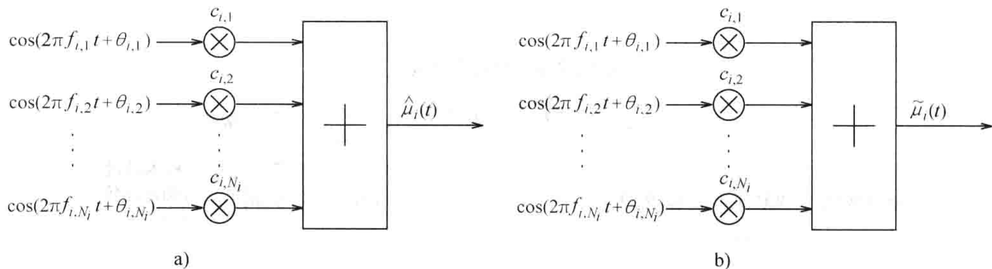


图 4.2　有色高斯随机过程的仿真模型

a）随机仿真模型（随机相位 $\theta_{i,n}$）　b）确定性的仿真模型（常数相位 $\theta_{i,n}$）

上面的论断使我们可将高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 的随机仿真模型和确定性仿真模型解释如下：

1）如果 t 是一个变量，N_i 是无限的，且 $\theta_{i,n}$ 是随机变量，那么 $\mu_i(t)$ 是一个高斯过程，它是样本函数族或全体 $\mu_i(t,\ \theta_{i,n}^{(k)})(k=1,\ 2,\ \cdots)$，即 $\mu_i(t)=\mu_i(t,\ \theta_{i,n})=\{\mu_i(t,\ \theta_{i,n}^{(k)})\mid \theta_{i,n}^{(k)}\in(0,\ 2\pi]\}=\{\mu_i(t,\ \theta_{i,n}^{(1)}),\ \mu_i(t,\ \theta_{i,n}^{(2)}),\ \cdots\}$。高斯过程 $\mu_i(t)$ 代表该参考模型。

2）如果 t 是一个变量，N_i 是无限的，且 $\theta_{i,n}$ 是随机变量，那么 $\mu_i(t)$ 是一个随机过程，它可被解释为样本函数族或全体 $\hat{\mu}_i(t,\ \theta_{i,n}^{(k)})(k=1,\ 2,\ \cdots)$，即 $\mu_i(t)=\hat{\mu}_i(t,\ \theta_{i,n})=\{\hat{\mu}_i(t,\ \theta_{i,n}^{(k)})\mid \theta_{i,n}^{(k)}\in(0,\ 2\pi]\}=\{\hat{\mu}_i(t,\ \theta_{i,n}^{(1)}),\ \hat{\mu}_i(t,\ \theta_{i,n}^{(2)}),\ \cdots\}$。随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 的实现称作随机仿真模型。

3）如果 t 是一个变量，N_i 是无限的，且 $\theta_{i,n}=\theta_{i,n}^{(k)}$ 是常量，那么 $\tilde{\mu}_i(t)=\hat{\mu}_i(t,\ \theta_{i,n}^{(k)})$ 是随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 的一个实现或一个样本函数。样本函数 $\tilde{\mu}_i(t)$ 是确定性的，且其实现被称作确定性的仿真模型。

4）如果 $t=t_0$ 是一个常数，N_i 是有限的，且 $\theta_{i,n}$ 是随机变量，那么 $\hat{\mu}_i(t_0)$ 是一个随机变量。

5）如果 $t=t_0$ 是一个常数，N_i 是有限的，且 $\theta_{i,n}^{(k)}$ 是常量，那么 $\hat{\mu}_i(t_0)$ 是一个实数值。

由论断 1）~5）得到的关系如图 4.3 所示。

在 4.3 节和第 5 章，将证明，通过合适地选择描述过程［式（4.4）］的各参数，可取得一个非常好的近似，从而使 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的统计性质非常接近于基本的零均值有色高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 的那些统计性质。出于这个原因，$\tilde{\mu}_i(t)$ 将被称为实值的确定性（SOS）高斯过程，且类似地

$$\tilde{\mu}(t)=\tilde{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\,\tilde{\mu}_2(t) \tag{4.5}$$

将被称为复数值的确定性（SOS）高斯过程。参考式（3.20），通过对式（4.5）

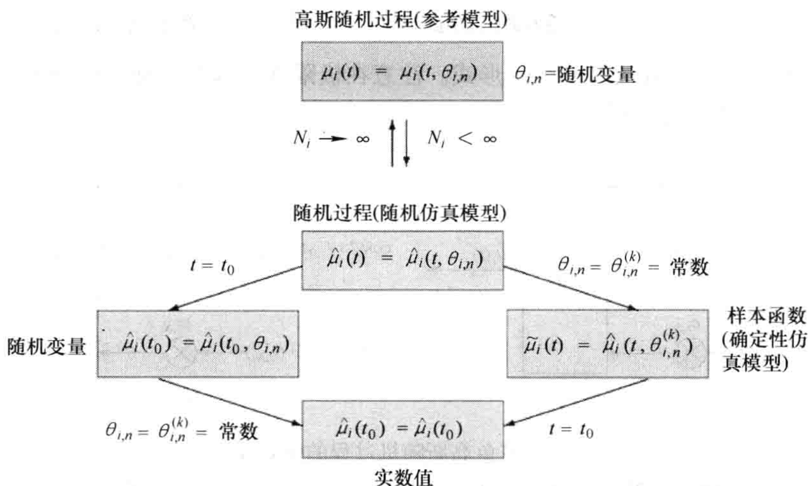


图4.3 高斯随机过程$\mu_i(t)$（参考模型）、随机过程$\hat{\mu}_i(t)$（随机仿真模型）、样本函数$\tilde{\mu}_i(t)$（确定性仿真模型）、随机变量和实数值之间的关系

取绝对值，得到一个所谓的确定性（SOS）瑞利过程

$$\tilde{\zeta}(t) = |\tilde{\mu}(t)| = |\tilde{\mu}_1(t) + \mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)| \tag{4.6}$$

逻辑上来说，通过取$\tilde{\mu}_\rho(t) = \tilde{\mu}(t) + m(t)$的绝对值，可引入一个确定性（SOS）莱斯过程

$$\tilde{\xi}(t) = |\tilde{\mu}_\rho(t)| = |\tilde{\mu}(t) + m(t)| \tag{4.7}$$

式中，$m(t)$同样描述接收信号的视距分量，由式（3.17）定义。

针对确定性莱斯过程得到的仿真模型结构如图4.4所示。对应的离散时间仿真模型（计算机仿真所需要的）可直接由连续时间仿真模型得到，方法是以$t = kT_s$替换时间变量t，其中T_s表示采样间隔，k是一个整数。为了实施计算机仿真，一般来说，是这样做的，在仿真建立阶段过程中，针对$n = 1, 2, \cdots, N_i$，确定仿真模型的各项参数$c_{i,n}$，$f_{i,n}$和$\theta_{i,n}$。在此之后的仿真运行阶段，对于仿真的整个时长，所有参数保持不变。

上面针对正弦曲线求和信道仿真器设计所解释的过程，被称作确定性信道建模原理，是首次在参考文献[96]中引入的。这项原理是非常通用的，因为它支持大量类型移动衰落信道的仿真模型的高效设计，这种模型的范围包括移动到移动之上的频率非选择信道模型、频率选择信道模型，放大和转发信道模型，以及针对具有多发送器和接收器天线的宽带移动通信系统的更完美的空间—时间—频率信道模型。确定性信道建模原理可汇总为如下五个设计步骤：

1）起点是基于一个或几个高斯过程的一个（不可实现的）参考模型，每个过程都有预定的自相关函数。

2）从参考模型推导得到一个随机仿真模型，方法是以具有固定增益、固定频率和随机相位的一个有限正弦曲线求和过程替换每个高斯过程。

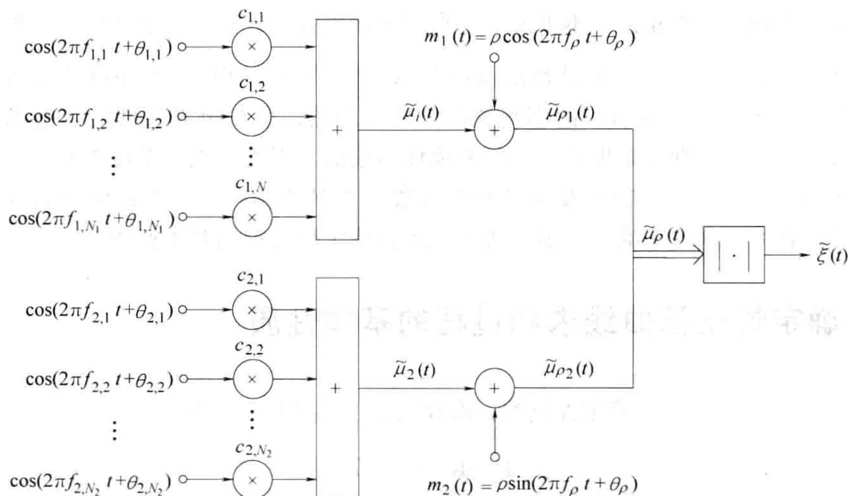


图 4.4　莱斯衰落信道的确定性正弦曲线求和仿真模型

3）确定一个确定性的仿真模型，方法是固定随机仿真模型的所有模型参数，包括相位。

4）计算仿真模型的各模型参数，方法是将确定性（或随机）仿真模型的有关统计性质与参考模型的那些统计性质进行拟合（见第 5 章）。

5）实施一个或一些少量样本函数（确定性过程或波形）的仿真。

确定性信道建模原理的五个步骤如图 4.5 所示。

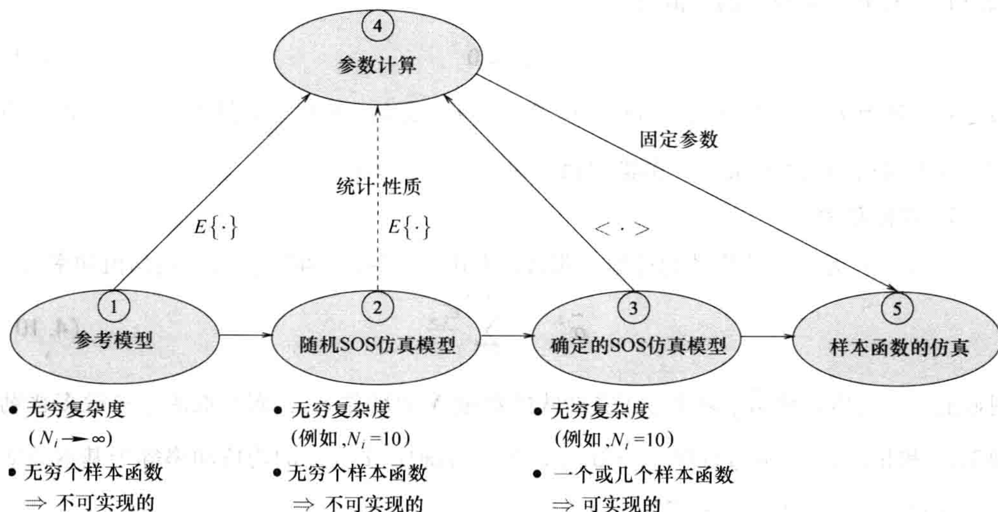


图 4.5　确定性信道建模原理的图示

出于需要，确定性过程被排他地用于由多普勒效应导致的时变衰落形状的建模。因此，在式（4.4）中描述确定性过程的参数 $c_{i,n}$，$f_{i,n}$ 和 $\theta_{i,n}$，在下面将分别称作路径增

益、离散多普勒频率和相位。本书的一个目的是给出各种方法，通过这项方法可确定模型参数（$c_{i,n}$，$f_{i,n}$，$\theta_{i,n}$），从而使确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 或 $\tilde{\mu}_i(kT)$ 的统计性质尽可能地匹配（理想的）随机过程 $\mu_i(t)$ 的那些统计性质。当然，是在边界条件之下追求这个目的的，边界条件是实现复杂度应该尽可能地保持较低。因为实现复杂度主要是由正弦曲线个数 N_i 确定的，所以不得不在 N_i 应该尽可能小的约束条件下，来求解拟合问题。但是，在将注意力转到这个话题之前，将首先考察确定性过程的基本性质。

4.2　确定性正弦曲线求和过程的基本性质

将 $\tilde{\mu}_i(t)$ 解释为一个确定性过程，即作为如下形式的一个映射

$$\tilde{\mu}_i: \mathbf{R} \to \mathbf{R},\ t \mapsto \tilde{\mu}_i(t) \tag{4.8}$$

使我们能够针对这种类型的过程，推导简单的解析型的封闭形式解，其中使用多数基本的特征量，如自相关函数、功率谱密度、平均多普勒频移和多普勒频散。

首先，接下来讨论2.3节引入的术语，其中在那里介绍的定义，现在应用到由式(4.4)定义的确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)(i=1,2)$。如果没有另外说明，那么在下面假定模型参数（$c_{i,n}$，$f_{i,n}$，$\theta_{i,n}$）是实数值的且为常数。

1. 均值

令 $\tilde{\mu}_i(t)$ 是满足 $f_{i,n} \neq 0$（$n=1, 2, \cdots, N_i$）的一个确定性过程。那么，由式(2.141)得到，$\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值为

$$\tilde{m}_{\mu_i} = 0 \tag{4.9}$$

假定对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$，$f_{i,n} \neq 0$ 成立。在这个条件下，$\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值等于基本高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 的期望值，即 $\tilde{m}_{\mu_i} = m_{\mu_i} = 0$。

2. 均值功率

令 $\tilde{\mu}_i(t)$ 是一个确定性的过程。那么，由式(2.142)得到 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值功率为

$$\tilde{\sigma}^2_{\mu_i} = \sum_{n=1}^{N_i} \frac{c^2_{i,n}}{2} \tag{4.10}$$

明显的是，均值功率 $\tilde{\sigma}^2_{\mu_i}$ 取决于正弦曲线的数量 N_i 和增益 $c_{i,n}$，而不取决于离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 和相位 $\theta_{i,n}$。通过选择 $c_{i,n} = \sigma_0 \sqrt{2/N_i}$，可确保 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值功率等于基本高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 的方差，即 $\tilde{\sigma}^2_{\mu_i} = \sigma_0^2$。

3. 自相关函数

令 $\tilde{\mu}_i(t)$ 为一个确定性的过程。那么由式(2.143)得出，$\tilde{\mu}_i(t)$ 的自相关函数以封闭形式表示为

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \sum_{n=1}^{N_i} \frac{c_{i,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{i,n}\tau) \tag{4.11}$$

应该注意到，$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 取决于正弦曲线的数量 N_i、增益 $c_{i,n}$ 和离散多普勒频率 $f_{i,n}$，而不取决于相位 $\theta_{i,n}$。也要注意，均值功率 $\tilde{\sigma}_{\mu_i}^2$ 等于 τ 处的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，即 $\tilde{\sigma}_{\mu_i}^2 = \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(0)$。

4. 交叉相关函数

令 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 为两个确定性的过程。那么由式（2.144）得出，$\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的交叉相关函数可写为

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = 0，\text{如果} f_{1,n} \neq \pm f_{2,m} \tag{4.12}$$

对所有 $n=1, 2, \cdots, N_1$ 和 $m=1, 2, \cdots, N_2$ 成立。这个结果表明，如果相应的离散多普勒频率的绝对值互不相同，那么确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 是不相关的。如果集合 $\{f_{1,n}\}$ 和 $\{\pm f_{2,n}\}$ 不交，即 $\{f_{1,n}\} \cap \{\pm f_{2,n}\} = \phi$，则称 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) = 0$。但是，如果对于一些或所有的（$n$，$m$）对，$f_{1,n} = \pm f_{2,m}$ 成立，那么 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 是相关的。在这个条件下，得到交叉相关函数的如下表达式

$$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) = \sum_{\substack{n=1 \\ f_{1,n}=\pm f_{2,m}}}^{N_{\max}} \frac{c_{1,n}c_{2,m}}{2}\cos(2\pi f_{1,n}\tau - \theta_{1,n} \pm \theta_{2,m}) \tag{4.13}$$

式中，$N_{\max}$ 表示 N_1 和 N_2 中的最大数，即 $N_{\max} = \max\{N_1, N_2\}$。应该注意到，在这种情况下，$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 取决于所有的模型参数，其中包括相位 $\theta_{i,n}$。$\tilde{\mu}_2(t)$ 和 $\tilde{\mu}_1(t)$ 的交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_2\mu_1}(\tau)$ 可容易地从关系 $\tilde{r}_{\mu_2\mu_1}(\tau) = \tilde{r}^*_{\mu_1\mu_2}(-\tau) = \tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(-\tau)$ 得到。

5. 包络的自相关函数

令 $\tilde{\mu}(t) = \tilde{\mu}_1(t) + \mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 是一个复数确定性的高斯过程，该过程具有不相关的实部和虚部，或等价地不相交集合 $\{f_{1,n}\}$ 和 $\{\pm f_{2,n}\}$，即 $\{f_{1,n}\} \cap \{\pm f_{2,n}\} = \phi$。如果 $\tilde{\mu}_i(t)(i=1, 2)$ 的分布接近于具有零均值和方差 $\tilde{\sigma}_0^2$ 的高斯分布，且如果 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau) \approx \tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau)$，那么包络 $\tilde{\zeta}(t) = |\tilde{\mu}(t)|$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{\zeta\zeta}(\tau)$ 定义为 $\tilde{r}_{\zeta\zeta}(\tau) := <\tilde{\zeta}(t)\tilde{\zeta}(t+\tau)>$，可如下近似

$$\tilde{r}_{\zeta\zeta}(\tau) \approx \tilde{\sigma}_0^2 \frac{\pi}{2} F\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; \frac{\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^2(\tau)}{\tilde{\sigma}_0^4}\right) \tag{4.14}$$

$$\approx \tilde{\sigma}_0^2 \frac{\pi}{2}\left(1 + \frac{\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^2(\tau)}{4\tilde{\sigma}_0^4}\right) \tag{4.15}$$

式中，$F(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ 表示超几何函数，且 $\tilde{\sigma}_0^2 = \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(0)(i=1, 2)$。由瑞利过程得到的结果［见式（3.32）和式（3.34）］在以 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 替换 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 之后可容易

地得到上面的近似结果。

6. 平方包络的自相关函数

令 $\tilde{\mu}(t)=\tilde{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 是一个复数确定性高斯过程。那么，可以证明（见附录4.A），平方包络 $\tilde{\zeta}^2(t)=|\mu(t)|^2$的自相关函数 $\tilde{r}_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)$，由 $\tilde{r}_{\zeta^2\zeta^2}(\tau):=<\zeta^2(\tau)\zeta^2(t+\tau)>$定义，以 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的自相关函数表示为

$$\tilde{r}_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)=(\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(0)+\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(0))^2+2(\tilde{r}^2_{\mu_1\mu_1}(\tau)+\tilde{r}^2_{\mu_2\mu_2}(\tau)) \tag{4.16}$$

参见附录4.A，应该指出，仅当条件式（4.A.1）和式（4.A.2）都满足时，上面的结果才成立。对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i(i=1, 2)$，令 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$，那么 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(0)=\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(0)=\sigma_0^2$成立，且式（4.6）可写为

$$\tilde{r}_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)=4\sigma_0^4+\tilde{r}^2_{\mu\mu}(\tau)+(\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau)-\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau))^2 \tag{4.17}$$

式中，$\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)=\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau)+\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau)$。作为式（4.A.1）中条件的结果，这里考虑到确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 是不相关的，即 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)=0$。

7. 功率谱密度

令 $\tilde{\mu}_i(t)$ 是一个确定性过程。那么，在式（2.145）代入式（4.11），得到 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的功率谱密度可表示为

$$\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)=\sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{4}[\delta(f-f_{i,n})+\delta(f+f_{i,n})] \tag{4.18}$$

因此，$\tilde{\mu}_i(t)$ 的功率谱密度是一个对称的线性谱，即 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)=\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(-f)$。谱线位于离散频率$f=\pm f_{i,n}$处，加权因子为 $c_{i,n}^2/4$。

8. 交叉功率谱密度

令 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 是两个确定性的过程。那么，通过使用式（4.12）和式（4.13），由式（2.147）得到，对于所有$n=1, 2, \cdots, N_1$和$m=1, 2, \cdots, N_2$，$\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的交叉功率谱密度为

$$\tilde{S}_{\mu_1\mu_2}(f)=0, \text{如果} f_{1,n}\neq\pm f_{2,m} \tag{4.19}$$

和

$$\tilde{S}_{\mu_1\mu_2}(f)=\sum_{\substack{n=1\\ f_{1,n}=\pm f_{2,m}}}^{N}\frac{c_{1,n}c_{2,m}}{4}[\delta(f-f_{1,n})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\theta_{1,n}\mp\theta_{2,m})}+\delta(f+f_{1,n})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\theta_{1,n}\mp\theta_{2,m})}] \tag{4.20}$$

其中$N=\max\{N_1, N_2\}$。$\tilde{\mu}_2(t)$ 和 $\tilde{\mu}_1(t)$ 的交叉功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_2\mu_1}(f)$ 可直接由关系 $\tilde{S}_{\mu_2\mu_1}(f)=\tilde{S}^*_{\mu_1\mu_2}(f)$ 得到。

9. 包络的功率谱密度

令 $\tilde{\mu}(t)=\tilde{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 是一个复数确定性高斯过程，该过程有不相关的同相位

分量和正交分量以及近似相同的自相关函数，即 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)=0$ 和 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau)=\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau)$。那么通过将式（4.15）代入式（2.145）得到，包络 $\tilde{\zeta}(t)=|\mu(t)|$ 的功率谱密度可近似为

$$\tilde{S}_{\zeta\zeta}(f)\approx\tilde{\sigma}_0^2\frac{\pi}{2}\delta(f)+\frac{\pi}{8\tilde{\sigma}_0^2}\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)*\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f) \tag{4.21}$$

式中，卷积项为

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)*\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)=&\sum_{n=1}^{N_1}\sum_{m=1}^{N_2}\frac{c_{i,n}^2c_{i,m}^2}{16}[\delta(f-f_{i,n}-f_{i,m})+\delta(f-f_{i,n}+f_{i,m})\\&+\delta(f+f_{i,n}-f_{i,m})+\delta(f+f_{i,n}+f_{i,m})]\end{aligned} \tag{4.22}$$

因此，包络 $\tilde{\zeta}(t)$ 的功率谱密度是一个对称线性谱，即 $\tilde{S}_{\zeta\zeta}(f)=\tilde{S}_{\zeta\zeta}(-f)$。谱线位于离散频率 $f=0$ 和 $f=\pm f_{i,n}\pm f_{i,m}$ 处，加权因子分别为 $\tilde{\sigma}_0^2\pi/2$ 和 $\pi c_{i,n}^2c_{i,m}^2/(128\tilde{\sigma}_0^2)$。式（4.21）右侧 $\tilde{S}_{\zeta\zeta}(f)$ 的第一项是由 $\tilde{\zeta}(t)$ 的直流（DC）分量产生的。

10. 平方包络的功率谱密度

令 $\tilde{\mu}(t)=\tilde{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 是一个复数确定性高斯过程，它满足式（4.A.1）和式（4.A.2）中的条件。那么，通过在式（2.145）代入式（4.16）得到，平方包络 $\tilde{\zeta}^2(t)=|\mu(t)|^2$ 的功率谱密度可表示为

$$\tilde{S}_{\zeta^2\zeta^2}(f)=\tilde{\sigma}_\mu^4\cdot\delta(f)+2\sum_{i=1}^{2}\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)*\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f) \tag{4.23}$$

式中，$\tilde{\sigma}_\mu^2=\tilde{\sigma}_{\mu_1}^2+\tilde{\sigma}_{\mu_2}^2$ 且 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)*\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 是由式（4.22）给定的线性谱。式（4.23）和式（4.21）的比较表明，平方包络谱 $\tilde{S}_{\zeta^2\zeta^2}(f)$ 的准确解与包络谱 $\tilde{S}_{\zeta\zeta}(f)$ 的近似解的差异基本上仅在谱线的加权因子上。

11. 平均多普勒频移

令 $\tilde{\mu}_i(t)$ 是由功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 描述的一个确定性过程。那么，通过与式（3.28a）和式（3.29a）的类比，$\tilde{\mu}_i(t)$ 的平均多普勒频移 $\tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(1)}$ 可定义为

$$\begin{aligned}\tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(1)}:=&\frac{\int_{-\infty}^{\infty}f\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f}\\=&\frac{1}{2\pi\mathrm{j}}\cdot\frac{\dot{\tilde{r}}_{\mu_i\mu_i}(0)}{\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(0)}\end{aligned} \tag{4.24}$$

由于对称性质 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)=\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(-f)$，得到

$$\tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(1)}=0 \tag{4.25}$$

在实部 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和虚部 $\tilde{\mu}_2(t)$ 不相关的条件下，可类似地针对复数确定性过程 $\tilde{\mu}(t)=\tilde{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$，得到平均多普勒频移 $\tilde{\mu}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_i(t)$ 之间的如下关系

$$\tilde{B}_{\mu\mu}^{(1)}=\tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(1)}=0,\ i=1,\ 2 \tag{4.26}$$

通过比较关系式（4.26）和式（3.30a）发现，仿真模型的平均多普勒频移与参考模型的平均多普勒频移是完全相同的。

12. 多普勒频散

令 $\tilde{\mu}_i(t)$ 是具有功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 的一个确定性过程。那么，通过与式（3.28b）和式（3.29b）的类比，$\tilde{\mu}_i(t)$ 的多普勒频散 $\tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ 可定义为

$$\tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(2)}:=\sqrt{\frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty}(f-\tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(1)})^2\,\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f}{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f}}$$

$$=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{\dot{\tilde{r}}_{\mu_i\mu_i}(0)}{\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(0)}\right)^2-\frac{\ddot{\tilde{r}}_{\mu_i\mu_i}(0)}{\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(0)}} \tag{4.27}$$

使用式（4.10）和式（4.11），上式可写为

$$\tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(2)}=\frac{\sqrt{\tilde{\beta}_i}}{2\pi\,\tilde{\sigma}_{\mu_i}} \tag{4.28}$$

式中

$$\tilde{\beta}_i=-\ddot{\tilde{r}}_{\mu_i\mu_i}(0)=2\pi^2\sum_{n=1}^{N_i}(c_{i,n}f_{i,n})^2 \tag{4.29}$$

式（3.30b）与式（4.28）的比较表明，如果增益 $c_{i,n}$ 和离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 的确定满足于 $\tilde{\sigma}_{\mu_i}^2=\sigma_0^2$ 和 $\tilde{\beta}_i=\beta$ 成立，那么多普勒频散 $B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ 和 $\tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ 是相同的（特别地，满足条件 $\tilde{\beta}_i/\tilde{\sigma}_0^2=\beta/\sigma_0^2$ 就足够了）。

以一种类比方式，可确定对应于复数确定性过程 $\tilde{\mu}(t)=\tilde{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$。在 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 不相关的条件下，多普勒频散 $\tilde{B}_{\mu\mu}^{(2)}$ 可表示为

$$\tilde{B}_{\mu\mu}^{(2)}=\frac{\sqrt{\tilde{\beta}}}{2\pi\,\tilde{\sigma}_{\mu}} \tag{4.30}$$

式中，$\tilde{\sigma}_{\mu}^2=\tilde{\sigma}_{\mu_1}^2+\tilde{\sigma}_{\mu_2}^2>0$ 和 $\tilde{\beta}=\tilde{\beta}_1+\tilde{\beta}_2>0$ 成立。在第5章，将熟悉具有性质 $\tilde{\sigma}_{\mu_1}^2=\tilde{\sigma}_{\mu_2}^2$ 和 $\tilde{\beta}_1\neq\tilde{\beta}_2$ 的确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 设计的方法。特别对于这种情形，多普勒频散 $\tilde{B}_{\mu\mu}^{(2)}$ 可由 $\tilde{B}_{\mu_1\mu_1}^{(2)}$ 和 $\tilde{B}_{\mu_2\mu_2}^{(2)}$ 的二次均值计算得到，即

$$\tilde{B}_{\mu\mu}^{(2)} = \sqrt{\frac{(\tilde{B}_{\mu_1\mu_1}^{(2)})^2 + (\tilde{B}_{\mu_2\mu_2}^{(2)})^2}{2}} \tag{4.31}$$

最后，应该提到的是，如果 $\tilde{\sigma}_0^2 = \tilde{\sigma}_{\mu_1}^2 = \tilde{\sigma}_{\mu_2}^2$ 和 $\tilde{\beta} = \tilde{\beta}_1 = \tilde{\beta}_2$成立，那么得到结果

$$\tilde{B}_{\mu\mu}^{(2)} = \tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(2)} = \frac{\sqrt{\tilde{\beta}}}{2\pi\tilde{\sigma}_0},\ i=1,\ 2 \tag{4.32}$$

该式与式（3.30b）是密切相关的。但是，如果 $\tilde{\beta}_1$ 和 $\tilde{\beta}_2$之间的偏差较小，经常也是这种情形，那么上式也许可被看作 $\tilde{B}_{\mu\mu}^{(2)}$ 的一个非常良好的近似，条件是其中 $\tilde{\beta}$ 被替换为 $\tilde{\beta} = \tilde{\beta}_1 \approx \tilde{\beta}_2$。

13. 周期性

令 $\tilde{\mu}_i(t)$ 是具有任意但非零参数 $c_{i,n}$，$f_{i,n}$（和 $\theta_{i,n}$）的一个确定性过程。如果离散多普勒频率的最大公因子 ㊀

$$F_i = \gcd\{f_{i,1},\ f_{i,2},\ \cdots,\ f_{i,N_i}\} \neq 0 \tag{4.33}$$

存在，那么 $\tilde{\mu}_i(t)$ 是周期性的，周期为 $T_i = 1/F_i$，即 $\tilde{\mu}_i(t+T_i) = \tilde{\mu}_i(t)$ 和 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau + T_i) = \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 成立。

这个定理的证明是相对简单的，因此这里仅简洁地给出证明。因为 F_i 是 $f_{i,1}$，$f_{i,2}$，$\cdots$，f_{i,N_i} 的最大公因子，所以存在整数 $q_{i,n} \in \mathbf{Z}$，使对所有的 $n=1,\ 2,\ \cdots,\ N_i$ 和 $i=1,\ 2$，$f_{i,n} = q_{i,n} \cdot F_i$成立。将$f_{i,n} = q_{i,n} \cdot F_i = q_{i,n}/T_i$代入式（4.4）和式（4.11），则可直接证明 $\tilde{\mu}_i(t+T_i) = \tilde{\mu}_i(t)$ 和 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau+T_i) = \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的有效性。

4.3 确定性正弦曲线求和过程的统计性质

即使确定性过程的基本性质的一个讨论，在没有任何问题的条件下，也可在前一节中进行，但其统计性质的分析乍一看似乎是有点荒谬的，原因是统计方法仅可有意义地应用于随机变量和随机过程。但是，从统计观点看，明显的是，将统计概念应用于确定性过程似乎是无意义的。为了仍然可讨论多数重要的统计量（像概率密度函数、水平通过率和衰落的平均时长），将研究随机时刻 t 处确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的形状。如果没有明显地提到，那么在本节将假定时间变量 t 是时间区间 $\mathbf{R}$ 上均匀分布的一个随机变量。应该指出的是，时间变量 t 和相位 $\theta_{i,n}$是式（4.4）中余弦函数的参数。因此，另外一种

㊀ 这里，$f_{i,1}$，$f_{i,2}$，$\cdots$，f_{i,N_i}的最大公因子，表示为 $\gcd\{f_{i,1},\ f_{i,2},\ \cdots,\ f_{i,N_i}\}$，定义如下。令$f_{i,n} = q_{i,n} \cdot F_i$，其中对于 $n=1,\ 2,\ \cdots,\ N_i\ (i=1,\ 2)$，$q_{i,n}$是整数，且 F_i 表示一个实数值常数，那么 $\gcd\{f_{i,1},\ f_{i,2},\ \cdots,\ f_{i,N_i}\} = F_i$。

方法是，可假定时间 $t=t_0$是一个常数，相位 $\theta_{i,n}$是均匀分布的随机变量。如下面的分析将表明的，在两种情形中得到近似相同的结果。

4.3.1 包络和相位的概率密度函数

在本小节，将分析复数确定性过程 $\tilde{\mu}(t)=\tilde{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 的包络和相位的概率密度函数。将证明，这些概率密度函数是完全地取决于正弦曲线的数量 N_i和增益 $c_{i,n}$的选择的。

起点是如下形式的单一正弦曲线

$$\tilde{\mu}_{i,n}(t)=c_{i,n}\cos(2\pi f_{i,n}t+\theta_{i,n}) \tag{4.34}$$

式中，$c_{i,n}$，$f_{i,n}$和 $\theta_{i,n}$是任意的但不等于零的常数参数，且 t 是一个均匀分布的随机变量。由于 $\tilde{\mu}_{i,n}(t)$ 的周期性，则将 t 限制在开区间（0，$f_{i,n}^{-1}$）（$f_{i,n}\neq 0$）上就够了。因为假定 t 是一个均匀分布的随机变量，$\tilde{\mu}_{i,n}(t)$ 不再是一个确定性过程，它也是一个随机变量，其概率密度函数为[41,第135页]

$$\tilde{p}_{\mu_{i,n}}(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi|c_{i,n}|\sqrt{1-(x/c_{i,n})^2}}, & |x|<c_{c,n}\\ 0, & |x|\geqslant c_{i,n}\end{cases} \tag{4.35}$$

$\tilde{\mu}_{i,n}(t)$ 的期望值和方差分别等于0和 $c_{i,n}^2/2$。假定各随机变量 $\tilde{\mu}_{i,n}(t)$ 是统计独立的，那么和

$$\tilde{\mu}_i(t)=\tilde{\mu}_{i,1}(t)+\tilde{\mu}_{i,2}(t)+\cdots+\tilde{\mu}_{i,N_i}(t) \tag{4.36}$$

的概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 可由各概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_{i,n}}(x)$ 的卷积得到，即

$$\tilde{p}_{\mu_i}(x)=\tilde{p}_{\mu_{i,1}}(x)*\tilde{p}_{\mu_{i,2}}(x)*\cdots*\tilde{p}_{\mu_{i,N_i}}(x) \tag{4.37}$$

那么 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的期望值 $\tilde{m}_{\mu_i}$和方差 $\tilde{\sigma}_{\mu_i}^2$分别为

$$\tilde{m}_{\mu_i}=0 \tag{4.38a}$$

和

$$\tilde{\sigma}_{\mu_i}^2=\sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{2} \tag{4.38b}$$

原理上来说，$\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 计算的一个规则由式（4.37）给出。但就下面的方法而言，应用特征函数的概念是比较有优势的［见式（2.16b）］。在将式（4.35）代入式（2.16b）之后，找到随机变量 $\tilde{\mu}_{i,n}(t)$ 特征函数 $\tilde{\psi}_{\mu_{i,n}}(v)$ 的如下表达式

$$\tilde{\psi}_{\mu_{i,n}}(v)=J_0(2\pi c_{i,n}v) \tag{4.39}$$

式（4.37）中概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_{i,n}}(x)$ 的 N_i重卷积现在可公式化为对应特征函数 $\tilde{\psi}_{\mu_{i,n}}(v)$的 N_i重乘积，即

$$\tilde{\psi}_{\mu_i}(v)=\tilde{\psi}_{\mu_{i,1}}(v)\cdot\tilde{\psi}_{\mu_{i,2}}(v)\cdots\tilde{\psi}_{\mu_{i,N_i}}(v)$$

$$= \prod_{n=1}^{N_i} J_0(2\pi c_{i,n} v),\ i = 1,2 \tag{4.40}$$

考虑到式（4.37），那么概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 的另一种表达式可由 $\tilde{\psi}_{\mu_i}(-v) = \tilde{\psi}_{\mu_i}(v)$ 的傅里叶反变换给出[132]

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{\mu_i}(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\psi}_{\mu_i}(v) e^{j2\pi v x} dv \\ &= 2\int_0^{\infty} \left[\prod_{n=1}^{N_i} J_0(2\pi c_{i,n} v) \right] \cos(2\pi v x) dv,\ i = 1,2 \end{aligned} \tag{4.41}$$

重要的是认识到，$\tilde{\mu}_i(t)$ 的概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 是完全由正弦曲线数 N_i和增益 $c_{i,n}$确定的，而离散多普勒频率$f_{i,n}$和相位 $\theta_{i,n}$对 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 没有影响。

在下面，对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i$和 $i=1, 2$，令 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$和$f_{i,n}\neq 0$。那么，由于式（4.38a）和式（4.38b），由式（4.36）引入的和 $\tilde{\mu}_i(t)$ 是具有期望值0 和方差

$$\tilde{\sigma}_0^2 = \tilde{\sigma}_{\mu_1}^2 = \tilde{\sigma}_{\mu_2}^2 = \sigma_0^2 \tag{4.42}$$

的一个随机变量。通过应用中心极限定理［见式（2.26）］，发现在极限 $N_i\to\infty$ 中，式（4.36）中随机变量的和 $\tilde{\mu}_i(t)$ 趋于期望值为 0、方差为 σ_0^2的一个正态分布随机变量，即

$$\lim_{N_i\to\infty} \tilde{p}_{\mu_i}(x) = p_{\mu_i}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}} \tag{4.43}$$

因此，在计算这个方程的傅里叶变换之后，得到相应特征函数的如下关系

$$\lim_{N_i\to\infty} \tilde{\psi}_{\mu_i}(v) = \psi_{\mu_i}(v) = e^{-2(\pi\sigma_0 v)^2} \tag{4.44}$$

通过使用式（4.40），由式（4.44），最后得到显著的性质

$$\lim_{N_i\to\infty} \left[J_0\left(2\pi\sigma_0\sqrt{\frac{2}{N_i}}v\right)\right]^{N_i} = e^{-2(\pi\sigma_0 v)^2} \tag{4.45}$$

当然，对于有限数量 N_i个的正弦曲线，不得不写出：$\tilde{p}_{\mu_i}(x)\approx p_{\mu_i}(x)$ 和 $\tilde{\psi}_{\mu_i}(v)\approx \psi_{\mu_i}(v)$。由图 4.6a，依据式（4.41），图示 $N_i\in\{3, 5, 7, \infty\}$ 时满足 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$ 的 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$，得到，事实上对于 $N_i\geq 7$ 时，近似 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)\approx p_{\mu_i}(x)$ 是令人惊奇的好。近似误差的一个合适度量是概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 的均方误差，定义为

$$E_{p_{\mu_i}} := \int_{-\infty}^{\infty} (p_{\mu_i}(x) - \tilde{p}_{\mu_i}(x))^2 dx \tag{4.46}$$

以正弦曲线数 N_i表示的均方误差 $E_{p_{\mu_i}}$ 的形状如图 4.6b 所示。这个图给我们这样一个印象，即如果 N_i增加时，$\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 有多快收敛到 $p_{\mu_i}(x)$。

由于与 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$的关系中 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 所展示出的良好收敛形状，将临时假定

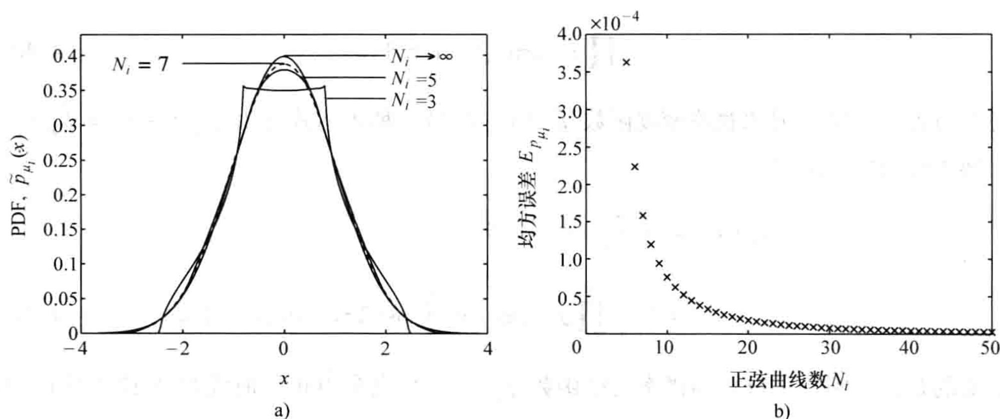


图4.6 $N_i \in \{3, 5, 7, \infty\}$ 的概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 和以正弦曲线数 N_i 表示的均方误差 $E_{p_{\mu_i}}$（理论结果是通过使用 $c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{2/N_i}$，$\sigma_0^2 = 1$ 得到的）

（不导致巨大误差条件下）恒定方程

$$\tilde{p}_{\mu_i}(x) = p_{\mu_i}(x), \text{ 如果 } N_i \geqslant 7 \tag{4.47}$$

成立。在这种情形中，许多分析问题（采用其他方法是难以解决的），那么可以一种相对容易的方式加以求解。

接下来，将推导复数值随机变量

$$\tilde{\mu}_\rho(t) = \tilde{\mu}_{\rho_1}(t) + \mathrm{j}\tilde{\mu}_{\rho_2}(t) \tag{4.48}$$

绝对值的概率密度函数和相位，其中 $\tilde{\mu}_{\rho_i}(t) = \tilde{\mu}_i(t) + m_i(t)\,(i = 1, 2)$。就视距分量 $m_i(t)$［见式（3.17）］而言，要独立地讨论两种情形 $f_\rho = 0$ 和 $f_\rho \neq 0$。

首先，考虑 $f_\rho = 0$ 的情形。这种情况下，$m_i(t)$ 独立于随机变量 t。结果是，视距分量 $m_i(t)$ 是一个常数，即 $m_i(t) = m_i$，其概率密度函数由 $p_{m_i}(x) = \delta(x - m_i)$ 描述。由式（2.80），得到 $\tilde{\mu}_{\rho_i}(t)$ 的概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_{\rho_i}}(x)$，以 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 表示，现在可表示为

$$\begin{aligned}\tilde{p}_{\mu_{\rho i}}(x) &= \tilde{p}_{\mu_i}(x) * p_{m_i}(x) \\ &= \tilde{p}_{\mu_i}(x - m_i)\end{aligned} \tag{4.49}$$

假定 $\tilde{\mu}_{\rho_1}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_{\rho_2}(t)$ 统计独立，且由此对于所有 $n = 1, 2, \cdots, N_1$ 和 $m = 1, 2, \cdots, N_2$，$f_{1,2} \neq \pm f_{2,m}$ 成立，则随机变量 $\tilde{\mu}_{\rho_1}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_{\rho_2}(t)$ 的联合概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}}(x_1, x_2)$ 可表示为

$$\tilde{p}_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}}(x_1, x_2) = \tilde{p}_{\mu_{\rho_1}}(x_1) \cdot \tilde{p}_{\mu_{\rho 2}}(x_2) \tag{4.50}$$

利用

$$x_1 = z\cos\theta, \quad x_2 = z\sin\theta \tag{4.51a, b}$$

将笛卡儿坐标 (x_1, x_2) 变换为极坐标 (z, θ)，可在式（2.87）帮助下，推导得到包络 $\tilde{\xi}(t) = |\tilde{\mu}_\rho(t)|$ 和相位 $\tilde{\vartheta}(t) = \arg\{\tilde{\mu}_\rho(t)\}$ 的联合概率密度函数 $\tilde{p}_{\xi\vartheta}(z, \theta)$ 为

$$\begin{aligned}\tilde{p}_{\xi\vartheta}(z, \theta) &= z\tilde{p}_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}}(z\cos\theta, z\sin\theta)\\ &= z\tilde{p}_{\mu_{\rho_1}}(z\cos\theta) \cdot \tilde{p}_{\mu_{\rho 2}}(z\sin\theta)\\ &= z\tilde{p}_{\mu_1}(z\cos\theta - \rho\cos\theta_\rho) \cdot \tilde{p}_{\mu_2}(z\sin\theta - \rho\sin\theta_\rho)\end{aligned} \tag{4.52}$$

通过将上式与式（2.89）一起使用，现在可将包络 $\tilde{\xi}(t)$ 和相位 $\tilde{\vartheta}(t)$ 的概率密度函数变为如下形式：

$$\tilde{p}_\xi(z) = z\int_{-\pi}^{\pi} \tilde{p}_{\mu_1}(z\cos\theta - \rho\cos\theta_\rho) \cdot \tilde{p}_{\mu_2}(z\sin\theta - \rho\sin\theta_\rho)\,\mathrm{d}\theta \tag{4.53a}$$

$$\tilde{p}_\vartheta(\theta) = \int_{-\pi}^{\pi} z\,\tilde{p}_{\mu_1}(z\cos\theta - \rho\cos\theta_\rho) \cdot \tilde{p}_{\mu_2}(z\sin\theta - \rho\sin\theta_\rho)\,\mathrm{d}z \tag{4.53b}$$

将式(4.41)带入最后两个表达式,得到所期望的概率密度函数的如下三重积分：

$$\begin{aligned}\tilde{p}_\xi(z) = 4z\int_{-\pi}^{\pi}&\left\{\int_0^\infty\left[\prod_{n=1}^{N_1} J_0(2\pi c_{1,n}v_1)\right]g_1(z,\theta,v_1)\,\mathrm{d}v_1\right\}\\ &\cdot\left\{\int_0^\infty\left[\prod_{m=1}^{N_2} J_0(2\pi c_{2,m}v_2)\right]g_2(z,\theta,v_2)\,\mathrm{d}v_2\right\}\mathrm{d}\theta\end{aligned} \tag{4.54a}$$

$$\begin{aligned}\tilde{p}_\vartheta(\theta) = 4\int_0^\infty z&\left\{\int_0^\infty\left[\prod_{n=1}^{N_1} J_0(2\pi c_{1,n}v_1)\right]g_1(z,\theta,v_1)\,\mathrm{d}v_1\right\}\\ &\cdot\left\{\int_0^\infty\left[\prod_{m=1}^{N_2} J_0(2\pi c_{2,m}v_2)\right]g_2(z,\theta,v_2)\,\mathrm{d}v_2\right\}\mathrm{d}z\end{aligned} \tag{4.54b}$$

式中

$$g_1(z, \theta, v_1) = \cos[2\pi v_1(z\cos\theta - \rho\cos\theta_\rho)] \tag{4.55a}$$

$$g_2(z, \theta, v_2) = \cos[2\pi v_2(z\sin\theta - \rho\sin\theta_\rho)] \tag{4.55b}$$

迄今为止，还没有见到式（4.54b）的进一步简化式，因此，必须以数值方式求解剩下的三重积分。与此相对的是，通过利用[23,式(3.876.7)]

$$\int_0^1 \frac{\cos(2\pi v_2 z\sqrt{1-x^2})}{\sqrt{1-x^2}}\cos(2\pi v_1 zx)\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{2}J_0(2\pi z\sqrt{v_1^2+v_2^2}) \tag{4.56}$$

则有可能将式（4.54a）右侧的三重积分化简为一个二重积分。经过一些代数运算，最后得到 $\tilde{\xi}(t)$ 的密度可表示为

$$\begin{aligned}\tilde{p}_\xi(z) = 4\pi z\int_0^\pi\int_0^\infty&\left[\prod_{n=1}^{N_1} J_0(2\pi c_{1,n}y\cos\theta)\right]\left[\prod_{m=1}^{N_2} J_0(2\pi c_{2,m}y\sin\theta)\right]\\ &\cdot J_0(2\pi zy)\cos[2\pi\rho y\cos(\theta-\theta_\rho)]\,y\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}\theta\end{aligned} \tag{4.57}$$

对于特例 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$（$\sigma_0^2=1$），$\tilde{p}_{\xi}(z)$ 和 $\tilde{p}_{\vartheta}(\theta)$ 数值计算的结果分别如图4.7a和图4.7b所示。这些图示同样使这样的事实清晰起来，即如果 $N_i\geqslant 7$，则一般来说由有限数量 N_i 个正弦曲线导致的近似误差是可忽略的。

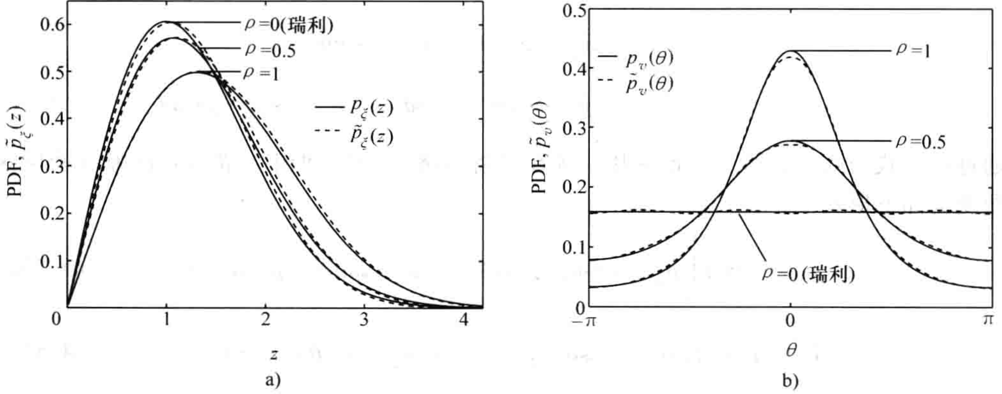


图4.7 $N_1=N_2=7$（$c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$，$\sigma_0^2=1$）时，包络 $\tilde{\xi}(t)=|\tilde{\mu}_{\rho}(t)|$ 的概率密度函数 $\tilde{p}_{\xi}(z)$ 和相位 $\tilde{\vartheta}(t)=\arg\{\tilde{\mu}_{\rho}(t)\}$ 的概率密度函数 $\tilde{p}_{\vartheta}(\theta)$

也希望说明，如果增益 $c_{i,n}$ 由 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$ 给定，那么由式（4.54a）和式（4.54b）得到，在极限 $N_i\to\infty$ 时的期望结果分别为 $\tilde{p}_{\xi}(z)\to p_{\xi}(z)$ 和 $\tilde{p}_{\vartheta}(\theta)\to p_{\vartheta}(\theta)$。为了说明这一点，应用性质式（4.45），可将式（4.54a）和式（4.54b）分别表示为

$$\lim_{N_i\to\infty}\tilde{p}_{\xi}(z)=4z\int_{-\pi}^{\pi}\left[\int_0^{\infty}e^{-2(\pi\sigma_0 v_1)^2}g_1(z,\theta,v_1)\,dv_1\right]\cdot\left[\int_0^{\infty}e^{-2(\pi\sigma_0 v_2)^2}g_2(z,\theta,v_2)\,dv_2\right]d\theta \tag{4.58}$$

和

$$\lim_{N_i\to\infty}\tilde{p}_{\vartheta}(\theta)=4\int_0^{z}z\left[\int_0^{\infty}e^{-2(\pi\sigma_0 v_1)^2}g_1(z,\theta,v_1)\,dv_1\right]\cdot\left[\int_0^{\infty}e^{-2(\pi\sigma_0 v_2)^2}g_2(z,\theta,v_2)\,dv_2\right]dz \tag{4.59}$$

使用积分[23,式(3.896.2)]

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-q^2x^2}\cos(px)\,dx=\frac{\sqrt{\pi}}{q}e^{-\frac{p^2}{4q^2}} \tag{4.60}$$

可将式（4.58）和式（4.59）分别表示为

$$\lim_{N_i\to\infty}\tilde{p}_\xi(z) = \frac{z}{\sigma_0^2}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}}\cdot\frac{1}{\pi}\int_0^\pi \mathrm{e}^{\frac{z\rho}{\sigma_0^2}\cos(\theta-\theta_\rho)}\,\mathrm{d}\theta \tag{4.61}$$

和

$$\lim_{N_i\to\infty}\tilde{p}_\vartheta(\theta) = \frac{1}{2\pi\sigma_0^2}\mathrm{e}^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}}\int_0^\infty z\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2\sigma_0^2}+\frac{z\rho}{\sigma_0^2}\cos(\theta-\theta_\rho)}\,\mathrm{d}z \tag{4.62}$$

采用零阶第一类修正 Bessel 函数的积分表示[77,式(9.6.16)]

$$I_0(z) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \mathrm{e}^{\pm z\cos\theta}\mathrm{d}\theta \tag{4.63}$$

可利用由式（3.52）定义的莱斯分布 $p_\xi(z)$ 直接确定式（4.61），且由式（4.62），对于 $|\arg\{p\}| < \pi/2$ 和 $\mathrm{Re}\ \{q\} > 0$，使用[23,式(3.462.5)]

$$\int_0^\infty z\mathrm{e}^{-qz^2-2pz}\mathrm{d}z = \frac{1}{2q} - \frac{p}{2q}\sqrt{\frac{\pi}{q}}\mathrm{e}^{\frac{p^2}{q}}\left[1-\mathrm{erf}\left(\frac{p}{\sqrt{q}}\right)\right] \tag{4.64}$$

在基本计算之后，得到由式（3.57）给出的概率密度函数 $p_\vartheta(\theta)$。

另外，将关注一般情形，其中 $f_\rho\neq 0$。现在视距分量 $m(t) = m_1(t) + \mathrm{j}m_2(t)$［见式（3.17）］将被看作时变均值，那么其实部和虚部分别可由如下概率密度函数描述

$$p_{m_1}(x_1;\ t) = \delta(x_1 - m_1(t)) = \delta(x_1 - \rho\cos(2\pi f_\rho t + \theta_\rho)) \tag{4.65}$$

和

$$p_{m_2}(x_2;\ t) = \delta(x_2 - m_2(t)) = \delta(x_2 - \rho\sin(2\pi f_\rho t + \theta_\rho)) \tag{4.66}$$

类似于 $f_\rho = 0$ 的情形，可进行概率密度函数 $\tilde{p}_\xi(z;\ t)$ 和 $\tilde{p}_\vartheta(\theta;\ t)$ 的推导。对于这些密度，可得到表达式，如果将其中的函数 $g_i(z,\ \theta,\ v_i)(i=1,\ 2)$ 分别替换为

$$g_1(z,\ \theta,\ v_1) = \cos\{2\pi v_1[z\cos\theta - \rho\cos(2\pi f_\rho t + \theta_\rho)]\} \tag{4.67a}$$

和

$$g_2(z,\ \theta,\ v_2) = \cos\{2\pi v_2[z\sin\theta - \rho\sin(2\pi f_\rho t + \theta_\rho)]\} \tag{4.67b}$$

那些表达式与式（4.54a）和式（4.54b）的右侧是一致的。就收敛行为而言，可证明，对于 $N_i\to\infty$，有 $c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{2/N_i}$，和预期的一样可得到 $\tilde{p}_\xi(z;\ t)\to p_\xi(z)$ 和 $\tilde{p}_\vartheta(\theta;\ t)\to p_\vartheta(\theta;\ t)$，其中 $p_\xi(z)$ 和 $p_\vartheta(\theta;\ t)$ 分别是由式（3.52）和式（3.56）描述的概率密度函数。

为了完成这个话题的讨论，将通过仿真，验证为概率密度函数 $\tilde{p}_\xi(z)$ 和 $\tilde{p}_\vartheta(\theta)$ 推导得到的解析表达式的正确性。原理上而言，这里可以这样进行，采用如图 4.4 所示的仿真模型，其中以一个均匀分布的随机变量替换时间变量 t，在推导解析表达式过程中这些变量帮助我们达到目标。但是，在下面将遵守传统方法，即以 $t = kT_s$ 替换连续时间变量，其中 T_s 表示采样间隔且 $k = 1,\ 2,\ \cdots,\ K$。这里应该注意到，为采样间隔 T_s 选择的数值必须足够小，以便确保确定性序列 $\tilde{\xi}(kT_s) = |\tilde{\mu}_\rho(kT_s)|$ 和 $\tilde{\vartheta}(kT_s) = \arg\ \{\tilde{\mu}_\rho(kT_s)\}$ 可尽可能准确地得到。在这个语境下，如果采样频率 $f_s = 1/T_s$ 仅由值 $f_s = 2\cdot\max\ \{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$ 给定，是不够的；虽然依据式（2.158），这个值足以满足采样定理。出于我们的目的，不等式 $f_s \gg \max\ \{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$ 应该仍然成立。试验研究已经表明，在

多数应用中可取得计算复杂度和可获得精度之间的一个良好折中，如果f_s位于从$f_s \approx 20 \cdot \max\ \{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$到$f_s \approx 100 \cdot \max\ \{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$的范围之内且如果迭代次数$K$处于$10^6$量级。由离散时间信号$\tilde{\xi}(kT_s)$和$\tilde{\vartheta}(kT_s)$的仿真，那么可知概率密度函数$\tilde{p}_\xi(z)$和$\tilde{p}_\vartheta(\theta)$可采用所产生样本的直方图来确定。这里，离散多普勒频率$f_{i,n}$的选择不是决定性的。关于这些参数，仅可施加的条件是，它们应该都是不相等的且不等于零。而且，由于$\tilde{\mu}_i(t)$的周期性，那么离散多普勒频率$f_{i,n}$必须这样来确定，满足周期$T_i = 1/\gcd\ \{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$大于或等于仿真时间$T_{\mathrm{sim}}$，即$T_i \geq T_{\mathrm{sim}} = KT_s$。

采用范例的方法，对于$c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{2/N_i}$的情形，图4.8a和图4.8b给出概率密度函数$\tilde{p}_\xi(z)$和$\tilde{p}_\vartheta(\theta)$的一些形象的仿真结果，其中$N_i = 7$（$i = 1, 2$）和$\sigma_0^2 = 1$。这些图形验证了概率密度函数（由确定性过程的仿真得到的）等同于描述基本随机变量统计性质的解析表达式。在本书剩下的部分，将以$\tilde{p}_{\mu_i}(x)$［见式（4.41）］表示确定性过程$\tilde{\mu}_i(t)$的概率密度函数。类似地，$\tilde{p}_\xi(z)$［见式（4.54a）］和$\tilde{p}_\vartheta(\theta)$［见式（4.54b）］将分别指复数确定性过程$\tilde{\mu}_\rho(t) = \tilde{\mu}_{\rho_1}(t) + \mathrm{j}\tilde{\mu}_{\rho_2}(t)$的包络$\tilde{\xi}(t)$和相位$\tilde{\vartheta}(t)$的概率密度函数。

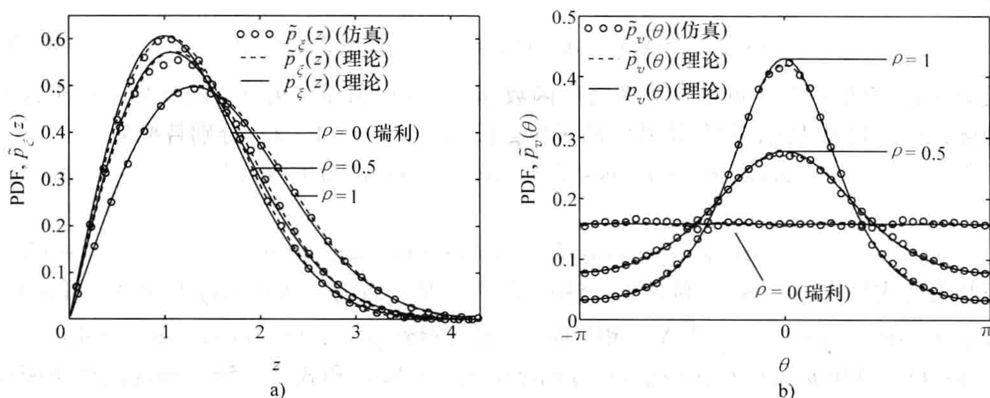


图4.8 $N_1 = N_2 = 7$（$c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{2/N_i}$，$\sigma_0^2 = 1$，$f_\rho = 0$，$\theta_\rho = 0$）时包络$\tilde{\xi}(t)$的概率密度函数$\tilde{p}_\xi(z)$和相位$\tilde{\vartheta}(t)$的概率密度函数$\tilde{p}_\vartheta(\theta)$

4.3.2 水平通过率和衰落的平均时长

在本小节，将针对图4.4所示的莱斯过程，推导确定性仿真模型的水平通过率$\tilde{N}_\xi(r)$和衰落的平均时长$\tilde{T}_{\xi_-}(r)$的一般解析表达式。解析解的知识，使通过耗时的仿真来确定$\tilde{N}_\xi(r)$和$\tilde{T}_{\xi_-}(r)$显得有点多余。而且，它们可促进对统计性能降级的原因和效应的较深入了解，这种降级可归因于所使用正弦曲线有限数量N_i或模型参数计算

所用的方法。

在4.3.1节已经看到，确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 几乎等同于（理想的）随机过程 $\mu_i(t)$ 的概率密度函数 $p_{\mu_i}(x)$，前提条件是正弦曲线数量 N_i 足够大，这里指 $N_i \geqslant 7$。如果关系

1）
$$\tilde{p}_{\mu_i}(x) = p_{\mu_i}(x) \tag{4.68a}$$

2）
$$\tilde{\beta} = \tilde{\beta}_1 = \tilde{\beta}_2 \tag{4.68b}$$

成立，水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ 仍由式（3.63）给定，如果随机参考模型的量 α 和 β 由确定性仿真模型的相应量 $\tilde{\alpha}$ 和 $\tilde{\beta}$ 替换。因此，对于 $f_\rho \neq 0$ 的情形，得到确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 的水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ 的如下表达式

$$\tilde{N}_\xi(r) = \frac{r\sqrt{2\tilde{\beta}}}{\pi^{3/2}\sigma_0^2} e^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\sigma_0^2}} \int_0^{\pi/2} \cosh\left(\frac{r\rho}{\sigma_0^2}\cos\theta\right)$$
$$\cdot \left\{ e^{-(\tilde{\alpha}\rho\sin\theta)^2} + \sqrt{\pi}\,\tilde{\alpha}\rho\sin\theta \operatorname{erf}(\tilde{\alpha}\rho\sin\theta) \right\} d\theta, \quad r \geqslant 0 \tag{4.69}$$

式中

$$\tilde{\alpha} = 2\pi f_\rho / \sqrt{2\tilde{\beta}} \tag{4.70a}$$

$$\tilde{\beta} = \tilde{\beta}_i = -\ddot{\tilde{r}}_{\mu_i\mu_i}(0) = 2\pi^2 \sum_{n=1}^{N_i} (c_{i,n} f_{i,n})^2 \tag{4.70b}$$

对于特例 $f_\rho = 0$，由式（4.70a）得到，$\tilde{\alpha} = 0$ 成立，从而式（4.69）简化为如下表达式

$$\tilde{N}_\xi(r) = \sqrt{\frac{\tilde{\beta}}{2\pi}} \cdot p_\xi(r), \quad r \geqslant 0 \tag{4.71}$$

在将式（3.66）中的 β 替换为 $\tilde{\beta}$ 之后，上式等同于式（3.66）。明显地，$\tilde{\beta} \approx \beta$ 的近似质量决定性地确定了从基本随机参考模型的水平通过率到确定性仿真模型水平通过率的推导。

为了进一步分析，写出

$$\tilde{\beta} = \beta + \Delta\beta \tag{4.72}$$

式中，$\Delta\beta$ 描述为由计算模型参数 $c_{i,n}$ 和 $f_{i,n}$ 所选方法导致的 β 的真实误差。下面将简短地称 $\Delta\beta$ 为模型误差。假定模型相对误差 $\Delta\beta/\beta$ 较小，那么可使用近似 $\sqrt{\beta+\Delta\beta} \approx \sqrt{\beta}(1+\Delta\beta/(2\beta))$，可证明，式（4.71）中的水平通过率可近似为

$$\begin{aligned} \tilde{N}_\xi(r) &\approx N_\xi(r)\left(1 + \frac{\Delta\beta}{2\beta}\right) \\ &= N_\xi(r) + \Delta N_\xi(r), \quad r \geqslant 0 \end{aligned} \tag{4.73}$$

式中

$$\Delta N_\xi(r) = \frac{\Delta\beta}{2\beta} N_\xi(r) = \frac{\Delta\beta}{2\sqrt{2\pi\beta}} p_\xi(r) \tag{4.74}$$

注意 $\Delta N_{\xi}(r)$ 描述了 $\tilde{N}_{\xi}(r)$ 的真实误差。在这种情形中，$\Delta N_{\xi}(r)$ 是与 $\Delta\beta$ 成比例的，或换句话说，对于任意给定的信号水平 r，比值 $\Delta N_{\xi}(r)/\Delta\beta$ 是常数，且因此独立于表征仿真模型的模型误差 $\Delta\beta$。

对于 $\rho\to0$，得到 $\tilde{\xi}(t)\to\tilde{\zeta}(t)$，且由此 $\tilde{p}_{\xi}(r)=\tilde{p}_{\zeta}(r)$。结果是，参照式（4.68a）和式（4.68b）中的假定，得到确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 的水平通过率 $\tilde{N}_{\zeta}(r)$ 的如下表达式

$$\tilde{N}_{\zeta}(r)=\sqrt{\frac{\tilde{\beta}}{2\pi}}\cdot p_{\zeta}(r),\ r\geqslant0 \tag{4.75}$$

现在，显式考虑到式（4.74），如果在两个方程［式（4.74）和式（4.73）］中将参数 ξ 替换为 ζ，则对于 $\tilde{N}_{\zeta}(r)$，近似式（4.73）也成立。

出于形象说明的目的，由式（4.71）给定的 $\tilde{N}_{\xi}(r)$ 的解析表达式在图4.9中给出，其中假定模型相对误差 $\Delta\beta/\beta$ 处于 ±10% 范围内。这个图也给出了理想条件，其中 $\tilde{\beta}=\beta$，这在图3.8b中已经检验过了。

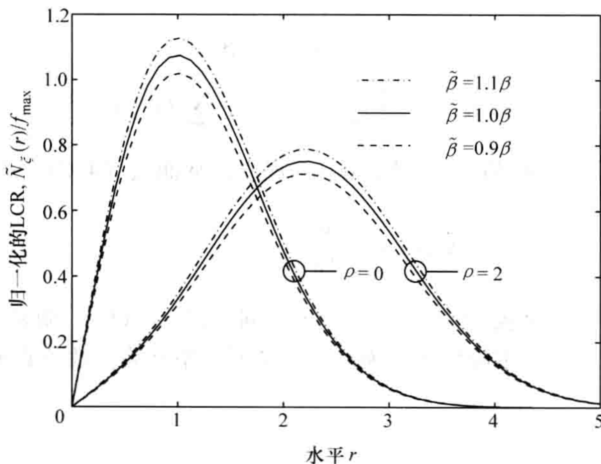


图4.9　对于 $\tilde{\beta}=\beta+\Delta\beta$ 的各种值（Jakes PSD，$f_{max}=91$Hz，$f_{\rho}=0$），确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 归一化的水平通过率 $\tilde{N}_{\xi}(r)/f_{max}$

现在希望集中讨论确定性莱斯过程的衰落平均时长的分析上，其中同样使用式（4.68a）和式（4.68b）中做出的假定。特别地，由式（4.68a）得出，确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 的累积分布函数 $\tilde{F}_{\xi_-}(r)$ 与随机莱斯过程 $\xi(t)$ 的累积分布函数是相同的，即 $\tilde{F}_{\xi_-}(r)=F_{\xi_-}(r)$。因此，将定义［式（2.120）］考虑在内，则发现在这种情形中，

确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 的衰落的平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 可表示为

$$\tilde{T}_{\xi_-}(r)=\frac{F_{\xi_-}(r)}{\tilde{N}_{\xi}(r)},\ r\geqslant 0 \tag{4.76}$$

式中，可在式（2.45）中找到 $F_{\xi_-}(r)$，且 $\tilde{N}_{\xi}(r)$ 由式（4.69）给出。

对于特例 $f_\rho=0$，如果模型相对误差 $\Delta\beta/\beta$ 较小，那么同样可得到简单的近似解。因此，在将式（4.73）代入式（4.76）并使用近似式 $1/[1+\Delta\beta/(2\beta)]\approx 1-\Delta\beta/(2\beta)$ 之后，得到表达式

$$\begin{aligned}\tilde{T}_{\xi_-}(r)&\approx T_{\xi_-}(r)\left(1-\frac{\Delta\beta}{2\beta}\right)\\&=T_{\xi_-}(r)+\Delta T_{\xi_-}(r),\ r\geqslant 0\end{aligned} \tag{4.77}$$

式中

$$\Delta T_{\xi_-}(r)=-\frac{\Delta\beta}{2\beta}T_{\xi_-}(r) \tag{4.78}$$

表示 $T_{\xi_-}(r)$ 的真实误差。最显著的是，近似式（4.77）断定，确定性莱斯过程的衰落的平均时长随模型误差 $\Delta\beta$ 的增加（减少）而近似线性地减少（增加）。

对于低的信号水平 r 和中等大小的莱斯因子 $c_R=\rho^2/(2\sigma_0^2)$，在将式（3.78）代入式（4.77）的第一个表达式之后，直接得到如下近似式

$$\tilde{T}_{\xi_-}(r)\approx\tilde{T}_{\zeta_-}(r)\approx r\sqrt{\frac{\pi}{2\beta}}\left(1-\frac{\Delta\beta}{2\beta}\right) \tag{4.79}$$

注意到这个结果仅对低信号水平 $r\ll 1$ 和 $r\rho/\sigma_0^2\ll 1$ 才有效。由上面的关系，可得出结论，确定性莱斯过程和瑞利过程的衰落时间间隔的均值，在低信号水平处是近似相同的，前提条件是视距分量的信号强度是中等大小的。通过将式（3.78）与式（4.79）比较，明显的是，模型相对误差同样确定了由相应参考模型之衰落的平均时长到仿真模型的衰落的平均时长的推导。

有关乘积 $\tilde{N}_{\xi}(r)\cdot\tilde{T}_{\xi_-}(r)$，也可做出一个有意思的论断。即由式（2.120）和式（4.76），得到确定性信道建模的模型误差定律

$$\tilde{N}_{\xi}(r)\cdot\tilde{T}_{\xi_-}(r)=N_{\xi}(r)\cdot T_{\xi_-}(r) \tag{4.80}$$

表明，确定性莱斯过程的水平通过率和衰落的平均时长的乘积是独立于模型误差 $\Delta\beta$ 的。随着模型误差 $\Delta\beta$ 增加，水平通过率 $\tilde{N}_{\xi}(r)$ 也增长，但衰落的平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 以相同程度减小，对于任何给定的信号水平 $r=$ 常数，满足乘积 $\tilde{N}_{\xi}(r)\cdot\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 保持不变。这个结果也可由式（4.73）和式（4.77）中近似解的乘积而近似地得到，如果忽略所得乘积中的二次项 $[\Delta\beta/(2\beta)]^2$。

因为瑞利过程可自然地看作莱斯过程 $\rho=0$ 时的特例，所以原理上而言，关系式（4.76）~式(4.78）和式（4.80）对瑞利过程也成立。仅由下标参数 ξ 和 ξ_- 分别替换为 ζ 和 ζ_- 即可。

图4.10给出了$\Delta\beta/\beta \in \{-0.1, 0, +0.1\}$时$\tilde{T}_{\xi_-}$解析表达式［见式（4.76）］的评估计算结果。

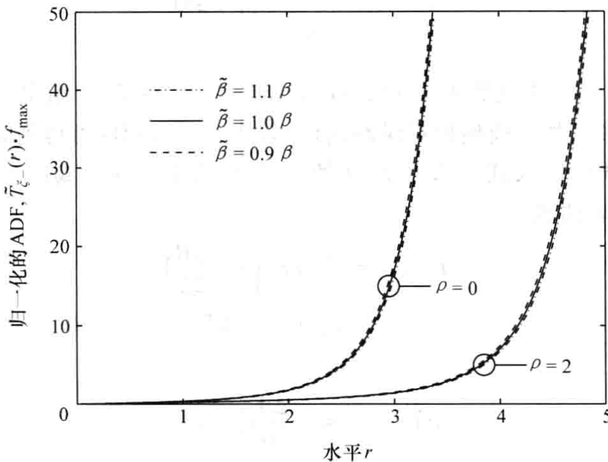


图4.10　对于$\tilde{\beta}=\beta+\Delta\beta$（Jakes PSD，$f_{max}=91$Hz，$f_\rho=0$）的各种值，确定性莱斯过程$\tilde{\xi}(t)$衰落的归一化平均时长$\tilde{T}_{\xi_-}(r)\cdot f_{max}$

在第5章，分析了确定模型各参数（$c_{i,n}$，$f_{i,n}$，$\theta_{i,n}$）的各种方法，将看到，条件［式（4.68b）］不能经常准确地得到满足。但是，在多数情况下，$\tilde{\beta}_1$和$\tilde{\beta}_2$之间的相对偏差是非常小的。由莱斯过程和瑞利过程的水平通过率和衰落的平均时长的分析（3.4.3节的讨论话题），已经知道，对于β_1和β_2之间小的相对偏差，则在$\beta=\beta_1=\beta_2$条件成立基础上推导得到的理想关系式，将以非常良好的近似仍然保持其有效性，如果在相应表达式中以算术平均$\beta=(\beta_1+\beta_2)/2$［见式（3.76）］替换$\beta=\beta_1=\beta_2$，或如果直接使$\beta$恒等于$\beta_1$，即$\beta=\beta_1\approx\beta_2$［也可见附录3.D，式（3.D.17）］。对于确定性模型也可发现类似的结果。因此在下面将设定$\tilde{\beta}=\tilde{\beta}_1\approx\tilde{\beta}_2$，条件是$\tilde{\beta}_1$和$\tilde{\beta}_2$之间的相对偏差较小。

考虑这个主题时，最后应该指出，即使没有所述的条件式（4.68a）和式（4.68b），也可准确地计算得到确定性莱斯过程的水平通过率和衰落的平均时长（由前者得到）。但是，求解所得到的积分方程的数值复杂度是相当高的。除了可取得的改进经常只有较小的优势外，即使使用少量的N_i个正弦曲线，从而使比较高的数学复杂度看起来也不那么合理。不仅针对这个背景，人们发现，而且特别针对条件［式（4.68a）］也是有意义的，即使（严格来说）这个条件仅当$N_i\to\infty$时才准确地得以满足。

出于完备性考虑，在附录4.B中给出任意数量N_i个正弦曲线下，确定性莱斯过程的水平通过率和衰落的平均时长的准确解，在附录4.B中放弃了条件［式（4.68a）和

式（4.68b）]。在附录4.B中，发现水平通过率 $\tilde{N}_{\xi}(r)$ 的如下解析表达式

$$\tilde{N}_{\xi}(r) = 2r\int_{0}^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi} w_1(r,\theta)w_2(r,\theta)\int_{0}^{\infty} j_1(z,\theta)j_2(z,\theta)\dot{z}\cos(2\pi z\dot{z})\,\mathrm{d}z\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\dot{z} \tag{4.81}$$

式中

$$w_1(r,\ \theta) = \tilde{p}_{\mu_1}(r\cos\theta - \rho\cos\theta_\rho) \tag{4.82a}$$

$$w_2(r,\ \theta) = \tilde{p}_{\mu_2}(r\sin\theta - \rho\sin\theta_\rho) \tag{4.82b}$$

$$j_1(z,\theta) = \prod_{n=1}^{N_1} J_0(4\pi^2 c_{1,n} f_{1,n} z\cos\theta) \tag{4.82c}$$

$$j_2(z,\theta) = \prod_{n=1}^{N_2} J_0(4\pi^2 c_{2,n} f_{2,n} z\sin\theta) \tag{4.82d}$$

现在，将式（4.81）代入式（4.76），并在后一个方程中将累积分布函数 $F_{\xi_-}(r)$ 替换为 $\tilde{F}_{\xi_-}(r)$，其中 $\tilde{F}_{\xi_-}(r)$ 由附录4.B中推导得到的表达式（4.B.40）给出，那么也得到确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 衰落的平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 的解析准确解。

4.3.3　在低信号水平处衰落时间间隔的统计性质

在本小节，将讨论确定性瑞利过程衰落时间间隔的统计性质。这里将讨论限制在低信号水平，原因是在这种情形中，通过分析方法可推导得到非常精确的近似解。但是，在中等大小和高的信号水平处，不得不依赖仿真，将在5.3节后续关注这些内容。

首先，将研究确定性瑞利过程衰落时间间隔的概率密度函数 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;\ r)$。这个密度表征如下情形的条件概率密度函数，其中一个确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 在时刻 $t_2 = t_1 + \tau_-$ 处首次穿过一个信号水平 r，条件是在时刻 t_1 发生最近一次的向下穿过事件。如果就 t_1 和 t_2 之间 $\tilde{\zeta}(t)$ 的水平通过形状没有更多的事实，那么相应的概率密度函数表示为 $\tilde{p}_{1_-}(\tau_-;\ r)$。在3.4.4节中实施随机参考模型分析的过程中，依据式（3.86）曾指出，如果信号水平 r 较低，那么 $p_{1_-}(\tau_-;\ r)$ 可被看作 $p_{0_-}(\tau_-;\ r)$ 的一个非常良好的近似。对于确定性模型，相同的论断成立，写出：如果 $r\to0$，则 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;\ r)\to\tilde{p}_{1_-}(\tau_-;\ r)$，其中 $\tilde{p}_{1_-}(\tau_-;\ r)$ 可直接由式（3.86）得到，如果将其中的 $T_{\zeta_-}(r)$ 替换为 $\tilde{T}_{\zeta_-}(r)$[78]，即

$$\tilde{p}_{1_-}(\tau_-;\ r) = \frac{2\pi\tilde{z}^2 e^{-\tilde{z}}}{\tilde{T}_{\zeta_-}(r)}\left[I_0(\tilde{z}) - \left(1+\frac{1}{2\tilde{z}}\right)I_1(\tilde{z})\right],\ 0\leqslant r\ll1 \tag{4.83}$$

式中，$\tilde{z} = 2\left[\tilde{T}_{\zeta_-}(r)/\tau_-\right]^2/\pi$。现在结果式（4.77）的使用，赋予我们分析性地研究模型误差 $\Delta\beta$ 对确定性瑞利过程衰落时间间隔之概率密度函数在深度信号水平处的影

响。图4.11给出依据式（4.83），针对 $r=0.1$ 的一个信号水平 r 及 $\tilde{\beta}=\beta+\Delta\beta$ 各种值时 $\tilde{p}_{1_}(\tau_-;r)$ 的计算评估情况。在这幅图中，认识到，一个正的模型误差 $\Delta\beta>0$ 导致在相对较大（较小）的衰落时间间隔 τ_- 范围内概率密度函数 $\tilde{p}_{1_}(\tau_-;r)$ 的一个显著减小（增加）。对于负的模型误差 $\Delta\beta<0$，可观察到相反的形状。

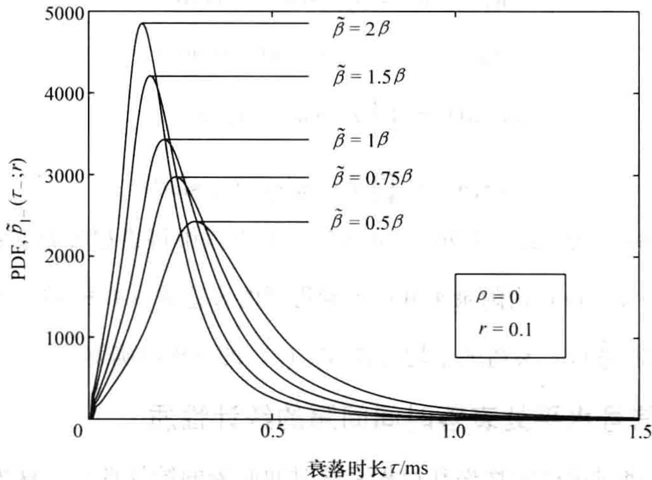


图4.11 在低信号水平处（Jakes PSD，$f_{\max}=91$Hz，$\sigma_0^2=1$），$\tilde{\beta}=\beta+\Delta\beta$ 对衰落时间间隔 τ_- 的概率密度函数 $\tilde{p}_{1_}(\tau_-;r)$ 的影响

以一种类似的方式，可得到 $\tilde{\tau}_q=\tilde{\tau}_q(r)$ 的一个表达式，$\tilde{\tau}_q=\tilde{\tau}_q(r)$ 描述确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 那些衰落时间间隔的间隔长度，其中包括在信号水平 r 处所有衰落时间间隔的 $q\%$。由式（3.92）可直接得到量 $\tilde{\tau}_q(r)$，如果将其中的 $T_{\zeta_-}(r)$ 替换为 $\tilde{T}_{\zeta_-}(r)$。因此，对于 $75\leqslant q\leqslant 100$，得到

$$\tilde{\tau}_q(r)\approx\frac{\tilde{T}_{\zeta_-}(r)}{\left\{\frac{\pi}{4}\left[1-\sqrt{1-4\left(1-\frac{q}{100}\right)}\right]\right\}^{1/3}},\quad r\ll 1 \tag{4.84}$$

为了使模型误差 $\Delta\beta$ 的影响是透明的，将式（4.84）中的 $\tilde{T}_{\zeta_-}(r)$ 替换为 $\tilde{T}_{\zeta_-}(r)=T_{\zeta_-}(r)\,[1-\Delta\beta/(2\beta)]$。就式（3.92）而言，现在以 $\tau_q(r)$ 重写上述关系为

$$\tilde{\tau}_q(r)\approx\tau_q(r)\left(1-\frac{\Delta\beta}{2\beta}\right),\quad r\ll 1 \tag{4.85}$$

这个关系明确地表明，在量级 $\pm\varepsilon$ 的 $\tilde{\beta}$ 的相对误差，近似地导致量级 $\mp\varepsilon/2$ 的 $\tilde{\tau}_q(r)$ 的相对误差。

特别地，在将式（3.93）~式(3.95）代入式（4.85）之后，现在 $\tilde{\tau}_{90}(r)$、$\tilde{\tau}_{95}(r)$

和 $\tilde{\tau}_{99}(r)$ 可近似地表示为

$$\tilde{\tau}_{90}(r) \approx 1.78 \cdot T_{\zeta_-}(r)[1-\Delta\beta/(2\beta)] \tag{4.86a}$$

$$\tilde{\tau}_{95}(r) \approx 2.29 \cdot T_{\zeta_-}(r)[1-\Delta\beta/(2\beta)] \tag{4.86b}$$

$$\tilde{\tau}_{99}(r) \approx 3.98 \cdot T_{\zeta_-}(r)[1-\Delta\beta/(2\beta)] \tag{4.86c}$$

此时，应该显式地强调一下，对 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-; r)$ 和 $\tilde{\tau}_q(r)$ 的所有近似（在本小节专门针对确定性的瑞利过程推导得到的），对具有中等大小莱斯因子的确定性莱斯过程也是有效的。这个论断立刻变得清晰起来，如果考虑到 $\tilde{p}_{1_-}(\tau_-; r)$ ［见式（4.83）］和 $\tilde{\tau}_q(r)$ ［见式（4.84）］仅取决于衰落的平均时长 $\tilde{T}_{\zeta_-}(r)$，且由式（4.79）知道，$\tilde{T}_{\zeta_-}(r)$ 在低信号水平 r 处可近似地由确定性莱斯过程衰落的平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 加以替换。

4.3.4　正弦曲线求和过程的稳态性和遍历性

如已经提到的情况，由式（4.4）定义的一个确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 可被解释为相应随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 的一个样本函数。对于正弦曲线求和衰落信道仿真器的性能评估而言，重要的是知道随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 是稳定的和遍历的各项条件。因此，对稳定和遍历概念的清晰理解，对于得到该主题的较深入理解就是不可避免的。因此建议此时简短地回顾一下有关术语，如一阶稳态性和广义稳态性。就 $\hat{\mu}_i(t)$ 的遍历性质而言，将在与均值有关的遍历性和与自相关函数有关的遍历性之间做出区分。

1. 一阶稳态性

一个随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 称为一阶稳态的[41,第392页]，如果 $\hat{\mu}_i(t)$ 的一阶密度独立于时间，即

$$\hat{p}_{\mu_i}(x;\ t) = \hat{p}_{\mu_i}(x;\ t+c) = \hat{p}_{\mu_i}(x) \tag{4.87}$$

对于所有 t 和 $c \in \mathbf{R}$ 的值都成立。这意味着 $\hat{\mu}_i(t)$ 的均值和方差也独立于时间。

2. 广义稳态性

一个随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 称为广义稳态的[41,第388页]，如果 $\hat{\mu}_i(t)$ 满足如下条件：

1）$\hat{\mu}_i(t)$ 的期望值是常数，即

$$E\{\hat{\mu}_i(t)\} = \hat{m}_{\mu_i} = 常数 \tag{4.88}$$

对于所有 t 成立。

2）$\hat{\mu}_i(t)$ 的自相关函数仅取决于时间差 $\tau = t_1 - t_2$，即

$$\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(t_1,\ t_2) = \hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = E\{\hat{\mu}_i(t)\hat{\mu}_i(t+\tau)\} \tag{4.89}$$

对于所有 t_1 和 t_2 成立。

3. 均值遍历性

一个随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 称为均值遍历的，如果 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的时间均值（在区间 $[-T, T]$ 上计算得到的），在极限 $T \to \infty$ 时收敛到统计平均 $\hat{m}_{\mu_i} := E\{\hat{\mu}_i(t)\}$，即

$$\hat{m}_{\mu_i} = \tilde{m}_{\mu_i} := \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{\mu}_i(t)\,\mathrm{d}t \tag{4.90}$$

因为随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 的相位 $\theta_{i,n}$ 是随机变量（在区间（0，2π］上均匀分布），所以上述方程的左侧就等于0。右侧也等于0，如果所有离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 不等于0，即对于所有 $n=1$，2，…，N_i 和 $i=1$，2，$f_{i,n}\neq 0$。这项要求（$f_{i,n}\neq 0$）可在没有任何困难的条件下，由下一章中介绍的所有参数计算方法满足。因此，$\hat{m}_{\mu_i}=\tilde{m}_{\mu_i}=0$ 成立，且由此得到就均值而言，随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 是遍历的。

4. 自相关遍历性

一个随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 被称作自相关遍历的，如果 $\tilde{\mu}_i(t)\ \tilde{\mu}_i(t+\tau)$ 的时间均值（在区间［$-T$，T］上计算得到的）在极限 $T\to\infty$ 时收敛到统计平均 $\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) := E\{\hat{\mu}_i(t)\hat{\mu}_i(t+\tau)\}$，即

$$\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) := \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\hat{\mu}_i(t)\hat{\mu}_i(t+\tau)\,\mathrm{d}t \tag{4.91}$$

将稳态性和遍历性的概念应用到各种正弦曲线求和过程，将是下一节的话题。

4.4　正弦曲线求和过程的类型

对于任何给定的数 $N_i>0$，正弦曲线求和取决于三个类型的参数（增益、离散多普勒频率和相位），每个类型都可以是随机变量或常数的一个集合（collection）。但是，为了得到一个随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$，则要求至少有一个随机变量，否则会得到一个确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$，如图4.3所指出的那样。因此，总共可定义瑞利衰落信道的 $2^3=8$ 类基于正弦曲线求和的仿真模型，其中7个是随机仿真模型，1个是完全确定性的仿真模型。例如，一类随机信道仿真器可这样定义，即为增益 $c_{i,n}$、离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 和相位设定随机值。就其稳态和遍历性质进行的各类仿真模型的定义和分析是参考文献［133，134］中研究的话题。得到的结果汇总于表4.1。在8类正弦曲线求和信道仿真器中，Ⅰ类、Ⅱ类和Ⅳ类是最重要的类，下面将详细研究。

无论何时增益 $c_{i,1}$，$c_{i,2}$，…，c_{i,N_i} 是随机变量，都假定它们是统计独立和同分布的。对于随机频率 $f_{i,1}$，$f_{i,2}$，…，f_{i,N_i} 和相位 $\theta_{i,1}$，$\theta_{i,2}$，…，θ_{i,N_i} 的序列，也都假定它们是统计独立和同分布的。从物理观点看，假定增益 $c_{i,n}$、频率 $f_{i,n}$ 和相位 $\theta_{i,n}$ 是相互独立的，也应该是合理的。因此在模型上将附加随机变量 $c_{i,n}$、$f_{i,n}$ 和 $\theta_{i,n}$ 的独立性。在如下情形，其中增益 $c_{i,n}$ 和离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 是常量，假定它们不同于零，从而对于 $n=1$，2，…，N_i 和 $i=1$，2的所有值，$c_{i,n}\neq 0$ 和 $f_{i,n}\neq 0$ 成立。也许会对正弦曲线求和模型施加更多约束。例如，要求所有频率的绝对值 $|f_{i,n}|$ 是不同的，即对于 $i=1$，2，$|f_{i,1}|\neq|f_{i,2}|\neq\cdots\neq|f_{i,N_i}|$ 和 $\{|f_{1,n}|\}_{n=1}^{N_1}\cap\{|f_{2,n}|\}_{n=1}^{N_2}=\phi$。前一个条件是作为避免内相关（即在 $\tilde{\mu}_i(t)(i=1,2)$ 内的相关）的一个度量而引入的，后一个条件确保 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的交叉相关（外相关）为零。

表 4.1　确定性和随机正弦曲线求和信道仿真器及其稳态和遍历性质[133,134]

类	增益 $c_{i,n}$	频率 $f_{i,n}$	相位 $\theta_{i,n}$	一阶稳态	广义稳态	均值遍历	自相关遍历
Ⅰ	常数	常数	常数	—	—	—	—
Ⅱ	常数	常数	RV	是	是	是	是
Ⅲ	常数	RV	常数	否/是①,②,③,④	否/是①,②,③	否/是①,②	否
Ⅳ	常数	RV	RV	是	是	是	否
Ⅴ	RV	常数	常数	否	否	否/是⑤	否
Ⅵ	RV	常数	RV	是	是	是	否
Ⅶ	RV	RV	常数	否/是①,②,③,④	否/是①,②,③	否/是⑤或①,②	否
Ⅷ	RV	RV	RV	是	是	是	否

① 如果 $f_{i,n}$ 的密度是一个偶函数。

② 如果边界条件 $\sum_{n=1}^{N_i}\cos(\theta_{i,n})=0$ 得以满足。

③ 如果边界条件 $\sum_{n=1}^{N_i}\cos(2\theta_{i,n})=0$ 得以满足。

④ 仅在极限 $t\to\pm\infty$ 时成立。

⑤ 如果增益 $c_{i,n}$ 有零均值，即 $E\{c_{i,n}\}=0$。

1. Ⅰ类正弦曲线求和信道仿真器

Ⅰ类信道仿真器是由确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$［见式（4.4）］的集合定义的，过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 具有恒定增益 $c_{i,n}$、恒定频率 $f_{i,n}$ 和恒定相位 $\theta_{i,n}$。因为所有的模型参数都是常数，所以研究这种类型信道仿真器的稳态和遍历性质是没有意义的。原因是，稳态性和遍历性的概念仅对随机过程是有意义的，对确定性过程没有意义。但是，将从 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值和自相关函数的研究中受益。

2. Ⅱ类正弦曲线信道仿真器

Ⅱ类信道仿真器是由随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 的集合定义的，过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 具有恒定增益 $c_{i,n}$、恒定频率 $f_{i,n}$ 和随机相位 $\theta_{i,n}$（均匀地分布在区间（0，2π］上）。在这种情形中，随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 与式（4.3）中具有完全相同的形式。

具有随机相位的正弦曲线求和过程的分布是首次在参考文献[132]中研究的，其中证明了，$\hat{\mu}_i(t)$ 的一阶密度 $\hat{p}_{\mu_i}(x)$ 为

$$\hat{p}_{\mu_i}(x)=2\int_0^{\infty}\left[\prod_{n=1}^{N_i}J_0(2\pi c_{i,n}v)\right]\cos(2\pi xv)\,\mathrm{d}v \qquad (4.92)$$

注意 $\hat{p}_{\mu_i}(x)$ 是独立于时间的，且仅取决于正弦曲线数 N_i 和增益 $c_{i,n}$。如果所有增益都等于 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$，那么由 Lindeberg-Lévy 的中心极限定理［见式（2.26）］得到，如果

N_i趋于无穷，则式（4.92）中的密度 $\hat{p}_{\mu_i}(x)$ 逼近具有零均值和方差 σ_0^2的高斯密度 $p_{\mu_i}(x)$，即当 $N_i \to \infty$ 时，$\hat{p}_{\mu_i}(x) \to p_{\mu_i}(x)$。但是，人们广泛接受的是，如果 $N_i \geq 7$，那么近似 $\hat{p}_{\mu_i}(x) \approx p_{\mu_i}(x)$ 是足够好的。

由式（4.3），得到$\hat{\mu}_i(t)$ 的均值 $\hat{m}_{\mu_i}$是常数，且等于0，因为

$$\begin{aligned}\hat{m}_{\mu_i} &= E\{\hat{\mu}_i(t)\}\\ &= \sum_{n=1}^{N_i} c_{i,n} E\{\cos(2\pi f_{i,n} t + \theta_{i,n})\}\\ &= 0\end{aligned} \tag{4.93}$$

将式（4.3）代入式（4.89）得到自相关函数

$$\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \sum_{n=1}^{N_i} \frac{c_{i,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{i,n}\tau) \tag{4.94}$$

这是时间差 $\tau = t_1 - t_2$的一个函数。

由式（4.92）~式(4.94)，可得出结论，$\hat{\mu}_i(t)$ 是一阶稳态的和广义稳态的，原因是密度 $\hat{p}_{\mu_i}(x)$ 是独立于时间的，且满足条件1）~2）［见式（4.88）和式（4.89)］。对于随机相位 $\theta_{i,n}$的一个具体实现，由图4.3得到，随机过程$\hat{\mu}_i(t)$ 得到一个确定性过程（样本函数）$\tilde{\mu}_i(t)$。换句话说，Ⅰ类是Ⅱ类的一个子集。我们认识到恒等式 $\hat{m}_{\mu_i} = \tilde{m}_{\mu_i}$成立，这表明，参照式（4.90），$\hat{\mu}_i(t)$ 是均值遍历的。式（4.94）和式（4.11）的比较表明，$\hat{\mu}_i(t)$ 也是自相关遍历的，原因是满足 $\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 准则。Ⅱ类是随机正弦曲线求和信道仿真器类中的最重要类。

3. Ⅳ类正弦曲线信道仿真器

Ⅳ类信道仿真器是由这样的随机过程$\hat{\mu}_i(t)$ 集合定义的，其中$\hat{\mu}_i(t)$ 具有恒定增益 $c_{i,n}$、随机频率$f_{i,n}$和随机相位 $\theta_{i,n}$（均匀地分布在区间（0，2π］上）。由此，随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 具有式（4.3）的形式，但具有随机频率$f_{i,n}$。

频率$f_{i,n}$是随机变量的假定对于$\hat{\mu}_i(t)$ 的密度 $\hat{p}_{\mu_i}(x)$ 没有影响。因此，$\hat{\mu}_i(t)$ 的密度 $p_{\tilde{\mu}_i}(x)$ 仍然由式（4.92）给定。同样均值 $\hat{m}_{\mu_i}$等于零，由此与式（4.93）相同。但是式（4.94）中的自相关函数 $\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 必须在频率$f_{i,n}$的分布上做平均，即

$$\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \sum_{n=1}^{N_i} \frac{c_{i,n}^2}{2} E\{\cos(2\pi f_{i,n}\tau)\} \tag{4.95}$$

另外一种方法是，式（4.95）中的表达式可通过使用参考文献［41，第391-392页］例9-14的结果推导得到。独立于$f_{i,n}$的具体分布，可以说，$\hat{\mu}_i(t)$ 是一阶稳态的和广义稳态的，原因是式（4.92）中的密度 $\hat{p}_{\mu_i}(x)$ 是独立于时间的，且满足条件1）~2）［见式（4.88）和式（4.89)］。另外，满足条件 $\hat{m}_{\mu_i} = \tilde{m}_{\mu_i}$，这意味着 $\hat{\mu}_i(t)$ 是均值遍历的。

当应用蒙特卡洛方法[99,100]时，增益 $c_{i,n}$和频率$f_{i,n}$分别由 $c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{2/N_i}$和 $f_{i,n} = f_{\max}\sin(\pi u_{i,n})$给定，其中 $u_{i,n}$是均匀分布于区间（0，1］上的一个随机变量。使用式（4.95）中的这些方程，得到

$$\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)=\sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau) \tag{4.96}$$

明显地，随机仿真模型的自相关函数 $\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 与式（3.25）描述的参考模型的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 完全相同。但是，式（4.96）和式（4.11）的比较表明，$\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)\neq\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。由此，Ⅳ类信道仿真器的随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 不是自相关遍历的。

4.5 复数正弦曲线求和信道模型的基本知识

如果对于所有 $n=1,2,\cdots,N$，$c_n=c_{1,n}=c_{2,n}$，$f_n=f_{1,n}=f_{2,n}$ 和 $\theta_n=\theta_{1,n}=\theta_{2,n}+\pi/2$，其中 $N=N_1+N_2$，那么就得到正弦曲线求和模型的一个特例。在这种情形中，依据式（4.3），具有同相位和正交分量的复数过程 $\hat{\mu}(t)=\hat{\mu}_1(t)+j\hat{\mu}_2(t)$ 可写为

$$\hat{\mu}(t)=\sum_{n=1}^{N}c_n e^{j(2\pi f_n t+\theta_n)} \tag{4.97}$$

这里 $\hat{\mu}(t)$ 是复数值正弦曲线求和，它构成了复数正弦曲线求和（SOC）模型。对于真实非各向同性散射条件下移动无线信道的建模和仿真而言，这个模型是非常有用的，而当假定为各向同性散射条件时，SOS 模型是更好的选择[135]。值得指出的是，式（4.97）中的 SOC 模型与式（3.12）描述的多径衰落模型具有相同的形式，后者是在假定平坦衰落的假定下推导得到的。这个关系是以一个平面波模型的形式对 SOC 模型进行简单的物理解释。cisoids 数 N 等于散射体的数量，每个散射体引入一个增益 c_n 和一个相位偏移 θ_n，而接收器的运动导致第 n 个被接收平面波的一个多普勒频移 f_n。因此，平面波求和（cisoids）对平坦衰落信道条件下一条多径信道的散射分量进行了建模。

$\hat{\mu}(t)$ 的绝对值和相位将分别由 $\hat{\zeta}(t)=|\hat{\mu}(t)|$ 和 $\vartheta(t)=\arg\{\hat{\mu}(t)\}$ 表示。$\hat{\zeta}(t)$ 的软件或硬件实现被称作 SOC 瑞利衰落信道仿真器。注意 $\hat{\zeta}(t)$ 的下界为 $\hat{\zeta}_{\min}=\min|\hat{\mu}(t)|=0$，上界为 $\hat{\zeta}_{\max}=\max|\hat{\mu}(t)|=\sum_{n=1}^{N}|c_n|$。

式（4.97）中的 SOC 模型是平坦衰落信道散射分量的一个合适模型。但是，在微型蜂窝环境和乡村地区，经常存在视距分量。假定这个分量为

$$m(t)=\rho e^{j(2\pi f_\rho t+\theta_\rho)} \tag{4.98}$$

式中，幅度 ρ、频率 f_ρ 和相位 θ_ρ 是常量。

散射分量 $\hat{\mu}(t)$ 和视距分量 $m(t)$ 的和定义了非零均值复数随机过程

$$\hat{\mu}_\rho(t)=\hat{\mu}(t)+m(t) \tag{4.99}$$

取 $\hat{\mu}_\rho(t)$ 的绝对值，得到包络过程

$$\hat{\xi}(t)=|\hat{\mu}_\rho(t)| \tag{4.100}$$

且 $\hat{\mu}_\rho(t)$ 的泛函（argument）得到相位过程

$$\hat{\vartheta}(t)=\arg\{\hat{\mu}_\rho(t)\} \tag{4.101}$$

$\hat{\xi}(t)$ 在一个硬件或软件平台上的实现被称作 SOC 莱斯衰落信道仿真器。得到的仿真模型的结构以常用的时间连续形式如图 4.12 所示。

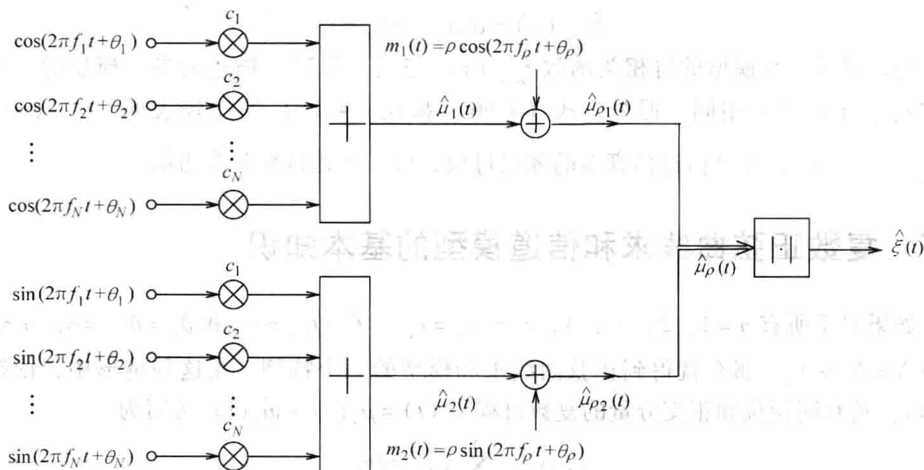


图4.12　莱斯衰落信道的随机复数正弦曲线求和仿真模型

4.5.1　随机复数正弦曲线求和过程的基本性质

本节分析SOC模型最重要的统计性质，如均值、方差、相关函数和功率谱密度。本节的另一个话题是指出SOC和SOS模型之间的差异。下面的表述是在参考文献［135］中结果的指导下进行的，这些结果对于具有固定增益 c_n、固定频率 f_n 和随机相位 θ_n 的SOC模型类是有效的。

1. 均值

令 $\hat{\mu}(t)=\hat{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\hat{\mu}_2(t)$ 是具有 $f_n\neq 0$（对于所有 $n=1,2,\cdots,N$）的一个SOC过程，那么 $\hat{\mu}_i(t)$ 的均值等于

$$\hat{m}_{\mu_i}=E\{\hat{\mu}_i(t)\}=0 \tag{4.102}$$

注意同样的结果对于SOS过程也是成立的［见式（4.9）］。

2. 方差

令 $\hat{\mu}(t)=\hat{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\hat{\mu}_2(t)$ 是一个SOC过程，那么得到的 $\hat{\mu}_i(t)$ 的方差为

$$\hat{\sigma}^2_{\mu_i}=\mathrm{Var}\{\hat{\mu}_i(t)\}=\sum_{n=1}^{N}\frac{c_n^2}{2} \tag{4.103}$$

明显地，方差 $\hat{\sigma}^2_{\mu_i}$ 仅取决于复数正弦曲线求和的数量 N 和增益 c_n，而不取决于频率 f_n 和相位 θ_n。对于SOS过程得到相同的结果［见式（4.10）］。

3. 相关函数

令 $\hat{\mu}(t)$ 是一个SOC过程，那么其自相关函数为

$$\begin{aligned}\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)&=E\{\hat{\mu}^*(t)\hat{\mu}(t+\tau)\}\\&=\sum_{n=1}^{N}c_n^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_n\tau}\end{aligned} \tag{4.104}$$

由式（4.104），可直接得到 $\hat{\mu}_i(t)$ $(i=1,2)$ 的自相关函数 $\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 以及 $\hat{\mu}_1(t)$ 和 $\hat{\mu}_2(t)$ 的交叉相关函数 $\hat{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 为

$$\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)\} = \sum_{n=1}^{N}\frac{c_n^2}{2}\cos(2\pi f_n\tau) \tag{4.105}$$

和

$$\hat{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) = \frac{1}{2}\mathrm{Im}\{\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)\} = \sum_{n=1}^{N}\frac{c_n^2}{2}\sin(2\pi f_n\tau) \tag{4.106}$$

可由关系式 $\hat{r}_{\mu_2\mu_1}(\tau)=\hat{r}^*_{\mu_1\mu_2}(-\tau)=\hat{r}_{\mu_1\mu_2}(-\tau)$，得到 $\hat{\mu}_2(t)$ 和 $\hat{\mu}_1(t)$ 的交叉相关函数 $\hat{r}_{\mu_2\mu_1}(\tau)$。式（4.106）中的结果表明，交叉相关函数 $\hat{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 一般来说是不等于零的，由此得到复数过程 $\hat{\mu}(t)=\hat{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\hat{\mu}_2(t)$ 的同相位分量 $\hat{\mu}_1(t)$ 和正交分量 $\hat{\mu}_2(t)$ 是相关的。这不同于 SOS 模型，在 SOS 模型中，可容易地避免 $\hat{\mu}_1(t)$ 和 $\hat{\mu}_2(t)$ 之间的相关性，方法是设计过程 $\hat{\mu}_1(t)$ 和 $\hat{\mu}_2(t)$，使它们使用离散多普勒频率的不相交集合［见式(4.12)］。SOC 和 SOS 模型之间的主要差异之一是前一模型的自相关函数 $\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 一般为复数，而后一模型通常是以这样一种方式设计的，使得到的自相关函数 $\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 是实数。

4. 功率谱密度

令 $\hat{\mu}(t)$ 是一个 SOC 过程。那么，$\hat{\mu}(t)$ 的功率谱密度，以 $\hat{S}_{\mu\mu}(f)$ 表示，可通过取自相关函数 $\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 的傅里叶变换得到［见式（4.104）］

$$\hat{S}_{\mu\mu}(f) = \sum_{n=1}^{N} c_n^2\delta(f-f_n) \tag{4.107}$$

因此，$\hat{\mu}(t)$ 的功率谱密度 $\hat{S}_{\mu\mu}(f)$ 是一个线谱，其中各谱线位于离散频率 $f=f_n$ 处，加权因子为 c_n^2。式（4.107）中的结果清晰地表明，功率谱密度 $\hat{S}_{\mu\mu}(f)$ 一般而言具有非对称的形状。如果 N 是偶数，且 $f_n=-f_{N-n}$，$c_n=\pm c_{N-n}$，$\forall n=1,2,\cdots,N/2$ 时，给出一个特例。在这些条件下，SOC 模型的功率谱密度 $\hat{S}_{\mu\mu}(f)$ 也是对称的，即 $\hat{S}_{\mu\mu}(f)=\hat{S}_{\mu\mu}(-f)$。所以，SOC 模型可被用来对对称的功率谱密度和非对称的功率谱密度进行建模。这与 SOS 模型形成对比，后者主要用于对对称的（特别是 Jakes 类型的）功率谱密度进行建模。

5. 平均多普勒频移

令 $\hat{\mu}(t)$ 是一个 SOC 过程。那么，得到 $\hat{\mu}(t)$ 的平均多普勒频移 $\hat{B}^{(1)}_{\mu\mu}$ 如下

$$\hat{B}^{(1)}_{\mu\mu} := \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f\hat{S}_{\mu\mu}(f)\,\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{\infty}\hat{S}_{\mu\mu}(f)\,\mathrm{d}f} = \frac{1}{2\pi\mathrm{j}}\cdot\frac{\dot{\hat{r}}_{\mu\mu}(0)}{\hat{r}_{\mu\mu}(0)} = \frac{\sum_{n=1}^{N} f_n c_n^2}{\sum_{n=1}^{N} c_n^2} \tag{4.108}$$

式中，$\dot{\hat{r}}_{\mu\mu}(\tau)$ 表示以变量 τ 为参量的 $\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 的导数。

6. 多普勒频散

令 $\hat{\mu}(t)$ 是一个 SOC 过程。那么 $\hat{\mu}(t)$ 的多普勒频散 $\hat{B}^{(2)}_{\mu\mu}$ 可表示如下

$$\hat{B}_{\mu\mu}^{(2)}:=\sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty}(f-\hat{B}_{\mu\mu}^{(1)})^2\hat{S}_{\mu\mu}(f)\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{\infty}\hat{S}_{\mu\mu}(f)\mathrm{d}f}}=\frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\left(\frac{\dot{\hat{r}}_{\mu\mu}(0)}{\hat{r}_{\mu\mu}(0)}\right)^2-\frac{\ddot{\hat{r}}_{\mu\mu}(0)}{\hat{r}_{\mu\mu}(0)}}$$

$$=\sqrt{\frac{\hat{\beta}}{(2\pi\hat{\sigma}_\mu)^2}-(\hat{B}_{\mu\mu}^{(1)})^2} \tag{4.109}$$

式中，$\hat{\beta}=-\ddot{\hat{r}}_{\mu\mu}(0)=(2\pi)^2\sum_{n=1}^{N}(c_nf_n)^2$，且$\hat{\sigma}_\mu^2$是由式（4.103）给出的$\hat{\mu}$（$t$）的方差。注意在对称情形中，即$f_n=f_{N-n}$和$c_n=\pm c_{N-n}$，$\forall n=1,2,\cdots,N/2$（$N$为偶数），则得到$\hat{B}_{\mu\mu}^{(1)}=0$和$\hat{B}_{\mu\mu}^{(2)}=\sqrt{\hat{\beta}}/(2\pi\hat{\sigma}_\mu)$。这些结果与SOS模型［见式（4.30）］的那些结果完全相同。因此，SOC模型的平均多普勒频移和多普勒频散包括SOS模型的相应量作为一个特例。

4.5.2 包络和相位的概率密度函数

在下面，推导SOC过程$\hat{\mu}(t)=\hat{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\hat{\mu}_2(t)$的概率密度函数，其中考虑同相位分量$\hat{\mu}_1(t)$和正交分量$\hat{\mu}_2(t)$是相关的。

起点是如下形式的加权基本复数正弦曲线

$$\hat{\mu}_n(t)=c_n\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_nt+\theta_n)} \tag{4.110}$$

式中，c_n和f_n是非零常数，且θ_n是在区间（$-\pi$，π）上具有均匀分布的一个随机变量。对于$t=t_0$的各固定值，$\hat{\mu}_n(t_0)=\hat{\mu}_{1,n}(t_0)+\mathrm{j}\hat{\mu}_{2,n}(t_0)$代表一个复数随机变量，其实部为$\hat{\mu}_{1,n}(t_0)=c_n\cos(2\pi f_nt_0+\theta_n)$，虚部为$\hat{\mu}_{2,n}(t_0)=c_n\sin(2\pi f_nt_0+\theta_n)$，对于$i=1,2$，它遵循如下分布[41,第135页]

$$\hat{p}_{\mu_{i,n}}(x_i)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi|c_n|\sqrt{1-(x_i/c_n)^2}}, & |x_i|<c_n\\ 0, & |x_i|\geq c_n\end{cases} \tag{4.111}$$

注意到$\hat{\mu}_{1,n}(t_0)$和$\hat{\mu}_{2,n}(t_0)$是统计相关的。为了找到两个相关随机变量$\hat{\mu}_{1,n}(t_0)$和$\hat{\mu}_{2,n}(t_0)$的联合分布$\hat{p}_{\mu_{1,n}\mu_{2,n}}(x_1,x_2)$，利用参考文献［136，式（3.15）］，它为我们提供了如下形式的问题之解的关键

$$\hat{p}_{\mu_{1,n}\mu_{2,n}}(x_1,x_2)=\hat{p}_{\mu_{1,n}}(x_1)\cdot\delta(x_2-g(x_1)) \tag{4.112}$$

式中

$$g(x_1)=\begin{cases}c_n\sqrt{1-(x_1/c_n)^2}, & |x_1|\leq c_n\\ 0, & |x_1|>c_n\end{cases} \tag{4.113}$$

回顾一下，依据定义，随机变量$\hat{\mu}_{1,n}(t_0)$和$\hat{\mu}_{2,n}(t_0)$的联合特征函数是二重积分［见式（2.20b）］

$$\hat{\psi}_{\mu_{1,n}\mu_{2,n}}(\nu_1,\nu_2)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{p}_{\mu_{1,n}\mu_{2,n}}(x_1,x_2)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(\nu_1x_1-\nu_2x_2)}\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 \tag{4.114}$$

将式（4.112）代入式（4.114）并使用参考文献［23，式（3.937-1）］，在一些代数运算后，得到

$$\hat{\psi}_{\mu_{1,n}\mu_{2,n}}(v_1,\ v_2)=J_0(2\pi|c_n|\sqrt{v_1^2+v_2^2}) \tag{4.115}$$

由 θ_n 是独立同分布随机变量的假定，得到 $\hat{\mu}_i(t_0)=\hat{\mu}_{i,1}(t_0)+\hat{\mu}_{i,2}(t_0)+\cdots+\hat{\mu}_{i,n}(t_0)$ 的各项也是随机变量。可将 $\hat{\mu}_1(t_0)$ 和 $\hat{\mu}_2(t_0)$ 的联合特征函数 $\hat{\psi}_{\mu_1\mu_2}(v_1,\ v_2)$ 表示为 $\hat{\mu}_{1,n}(t_0)$ 和 $\hat{\mu}_{2,n}(t_0)$ 的联合特征函数 $\hat{\psi}_{\mu_{1,n}\mu_{2,n}}(v_1,\ v_2)$ 的 N 重乘积，即

$$\hat{\psi}_{\mu_1\mu_2}(v_1,v_2)=\prod_{n=1}^{N}J_0(2\pi|c_n|\sqrt{v_1^2+v_2^2}) \tag{4.116}$$

由该式和傅里叶变换的二维反变换公式，通过使用参考文献［23，式（3.937-1）］，得到 $\hat{\mu}_1(t_0)$ 和 $\hat{\mu}_2(t_0)$ 的联合概率密度函数 $\hat{p}_{\mu_1\mu_2}(x_1,\ x_2)$ 可表示为

$$\hat{p}_{\mu_1\mu_2}(x_1,x_2)=2\pi\int_0^\infty\left[\prod_{n=1}^{N}J_0(2\pi|c_n|y)\right]J_0(2\pi y\sqrt{x_1^2+x_2^2})y\mathrm{d}y \tag{4.117}$$

注意联合概率密度函数 $\hat{p}_{\mu_1\mu_2}(x_1,\ x_2)$ 不能写为边概率密度函数 $\hat{p}_{\mu_1}(x_1)$ 和 $\hat{p}_{\mu_2}(x_2)$ 的乘积，即 $\hat{p}_{\mu_1\mu_2}(x_1,\ x_2)\neq\hat{p}_{\mu_1}(x_1)\cdot\hat{p}_{\mu_2}(x_2)$，这时 $\hat{\mu}_1(t)$ 和 $\hat{\mu}_2(t)$ 是统计相关的事实的结果。接下来计算 $\hat{\mu}_{\rho_1}=\hat{\mu}_1(t)+m_1$ 和 $\hat{\mu}_{\rho_2}=\hat{\mu}_2(t)+m_2$ 的联合概率密度函数 $\hat{p}_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}}(x_1,\ x_2)$。由假定 $m=m_1+\mathrm{j}m_2$ 具有常量参数，得到 m_1 和 m_2 的联合概率密度函数 $p_{m_1m_2}(x_1,\ x_2)$ 等于 $p_{m_1m_2}(x_1,\ x_2)=\delta(x_1-m_1,\ x_2-m_2)$。因此，联合概率密度函数 $\hat{p}_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}}(x_1,\ x_2)$ 可表示为

$$\begin{aligned}\hat{p}_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}}(x_1,\ x_2)&=\hat{p}_{\mu_1\mu_2}(x_1,\ x_2)*\delta(x_1-m_1,\ x_2-m_2)\\&=\hat{p}_{\mu_1\mu_2}(x_1-m_1,\ x_2-m_2)\end{aligned} \tag{4.118}$$

通过 $x_1=z\cos\theta$ 和 $x_2=z\sin\theta$，将笛卡儿坐标 $(x_1,\ x_2)$ 变换为极坐标 $(z,\ \theta)$，当 $z\geqslant0$ 和 $\theta\in[-\pi,\ \pi)$ 时，可推导包络 $\hat{\xi}(t)=|\hat{\mu}_\rho(t)|$ 和相位 $\hat{\vartheta}(t)=\arg\{\hat{\mu}_\rho(t)\}$ 的联合概率密度函数 $\hat{p}_{\xi\vartheta}(z,\ \theta)$ 为

$$\begin{aligned}\hat{p}_{\xi\vartheta}(z,\ \theta)&=z\hat{p}_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}}(z\cos\theta,\ z\sin\theta)\\&=z\hat{p}_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}}(z\cos\theta-\rho\cos\theta_\rho,\ z\sin\theta-\rho\sin\theta_\rho)\\&=2\pi z\int_0^\infty\left[\prod_{n=1}^{N}J_0(2\pi|c_n|x)\right]J_0(2\pi x\sqrt{z^2+\rho^2-2z\rho\cos(\theta-\theta_\rho)})x\mathrm{d}x\end{aligned} \tag{4.119}$$

现在，包络 $\hat{\xi}(t)$ 的概率密度函数 $\hat{p}_\xi(z)$ 可由联合概率密度函数 $\hat{p}_{\xi\vartheta}(z,\ \theta)$ 对 θ 积分得到，对于 $z\geqslant0$，最后结果为

$$\hat{p}_\xi(z)=(2\pi)^2z\int_0^\infty\left[\prod_{n=1}^{N}J_0(2\pi|c_n|x)\right]J_0(2\pi zx)J_0(2\pi\rho x)x\mathrm{d}x \tag{4.120}$$

重要的是指出，概率密度函数 $\hat{p}_\xi(z)$ 是完全由 cisoids 数 N、增益 c_n 和视距幅度 ρ 决定的，而其他模型参数（f_n，θ_n，θ_ρ）没有影响。由式（4.120）中的结果，在没有一个视距分量（$\rho=0$）条件下，对于 $z\geqslant0$，可容易地得到SOC模型的包络 $\hat{\zeta}(t)=|\hat{\mu}(t)|$

的分布为

$$\hat{p}_{\zeta}(z) = (2\pi)^2 z\int_0^{\infty}\left[\prod_{n=1}^{N} J_0(2\pi\,|c_n|\,x)\right] J_0(2\pi zx)x\mathrm{d}x \tag{4.121}$$

结果是，如果 $N\to\infty$ 和 $c_n=\sigma_0\sqrt{2/N}$，可证明式（4.120）中的概率密度函数 $\hat{p}_{\xi}(z)$ 逼近莱斯密度。

最后，通过对 z 积分，由式（4.119）中的联合概率密度函数 $\hat{p}_{\xi\vartheta}(z,\theta)$ 可推导得到相位 $\hat{\vartheta}(t)$ 的概率密度函数 $\hat{p}_{\vartheta}(\theta)$，即对于 $-\pi<\theta\leqslant\pi$

$$\hat{p}_{\vartheta}(\theta) = 2\pi\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\left[\prod_{n=1}^{N} J_0(2\pi\,|c_n|\,x)\right] J_0\left(2\pi x\sqrt{z^2+\rho^2-2z\rho\cos(\theta-\theta_\rho)}\right)xz\mathrm{d}x\mathrm{d}z \tag{4.122}$$

有意思地是指出，如果 $\rho\to0$，那么对于所有 $N\geqslant1$，概率密度函数 $\hat{p}_{\vartheta}(\theta)$ 化简为均匀分布

$$\hat{p}_{\vartheta}(\theta)=\frac{1}{2\pi},\quad -\pi<\theta\leqslant\pi \tag{4.123}$$

在没有证明的情况下，我们提到，如果 $c_n=\sigma_0\sqrt{2/N}$和 $N\to\infty$，那么SOC模型的相位的概率密度函数 $\hat{p}_{\vartheta}(\theta)$ 逼近参考模型的相位的概率密度函数 $p_{\vartheta}(\theta)$，对于 $f_\rho\neq0$，该函数由式（3.56）给出，对于 $f_\rho=0$，由式（3.57）给出。

对所有 $n=1, 2, \cdots, N$，选择 $c_n=\sigma_0\sqrt{2/N}$（$\sigma_0^2=1$），并将这些量代入式（4.121），这使我们可研究SOC模型的包络 $\hat{\zeta}(t)=|\hat{\mu}(t)|$ 的概率密度函数的分布 $\hat{p}_{\zeta}(z)$，它作为cisoids数 N 的一个函数。得到的结果如图4.13所示。这幅图也给出由式（4.97）给出的 $\hat{\mu}(t)$ 的仿真得到的 $\hat{\zeta}(t)=|\hat{\mu}(t)|$ 分布的仿真结果,并在100次试验中进行了平均。可以观察到，仿真结果验证了式（4.121）中给出的解析解的正确性。由图4.13，也可得出结论，如果 $N\geqslant10$，密度 $\hat{p}_{\zeta}(z)$ 足以接近瑞利分布。

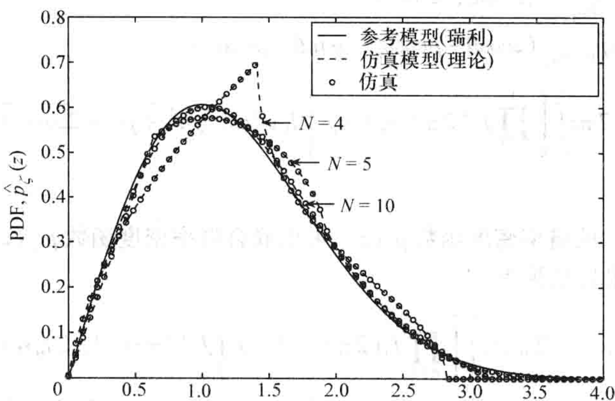


图4.13 $N\in\{4, 5, 10, \infty\}$（$c_n=\sigma_0\sqrt{2/N}$，$\sigma_0^2=1$）时，SOC模型的包络 $\hat{\zeta}(t)=|\hat{\mu}(t)|$ 的概率密度函数 $\hat{p}_{\zeta}(z)$

选择$N=10$，并依据式（4.120）评估包络$\hat{\xi}(t)=|\hat{\mu}_\rho(t)|$的概率密度函数$\hat{p}_\xi(z)$，在图4.14中给出视距分量幅度$\rho$各种值时的结果。出于比较目的，也给出了莱斯密度$p_\xi(z)$［见式（3.54）］。图4.14令人印象深刻，它展示说明了由$N=10$项组成的一个SOC是足以得到一个绝佳的近似$\hat{p}_\xi(z)\approx p_\xi(z)$的。相位的概率密度的相应图如图4.15所示。与仿真模型（理论）和参考模型（理论）有关的图是分别计算式（4.122）中的概率密度函数得到的。观察图4.14和图4.15所示针对仿真模型的理论结果，与相应的仿真结果是准确一致的。

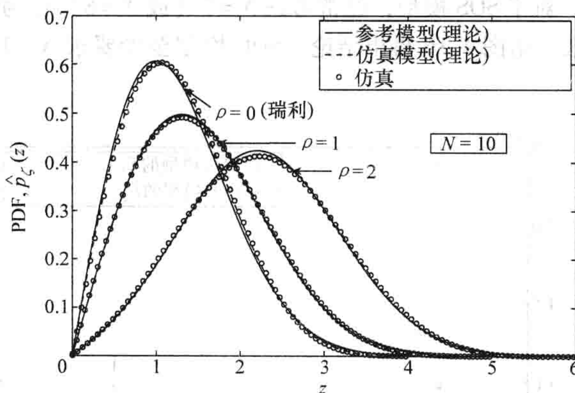


图4.14　各种幅度值ρ（$c_n=\sigma_0\sqrt{2/N}$，$\sigma_0^2=1$）时，SOC模型的包络$\hat{\xi}(t)=|\hat{\mu}_\rho(t)|$的概率密度函数$\hat{p}_\xi(z)$（包括视距分量$m=\rho e^{j\theta_\rho}$）

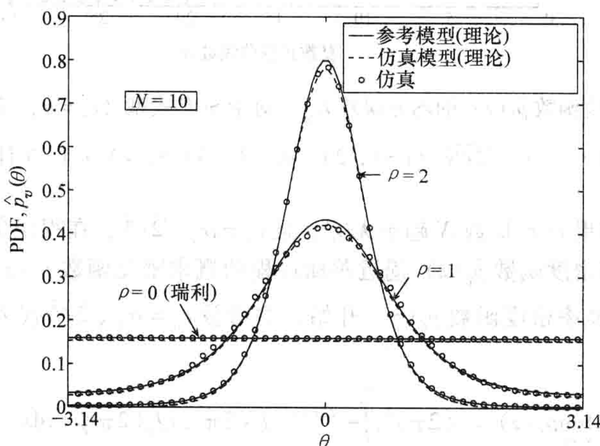


图4.15　各种幅度值ρ（$c_n=\sigma_0\sqrt{2/N}$，$\sigma_0^2=1$，$\theta_\rho=0$）时，SOC模型的相位$\hat{\vartheta}(t)=\arg\{\hat{\mu}_\rho(t)\}$的概率密度函数$\hat{p}_\vartheta(\theta)$（包括视距分量$m=\rho e^{j\theta_\rho}$）

$p_\zeta(z)\approx\hat{p}_\zeta(z)$的近似质量的一个度量是$\hat{p}_\zeta(z)$的均方误差$E_{p_\zeta}$，它定义为

$$E_{p_\zeta} = \int_0^\infty (p_\zeta(z) - \hat{p}_\zeta(z))^2 \mathrm{d}z \tag{4.124}$$

式中，$p_\zeta(z)$ 表示瑞利分布，$\hat{p}_\zeta(z)$ 是SOC模型的密度，由式（4.121）给出。E_{p_ζ}的计算评估如图4.16所示，其中是以N从5到30范围内变化来计算的。出于比较目的，也计算评估了当使用SOS模型时式（4.124）中的均方误差E_{p_ζ}，其密度可在式（4.57）中找到。图4.16中的结果表明，SOS模型的包络分布要比SOC模型的包络分布，稍快地收敛到瑞利分布。明显地，SOC模型固有的交叉相关导致较小的性能损失，这只能通过增加N进行补偿。对于SOS模型，经常考虑$N=7$（或$N=8$）作为产生准瑞利衰落波形的一个足够大的数。由图4.16得出结论，SOC模型至少要求$N=10$才能得到相同的均方误差值E_{p_ζ}。

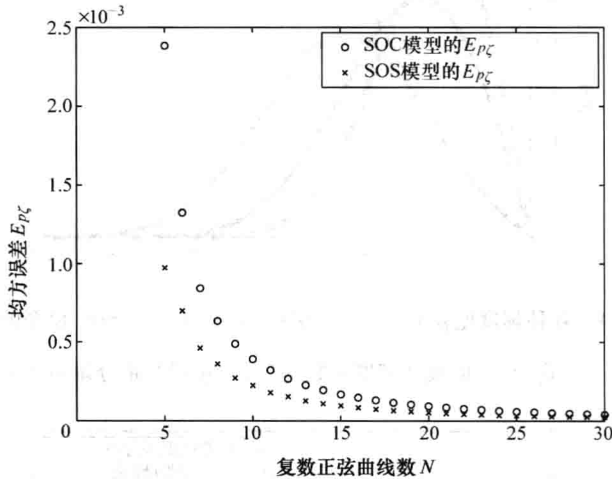


图4.16　概率密度函数$\hat{p}_\zeta(z)$的均方误差E_{p_ζ}，对于SOC模型（$c_n=\sigma_0\sqrt{2/N}$，$\sigma_0^2=1$）和SOS模型（$c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$（$i=1,2$），$\sigma_0^2=1$，$N=N_1=N_2$）以$N$计算评估的

最后证明，如果cisoids数N趋于无穷，且$c_n=\sigma_0\sqrt{2/N}$，在视距条件下，一个SOC模型的包络的概率密度函数$\hat{p}_\xi(z)$逼近莱斯过程的概率密度函数$p_\xi(z)$。我们的证明从式（4.120）中的概率密度函数$\hat{p}_\xi(z)$开始。将增益$c_n=\sigma_0\sqrt{2/N}$代入该式，并利用式（4.45），得到

$$\lim_{N\to\infty}\hat{p}_\xi(z) = (2\pi)^2 z\int_0^\infty \mathrm{e}^{-2(\pi\sigma_0 x)^2} J_0(2\pi zx) J_0(2\pi x\rho) x\mathrm{d}x \tag{4.125}$$

最后，通过使用参考文献［23，式（6.333-2）］的前述积分的解，得到密度

$$\lim_{N\to\infty}\hat{p}_\xi(z) = p_\xi(z) = \frac{z}{\sigma_0^2}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+\rho}{2\sigma_0^2}} I_0\left(\frac{z\rho}{\sigma_0^2}\right) \tag{4.126}$$

该式可被确定为莱斯密度。值得提到的是，在瑞利情形中（$\rho=0$），如果$c_n=\sigma_0\sqrt{2/N}$和$N\to\infty$，式（4.120）中$\hat{\xi}(t)=|\hat{\mu}(t)|$的概率密度函数$\hat{p}_\xi(z)$逼近瑞利密度。

4.6 性能评估的准则

在本小节提出性能评估的一些准则，这将在下一章中扮演一个重要角色。在信道建模的一些方面，就均值或自相关函数而言，随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 是否为遍历的，并不是特别重要。确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的统计性质与基本的理想随机过程 $\mu_i(t)$ 的统计性质的偏差才是决定性的。由这些偏差，可为下一章中给出的参数计算方法的性能评估建立准则。

1. 概率密度函数的均方误差

因为这里引入过程 $\mu_i(t)$ 作为一个零均值的高斯随机过程，即 $\mu_i(t) \sim N(0, \sigma_0^2)$，概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 的均方误差［参见式（4.46）］

$$E_{p_{\mu_i}} := \int_{-\infty}^{\infty} (p_{\mu_i}(x) - \tilde{p}_{\mu_i}(x))^2 \mathrm{d}x \tag{4.127}$$

定义了性能评估的第一个重要准则[96]。

2. 自相关函数的均方误差

众所周知，一个实数值高斯随机过程是完全由其概率密度函数及其自相关函数描述的。因此，性能评估的一个更重要准则是自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的均方误差，定义为

$$E_{r_{\mu_i\mu_i}} := \frac{1}{\tau_{\max}} \int_{0}^{\tau_{\max}} (r_{\mu_i\mu_i}(\tau) - \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau))^2 \mathrm{d}\tau \tag{4.128}$$

对于参数 $\tau_{\max}$，发现 $\tau_{\max} = N_i/(2f_{\max})$ 是合适的，特别对于 Jakes 功率谱密度而言更是如此，将在下一章看到这一点。

3. 模型误差

虽然已经数次提到，确定性仿真模型的统计性质可能较大地偏离基本的理想随机参考模型的统计性质。我们看到，对于许多重要的统计量，模型误差 $\Delta\beta$ 对此具有不可推卸的责任。因此，一个良好的参数计算过程应该仅导致较小的模型相对误差 $\Delta\beta/\beta$，即使当实现的复杂度较低时（即对于较小的正弦曲线数 N_i）也是如此。因此，模型误差 $\Delta\beta$ 及其收敛性 $\Delta\beta \to 0$ 或 $\tilde{\beta} \to \beta$（对于 $N_i \to \infty$）也将在下一章得到关注。

4.7 扩展阅读

这里以比较式方法简短地讨论 cisoids 求和信道仿真器的基本性质。在参考文献[137]中可找到 cisoids 求和过程统计性质的更全面深入研究及其在后 3G 无线通信系统中衰落信道建模的应用。在参考文献[138]中给出 cisoids 求和过程的水平通过率和包络的衰落平均时长的分析性研究。在参考文献[139]和[140]中分别探讨了 7 类随机cisoids 求和过程的稳态和遍历性质。最后，在参考文献[141]中，通过使用 cisoids 求和模型，研究了散射体数量对多径衰落信道容量的影响。

在参考文献[142]中提出了衰落信道仿真器的测试过程和性能评估策略。在参考文

献[143]中可找到就数字调制方案的比特错误概率表示的确定性的和随机性的正弦曲线瑞利衰落信道仿真器性能的信息。其中，分析了正弦曲线数量对带有固有解调的正交相移键控（QPSK）和差分相移键控（DPSK）的比特错误概率的影响。另外，研究了模型误差对非固有DPSK的比特错误概率的影响。后来在参考文献[144]中扩展了该概念，其中就正交频分复用（OFDM）系统的比特错误概率而分析了宽带正弦曲线求和信道仿真器的性能。在这篇文章中，针对存在完美信道状态信息和不完美信道状态信息情况下的二进制相移键控（BPSK）OFDM调制方案的比特错误概率，推导出了分析表达式。在参考文献[145]中，可找到有关DPSK-OFDM系统的比特错误概率的宽带cisoids求和信道仿真器的分析。这种性能分析之所以重要主要有两个原因。第一，推导得到的分析表达式，对于研究对由一个不完美信道仿真器所引入的比特错误概率的性能降级影响。这使系统设计人员，在不引入重大的性能降级条件下，最小化信道仿真器的实现复杂度。第二，对于正弦曲线求和信道仿真器和cisoids求和信道仿真器的设计，分析结果为我们提供了评估参数计算方法性能的一个强大工具。

一个重要问题是正弦曲线求和过程和cisoids求和过程这两者的模型参数的计算。在下一章将详细描述这个问题的最重要的求解方法。

附录4.A　复数确定性高斯过程的平方包络自相关函数的推导

在本附录中，推导一个复数确定性高斯过程 $\tilde{\mu}(t)=\tilde{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 的平方包络的自相关函数，其中假定模型参数 $f_{i,n}$ 满足如下条件：

1)
$$\{f_{1,n}\}_{n=1}^{N_1}\cap\{\pm f_{2,n}\}_{n=1}^{N_2}=\phi \tag{4.A.1}$$

2)
$$f_{i,n}+p_1 f_{i,m}+p_2 f_{i,n'}+p_3 f_{i,m'}=0 \text{ 当且仅当} \tag{4.A.2}$$

对于 $n, n', m, m'=1, 2, \cdots, N_i (i=1, 2)$

$n=m$ 和 $n'=m'$ $(p_1=-1, p_2=\mp1, p_3=\pm1)$

$n=n'$ 和 $m=m'$ $(p_1=\mp1, p_2=-1, p_3=\pm1)$

$n=m'$ 和 $m=n'$ $(p_1=\mp1, p_2=\pm1, p_3=\mp1)$

第一个条件［见式（4.A.1）］保证 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的不相关性。第二个条件［见式（4.A.2）］对模型参数 $f_{i,n}$ 施加了这样的约束，即集合 $\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$ 的每个元素不能表示为同一集合中三个其他元素的组合（和或差）。

现在，将平方包络 $\tilde{\zeta}^2(t)=|\tilde{\mu}(t)|^2=\tilde{\mu}_1^2(t)+\tilde{\mu}_2^2(t)$ 代入到确定性信号自相关函数的定义［见式（2.144）］

$$\tilde{r}_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)=<\tilde{\zeta}^2(t)\tilde{\zeta}^2(t+\tau)> \tag{4.A.3}$$

得到

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{\zeta^2\zeta^2}(\tau)&=<(\tilde{\mu}_1^2(t)+\tilde{\mu}_2^2(t))(\tilde{\mu}_1^2(t+\tau)+\tilde{\mu}_2^2(t+\tau))>\\&=<\tilde{\mu}_1^2(t)\tilde{\mu}_1^2(t+\tau)>+<\tilde{\mu}_2^2(t)\tilde{\mu}_2^2(t+\tau)>\end{aligned}$$

$$+ < \tilde{\mu}_1^2(t)\tilde{\mu}_2^2(t+\tau) > + < \tilde{\mu}_2^2(t)\tilde{\mu}_1^2(t+\tau) >$$

$$= \tilde{r}_{\mu_1^2\mu_1^2}(\tau) + \tilde{r}_{\mu_2^2\mu_2^2}(\tau) + \tilde{r}_{\mu_1^2\mu_2^2}(\tau) + \tilde{r}_{\mu_2^2\mu_1^2}(\tau) \tag{4.A.4}$$

使用基本的三角恒等式[77,式(4.3.32)]，并考虑第二个边界条件［见式（4. A. 2）］，在经过一些代数运算之后，为我们提供了前式第一项和第二项的如下公式

$$\tilde{r}_{\mu_i^2\mu_i^2}(\tau) = \tilde{r}^2_{\mu_i\mu_i}(0) + 2\tilde{r}^2_{\mu_i\mu_i}(\tau) \tag{4.A.5}$$

式中，$i=1$，2。在第一个边界条件［见式（4. A. 1）］满足的前提下，可以一种类似的方式证明式（4. A. 4）中的第三项和第四项可表示为

$$\tilde{r}_{\mu_1^2\mu_2^2}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_2^2\mu_1^2}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(0)\cdot\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(0) \tag{4.A.6}$$

最后，将式（4. A. 5）和式（4. A. 6）代入式（4. A. 4），得到以 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的自相关函数表示的平方包络 $\tilde{\zeta}^2(t)$ 的自相关函数为

$$\tilde{r}_{\zeta^2\zeta^2}(\tau) = (\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(0) + \tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(0))^2 + 2(\tilde{r}^2_{\mu_1\mu_1}(\tau) + \tilde{r}^2_{\mu_2\mu_2}(\tau)) \tag{4.A.7}$$

因为 $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau) + \tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau)$，也可写出

$$\tilde{r}_{\zeta^2\zeta^2}(\tau) = \tilde{\sigma}^4_\mu + \tilde{r}^2_{\mu\mu}(\tau) + (\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau) - \tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau))^2 \tag{4.A.8}$$

式中，$\tilde{\sigma}^2_\mu$是 $\tilde{\mu}(t)$ 的平均功率，由 $\tilde{\sigma}^2_\mu = \tilde{r}_{\mu\mu}(0) = \tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(0) + \tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(0)$ 给定。

附录 4. B　确定性莱斯过程的水平通过率和衰落的平均时长准确解的推导

开始时，使用有限数量的正弦曲线，推导确定性莱斯过程水平通过率的准确解。这里放弃了假定式（4. 68a）和式（4. 68b），这些假定当时是出于简化的目的在 4. 3. 2 节做出的。本附录结尾处是相应衰落的平均时长的计算。

考虑两个不相关的零均值确定性高斯过程

$$\tilde{\mu}_i(t) = \sum_{n=1}^{N_i} c_{i,n}\cos(2\pi f_{i,n}t + \theta_{i,n}), i = 1,2 \tag{4.B.1}$$

具有等于 $\mathrm{Var}\{\tilde{\mu}_i(t)\} = \tilde{\sigma}^2_{\mu_i} = \sum_{n=1}^{N_i} c^2_{i,n}/2$ 的相同方差，其中参数 $c_{i,n}$，$f_{i,n}$和 $\theta_{i,n}$是非零的实数值常数。我们要求，对于所有 $n=1$，2，…，N_i和 $i=1$，2，离散多普勒频率是两两不同的，从而使（特别地）集合 $\{f_{1,n}\}^N_{1n=1}$和 $\{f_{2,n}\}^N_{2n=1}$是不交的，确保了确定性高斯过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 是不相关的。依据式（4. 41），$\tilde{\mu}_i(t)$ 的概率密度函数为

$$\tilde{p}_{\mu_i}(x) = 2\int_0^\infty \left[\prod_{n=1}^{N_i} J_0(2\pi c_{i,n}v)\right]\cos(2\pi vx)\,\mathrm{d}v, i = 1,2 \tag{4.B.2}$$

因为微分是时间的一个线性运算，所以由式（4. B. 1）得到

$$\dot{\tilde{\mu}}_i(t) = -2\pi\sum_{n=1}^{N_i} c_{i,n}f_{i,n}\sin(2\pi f_{i,n}t + \theta_{i,n}), i = 1,2 \tag{4.B.3}$$

也描述了两个无关的零均值确定性的高斯过程，其中这些过程的方差等于 $\mathrm{Var}\{\dot{\tilde{\mu}}(t)\}=\tilde{\beta}_i=2\pi^2\sum_{n=1}^{N_i}(c_{i,n}f_{i,n})^2$。对于 $\dot{\tilde{\mu}}(t)$ 的相应概率密度函数，表达式

$$\tilde{p}_{\dot{\mu}_i}(\dot{x})=2\int_0^\infty\left[\prod_{n=1}^{N_i}J_0[(2\pi)^2c_{i,n}f_{i,n}v]\right]\cos(2\pi v\dot{x})\mathrm{d}v,i=1,2 \tag{4.B.4}$$

成立。

在这个关系中，必须考虑到采用式（4.13），$\tilde{\mu}_i(t)$ 和 $\dot{\tilde{\mu}}_i(t)$ 的交叉相关函数可表示为

$$\tilde{r}_{\mu_i\dot{\mu}_i}(\tau)=\dot{\tilde{r}}_{\mu_i\mu_i}(\tau)=-\pi\sum_{n=1}^{N_i}c_{i,n}^2f_{i,n}\sin(2\pi f_{i,n}\tau) \tag{4.B.5}$$

且因此变得清楚的是，一般而言，$\tilde{\mu}_i(t)$ 和 $\dot{\tilde{\mu}}_i(t)$ 是相关的。但是，就水平通过率的计算而言，仅关注于在相同时刻 $t=t_1=t_2$（等价于 $\tau=t_2-t_1=0$）时 $\tilde{\mu}_i(t)$ 和 $\dot{\tilde{\mu}}_i(t)$ 的形状。观察到式（4.B.5），得到对于 $\tau=0$ 时 $\tilde{r}_{\mu_i\dot{\mu}_i}(\tau)=0$，即确定性高斯过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 和 $\dot{\tilde{\mu}}_i(t)$ 在相同时间 t 处是不相关的。结果是，在相同时间 t 处，确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$、$\tilde{\mu}_2(t)$、$\dot{\tilde{\mu}}_1(t)$ 和 $\dot{\tilde{\mu}}_2(t)$ 是两两不相关的。我们知道，如果两个随机变量是不相关的，那么它们未必是统计独立的。但是，对于高斯分布的随机变量而言，不相关性等价于独立性[41,第212页]。在目前的情形中，如果 $N_i\geqslant 7$，则概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 和 $\tilde{p}_{\dot{\mu}_i}(\dot{x})$［分别见式（4.B.2）和式（4.B.4）］几乎等同于高斯分布。因此，可假定在同一时间 t 处，$\tilde{\mu}_1(t)$、$\tilde{\mu}_2(t)$、$\dot{\tilde{\mu}}_1(t)$ 和 $\dot{\tilde{\mu}}_2(t)$ 是两两统计独立的。结果是，这些过程的联合概率密度函数可表示为各概率密度函数的积，即

$$\tilde{p}_{\mu_1\mu_2\dot{\mu}_1\dot{\mu}_2}(x_1,x_2,\dot{x}_1,\dot{x}_2)=\tilde{p}_{\mu_1}(x_1)\cdot\tilde{p}_{\mu_2}(x_2)\cdot\tilde{p}_{\dot{\mu}_1}(\dot{x}_1)\cdot\tilde{p}_{\dot{\mu}_2}(\dot{x}_2) \tag{4.B.6}$$

考虑视距分量［式（3.2）］，假定（为了简化目的）$f_\rho=0$ 成立，从而使 $m=m_1+\mathrm{j}m_2$ 是一个复数值常量，其实部和虚部由离散概率密度函数 $p_{m_i}(x_i)=\delta(x_i-m_i)$，$i=1$，2 表征。对于复数确定性过程 $\tilde{\mu}_{\rho_i}(t)=\tilde{\mu}_i(t)+m_i$ 和 $\dot{\tilde{\mu}}_{\rho_i}(t)=\dot{\tilde{\mu}}_i(t)+\dot{m}_i=\dot{\tilde{\mu}}_i(t)$ 的概率密度函数，$i=1$，2 时如下关系成立：

$$\tilde{p}_{\mu_{\rho i}}(x_i)=\tilde{p}_{\mu_i}(x_i)*p_{m_i}(x_i)=\tilde{p}_{\mu_i}(x_i-m_i) \tag{4.B.7a}$$

$$\tilde{p}_{\dot{\mu}_{\rho_i}}(\dot{x}_i)=\tilde{p}_{\dot{\mu}_i}(\dot{x}_i)*p_{\dot{m}_i}(\dot{x}_i)=\tilde{p}_{\dot{\mu}_i}(\dot{x}_i) \tag{4.B.7b}$$

由此，对于确定性过程 $\tilde{\mu}_{\rho_1}(t)$、$\tilde{\mu}_{\rho_2}(t)$、$\dot{\tilde{\mu}}_{\rho_1}(t)$ 和 $\dot{\tilde{\mu}}_{\rho_2}(t)$ 的联合概率密度函数，可写出

$$\tilde{p}_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}(x_1,x_2,\dot{x}_1,\dot{x}_2)=\tilde{p}_{\mu_1}(x_1-m_1)\cdot\tilde{p}_{\mu_2}(x_2-m_2)\cdot\tilde{p}_{\dot{\mu}_1}(\dot{x}_1)\cdot\tilde{p}_{\dot{\mu}_2}(\dot{x}_2) \tag{4.B.8}$$

将笛卡儿坐标（x_1，x_2，$\dot{x}_1$，$\dot{x}_2$）变换为极坐标（z，$\dot{z}$，θ，$\dot{\theta}$）［参见附录 3. D，式（3. D. 5）］，得到过程 $\tilde{\xi}(t)$，$\dot{\tilde{\xi}}(t)$，$\tilde{\vartheta}(t)$ 和 $\dot{\tilde{\vartheta}}(t)$ 在同一时间 t 时的联合概率密度函数，为

$$\tilde{p}_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z,\dot{z},\theta,\dot{\theta})=z^2\cdot\tilde{p}_{\mu_1}(z\cos\theta-\rho\cos\theta_\rho)\cdot\tilde{p}_{\mu_2}(z\sin\theta-\rho\sin\theta_\rho)\cdot\tilde{p}_{\dot{\mu}_1}(\dot{z}\cos\theta-\dot{\theta}z\sin\theta)\cdot\tilde{p}_{\dot{\mu}_2}(\dot{z}\sin\theta+\dot{\theta}z\cos\theta) \quad (4.B.9)$$

对于 $0\leqslant z<\infty$，$|\dot{z}|<\infty$，$|\theta|\leqslant\pi$ 和 $|\dot{\theta}|<\infty$ 时成立。由这个表达式，在应用关系式（2. 89）之后，得到确定性过程 $\tilde{\xi}(t)$ 及其时间导数 $\dot{\tilde{\xi}}(t)$ 的联合概率密度函数 $\tilde{p}_{\xi\dot{\xi}}(z,\dot{z})$。因此

$$\tilde{p}_{\xi\dot{\xi}}(z,\dot{z})=z^2\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi}\tilde{p}_{\mu_1}(z\cos\theta-\rho\cos\theta_\rho)\cdot\tilde{p}_{\mu_2}(z\sin\theta-\rho\sin\theta_\rho)\cdot\tilde{p}_{\dot{\mu}_1}(\dot{z}\cos\theta-\dot{\theta}z\sin\theta)\cdot\tilde{p}_{\dot{\mu}_2}(\dot{z}\sin\theta+\dot{\theta}z\cos\theta)\,\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\dot{\theta} \quad (4.B.10)$$

式中，$0\leqslant z<\infty$ 和 $|\dot{z}|<\infty$。如果将上式代入确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ 的定义为

$$\tilde{N}_\xi(r):=\int_0^{\infty}\dot{z}\,\tilde{p}_{\xi\dot{\xi}}(r,\dot{z})\,\mathrm{d}\dot{z},r\geqslant 0 \quad (4.B.11)$$

那么得到表达式

$$\tilde{N}_\xi(r)=r^2\int_{-\pi}^{\pi}\tilde{p}_{\mu_1}(r\cos\theta-\rho\cos\theta_\rho)\cdot\tilde{p}_{\mu_2}(r\sin\theta-\rho\sin\theta_\rho)\cdot\int_0^{\infty}\dot{z}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{p}_{\dot{\mu}_1}(\dot{z}\cos\theta-\dot{\theta}r\sin\theta)\cdot\tilde{p}_{\dot{\mu}_2}(\dot{z}\sin\theta+\dot{\theta}r\cos\theta)\,\mathrm{d}\dot{\theta}\mathrm{d}\dot{z}\mathrm{d}\theta \quad (4.B.12)$$

将式（4. B. 12）在数学上表示为下式是方便的

$$\tilde{N}_\xi(r)=r^2\int_{-\pi}^{\pi}w_1(r,\theta)w_2(r,\theta)\int_0^{\infty}\dot{z}f(r,\dot{z},\theta)\,\mathrm{d}\dot{z}\mathrm{d}\theta \quad (4.B.13)$$

式中，$w_1(r,\theta)$、$w_2(r,\theta)$ 和 $f(r,\dot{z},\theta)$ 是辅助函数，分别定义为

$$w_1(r,\theta):=\tilde{p}_{\mu_1}(r\cos\theta-\rho\cos\theta_\rho) \quad (4.B.14a)$$

$$w_2(r,\theta):=\tilde{p}_{\mu_2}(r\sin\theta-\rho\sin\theta_\rho) \quad (4.B.14b)$$

和

$$f(r,\dot{z},\theta):=2\int_0^{\infty}\left[\prod_{n=1}^{N_1}J_0(4\pi^2c_{1,n}f_{1,n}v_1)\right]\int_0^{\infty}\left[\prod_{m=1}^{N_2}J_0(4\pi^2c_{2,m}f_{2,m}v_2)\right]\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\{\cos[2\pi\dot{z}(v_1\cos\theta-v_2\sin\theta)-2\pi\dot{\theta}r(v_1\sin\theta+v_2\cos\theta)]$$

$$+\cos[2\pi\dot{z}(v_1\cos\theta+v_2\sin\theta)-2\pi\dot{\theta}r(v_1\sin\theta-v_2\cos\theta)]\}\mathrm{d}\dot{\theta}\mathrm{d}v_1\mathrm{d}v_2 \tag{4.B.15}$$

式（4.B.15）中对 $\dot{\theta}$ 的积分得到

$$\int_{-\infty}^{\infty}\cos[2\pi\dot{z}(v_1\cos\theta\mp v_2\sin\theta)-2\pi\dot{\theta}r(v_1\sin\theta\pm v_2\cos\theta)]\mathrm{d}\dot{\theta}$$
$$=\cos[2\pi\dot{z}(v_1\cos\theta\mp v_2\sin\theta)]\cdot\delta[r(v_1\sin\theta\pm v_2\cos\theta)] \tag{4.B.16}$$

将关系式

$$\delta(r(v_1\sin\theta\pm v_2\cos\theta))=\frac{\delta(\tan\theta\pm v_2/v_1)}{|rv_1\cos\theta|} \tag{4.B.17}$$

代入式（4.B.16），并使用变量变换 $\varphi=\tan\theta$，那么式（4.B.13）可表示为

$$\tilde{N}_{\xi}(r)=2r^2\int_{-\infty}^{\infty}w_1(r,\arctan\varphi)w_2(r,\arctan\varphi)$$
$$\cdot\int_0^{\infty}\dot{z}f(r,\dot{z},\arctan\varphi)\cos^2(\arctan\varphi)\mathrm{d}\dot{z}\mathrm{d}\varphi \tag{4.B.18}$$

其中

$$f(r,\dot{z},\arctan\varphi)=2\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\frac{\left[\prod_{n=1}^{N_1}J_0(4\pi^2c_{1,n}f_{1,n}v_1)\right]\left[\prod_{m=1}^{N_2}J_0(4\pi^2c_{2,m}f_{2,m}v_2)\right]}{|rv_1\cos(\arctan\varphi)|}$$
$$\cdot\left\{\cos\left[2\pi\dot{z}v_2\cos(\arctan\varphi)\left(\frac{v_1}{v_2}-\varphi\right)\right]\cdot\delta\left(\varphi+\frac{v_2}{v_1}\right)\right. \tag{4.B.19}$$
$$\left.+\cos\left[2\pi\dot{z}v_2\cos(\arctan\varphi)\left(\frac{v_1}{v_2}+\varphi\right)\right]\cdot\delta\left(\varphi-\frac{v_2}{v_1}\right)\right\}\mathrm{d}v_1\mathrm{d}v_2$$

现在如果将式（4.B.19）代入式（4.B.18），接下来采用（v_1，v_2）→（$z\cos\theta$，$z\sin\theta$）将笛卡儿坐标（v_1，v_2）变换为极坐标（z，θ），那么得到

$$\tilde{N}_{\xi}(r)=2r\int_0^{\infty}\int_0^{\pi}w_1(r,\theta)[w_2(r,\theta)+w_2(r,-\theta)]$$
$$\cdot\int_0^{\infty}j_1(z,\theta)j_2(z,\theta)\dot{z}\cos(2\pi z\dot{z})\mathrm{d}z\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\dot{z} \tag{4.B.20}$$

式中

$$j_1(z,\theta)=\prod_{n=1}^{N_1}J_0(4\pi^2c_{1,n}f_{1,n}z\cos\theta) \tag{4.B.21a}$$

$$j_2(z,\theta)=\prod_{n=1}^{N_2}J_0(4\pi^2c_{2,n}f_{2,n}z\sin\theta) \tag{4.B.21b}$$

且 $w_1(r,\theta)$，$w_2(r,\theta)$ 分别是由式（4.B.14a）和式（4.B.14b）引入的辅助函数。对于式（4.B.20）的推导，利用如下事实，即 $w_1(r,\theta)$ 是 θ 的一个偶函数，即 $w_1(r,\theta)=w_1(r,-\theta)$。因为如果 $\rho\neq0$（或 $\theta_\rho\neq k\pi$，$k=0$，±1，±2，…）时，$w_2(r,\theta)$ 既非偶函数也非奇函数，所以可将确定性莱斯过程[146]的水平通过率写为

$$\tilde{N}_{\xi}(r) = 2r\int_{0}^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi}w_1(r,\theta)w_2(r,\theta)\int_{0}^{\infty}j_1(z,\theta)j_2(z,\theta)\dot{z}\cos(2\pi z\dot{z})\,\mathrm{d}z\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\dot{z} \quad (4.\mathrm{B}.22)$$

对于确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 的水平通过率 $\tilde{N}_{\zeta}(r)$，进一步的微小简化是可能的。因为在这种情形中 $\rho=0$ 成立，得到 $w_2(r,\ \theta)$ 也是 θ 的一个偶函数，从而由式（4. B. 22），可得到表达式

$$\tilde{N}_{\zeta}(r) = 4r\int_{0}^{\infty}\int_{0}^{\pi}w_1(r,\theta)w_2(r,\theta)\int_{0}^{\infty}j_1(z,\theta)j_2(z,\theta)\dot{z}\cos(2\pi z\dot{z})\,\mathrm{d}z\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\dot{z} \quad (4.\mathrm{B}.23)$$

式中，通过考虑 $\rho=0$ 成立，分别由式（4. B. 14a）和式（4. B. 14b）计算得到 $w_1(r,\ \theta)$ 和 $w_2(r,\ \theta)$。在式（4. B. 23）中，$j_1(z,\ \theta)$ 和 $j_2(z,\ \theta)$ 仍然分别表示式（4. B. 21a）和式（4. B. 21b）中引入的函数。

通过确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 水平通过率 $\tilde{N}_{\xi}(r)$ 的准确解，现在变得明显的是，除了 ρ 和正弦曲线数 N_i 外，$\tilde{N}_{\xi}(r)$ 也取决于量 $c_{i,n}$ 和 $f_{i,n}$。与之相比，相位 $\theta_{i,n}$ 对 $\tilde{N}_{\xi}(r)$ 没有影响。因此，对于给定数量 N_i 个的正弦曲线，仿真模型的水平通过率和参考模型的水平通过率之间的偏差，本质上是由模型参数 $c_{i,n}$ 和 $f_{i,n}$ 所应用的计算方法确定的。出于对所得到理论结果形象化和验证的目的，依据式（4. B. 22）和式（4. B. 23）计算得到的归一化水平通过率在图 4. B. 1 中给出，同时还给出相关的仿真结果。在第 5 章中详细描述了准确的多普勒频散方法（MEDS）、等面积方法（MEA）和蒙特卡洛方法（MCM），使用它们确定模型参数 $c_{i,n}$ 和 $f_{i,n}$。另外，对于 MCM，应该指出的是，图 4. B. 1 所示的结果仅对离散多普勒频率集合 $\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$ 的特定实现才有效。参数集合 $\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$ 的另一个实现可能给出 $\tilde{N}_{\xi}(r)$ 的较好或较差结果。出现这种情况的原因在于 MCM 的本质，依据该本质，离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 是随机变量，从而使 $\tilde{N}_{\xi}(r)$ 和 $N_{\xi}(r)$ 之间的偏差只能采用统计方法来描述。在 5. 1. 4 节描述了有关这个专题的更多细节。

接下来希望证明，当 N_i 趋于无穷时，确定性莱斯过程的水平通过率确实收敛到参考模型的水平通过率，即

$$\tilde{N}_{\xi}(r)\rightarrow N_{\xi}(r),\quad N_i\rightarrow\infty \quad (4.\mathrm{B}.24)$$

因此，简单地假定 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 满足如下两个条件：

$$1)\ \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(0) = r_{\mu_i\mu_i}(0) \Leftrightarrow \tilde{\sigma}_{\mu_i}^2 = \tilde{\sigma}_0^2 = \sigma_0^2 \quad (4.\mathrm{B}.25\mathrm{a})$$

$$2)\ \ddot{\tilde{r}}_{\mu_i\mu_i}(0) = \ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0) \Leftrightarrow \tilde{\beta}_i = \tilde{\beta} = \beta \quad (4.\mathrm{B}.25\mathrm{b})$$

第一个条件将所谓的功率约束施加到仿真模型。如果满足功率约束，那么确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值功率就与随机过程 $\mu_i(t)$ 的方差相同。通过与功率约束［式（4. B. 25a）］的类比，在下面将式（4. B. 25b）称为曲率约束。曲率约束对仿真模型施加的约束条件是，$\tilde{\mu}_i(t)$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 在 $\tau=0$ 处的曲率等于 $\mu_i(t)$ 的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 在 $\tau=0$ 处的曲率。应该提到的是，对于关系式（4. B. 24），功率约束是一个必要条件，

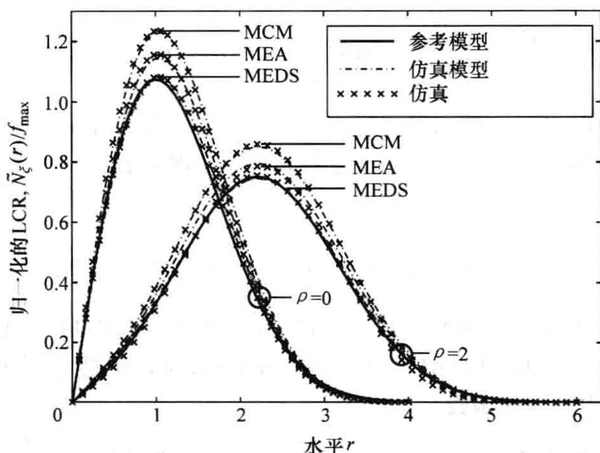


图 4. B. 1 确定性莱斯和瑞利过程的归一化水平通过率，其中都是通过使用 $N_1=7$ 和 $N_2=8$（Jakes PSD，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$，$\theta_\rho=\pi/4$）实现的

曲率约束是一个充分条件。

为了证明式（4. B. 24），再次将时间 t 看作一个均匀分布的随机变量。回顾一下，如果 $N_i\to\infty$，那么由中心极限定理［式（2. 26）］得到，式（4. B. 1）中的概率密度函数收敛到均值为0、方差为 $\tilde{\sigma}_0^2$的一个高斯分布，即

$$\lim_{N_i\to\infty}\tilde{p}_{\mu_i}(x_i)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\tilde{\sigma}_0}e^{-\frac{x_i^2}{2\tilde{\sigma}_0^2}},\quad i=1,\ 2 \tag{4. B. 26}$$

式中

$$\tilde{\sigma}_0^2=\lim_{N_i\to\infty}\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(0)=\lim_{N_i\to\infty}\sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{2} \tag{4. B. 27}$$

现在如果将结果［式（4. B. 26）］代入式（4. B. 14a）和式（4. B. 14b），那么得到

$$w_1(r,\ \theta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\tilde{\sigma}_0}e^{-\frac{(r\cos\theta-\rho\cos\theta_\rho)^2}{2\tilde{\sigma}_0^2}},\quad 当\ N_1\to\infty\ 时 \tag{4. B. 28a}$$

$$w_2(r,\ \theta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\tilde{\sigma}_0}e^{-\frac{(r\sin\theta-\rho\sin\theta_\rho)^2}{2\tilde{\sigma}_0^2}},\quad 当\ N_2\to\infty\ 时 \tag{4. B. 28b}$$

对式（4. B. 2）和式（4. B. 26）的右侧实施傅里叶变换，认识到式（4. 45）可更一般地表示为

$$\lim_{N_i\to\infty}\prod_{n=1}^{N_i}J_0(2\pi c_{i,n}v)=e^{-2(\pi\tilde{\sigma}_0 v)^2} \tag{4. B. 29}$$

式中，$\tilde{\sigma}_0^2$由式（4. B. 27）给定。另外，通过以 $2\pi c_{i,n}f_{i,n}$ 替换式（4. B. 29）中的量 $c_{i,n}$，则可容易地推导得到关系

$$\lim_{N_i\to\infty}\prod_{n=1}^{N_i}J_0(4\pi^2 f_{i,n}c_{i,n}v)=e^{-2\tilde{\beta}_i(\pi v)^2} \tag{4. B. 30}$$

式中，$\tilde{\beta}_i$表示式（4.29）中引入的量。因此，明显的是，在极限 $N_i \to \infty$ 中，函数 $j_1(z, \theta)$［见式（4.B.21a）］和函数 $j_2(z, \theta)$［见式（4.B.21b）］分别收敛到

$$j_1(z, \theta) = \mathrm{e}^{-2\tilde{\beta}_1(\pi z\cos\theta)^2}，当 N_1 \to \infty 时 \tag{4.B.31a}$$

$$j_2(z, \theta) = \mathrm{e}^{-2\tilde{\beta}_2(\pi z\sin\theta)^2}，当 N_2 \to \infty 时 \tag{4.B.31b}$$

现在如果将得到的结果式（4.B.28a）、式（4.B.28b）、式（4.B.31a）和式（4.B.31b）代入式（4.B.22）给出的 $\tilde{N}_\xi(r)$ 中，且如果进一步考虑条件 $\tilde{\beta} = \tilde{\beta}_1 = \tilde{\beta}_2$ 成立，那么得到

$$\lim_{N_i \to \infty} \tilde{N}_\xi(r) = \frac{r}{\pi\tilde{\sigma}_0^2}\mathrm{e}^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\tilde{\sigma}_0^2}}\int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi}\dot{z}\mathrm{e}^{\frac{r\rho}{\tilde{\sigma}_0^2}\cos(\theta-\theta_\rho)}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-2\tilde{\beta}(\pi z)^2}\cos(2\pi z\dot{z})\,\mathrm{d}z\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\dot{z} \tag{4.B.32}$$

使用积分[23,式(3.896.4)]

$$\int_0^\infty \mathrm{e}^{-ux^2}\cos(bx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{u}}\mathrm{e}^{\frac{b^2}{4u}}, \mathrm{Re}\{u\} > 0 \tag{4.B.33}$$

则式（4.B.32）可简化为

$$\lim_{N_i \to \infty} \tilde{N}_\xi(r) = \frac{r}{\sqrt{2\pi\tilde{\beta}}\,\tilde{\sigma}_0^2}\mathrm{e}^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\tilde{\sigma}_0^2}} \cdot \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\mathrm{e}^{\frac{r\rho}{\tilde{\sigma}_0^2}\cos(\theta-\theta_\rho)}\,\mathrm{d}\theta \cdot \int_0^\infty \dot{z}\mathrm{e}^{-\frac{\dot{z}^2}{2\tilde{\beta}}}\,\mathrm{d}\dot{z} \tag{4.B.34}$$

通过使用第一类零阶修正 Bessel 函数的积分表示[77,式(9.6.16)]

$$I_0(z) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \mathrm{e}^{\pm z\cos\theta}\,\mathrm{d}\theta \tag{4.B.35}$$

和积分[23,式(3.461.3)]

$$\int_0^\infty x^{2n+1}\mathrm{e}^{-px^2}\,\mathrm{d}x = \frac{n!}{2p^{n+1}}, p > 0 \tag{4.B.36}$$

在不太费力的情况下，可求解在 θ 和 $\dot{z}$ 上的后两项积分。最后得到

$$\lim_{N_i \to \infty} \tilde{N}_\xi(r) = \sqrt{\frac{\tilde{\beta}}{2\pi}} \cdot \frac{r}{\tilde{\sigma}_0^2}\mathrm{e}^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\tilde{\sigma}_0^2}}I_0\left(\frac{r\rho}{\tilde{\sigma}_0^2}\right) \tag{4.B.37}$$

将功率约束式（4.B.25a）和曲率约束式（4.B.25b）考虑在内，则上式右侧现在可直接由式（2.119）表示，这就证明了式（4.B.24）的正确性。

出于完备性考虑，也将给出确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 衰落的平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 的精确解。出于这个目的，需要 $\tilde{\xi}(t)$ 的累积分布函数 $\tilde{F}_{\xi_-}(r)$ 的一个表达式，可通过将式（4.57）中的概率密度函数 $\tilde{p}_\xi(z)$ 代入下式得到

$$\tilde{F}_{\xi_-}(r) = \int_0^r \tilde{p}_\xi(z)\,\mathrm{d}z \tag{4.B.38}$$

通过使用不定积分[23,式(5.56.2)]，可对 z 进行积分

$$\int zJ_0(z)\,\mathrm{d}z = zJ_1(z) \tag{4.B.39}$$

从而在经过一些代数运算后，得到如下结果

$$\tilde{F}_{\xi_-}(r) = 2r\int_0^\infty J_1(2\pi ry)\int_0^\pi h_1(y,\theta)h_2(y,\theta)\cos[2\pi\rho y\cos(\theta-\theta_\rho)]\,\mathrm{d}\theta\mathrm{d}y \tag{4.B.40}$$

式中

$$h_1(y,\theta) = \prod_{n=1}^{N_1} J_0(2\pi c_{1,n}y\cos\theta) \tag{4.B.41a}$$

$$h_2(y,\theta) = \prod_{n=1}^{N_2} J_0(2\pi c_{2,n}y\sin\theta) \tag{4.B.41b}$$

采用上面给出的累积分布函数 $\tilde{F}_{\xi_-}(r)$ 和前面在式（4. B. 22）中给出的水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ 的解，现在可使用

$$\tilde{T}_{\xi_-}(r) = \frac{\tilde{F}_{\xi_-}(r)}{\tilde{N}_\xi(r)} \tag{4.B.42}$$

分析性地研究确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 衰落的平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$。所得到的结果如图4. B. 2所示，该图给出了依据理论结果式（4. B. 2）而得到的确定性莱斯过程和瑞利过程衰落的归一化平均时长，出于比较目的，也给出了对应的仿真结果。

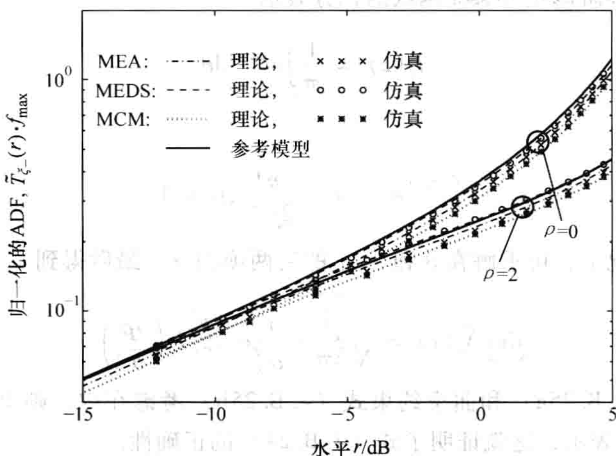


图4. B. 2 确定性莱斯过程和瑞利过程衰落的归一化平均时长，其中都是使用$N_1=7$和$N_2=8$（Jakes PSD，$f_{\max}=91$Hz，$\sigma_0^2=1$，$\theta_\rho=\pi/4$）实现的

接下来，希望证明在条件式（4. B. 25a）和式（4. B. 25b）下，当正弦曲线数量 N_i 趋于无穷时，确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 衰落的平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 收敛到随机莱斯过程 $\xi(t)$ 衰落的平均时长 $T_{\xi_-}(r)$，即

$$\tilde{T}_{\xi_-}(r) = T_{\xi_-}(r),\ N_i \to \infty \tag{4. B. 43}$$

由于式（4. B. 24）和一般关系式（4. B. 42），这里可充分地证明

$$\tilde{F}_{\xi_-}(r) = F_{\xi_-}(r),\ N_i \to \infty \tag{4. B. 44a}$$

或等价地

$$\tilde{p}_{\xi}(r) = p_{\xi}(r),\ N_i \to \infty \tag{4. B. 44b}$$

成立。由式（4. B. 29），首先认识到函数 $h_1(y,\ \theta)$ ［见式（4. B. 41a）］和 $h_2(y,\ \theta)$ ［见式（4. B. 41b）］分别趋于

$$h_1(y,\ \theta) = \mathrm{e}^{-2(\pi\tilde{\sigma}_0 y\cos\theta)^2},\ N_1 \to \infty \tag{4. B. 45a}$$

和

$$h_2(y,\ \theta) = \mathrm{e}^{-2(\pi\tilde{\sigma}_0 y\sin\theta)^2},\ N_2 \to \infty \tag{4. B. 45b}$$

利用这个结果，由式（4. 57）得到

$$\lim_{N_i\to\infty} \tilde{p}_{\xi}(z) = (2\pi)^2 \int_0^{\infty} \mathrm{e}^{-2(\pi\tilde{\sigma}_0 y)^2} J_0(2\pi z y)\ \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \cos[2\pi\rho y\cos(\theta-\theta_\rho)]\,\mathrm{d}\theta y\mathrm{d}y \tag{4. B. 46}$$

零阶 Bessel 函数的积分表示[77,式(9. 1. 18)]

$$J_0(z) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\cos(z\cos\theta)\,\mathrm{d}\theta \tag{4. B. 47}$$

以如下形式写出式（4. B. 46）中的表达式

$$\lim_{N_i\to\infty} \tilde{p}_{\xi}(z) = (2\pi)^2 z\int_0^{\infty} \mathrm{e}^{-2(\pi\tilde{\sigma}_0 y)^2} J_0(2\pi z y) J_0(2\pi\rho y) y\mathrm{d}y \tag{4. B. 48}$$

可通过使用[23,式(6. 633. 2)]

$$\int_0^{\infty} \mathrm{e}^{-(ax)^2} J_0(\alpha x) J_0(\beta x) x\mathrm{d}x = \frac{1}{2a^2}\mathrm{e}^{-\frac{\alpha^2+\beta^2}{4a^2}} I_0\left(\frac{\alpha\beta}{2a^2}\right) \tag{4. B. 49}$$

求解剩下的积分。因此，最后得到

$$\tilde{p}_{\xi}(z) = \frac{z}{\tilde{\sigma}_0^2}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+\rho^2}{2\tilde{\sigma}_0^2}} I_0\left(\frac{z\rho}{\tilde{\sigma}_0^2}\right),\ N_i \to \infty \tag{4. B. 50}$$

采用功率约束式（4. B. 25a）即 $\tilde{\sigma}_0^2 = \sigma_0^2$，由式（4. B. 50）的右侧得到莱斯分布式（2. 44），这证明了式（4. B. 44b）的有效性，结果也证明了式（4. B. 43）的有效性。

第5章 正弦曲线求和信道模型的参数确定

自从移动无线通信诞生以来，移动衰落信道的建模和分析就是一个研究课题。一旦形成一种新的数学方式表示的信道模型，就需要通过测量来验证其统计性质。如果数学方式表示的信道模型的有用性被无线研究共同体广泛接受，那么它就可用作一个信道仿真器设计的参考模型。任何信道仿真器的任务都是以足够准确度再现参考模型的统计性质，同时使仿真模型的复杂度保持最小。为了完成设计准确的和高效的信道仿真器的任务，人们经常采用前一章中描述的正弦曲线求和过程。但是，为了完全地利用基于正弦曲线求和仿真模型中固有的优势，必须仔细地确定模型的各项参数。本章的目标是给出正弦曲线求和信道仿真器参数确定问题的解决方法。

参数确定是确定和定义一个模型规格所必要的各项参数的过程。在目前情形中，模型是正弦曲线求和信道仿真器，这意味着要确定的各项参数是离散多普勒频率、路径增益和相位。因为对长时仿真特征来说，相位是不重要的，所以将焦点主要放在模型主要参数的计算上，即离散多普勒频率和路径增益。

参数计算方法的分类有许多方式。一种方式是将它们分为确定性的方法和随机性的方法。在确定性方法背后的哲学理念是为所有主要的模型参数计算常数值，而随机方法则假定离散多普勒频率和/或增益是随机变量。确定性方法类的一个典型代表是 Jakes 方法（JM）[13]，这是著名的 Jakes 仿真器背后的参数确定方法。其他确定性方法包括原莱斯方法[16,17]、等距离方法（MED）[147,148]、均方误差方法（MSEM）[148]、等面积方法（MEA）[147,148]、准确多普勒频散方法（MEDS）[96,149]、分集 MEDS（MEDS-SP）[150]、L_p 范数方法（LPNM）[96]、广义 MEA（GMEA）[151]、Riemann 求和法[152]。后三种方法可用来对任意的（对称的和非对称的）多普勒功率谱密度进行建模，而其他过程则假定多普勒功率谱密度具有对称形状。随机方法的典型代表包括蒙特卡洛方法（MCM）[99,100]、调和分解技术[102]和随机化 MEDS（RMEDS）[111,153]。

每种方法论（确定性的或随机的）都有其自己的优势和劣势，这已在许多文章中讨论过，例如参考文献［78，111，112］。确定性信道建模方法的一项优势是得到的仿真模型是遍历的，而随机方法总是得到非遍历的衰落仿真器[133,134,154]。采用非遍历的仿真模型，就不得不以不同模型参数集合运行几个仿真轮次。但是，通过在所得结果上进行平均，可改善非遍历仿真模型的统计性质。另外，如果采用遍历的仿真模型，那么在多数情形中单一轮次（或少量轮次）就足够了。其原因为确定性模型的本质，即它们的统计性质一般而言是不能通过在几个波形上求平均而得以改善的。结果是，绝大多数确定性信道仿真器的性能仅可通过增加正弦曲线数量而得以改善，由此复杂度也是如此，而不能通过在多个仿真轮次上取得的仿真结果进行平均而进行改善。唯一的例外是 MEDS-SP[150]。这种方法性能的一项研究表明，就单次试验和在多次试验上求平均方面[150]而言，这种方法远远超过现有的 MCM 法。

对于无穷个正弦曲线而言，所有这些方法（例外情况是 Jakes 方法）得到的正弦曲线求和过程都有同样的统计性质，甚至准确地匹配参考模型的那些统计性质。但是，一旦仅使用有限数量的正弦曲线，则得到的正弦曲线求和过程就具有完全不同的统计性质，会远远地偏离参考模型的那些统计性质。对这些性质的讨论是本章的一个目标。因此，为了计算主要的模型参数，以所选设计过程一般都可用的方式，来描述和分析九种精选的设计过程。之后，将这些方法应用到经常使用的功率谱密度。对于最重要的实践应用，在许多情形中可找到简单的封闭形式的解，这极大地方便了模型参数的计算。将讨论每种方法的特征性质以及优势和劣势。为了方便进行一项公平的性能比较，将应用 4.6 节介绍的评估准则和度量指标。另一项目标是指出各种方法之间的关系（只要这种关系存在）。

本章如下组织。5.1 节介绍正弦曲线求和过程共九种不同的参数计算方法。对于每种方法，将讨论特征性质以及优势和劣势。5.2 节提出正弦曲线求和模型相位计算的一种随机的和确定性的方法。在该阶段，将就正弦曲线求和过程的统计性质而详细分析相位的相关性。5.3 节通过使用一些给出的参数计算方法，给出针对确定性瑞利过程衰落间隔的概率密度函数得到结果的范例。5.4 节介绍 cisoids 求和过程的参数确定问题的三种解法。两种解法支持非各向同性散射场景的建模，而第三种解法仅适用于各向同性散射。最后，5.5 节包含一些结论性的评述，并给出扩展阅读的建议。

5.1　计算多普勒频率和增益的方法

5.1.1　等距离方法

等距离方法（MED）[147,148] 主要特征之一是离散多普勒频率（在相邻频率对关系中发现的）具有相同距离。通过定义离散多普勒频率为

$$f_{i,n} := \frac{\Delta f_i}{2}(2n-1), \quad n=1, 2, \cdots, N_i \tag{5.1}$$

可获得这个性质。其中

$$\Delta f_i = f_{i,n} - f_{i,n-1}, \quad n=2, 3, \cdots, N_i \tag{5.2}$$

表示第 i 个确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)(i=1, 2)$ 的两个相邻离散多普勒频率之间的距离。

为了计算路径增益 $c_{i,n}$，在频率间隔处

$$I_{i,n} := \left[f_{i,n} - \frac{\Delta f_i}{2}, f_{i,n} + \frac{\Delta f_i}{2}\right), \quad n=1, 2, \cdots, N_i \tag{5.3}$$

考察一下，并要求在这个区间内，随机参考模型的功率谱密度 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 的均值功率等于确定性仿真模型功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 的均值功率，即对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$ 有

$$\int\limits_{f \in I_{i,n}} S_{\mu_i\mu_i}(f)\,df = \int\limits_{f \in I_{i,n}} \tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)\,df \tag{5.4}$$

因此，在将式（4.18）代入上式后，路径增益 $c_{i,n}$ 由下式确定

$$c_{i,n} = 2\sqrt{\int_{f \in I_{i,n}} S_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f} \tag{5.5}$$

通过将式（5.5）代入式（4.11），可容易地证明当 $N_i \to \infty$ 时，$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) \to r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。引用中心极限定理，可进一步证明，当 $N_i \to \infty$ 时，收敛性质 $\tilde{p}_{\mu_i}(x) \to p_{\mu_i}(x)$ 成立。因此，对于有限数量的正弦曲线，通过使用等距离方法设计的确定性过程，可解释为基本理想高斯随机过程的样本函数。

这种方法的主要劣势是 $\tilde{\mu}_i(t)$ 不良的周期性质。为了使这一点清晰化，从式（4.33）开始，并联系式（5.1），得到离散多普勒频率的最大公因子为

$$F_i = \gcd\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i} = \frac{\Delta f_i}{2} \tag{5.6}$$

结果是，$\tilde{\mu}_i(t)$ 是周期的，其周期为 $T_i = 1/F_i = 2/\Delta f_i$。为了得到一个大的 T_i 值，意味着 Δf_i 必须较小，这导致等距离方法情形中的高实现复杂度，正如下面将看到的一样。

1. Jakes 功率谱密度

Jakes 功率谱密度［见式（3.23）］的频率范围被限制在 $|f| \leq f_{\max}$ 范围内，从而对于给定的正弦曲线数量 N_i，两个相邻离散多普勒频率之间的差 Δf_i 的一个合适值由 $\Delta f_i = f_{\max}/N_i$ 给定。因此，由式（5.1），对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$，得到离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 的如下关系

$$f_{i,n} = \frac{f_{\max}}{2N_i}(2n-1) \tag{5.7}$$

现在可利用式（3.23）、式（5.3）、式（5.5）和式（5.7），容易地计算相应的路径增益 $c_{i,n}$。在基本计算之后，对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$，找到表达式

$$c_{i,n} = \frac{2\sigma_0}{\sqrt{\pi}}\left[\arcsin\left(\frac{n}{N_i}\right) - \arcsin\left(\frac{n-1}{N_i}\right)\right]^{1/2} \tag{5.8}$$

采用式（5.7）和式（5.8）设计的确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 明显地有均值 $\tilde{m}_{\mu_i}=0$ 和均值功率

$$\tilde{\sigma}^2_{\mu_i} = \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(0) = \sum_{n=1}^{N_i} \frac{c^2_{i,n}}{2} = \sigma_0^2 \tag{5.9}$$

因此，确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值和均值功率准确地匹配随机过程 $\mu_i(t)$ 的对应量即期望值和方差。

设计复数确定性过程 $\mu(t) = \tilde{\mu}_1(t) + \mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$，则必须保障 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的不相关性成立。这可没有困难地得以保障，方法是在满足 $N_2 = N_1 + 1$ 条件下选择 N_2，从而使式（5.7）得到：对于 $n=1, 2, \cdots, N_1$ 和 $m=1, 2, \cdots, N_2$，$f_{1,n} \neq f_{2,m}$。这同样得到期望的性质，即 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 是不相关的［见式（4.12）］。

作为一个例子，图 5.1 中给出功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 及对应的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，其中为正弦曲线数 N_i 选择值 25。

出于比较目的，在图 5.1b 中也给出了参考模型的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。在图中给出

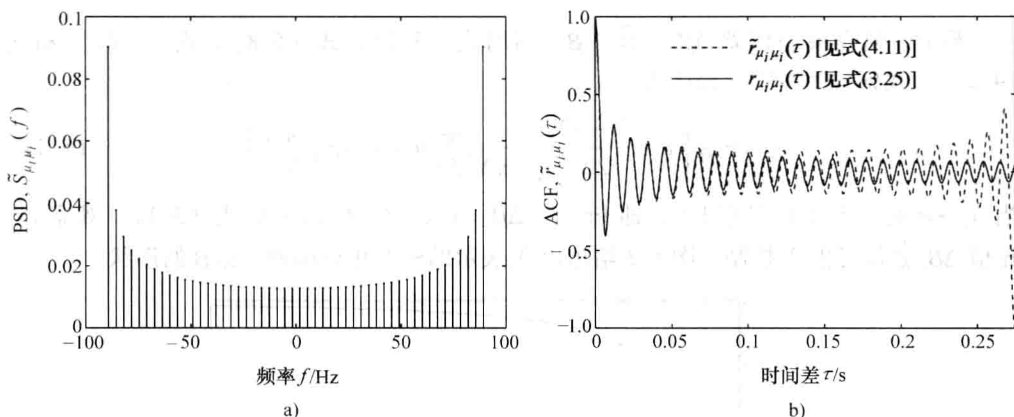


图 5.1　$N_i=25$（MED，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）时的

功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 和自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$

的 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的形状使周期性清晰可辨。一般而言，如下关系式成立

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau+mT_i/2)=\begin{cases}\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau), & m \text{ 为偶数}\\ -\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau), & m \text{ 为奇数}\end{cases} \tag{5.10}$$

式中，$T_i=1/F_i=2/\Delta f_i=2N_i/f_{\max}$。现在如果为式（4.128）中积分的上限选择值 $\tau_{\max}=T_i/4=N_i/(2f_{\max})$，那么均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$［见式（4.128）］就可以正弦曲线数 N_i 进行计算评估，它确定了 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的实现复杂度。在等距离方法的基础上，依据式（4.128）和式（4.127）分别对性能准则 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E_{p_{\mu_i}}$ 进行评估。所得结果如图 5.2a 和图 5.2b 所示，图示出所用正弦曲线数 N_i 的影响。为了对这种方法的性能进行更好的评估，图 5.2b 中也给出 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$ 的结果。因此，人们认识到，依据式（5.8）使用路径增益 $c_{i,n}$ 得到的高斯分布的近似，相比通过使用 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$ 得到的结果要差。

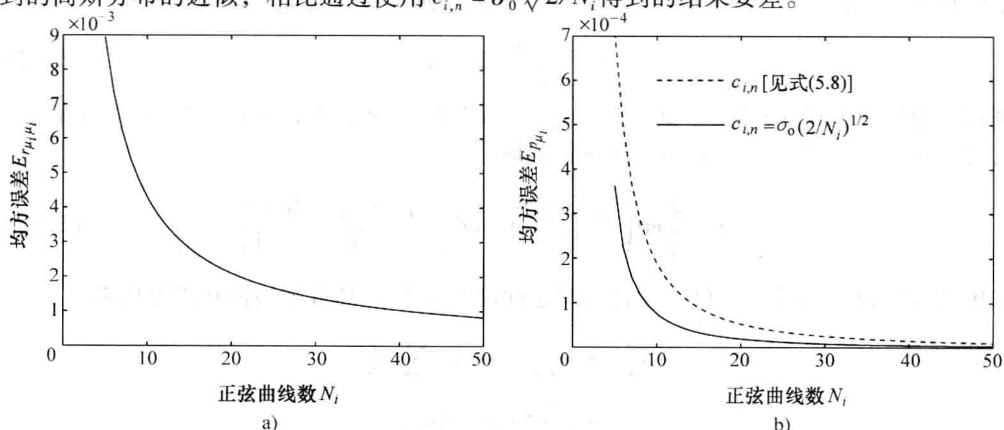


图 5.2　均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E_{p_{\mu_i}}$（MED，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$，$\tau_{\max}=N_i/(2f_{\max})$）

最后，研究模型误差 $\Delta\beta_i = \tilde{\beta}_i - \beta$。利用式（5.7）、式（5.8）、式（3.68）和式（4.29），找到封闭形式的表达式

$$\Delta\beta_i = \beta\left[1 + \frac{1-4N_i}{2N_i^2} - \frac{8}{\pi N_i^2}\sum_{n=1}^{N_i-1} n \cdot \arcsin\left(\frac{n}{N_i}\right)\right] \tag{5.11}$$

当 $N_i \to \infty$ 时，上式右侧等于0，即 $\lim_{N_i\to\infty}\Delta\beta_i = 0$ 成立。应该可从式（5.11）观察到，比值 $\Delta\beta_i/\beta$ 仅可由 N_i 控制。图5.3给出以 N_i 表示的模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$ 的形状。

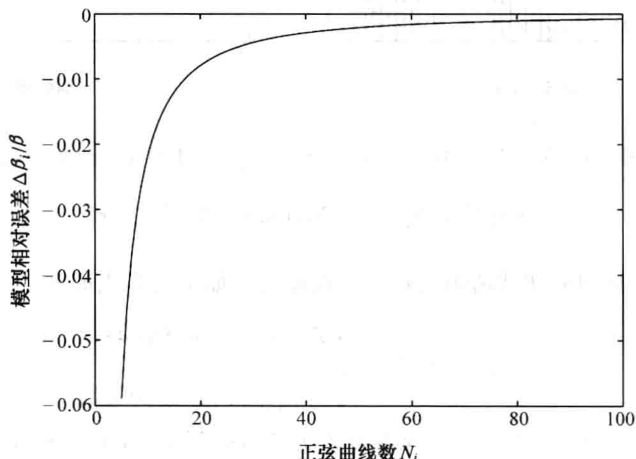


图5.3 模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$（MED，Jakes PSD）

2. 高斯功率谱密度

式（3.26）中高斯功率谱密度的频率范围必须首先被限制在相应范围。因此，引入量 κ_c，它是这样选择的，使在频率范围 $|f| \leq \kappa_c f_c$ 内得到的高斯功率谱密度的均方功率占其总均值功率至少99.99%，在 $\kappa_c = 2\sqrt{2/\ln 2}$ 时满足这项要求。取决于正弦曲线数 N_i，那么两个相邻离散多普勒频率之间的差 Δf_i 可由 $\Delta f_i = \kappa_c f_c / N_i$ 描述。由此，使用式（5.1），对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$，得到离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 的如下表达式

$$f_{i,n} = \frac{\kappa_c f_c}{2N_i}(2n-1) \tag{5.12}$$

现在，通过使用式（3.26）、式（5.3）和式（5.5），对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$，计算路径增益 $c_{i,n}$，得到封闭形式的解

$$c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{2}\left[\operatorname{erf}\left(\frac{n\kappa_c\sqrt{\ln 2}}{N_i}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{(n-1)\kappa_c\sqrt{\ln 2}}{N_i}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \tag{5.13}$$

采用式（5.12）和式（5.13）设计的确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 具有零均值和均方功率

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{\mu_i}^2 &= \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(0) = \sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{2} \\ &= \sigma_0^2\operatorname{erf}(\kappa_c\sqrt{\ln 2}) \\ &= 0.9999366 \cdot \sigma_0^2 \approx \sigma_0^2\end{aligned} \tag{5.14}$$

前提条件是依据建议的方法选择 κ_c，即 $\kappa_c = 2\sqrt{2/\ln 2}$。在目前情形中，$\tilde{\mu}_i(t)$ 的周期由 $T_i = 2/\Delta f_i = 2N_i/(\kappa_c f_c)$ 给定。

图 5.4a 给出 $N_i = 25$ 时的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$，图 5.4b 示出自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的相应形状，在 $0 \leqslant \tau \leqslant T_i/2$ 范围内与参考模型的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 进行了比较。

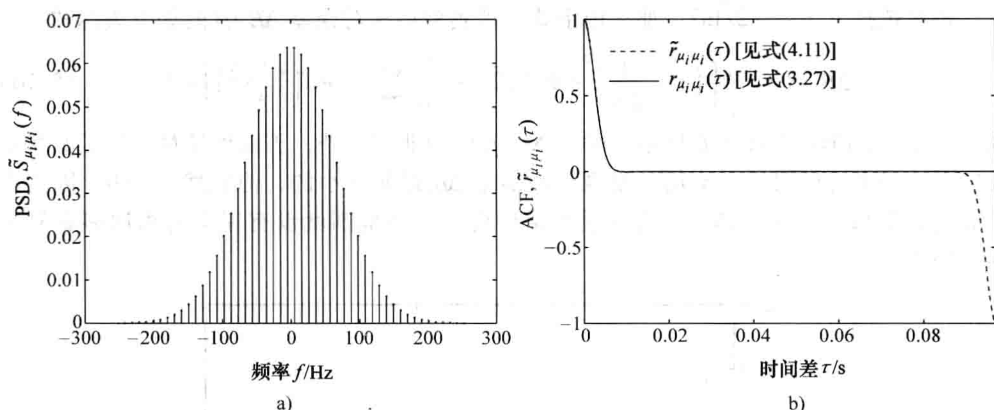


图 5.4 $N_i = 25$（MED，高斯 PSD，$f_c = \sqrt{\ln 2} f_{\max}$，$f_{\max} = 91\text{Hz}$，$\sigma_0^2 = 1$，$\kappa_c = 2/\sqrt{2/\ln 2}$）时的功率密度谱 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 和自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$

在这种情形中，式（4.128）积分上限的一个合适值是周期 T_i 的 1/4，即 $\tau_{\max} = T_i/4 = N_i/(2\kappa_c f_c)$。通过使用 $\tau_{\max}$ 的这个值对均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$［见式（4.128）］进行计算评估，得到图 5.5a 中给出的图形，展示了正弦曲线数 N_i 的影响。图 5.5b 给出依据式（4.127）对性能准则 $E_{p_{\mu_i}}$ 计算评估的结果。出于比较目的，在这幅图中也给出了使用 $c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{2/N_i}$ 得到的相应结果。

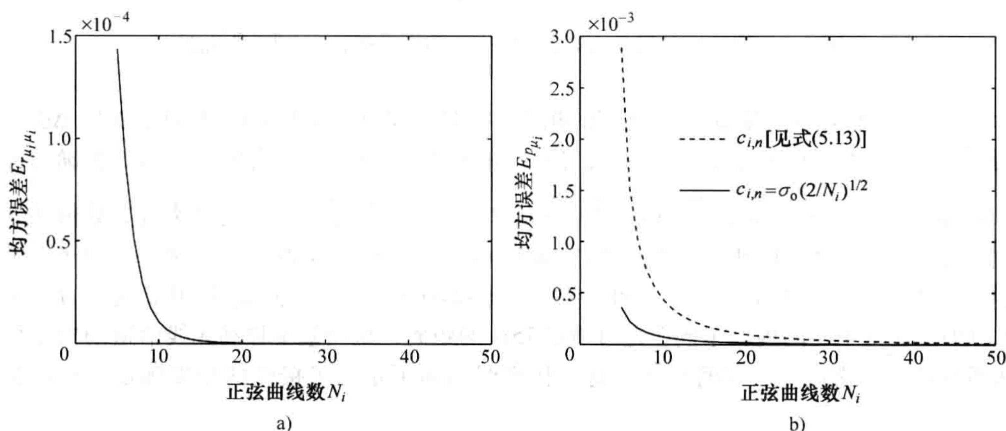


图 5.5 均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E_{p_{\mu_i}}$（MED，高斯 PSD，$f_c = \sqrt{\ln 2} f_{\max}$，$f_{\max} = 91\text{Hz}$，$\sigma_0^2 = 1$，$\tau_{\max} = N_i/(2\kappa_c f_c)$，$\kappa_c = 2/\sqrt{2/\ln 2}$）

最后，将分析模型误差 $\Delta\beta_i$。使用式（4.29）、式（5.12）、式（5.13）和式（3.68），发现 $\Delta\beta_i = \tilde{\beta}_i - \beta$ 的如下封闭形式解

$$\Delta\beta_i = \beta\left\{2\ln2\kappa_c^2\left[\left(1-\frac{1}{2N_i}\right)^2\mathrm{erf}(\kappa_c\sqrt{\ln2}) - \frac{2}{N_i^2}\sum_{n=1}^{N_i-1} n\cdot\mathrm{erf}\left(\frac{n\kappa_c\sqrt{\ln2}}{N_i}\right)\right]-1\right\} \quad (5.15)$$

再次选择 $\kappa_c = 2\sqrt{2/\ln2}$。那么由上式，得到模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$ 的如下表达式

$$\Delta\beta_i/\beta = 16\left[\left(1-\frac{1}{2N_i}\right)^2\mathrm{erf}(2\sqrt{2}) - \frac{2}{N_i^2}\sum_{n=1}^{N_i-1} n\cdot\mathrm{erf}\left(\frac{n2\sqrt{2}}{N_i}\right)\right]-1 \quad (5.16)$$

其以 N_i 表示的形状如图5.6所示。除了 $\Delta\beta_i/\beta$ 的值非常小外，正面地计算评估了其快速收敛性。当考虑极限 $N_i \to \infty$ 时，发现模型误差 $\Delta\beta_i$ 是非常小的，但仍然大于0，因为由于 κ_c 的有限值，式（3.26）中高斯功率谱密度的频率范围就没有完全为离散多普勒频率所涵盖。

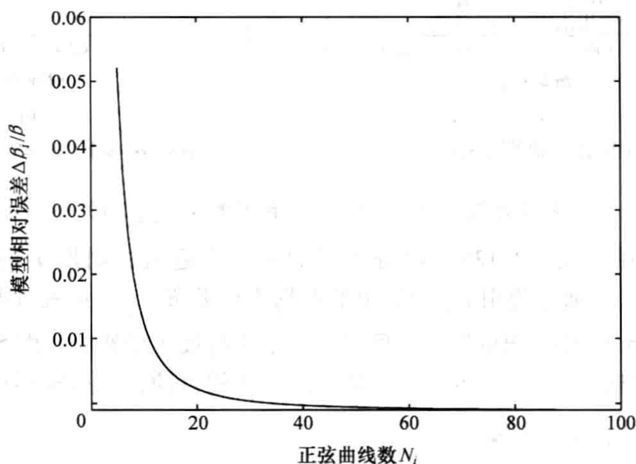


图5.6 模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$（MED，高斯PSD，$\kappa_c = 2\sqrt{2/\ln2}$）

为了避免 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 之间的相关，同样定义 $N_2 := N_1 + 1$。因此，$\Delta\beta = \Delta\beta_1 \approx \Delta\beta_2$ 成立，且通过使用式（4.73）、式（4.77）和式（4.85），可容易地分别分析确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 的特征量 $\tilde{N}_\xi(r)$、$\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 和 $\tilde{\tau}_q(r)$。就 $\tilde{\xi}(t)$ 的仿真来说，必须考虑到仿真时间 T_{sim} 没有超过周期 T_i，即 $T_{sim} \leqslant T_i = 2N_i/f_{max}$（Jakes PSD）。作为一个例子，考虑 $N_i = 25$ 和 $f_{max} = 91\text{Hz}$（$v = 110\text{km/h}$，$f_0 = 900\text{MHz}$）。这得到最大仿真时间 $T_{sim} = 0.549\text{s}$。在这个时间内，车辆会走过16.775m的距离，从而基本移动无线信道的模型可被看作广义稳态的㊀。尽管如此，这个仿真时间是不足以可接受的精度确定典型特征

㊀ 测量表明[74]，在城区，移动无线信道可由所谓的高斯广义稳态不相关散射（GWSSUS）信道进行合适的建模，其中信道带宽达10MHz，覆盖距离达30m。

量的，如 $\tilde{N}_{\xi}(r)$、$\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 和 $\tilde{\tau}_q(r)$。通过整体平均（统计平均）法，可对相同参数集合 $\{f_{i,n}\}$ 和 $\{c_{i,n}\}$ 得到这些量的比较准确的测量。因此，就要求 $\tilde{\xi}(t)$ 的各种实现，可采用相位的各种集合 $\{\theta_{i,n}\}$ 来产生。由于相对较小的周期 T_i（它仅随 N_i 而线性增加），对长时间的仿真不推荐采用等距离法。由于这个原因，这里将不以任何较细节的方式来探究这种方法的性质。在参考文献［148］中可找到这种方法的进一步结果。

5.1.2　均方误差方法

均方误差方法（MSEM）基于这样的思路，即以如下方式计算模型参数集合 $\{c_{i,n}\}$ 和 $\{f_{i,n}\}$，使均方误差式（4.128）

$$E_{r_{\mu_i\mu_i}} = \frac{1}{\tau_{\max}}\int_0^{\tau_{\max}} (r_{\mu_i\mu_i}(\tau) - \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau))^2 \mathrm{d}\tau \tag{5.17}$$

变得最小[148]。这里，$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 可以是描述一个理论参考模型的过程 $\mu_i(t)$ 的任意自相关函数。另外，$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 也可由一个真实世界信道的测量数据得到。确定性模型的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 同样由式（4.11）给定。在上式中，$\tau_{\max}$ 描述一个合适的时间滞后（time-lag）区间，我们关注的是在其上自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的近似。不幸的是，仅当离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 由式（5.1）定义，且结果是它们为等距时，才存在这个问题的一个简单和封闭形式的解。

在将式（4.11）代入式（5.17）并将 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 对路径增益 $c_{i,n}$ 的偏导数设置为零，即 $\partial E_{r_{\mu_i\mu_i}}/\partial c_{i,n}=0$ 之后，考虑到式（5.1），对所有 $n=1, 2, \cdots, N_i(i=1, 2)$，得到如下公式[148]

$$c_{i,n} = 2\sqrt{\frac{1}{\tau_{\max}}\int_0^{\tau_{\max}} r_{\mu_i\mu_i}(\tau)\cos(2\pi f_{i,n}\tau)\,\mathrm{d}\tau} \tag{5.18}$$

式中，$\tau_{\max}$ 假定由 $\tau_{\max}=T_i/4=1/(2\Delta f_i)$ 给出。

在极限 $\Delta f_i\to 0$ 的情形中，由式（5.18），可证明表达式

$$c_{i,n} = \lim_{\Delta f_i\to 0} 2\sqrt{\Delta f_i S_{\mu_i\mu_i}(f_{i,n})} \tag{5.19}$$

成立，它与莱斯给出的式（4.2a）中的关系一样[16,17]。许多研究表明，对于 $\Delta f_i > 0$，则

$$c_{i,n} = 2\sqrt{\Delta f_i S_{\mu_i\mu_i}(f_{i,n})} \tag{5.20}$$

该式可容易地加以评估计算，甚至当所用正弦曲线数 N_i 为中等大小时，也提供了式（5.18）中准确解的一个非常有用的近似。

也希望证明，当 $N_i\to\infty$（$\Delta f_i\to 0$）时，得到 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)\to r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。将式（5.1）和式（5.18）代入式（4.11），并考虑 $\tau_{\max}=1/(2\Delta f_i)$，可写出

$$\lim_{N_i\to\infty}\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \lim_{N_i\to\infty}\sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{i,n}\tau)$$

$$= \lim_{N_i\to\infty} 4\sum_{n=1}^{N_i}\int_0^{\frac{1}{2\Delta f_i}} r_{\mu_i\mu_i}(\tau')\cos(2\pi f_{i,n}\tau')\cos(2\pi f_{i,n}\tau)\,\mathrm{d}\tau'\Delta f_i$$

$$= 4\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} r_{\mu_i\mu_i}(\tau')\cos(2\pi f\tau')\cos(2\pi f\tau)\,\mathrm{d}\tau'\mathrm{d}f$$

$$= 2\int_0^{\infty} S_{\mu_i\mu_i}(f)\cos(2\pi f\tau)\,\mathrm{d}f$$

$$= r_{\mu_i\mu_i}(\tau) \tag{5.21}$$

接下来，将研究将均方误差方法（MSEM）应用到Jakes功率谱密度和高斯功率谱密度。

1. Jakes功率谱密度

当使用MSEM时，计算离散多普勒频率$f_{i,n}$的公式等同于式（5.7）中的关系，后者是通过应用MED得到的。但是，对于相应的路径增益$c_{i,n}$，得到非常不同的表达式。在将式（3.25）代入式（5.18）之后，发现

$$c_{i,n} = 2\sigma_0\sqrt{\frac{1}{\tau_{\max}}\int_0^{\tau_{\max}} J_0(2\pi f_{\max}\tau)\cos(2\pi f_{i,n}\tau)\,\mathrm{d}\tau} \tag{5.22}$$

式中，$\tau_{\max}=1/(2\Delta f_i)=N_i/(2f_{\max})$。对于出现于式（5.22）中的定积分没有封闭形式的解，所以在这种情形中为了计算路径增益$c_{i,n}$，不得不应用一项数值积分技巧。

作为一个例子，考虑图5.7，其中给出$N_i=25$时的功率谱密度$\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$和相应的自相关函数$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。出于比较的原因，在图5.7b中也给出了参考模型的自相关函数$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$［见式（3.25）］。作为等距离散多普勒频率的一个后果是，$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$不良的周期性质是清晰可见的。

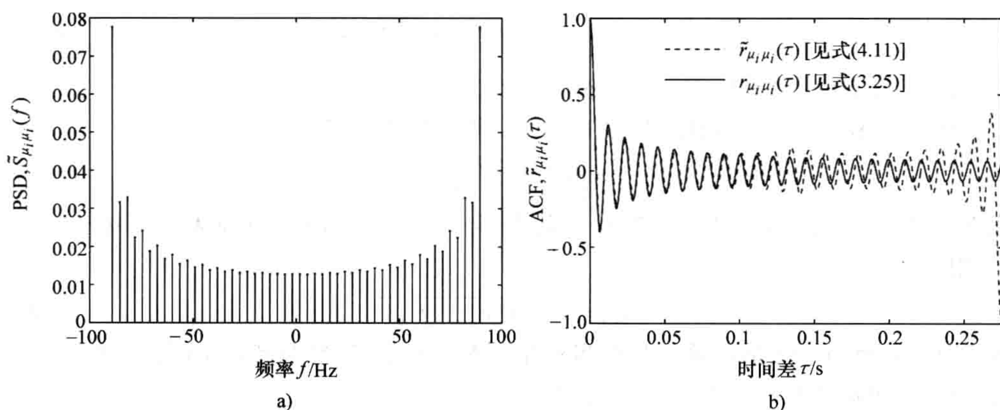


图5.7　$N_i=25$（MSEM，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）时的功率谱密度$\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$和自相关函数$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$

对MSEM实施了性能准则$E_{r_{\mu_i\mu_i}}$和$E_{p_{\mu_i}}$［分别见式（4.128）和式（4.127）］的评

估计算。所得到的结果（指明正弦曲线数 N_i）如图 5.8a 和图 5.8b 所示。为了对 MSEM 的性能实施更好的评估，在这些图中也类似地包括了以前使用 MED 得到的结果以及通过应用式（5.20）中近似解得到的结果。

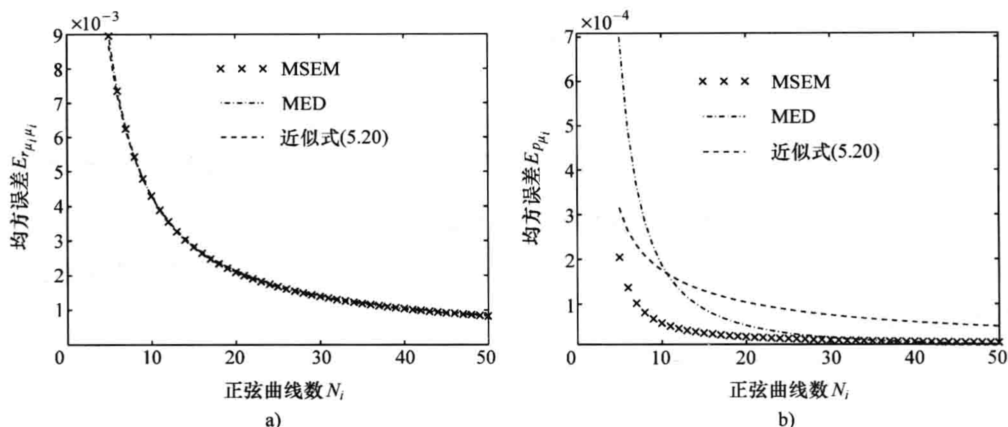


图 5.8　均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E_{p_{\mu_i}}$（MSEM，Jakes PSD，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$，$\tau_{max}=N_i/(2f_{max})$）

在 MSEM 的情形中，模型误差 $\Delta\beta_i$ 的一个简单解是不存在的。采用式（5.7）、式（5.22）、式（3.68）和式（4.29），经过简短计算之后，得到下面 $\tilde{\beta}_i$ 的公式

$$\tilde{\beta}_i = \beta\frac{1}{N_i}\sum_{n=1}^{N_i}(2n-1)^2\int_0^1 J_0(\pi N_i u)\cos\left[\frac{\pi}{2}(2n-1)u\right]\mathrm{d}u \tag{5.23}$$

采用这个表达式并利用 $\beta=2(\pi f_{max}\sigma_0)^2$，可计算模型误差 $\Delta\beta_i=\tilde{\beta}_i-\beta$。图 5.9 给出了以 N_i 表示的模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$。这幅图也给出了当使用式（5.20）中的近似解时找到的结果。出于比较的原因，这里同样给出了应用 MED 得到的 $\Delta\beta_i/\beta$ 图形。

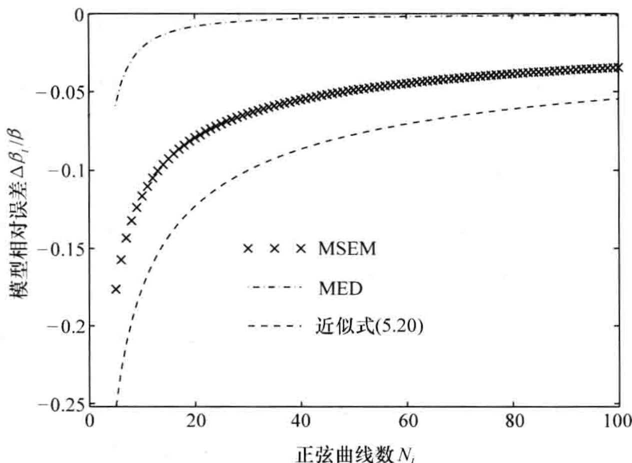


图 5.9　模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$（MSEM，Jakes PSD）

2. 高斯功率谱密度

离散多普勒频率$f_{i,n}$由式（5.12）给出。在将式（3.27）代入式（5.18）之后，对于所有$n=1$，2，…，$N_i(i=1，2)$，现在得到路径增益$c_{i,n}$的表达式

$$c_{i,n} = 2\sigma_0 \sqrt{\frac{1}{\tau_{\max}} \int_0^{\tau_{\max}} \mathrm{e}^{-(\pi f_c \tau)^2/\ln 2} \cos(2\pi f_{i,n}\tau)\,\mathrm{d}\tau} \tag{5.24}$$

式中，$\tau_{\max}=1/(2\Delta f_i)=N_i/(2\kappa_c f_c)$。令$\kappa_c$由$\kappa_c=2\sqrt{2/\ln 2}$定义，从而使周期$T_i$由$T_i=N_i/(\sqrt{2/\ln 2}f_c)$给出。在式（5.24）平方根下的定积分不得不以数值方式解出。

作为一个例子，$N_i=25$时的功率谱密度$\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$如图5.10a所示。图5.10b给出范围$0\leqslant\tau\leqslant T_i/2$时对应的自相关函数$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，出于比较目的也给出了参考模型的自相关函数$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。

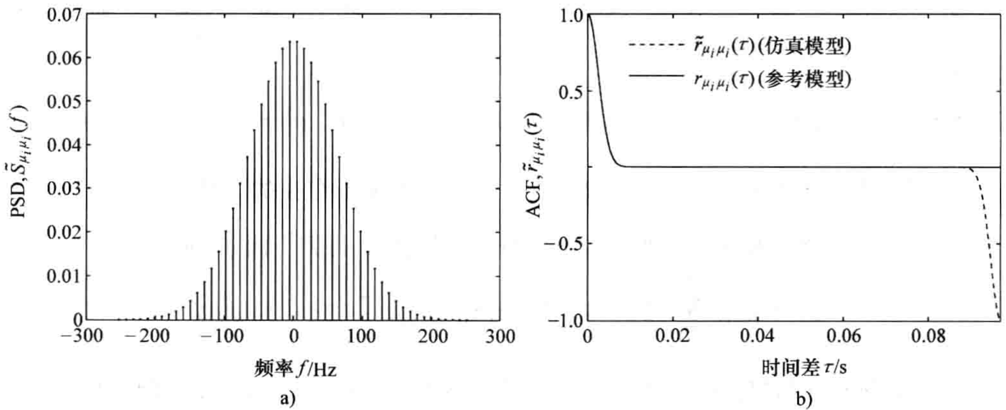


图5.10 $N_i=25$时的功率谱密度$\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$和自相关函数$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$

（MSEM，高斯PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$，$\kappa_c=2\sqrt{2/\ln 2}$）

应用MSEM时发生的均方误差$E_{r_{\mu_i\mu_i}}$和$E_{p_{\mu_i}}$［见式（4.128）和式（4.127）］分别如图5.11a和图5.11b所示。出于比较目的，在这些图中也给出了MED时以前发现的结果以及通过使用近似式（5.20）的结果。

短暂地转到讨论模型误差$\Delta\beta_i$。将式（5.12）和式（5.24）插入到$\tilde{\beta}_i$的公式［见式（4.29）］，并利用式（3.68），得到表达式

$$\tilde{\beta}_i = \beta \frac{\kappa_c^2 \ln 2}{N_i^2} \sum_{n=1}^{N_i} (2n-1)^2 \int_0^1 \mathrm{e}^{-\left(\frac{\pi N_i}{2\kappa_c\sqrt{\ln 2}}u\right)^2} \cos\left[\frac{\pi}{2}(2n-1)u\right]\mathrm{d}u \tag{5.25}$$

该式使模型误差$\Delta\beta_i=\tilde{\beta}_i-\beta$的计算成为可能。图5.12给出了以$N_i$表示的模型相对误差$\Delta\beta_i/\beta$。另外，它包括了使用式（5.20）（推导得到的路径增益$c_{i,n}$）中近似解得到的结果。出于比较目的，这幅图包括了以前针对MED得到结果的图形。

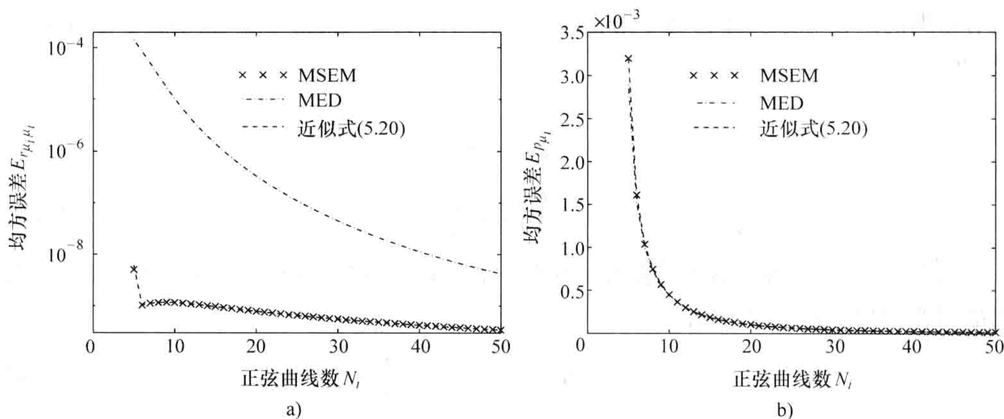


图 5.11　均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E_{p_{\mu_i}}$（MSEM，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\tau_{\max}=N_i/(2\kappa_c f_c)$，$\kappa_c=2\sqrt{2/\ln 2}$）

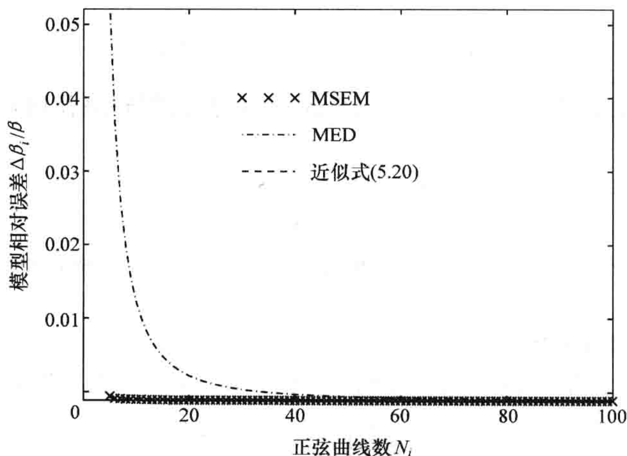


图 5.12　模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$（MSEM，高斯 PSD，$\kappa_c=2\sqrt{2/\ln 2}$）

5.1.3　等面积方法

等面积方法（MEA）[147] 的特征为这样的事实，即离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 以这样一种方法确定，其中在频率范围 $f_{i,n-1}<f\leqslant f_{i,n}$ 内在多普勒谱密度 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 下的面积等于 $\sigma_0^2/(2N_i)$，即对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$ 有

$$\int_{f_{i,n-1}}^{f_{i,n}} S_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f=\frac{\sigma_0^2}{2N_i} \tag{5.26}$$

式中，$f_{i,0}:=0$。对于离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 的一个显式计算，发现引入辅助函数

$$G_{\mu_i}(f_{i,n}):=\int_{-\infty}^{f_{i,n}} S_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f \tag{5.27}$$

是有帮助的。在对称多普勒功率谱密度的情形中，即 $S_{\mu_i\mu_i}(f)=S_{\mu_i\mu_i}(-f)$，并使用式（5.26），以如下形式表示 $G_{\mu_i}(f_{i,n})$

$$G_{\mu_i}(f_{i,n}) = \frac{\sigma_0^2}{2} + \sum_{v=1}^{n}\int_{f_{i,v-1}}^{f_{i,v}} S_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f$$
$$= \frac{\sigma_0^2}{2}\left(1+\frac{n}{N_i}\right) \tag{5.28}$$

如果 G_{μ_i} 的反函数（以 $G_{\mu_i}^{-1}$ 表示）存在，那么对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$，离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 如下给出

$$f_{i,n} = G_{\mu_i}^{-1}\left[\frac{\sigma_0^2}{2}\left(1+\frac{n}{N_i}\right)\right] \tag{5.29}$$

现在可确定路径增益 $c_{i,n}$，方法如下：作用于参考模型和仿真模型，在频率区间 $I_{i,n}:=(f_{i,n-1}, f_{i,n}]$ 内，随机过程 $\mu_i(t)$ 的均值功率等于确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值功率，即

$$\int_{f\in I_{i,n}} S_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f = \int_{f\in I_{i,n}} \tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)\,\mathrm{d}f \tag{5.30}$$

由上式，并使用关系式（4.18）和式（5.26），可简化得到路径增益 $c_{i,n}$ 的如下简单公式

$$c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{\frac{2}{N_i}} \tag{5.31}$$

式中，$n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$。就和对前面的方法一样，将这种方法应用到 Jakes 和高斯功率谱密度。

1. Jakes 功率谱密度

采用式（3.23）中的 Jakes 功率谱密度，得到式（5.27）的如下表达式

$$G_{\mu_i}(f_{i,n}) = \frac{\sigma_0^2}{2}\left[1+\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\frac{f_{i,n}}{f_{\max}}\right)\right] \tag{5.32}$$

式中，$0<f_{i,n}\leqslant f_{\max}$，$\forall n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$。如果在式（5.32）和式（5.28）的右侧之间建立一个关系，那么就可显式地计算离散多普勒频率 $f_{i,n}$。结果，发现方程

$$f_{i,n} = f_{\max}\sin\left(\frac{\pi n}{2N_i}\right) \tag{5.33}$$

它对所有 $n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$ 是有效的。相应的路径增益 $c_{i,n}$ 进一步由式（5.31）给出。理论上来说，对于 N_i 的所有有关值，如 $N_i\geqslant 5$，最大公因子 $F_i:=\gcd\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$ 等于零，由此周期 $T_i=1/F_i$ 是无穷的。因此，在这种理想化的情形中，确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 是非周期的。但是，在实际应用中，离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 仅能以有限精度进行计算。依据式（5.33），假定离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 可被表示到逗号（comma）后的第 l 个十进制位置，那么最大公因子等于 $F_i=\gcd\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}=10^{-l}\mathrm{s}^{-1}$。结果是，确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的周期 T_i 是 $T_i=1/F_i=10^l\mathrm{s}$，从而使 $\tilde{\mu}_i(t)$ 可被认为是准非周期的（quasi-non-periodic）(如果 $l\geqslant 10$)。

采用式（5.31）和式（5.33）设计的确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的特征为均值 $\tilde{m}_{\mu_i}=0$ 和均值功率为

$$\tilde{\sigma}_{\mu_i}^2 = \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(0) = \sum_{n=1}^{N_i} \frac{c_{i,n}^2}{2} = \sigma_0^2 \tag{5.34}$$

当设计复数确定性过程 $\tilde{\mu}(t)=\tilde{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 时，可充分地满足实部和虚部不相关性的要求，条件是如果正弦曲线数 N_2 由 $N_2:=N_1+1$ 定义。但是，对 N_1 和 N_2 的任意选择值，$f_{1,N_1}=f_{2,N_2}=f_{\max}$ 总是成立的事实具有这样的结果，即 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 不是完全不相关的。但即使对于中等大小的 N_i 值，得到的相关性也是非常小的，从而为了简化问题，将忽略这种效应。

例如，选择 $N_i=25$，那么得到功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 如图 5.13a 所示的结果。在图 5.13b 给出相应的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。

在没有任何困难的情况下，可证明当 $N_i\to\infty$ 时，$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)\to r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。为了证明这个性质，将式（5.31）和式（5.33）代入式（4.11），从而可写出

$$\begin{aligned}
\lim_{N_i\to\infty}\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) &= \lim_{N_i\to\infty}\sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{i,n}\tau)\\
&= \lim_{N_i\to\infty}\sigma_0^2\frac{1}{N_i}\sum_{n=1}^{N_i}\cos\left[2\pi f_{\max}\tau\sin\left(\frac{\pi n}{2N_i}\right)\right]\\
&= \sigma_0^2\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos(2\pi f_{\max}\tau\sin\alpha)\,\mathrm{d}\alpha\\
&= \sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau)\\
&= r_{\mu_i\mu_i}(\tau)
\end{aligned} \tag{5.35}$$

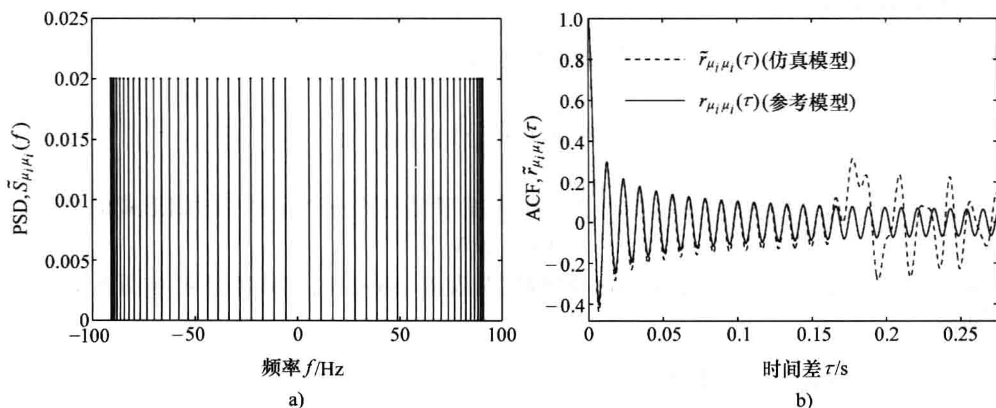


图 5.13　$N_i=25$ 时的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 和自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$

（MEA，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

在4.3.1节，证明了如果 $N_i \to \infty$ 和 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$，则 $\tilde{p}_{\mu_i}(x) \to p_{\mu_i}(x)$ 成立。结果是，对于无穷数量的正弦曲线，确定性高斯过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 代表了随机高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 的一个样本函数。注意在确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 和随机莱斯过程 $\xi(t)$ 之间也存在相同的关系。

通过计算评估式（4.127）和式（4.128）中的性能准则，可得到对MEA性能的较深入了解。得到的均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E_{p_{\mu_i}}$ 分别如图5.14a和图5.14b所示。

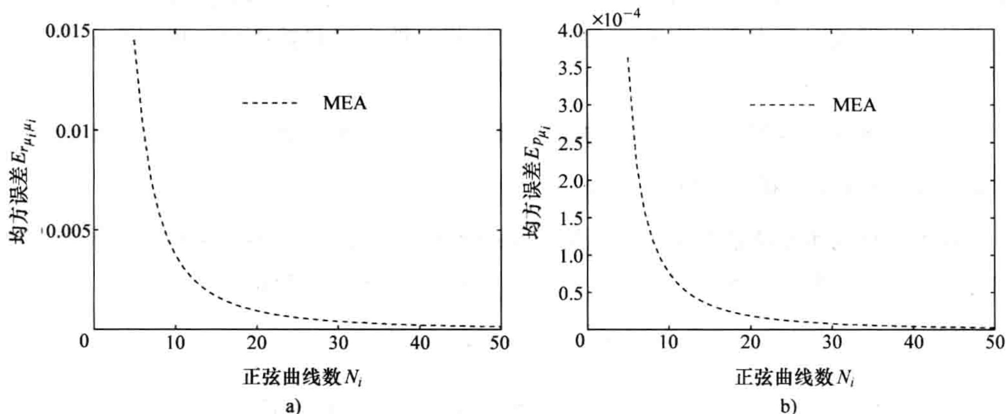


图5.14　均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E_{p_{\mu_i}}$（MEA，Jakes PSD，$f_{max}=91$Hz，$\sigma_0^2=1$，$\tau_{max}=N_i/(2f_{max})$）

接下来，分析模型误差 $\Delta\beta_i$。采用式（5.31）、式（5.33）和式（3.68），首先找到 $\tilde{\beta}_i$ 的如下表达式［见式（4.29）］

$$\begin{aligned}\tilde{\beta}_i &= \beta\frac{2}{N_i}\sum_{n=1}^{N_i}\sin^2\left(\frac{\pi n}{2N_i}\right)\\ &= \beta\left(1+\frac{1}{N_i}\right)\end{aligned} \tag{5.36}$$

因为 $\tilde{\beta}_i$ 是作为 $\tilde{\beta}_i=\beta+\Delta\beta_i$ 引入的，由此得到模型误差的一个简单的封闭形式的公式

$$\Delta\beta_i=\beta/N_i \tag{5.37}$$

可能注意到，当 $N_i\to\infty$ 时，$\Delta\beta_i\to 0$。模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$ 的收敛特征可在图5.15中进行研究。

另外，研究水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ 的相对误差，在下面称之为 ε_{N_ξ}，即

$$\varepsilon_{N_\xi}=\frac{N_\xi(r)-\tilde{N}_\xi(r)}{N_\xi(r)} \tag{5.38}$$

通过使用式（4.73）和式（5.37），在目前情形中可如下近似相对误差 ε_{N_ξ}

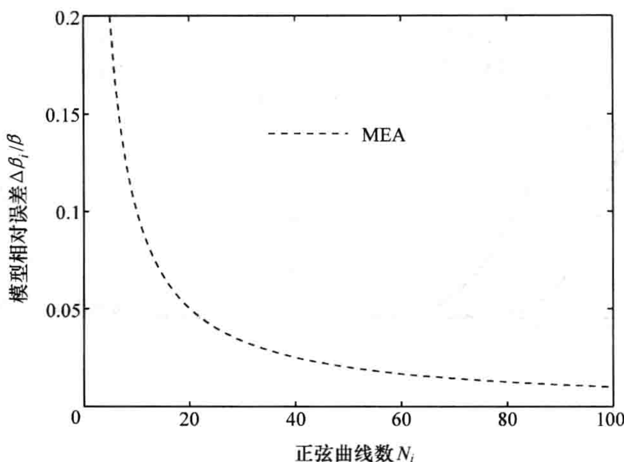


图 5.15　模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$（MEA，Jakes PSD）

$$\varepsilon_{N_\xi} \approx -\frac{\Delta\beta}{2\beta} \approx -\frac{\Delta\beta_i}{2\beta} = -\frac{1}{2N_i} \tag{5.39}$$

这个结果揭示出，对于 N_i 的有限数，通过使用 MEA 设计的仿真模型的水平通过率总是高于参考模型的水平通过率。明显地，当 $N_i \to \infty$ 时，$\varepsilon_{N_\xi} \to 0$。

以类似的方式，人们发现衰落的平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 的相对误差 $\varepsilon_{T_{\xi_-}}$ 的如下近似解

$$\varepsilon_{T_{\xi_-}} \approx \frac{\Delta\beta}{2\beta} \approx \frac{\Delta\beta_i}{2\beta} = \frac{1}{2N_i} \tag{5.40}$$

现在 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的准-非周期（quasi-nonperiodic）性质使我们可通过仿真来确定确定性莱斯过程的水平通过率和衰落平均时长。出于这个目的，通过以（N_1，N_2）=（10，11）应用等面积方法，来确定仿真模型的各参数 $\{c_{i,n}\}$ 和 $\{f_{i,n}\}$。为了计算相位 $\{\theta_{i,n}\}$，在本章开始处所说的每个条件在这里都成立。就和前面的例子中一样，式（3.23）中的 Jakes 功率谱密度由 $f_{\max}=91\text{Hz}$ 和 $\sigma_0^2=1$ 表征。对于确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(kT_s)$ 的采样间隔 T_s，选择的值为 $T_s=10^{-4}\text{s}$。对于每个个体信号水平 r 确定的仿真时间为 T_{sim}，从而总是有 10^6 个衰落间隔或下行（上行）水平通过情况可被评估。在这些条件下得到的结果如图 5.16a 和图 5.16b 所示。

这些图给出了以前为参考模型和仿真模型找到的解析解。量 $\tilde{N}_\xi(r)$ 和 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 是使用 $\tilde{\beta}=\tilde{\beta}_1=\beta(1+1/N_1)$ 并分别利用式（4.71）和式（4.76）计算得到的。这些图也展示了由仿真模型推导得到的解析表达式和由被仿真包络形状的测量结果确定得到的相应量之间的绝佳对应关系。不幸的是，参考模型和仿真模型之间的统计偏差是相当高的，这促使我们寻找一种较好的参数计算方法。例如，在这里给出的条件下，其中 $N_1=10$ 和 $N_2=11$，水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ 和衰落的平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 的相对误差百分比分

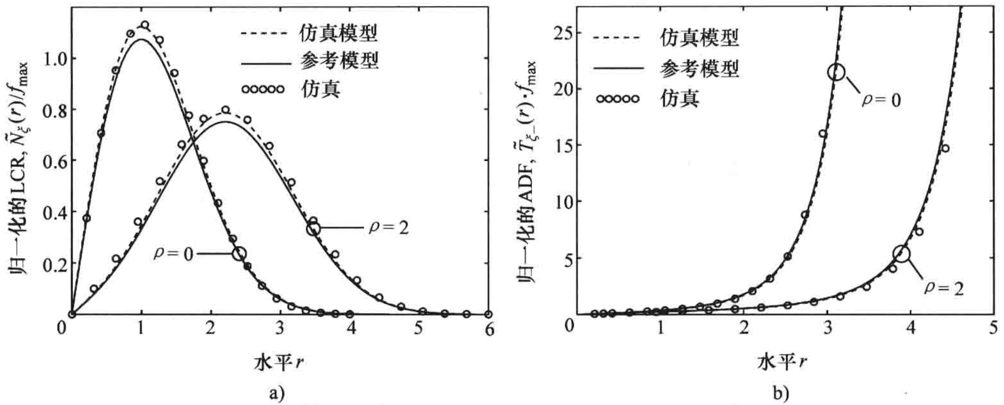


图5.16 $N_1=10$，$N_2=11$时，归一化的水平通过率 $\tilde{N}_{\xi}(r)/f_{max}$和归一化的衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)\cdot f_{max}$（MEA，Jakes PSD，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

别约为 $\varepsilon_{N_\xi}\approx-5\%$ 和 $\varepsilon_{T_{\xi_-}}\approx+5\%$。

2. 高斯功率谱密度

采用式（3.26）中的高斯功率谱密度，对于所有 $n=1,2,\cdots,N_i$和 $i=1,2$，得到式（5.27）的如下表达式

$$G_{\mu_i}(f_{i,n})=\frac{\sigma_0^2}{2}\left[1+\text{erf}\left(\frac{f_{i,n}}{f_c}\sqrt{\ln 2}\right)\right] \tag{5.41}$$

因为高斯误差函数的反函数 $\text{erf}^{-1}(\cdot)$ 是不存在的，所以在这种情形中不能以封闭形式表示离散多普勒频率$f_{i,n}$。尽管如此，但由式（5.28）和式（5.41）中表达式的差，得到方程

$$\frac{n}{N_i}-\text{erf}\left(\frac{f_{i,n}}{f_c}\sqrt{\ln 2}\right)=0,\quad \forall n=1,2,\cdots,N_i(i=1,2) \tag{5.42}$$

由该式使用合适的数值求根法可确定离散多普勒频率$f_{i,n}$。

因为两相邻离散多普勒频率之差 $\Delta f_{i,n}=f_{i,n}-f_{i,n-1}$通过一个强非线性关系依赖于下标$n$，则得出结论，最大公因子 $F_i=\gcd\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$是非常小的，从而 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的周期 $T_i=1/F_i$变得极大。因此认为 $\tilde{\mu}_i(t)$ 是准-非周期的。

另外，对于相应的路径增益 $c_{i,n}$，式（5.31）成立。由此，所设计的确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$具有均值功率 $\tilde{\sigma}_{\mu_i}^2=\sigma_0^2$。以与 Jakes 功率谱密度采用相同方式，这里通过将 N_2定义为 $N_2:=N_1+1$ 可保证确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的不相关性。

为了形象地说明上述结果，选择 $N_i=25$，并计算功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ ［见式（4.18）］和相应的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(f)$ ［见式（4.11）］。对于这两个函数，得到如图5.17a和图5.17b所示的结果。

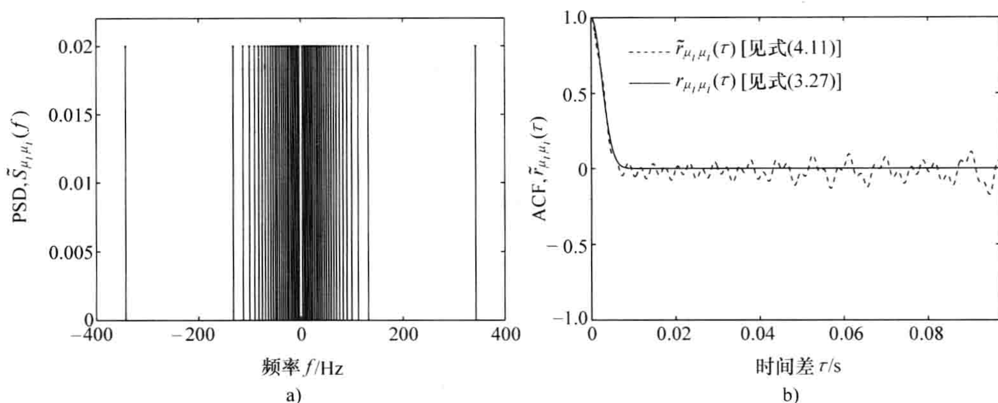


图 5.17　$N_i=25$ 时的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 和自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$（MEA，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

对于性能评估，将针对 $N_i=5$，6，…，50 在此时评估式（4.128）和式（4.127）引入的度量指标。为 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E_{p_{\mu_i}}$ 得到的结果分别如图 5.18a 和图 5.18b 所示。图 5.18a 也给出了应用修正等面积方法（MMEA）得到的 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 的图形，下面将描述该方法。

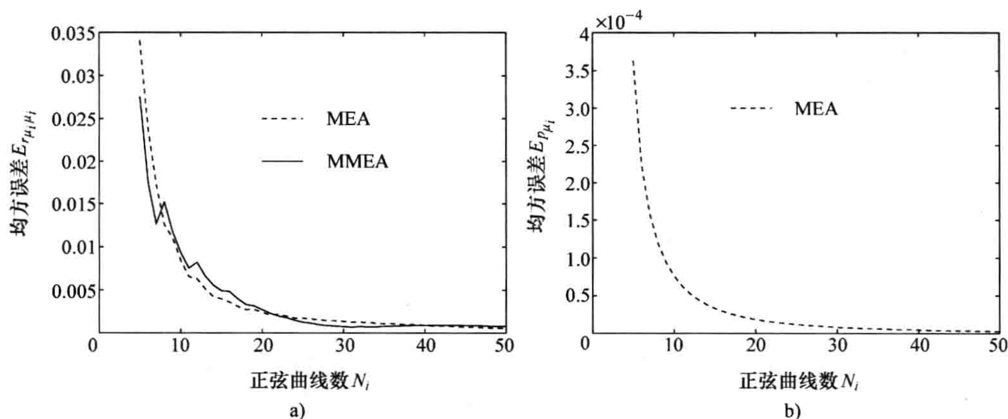


图 5.18　均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E_{p_{\mu_i}}$（MEA，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$，$\tau_{\max}=N_i/(2\kappa_c f_c)$，$\kappa_c=2\sqrt{2/\ln 2}$）

接下来，将焦点放在模型误差 $\Delta\beta_i$ 的分析上。因为离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 是不存在显式形式的，所以要找到模型误差 $\Delta\beta_i$ 的一个封闭表达式是不可能的。因此，按照如下方法进行。首先，采用式（5.31）和式（5.42）计算参数集合 $\{c_{i,n}\}$ 和 $\{f_{i,n}\}$。之后，将使用式（4.29）确定 $\tilde{\beta}_i$。与 $\beta=2(\pi f_c\sigma_0)^2/\ln 2$ 联系，现在能够评估计算模型误差 $\Delta\beta_i=\tilde{\beta}_i-\beta$。图 5.19 给出得到的模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$ 结果，其中它依赖于正弦曲线

数 N_i。

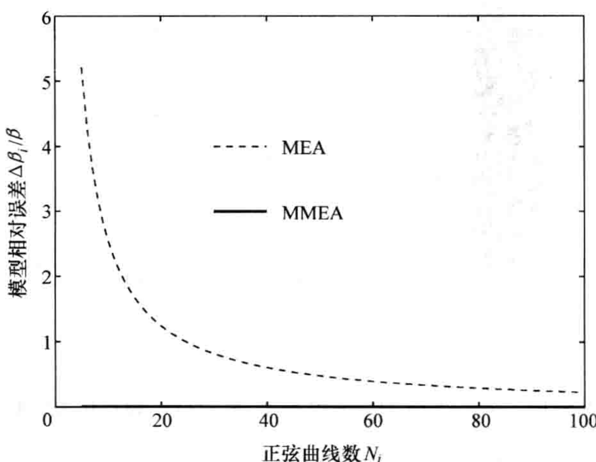


图 5.19 模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$（MEA，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

考虑图 5.19，发现，仅当 $N_i \geqslant 49$ 时，模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$ 的百分比才小于 50%。因此，MEA 是完全不适合高斯功率谱密度的。因为出现这种情况的主要原因是值 $n=N_i$ 时离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 的不良位置［也参见图 5.17a］，这种不完美适配可通过对方法的简单修正而得以避免。以前的做法是，依据式（5.42）计算离散多普勒频率的全集 $\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$，与这种做法不同，现在仅使用计算 $\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i-1}$ 的求根算法比拟合确定剩下的离散多普勒频率 f_{i,N_i}，从而使 $\tilde{\beta}_i=\beta$ 成立。

对于这种修正等面积方法（MMEA），得到如下方程组：

$$\frac{n}{N_i}-\operatorname{erf}\left(\frac{f_{i,n}}{f_c}\sqrt{\ln 2}\right)=0,\quad \forall n=1,2,\cdots,N_i-1 \tag{5.43a}$$

$$f_{i,N_i}=\sqrt{\frac{\beta N_i}{(2\pi\sigma_0)^2}-\sum_{n=1}^{N_i-1}f_{i,n}^2} \tag{5.43b}$$

当然相应的路径增益 $c_{i,n}$ 仍然由式（5.31）给出。修正等面积方法的优势是，对于 $N_i=1,2,\cdots$（$i=1,2$）的所有给定值，模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$ 总是等于零。这在图 5.19 中得以图形化展示。但是，对均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 的影响是较小的，这从图 5.18a 中可看出。

对于水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ 和衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 的确定，和前面对 Jakes 功率谱密度所描述的做法一样进行求解。通过选择（N_1，N_2）=（10，11）得到的 $\tilde{N}_\xi(r)$ 和 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 结果分别如图 5.20a 和图 5.20b 所示。这里，修正等面积方法用于模型参数的计算。

在高斯功率谱密度的情形中，是不能推导得到 MEA 下水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ 和衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 的相对误差的封闭形式解析解的。出现这种情况的原因是，确定离散多

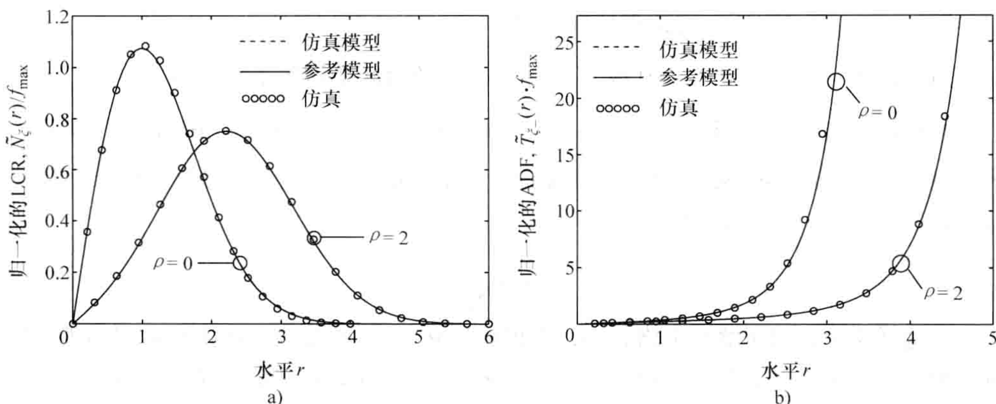


图 5.20　$N_1=10$，$N_2=11$ 时归一化的水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)/f_{max}$和归一化的衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)\cdot f_{max}$（MMEA，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{max}$，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

普勒频率$f_{i,n}$的隐式方程式（5.42）。但是对于 MMEA，相对误差 ε_{N_ξ}和 $\varepsilon_{N_{\xi_-}}$ 都等于零。

5.1.4　蒙特卡洛方法

蒙特卡洛方法（MCM）是首次在参考文献［100］中提出的，用于移动无线信道的随机建模和数字仿真。以这篇文章为基础，在参考文献［99，156］中提出了复数基带中等价离散时间信道[155]的一个模型。下面将使用这种方法进行确定性过程的设计，随后将分析得到的统计性质。

蒙特卡洛方法的原理是依据一个给定的概率密度函数 $p_{\mu_i}(f)$ 实现离散多普勒频率 $f_{i,n}$，密度函数是由下式与有色高斯随机过程$\mu_i(t)$ 的功率谱密度 $S_{\mu_i\mu_i}(f)$ 相关的

$$p_{\mu_i}(f)=\frac{1}{\sigma_0^2}S_{\mu_i\mu_i}(f) \tag{5.44}$$

同样，σ_0^2表示高斯随机过程$\mu_i(t)$ 的均值功率（方差）。

对于离散多普勒频率$f_{i,n}$的计算，将在参考文献［99，156］中给出的方法引导下进行。令 $u_{i,n}$是在区间（0，1］上均匀分布的一个随机变量。另外，令 $g_{\mu_i}(u_{i,n})$ 为这样一个映射，其选择使离散多普勒频率$f_{i,n}=g_{\mu_i}(u_{i,n})$ 的分布等于期望的累积分布函数

$$F_{\mu_i}(f_{i,n})=\int_{-\infty}^{f_{i,n}}p_{\mu_i}(f)\,df \tag{5.45}$$

依据参考文献［41］，那么 $g_{\mu_i}(u_{i,n})$ 可使之等于 $F_{\mu_i}(f_{i,n})=u_{i,n}$的反函数。结果是，对于离散多普勒频率$f_{i,n}$，关系

$$f_{i,n}=g_{\mu_i}(u_{i,n})=F_{\mu_i}^{-1}(u_{i,n}) \tag{5.46}$$

对于所有 $n=1,2,\cdots,N_i(i=1,2)$ 成立。一般情况下，得到$f_{i,n}$的正值和负值。在概率密度函数 $p_{\mu_i}(f)$ 为偶函数的情形中，即 $p_{\mu_i}(f)=p_{\mu_i}(-f)$，在没有一般性限制的条件下，仅讨论$f_{i,n}$的正值。通过将式（5.45）中的均匀分布随机变量 $u_{i,n}\in(0,1]$ 替换为

$(1+u_{i,n})/2\in(0.5, 1]$，将取得这种效果。

由于由 $u_{i,n}>0$，得到$f_{i,n}>0$成立，则 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的时间平均等于零，即 $\tilde{m}_{\mu_i}=m_{\mu_i}=0$。

路径增益$c_{i,n}$是这样选择的，使 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值功率等于$\mu_i(t)$ 的方差，即 $\tilde{\sigma}_0^2=\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(0)=\sigma_0^2$，通过依据式（5.31）选择$c_{i,n}$，可保证这一点成立。因此，对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i(i=1, 2)$，得到

$$c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{\frac{2}{N_i}} \tag{5.47}$$

可这样认为，对于蒙特卡洛方法，不仅相位$\theta_{i,n}$而且离散多普勒频率$f_{i,n}$也是随机变量。原理上来说，对于模型参数（$c_{i,n}$，$f_{i,n}$，$\theta_{i,n}$）的确定，应用统计方法或确定性方法是没有区别的，因为这里得到的过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 真正重要的是定义一个确定性过程（参考4.1节，那里将确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 作为随机过程$\hat{\mu}_i(t)$ 的样本函数或实现引入的）。但是，如果蒙特卡洛方法应用于离散多普勒频率$f_{i,n}$的计算[78]，特别对少量正弦曲线而言，随机过程$\hat{\mu}_i(t)$ 的遍历性质是不好的。结果是，确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的许多重要特征量，如多普勒频散、水平通过率和衰落的平均时长都变为随机值，在特殊情形中可大大偏离于参考模型所预测的期望特征量。下面希望将这个具体项放到Jakes和高斯功率谱密度的例子中进行讨论。

1. Jakes 功率谱密度

将蒙特卡洛方法应用到式（3.23）中的Jakes功率谱密度，对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i(i=1, 2)$，得到离散多普勒频率$f_{i,n}$的如下表达式

$$f_{i,n}=f_{\max}\sin\left(\frac{\pi}{2}u_{i,n}\right) \tag{5.48}$$

式中，$u_{i,n}\in(0, 1]$。对于路径增益 $c_{i,n}$，式（5.47）仍然成立。应该观察到，将式（5.48）中的$u_{i,n}$替换为确定量n/N_i，得到准确的关系式（5.33），我们是使用等面积法时发现的该式的。

因为离散多普勒频率$f_{i,n}$是离散变量，所以最大公因子 $F_i=\gcd\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$也是一个随机变量。但是，对于有$N_i$个元素的集合$\{f_{i,n}\}$的一个给定实现，最大公因子$F_i$是一个常数，可通过将欧几里得算法应用到$\{f_{i,n}\}$得以确定，其中不得不考虑离散多普勒频率$f_{i,n}$是实数。一般来说，可假定最大公因子$F_i$是非常小的，由此周期 $T_i=1/F_i$就非常大，从而可将 $\tilde{\mu}_i(t)$ 看作一个准-非周期函数。无须多言，甚至选择较大的正弦曲线数N_i时，这也是成立的。

当设计复数确定性过程 $\tilde{\mu}(t)=\tilde{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 时，对实部和虚部不相关性的要求，也不对蒙特卡洛方法造成任何困难。这种情况的原因是，即使对 $N_1=N_2$，所实现的集合$\{f_{1,n}\}$ 和$\{f_{2,n}\}$一般而言也是互斥事件，得到这样的事实，即在时间平均意义上，$\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 是不相关的。

采用 $N_i=25$ 个正弦曲线得到的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 的一个例子如图5.21a所示。

依据式（4.11）计算得到的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 在图 5.21b 中给出，其中是针对集合 $\{f_{i,n}\}$ 的两个不同实现计算的。

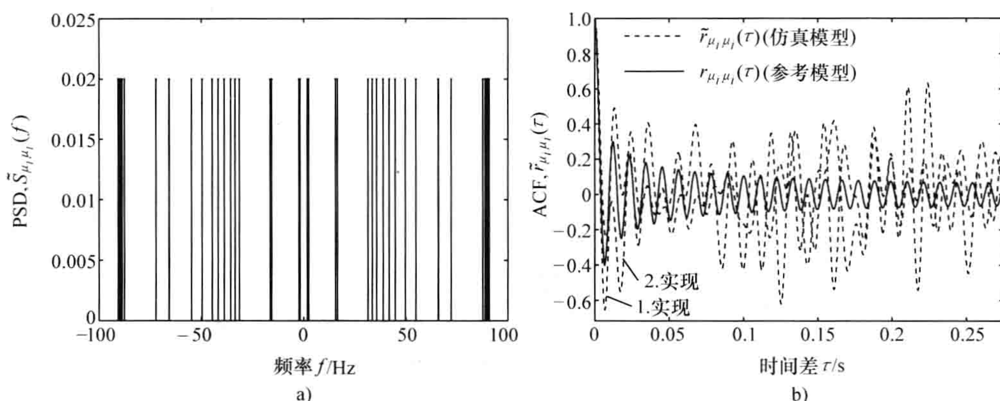


图 5.21 $N_i=25$ 时的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 和自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$（MCM，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

关于图 5.21b，可看到，即使在区间 $0\leqslant\tau\leqslant\tau_{\max}$ 中，确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 也偏离随机过程 $\mu_i(t)$ 的理想自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 较多 ㊀。

另外，如果通过使用式（4.95）分析随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 的自相关函数 $\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，得到

$$\begin{aligned}\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) &:= E\{\hat{\mu}_i(t)\hat{\mu}_i(t+\tau)\}\\ &= \sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{2}E\{\cos(2\pi f_{i,n}\tau)\}\\ &= \sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{2}J_0\{2\pi f_{\max}\tau)\\ &= \sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau)\\ &= r_{\mu_i\mu_i}(\tau)\end{aligned}\tag{5.49}$$

总之，我们认为，随机仿真模型的自相关函数 $\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 等于参考模型的理想自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，而确定性仿真模型的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 不等于前面两个自相关函数，即 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)=\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)\neq\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$[78]。因为 $\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)\neq\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，所以关于自相关函数（参见 4.3.4 节），随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 不是遍历的。

可在均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$［见式（4.128）］的帮助下，更加精确地评估蒙特卡洛方法的性能。图 5.22 形象地给出 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$（作为 N_i 的一个函数）的评估，其中给出的一个是自相关函数

㊀ 当处理 Jakes 功率谱密度时，除非另外声明，使用 $\tau_{\max}=N_i/(2f_{\max})$。

$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$的单次实现，一个是通过在 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 一千次实现上对 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 求平均得到的期望值。

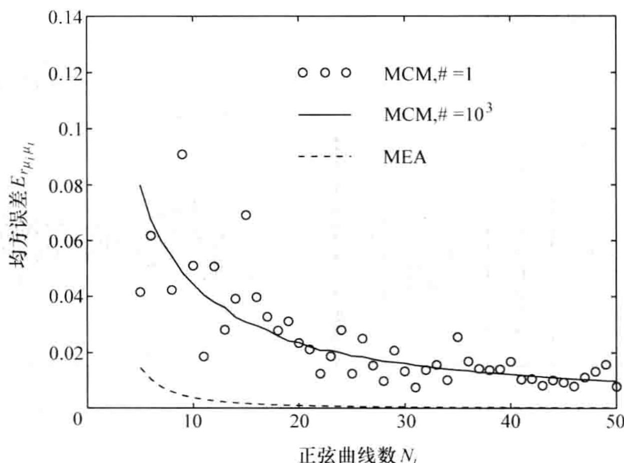


图 5.22　均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$（MCM，Jakes PSD，$f_{max}=91$Hz，$\sigma_0^2=1$，$\tau_{max}=N_i/(2f_{max})$）

图 5.22 也给出等面积方法得到的结果，它明显地好于蒙特卡洛方法得到的结果。关系式（5.47）对路径增益 $c_{i,n}$的实现准确地等于式（5.31）。结果是，对于均方误差 $E_{p_{\mu_i}}$［见式（4.127）］，得到相同的结果，如图 5.14b 所示。

下面是对模型误差 $\Delta\beta_i$的讨论。从式（4.29）开始。之后，通过使用式（3.68）和式（5.47），$\tilde{\beta}_i=\beta+\Delta\beta_i$可表示为离散多普勒频率$f_{i,n}$的一个函数，即

$$\tilde{\beta}_i=\frac{2\beta}{f_{max}^2N_i}\sum_{n=1}^{N_i}f_{i,n}^2 \tag{5.50}$$

对于蒙特卡洛方法，离散多普勒频率$f_{i,n}$是随机变量，从而 $\tilde{\beta}_i$也是一个随机变量。接下来，将确定 $\tilde{\beta}_i$的概率密度函数。

从均匀分布 $u_{i,n}\in(0,1]$ 开始，并注意到从 $u_{i,n}$到$f_{i,n}$的映射是由式（5.48）定义的，则得出，离散多普勒频率$f_{i,n}$的概率密度函数可写为

$$p_{f_{i,n}}(f_{i,n})=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi f_{max}\sqrt{1-\left(\dfrac{f_{i,n}}{f_{max}}\right)^2}}, & 0<f\leqslant f_{max}\\ 0, & \text{其他情况}\end{cases} \tag{5.51}$$

现在，采用$f_{i,n}$的概率密度函数，可容易地计算$f_{i,n}^2$的密度，且为了计算这些平方和的密度，倾向于应用特征函数的概念。在一些直接计算之后，得到如下形式的 $\tilde{\beta}_i$的概率密度函数结果[78]

$$p_{\tilde{\beta}_i}(\tilde{\beta}_i) = \begin{cases} 2\int_0^{\infty}\left[J_0\left(\frac{2\pi\beta v}{N_i}\right)\right]^{N_i}\cos[2\pi(\tilde{\beta}_i - \beta)v]\,\mathrm{d}v, & \tilde{\beta}_i \in (0,2\beta] \\ 0, & \tilde{\beta}_i \notin (0,2\beta] \end{cases} \tag{5.52}$$

采用图示方式，$\tilde{\beta}_i$的概率密度函数$p_{\tilde{\beta}_i}(\tilde{\beta}_i)$ 如图5.23 所示，其中N_i是作为一个参数出现的。

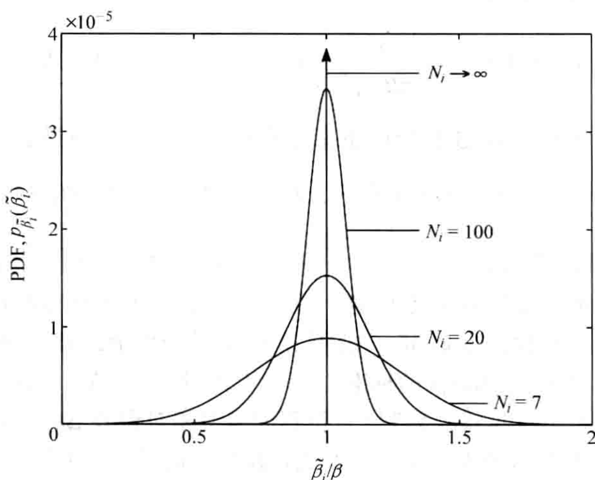


图 5.23　采用蒙特卡洛方法得到的 $\tilde{\beta}_i$的概率密度函数 $p_{\tilde{\beta}_i}(\tilde{\beta}_i)$

（Jakes PSD，$f_{\max}=91\mathrm{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

$\tilde{\beta}_i$的期望值$E\{\tilde{\beta}_i\}$ 和方差 $\mathrm{Var}\{\tilde{\beta}_i\}$ 为

$$E\{\tilde{\beta}_i\} = \beta \tag{5.53a}$$

$$\mathrm{Var}\{\tilde{\beta}_i\} = \frac{\beta^2}{2N_i} \tag{5.53b}$$

也将证明，对于较大的 N_i值，随机变量 $\tilde{\beta}_i$是近似正态分布的，均值和方差分别见式（5.53a）和式（5.53b）。使用零阶 Bessel 函数的如下近似[77,式(9.1.12)]

$$J_0(x) \approx 1 - \frac{x^2}{4} \tag{5.54}$$

并考虑关系式[77,式(4.2.21)]

$$\mathrm{e}^{-x} = \lim_{N_i \to \infty}\left(1 - \frac{x}{N_i}\right)^{N_i} \tag{5.55}$$

当N_i足够大时可由 $\mathrm{e}^{-x} \approx (1 - x/N_i)$ 近似，那么可将$p_{\tilde{\beta}_i}(\tilde{\beta}_i)$［见式（5.52）］近似表示为

$$p_{\tilde{\beta}_i}(\tilde{\beta}_i) \approx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(\pi\beta v)^2}{N_i}} e^{-j2\pi(\tilde{\beta}_i-\beta)v} dv, \tilde{\beta}_i \in (0,2\beta] \tag{5.56}$$

最后，使用积分[23,式(3.323.2)]

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(ax)^2 \pm bx} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{a} e^{\left(\frac{b}{2a}\right)^2}, a > 0 \tag{5.57}$$

则可直接得到期望的近似式为

$$p_{\tilde{\beta}_i}(\tilde{\beta}_i) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\beta/\sqrt{2N_i}} e^{-\frac{(\tilde{\beta}_i-\beta)^2}{2\beta^2/(2N_i)}}, \quad \tilde{\beta}_i \in (0, 2\beta] \tag{5.58}$$

因此，对于较大的N_i值，量$\tilde{\beta}_i$是近似正态分布的，在不造成显著误差的情况下，可写出$\tilde{\beta}_i \sim N(\beta, \beta^2/(2N_i))$。应该观察到，在极限$N_i \to \infty$中，明显地得到$p_{\tilde{\beta}_i}(\tilde{\beta}_i) \to \delta(\tilde{\beta}_i - \beta)$。明显地，模型误差$\Delta\beta_i = \tilde{\beta}_i - \beta$也类似是近似正态分布的，即$\Delta\beta_i \sim N(0, \beta^2/(2N_i))$，从而随机变量具有零均值，但不幸的是，其方差的形状仅正比于正弦曲线数N_i的倒数值。最后，也研究了模型相对误差$\Delta\beta_i/\beta$，对此$\Delta\beta_i/\beta \sim N(0, 1/(2N_i))$近似成立。因此，$\Delta\beta_i/\beta$的标准方差等于常量$1/(2N_i)$，在$N_i > 2$时，它总是大于通过使用等面积法［见式（5.37）］得到的模型相对误差$\Delta\beta_i/\beta = 1/N_i$。图5.24展示了以正弦曲线数$N_i$表示的模型相对误差$\Delta\beta_i/\beta$的随机形状。采用式（5.50），对$\Delta\beta_i/\beta$进行了评估，其中为$N_i \in \{5, 6, \cdots, 100\}$的每个值处理集合$\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$的5个事件。

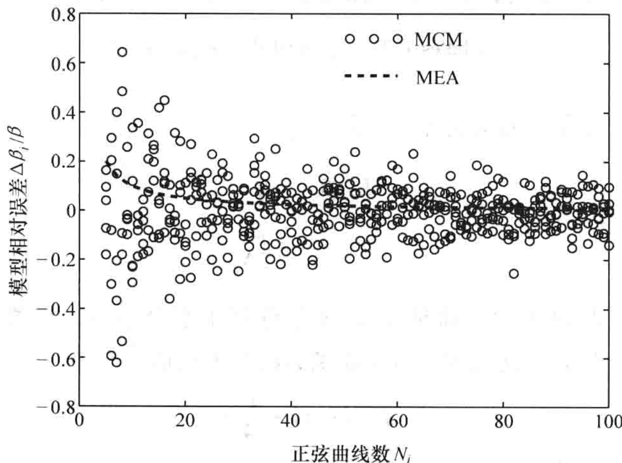


图5.24　模型相对误差$\Delta\beta_i/\beta$（MCM，Jakes PSD）

通过式（4.73）、式（4.77）和式（4.85），现在变得清楚的是，水平通过率$\tilde{N}_\xi(r)$、衰落的平均时长$\tilde{T}_{\xi_-}(r)$和时间间隔$\tilde{\tau}_q(r)$都类似地以一种随机方式偏离于参考模型的对应量。例如，如果为二元组（N_1，N_2）选择数对（10，11），那么对于每个

集合（$\{f_{1,n}\}_{n=1}^{N_1}$和$\{f_{2,n}\}_{n=1}^{N_2}$）的两个不同实现，对 $\tilde{N}_\xi(r)$ 和 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 都发生不匹配，分别如图 5.25a 和图 5.25b 所示。这里，是以前面 5.1.3 节中所述相同的方式实施仿真的。

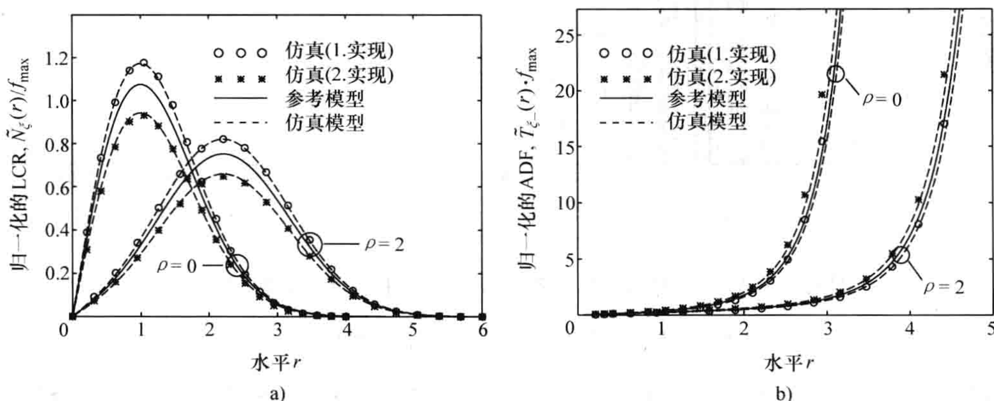


图 5.25　$N_1=10$，$N_2=11$ 时归一化的水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)/f_{max}$和归一化的衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)\cdot f_{max}$（MCM，Jakes PSD，$f_{max}=91$Hz，$\delta_0^2=1$）

采用 Chebyshev 不等式（2.24），可证明［见附录 5.C］，即使使用 $N_i=2500$ 个正弦曲线，模型相对误差绝对值 $|\Delta\beta_i/\beta|$ 超过大于 2% 的一个值的概率，仅小于或等于 50%。

2. 高斯功率谱密度

如果将蒙特卡洛方法应用到式（3.26）中的高斯功率谱密度，那么为离散多普勒频率$f_{i,n}$找到一个封闭形式的表达式是不可能的。但是，在这种情形中，离散多普勒频率$f_{i,n}$是由如下方程的根（零）确定的

$$u_{i,n}-\mathrm{erf}\left(\frac{f_{i,n}}{f_c}\sqrt{\ln 2}\right)=0,\quad \forall n=1,2,\cdots,N_i(i=1,2) \tag{5.59}$$

因此，相应的路径增益 $c_{i,n}$也以式（5.47）的形式存在。上式与式（5.42）之间的比较揭示了等面积方法和蒙特卡洛方法之间的紧密关系。如果均匀分布的随机变量 $u_{i,n}$替换为确定量 n/N_i，那么后者的统计过程将转换为前者的确定性过程。当讨论 Jakes 功率谱密度时，对于任意事件 $\{f_{i,n}\}$，人们发现均值 $\tilde{m}_{\mu_i}$、均值功率 $\tilde{\sigma}^2_{\mu_i}$和确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$的周期 T_i都如前所述具有相同性质。

对于有 $N_i=25$ 个输出的一个事件 $\{f_{i,n}\}$，在图 5.26a 中画出功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$。类似地，对于 $N_i=25$，图 5.26b 给出自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的两个可能实现。

在区间$0\leqslant\tau\leqslant\tau_{max}(\tau_{max}=N_i/(2\kappa_c f_c))$内 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 和 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的较大偏差是蒙特卡洛方法的典型情况。可通过评估计算均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$［见式（4.128）］确认这一点。图 5.27 给出所得到的结果。在这幅图中，均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 是作为 N_i的一个函数给出的，

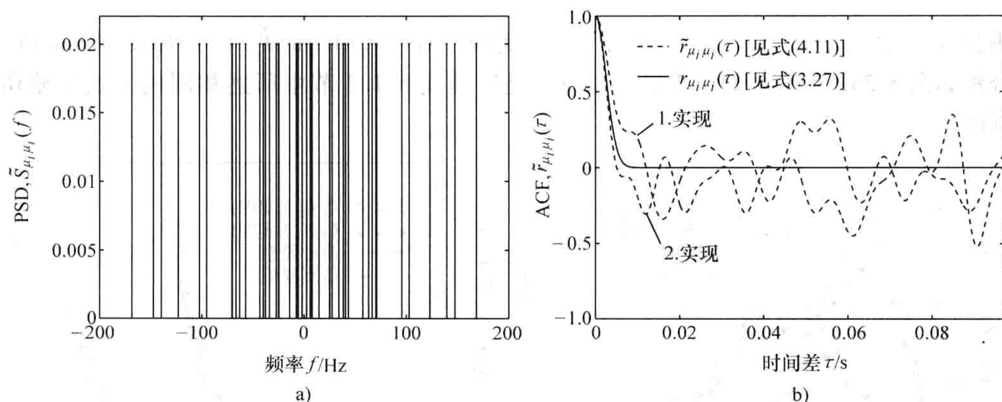


图 5.26 $N_i=25$ 时的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 和自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$

（MCM，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

给出了两种情况：一种是自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的单次实现，一种是通过在 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 一千次实现上对 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 求平均得到的 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 的平均值。

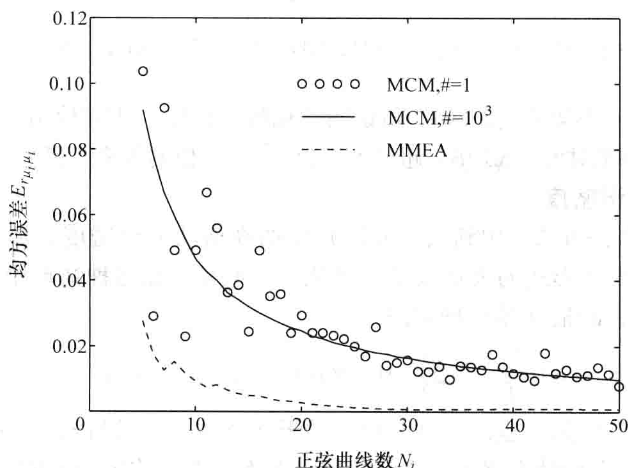


图 5.27 均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$（MCM，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，

$\sigma_0^2=1$，$\tau_{\max}=N_i/(2\kappa_c f_c)$，$\kappa_c=2\sqrt{2/\ln 2}$）

在这种情形中，模型误差 $\Delta\beta_i$ 的分析是不能以解析方式完成的。因此，以如下方式进行分析，对于 $\{f_{i,n}\}$ 的一个给定实现，首先通过式（4.29）确定随机变量 $\tilde{\beta}_i$ 的相应基本事件。之后，利用 $\beta=2(\pi f_c\sigma_0)^2/\ln 2$，将实施模型误差 $\Delta\beta_i=\tilde{\beta}_i-\beta$ 的计算。图 5.28 给出模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$ 的评估计算，其中在集合 $\{f_{i,n}\}$ 五次实现的基础上对 $N_i\in\{5, 6, \cdots, 100\}$ 的每个值给出得到的结果。

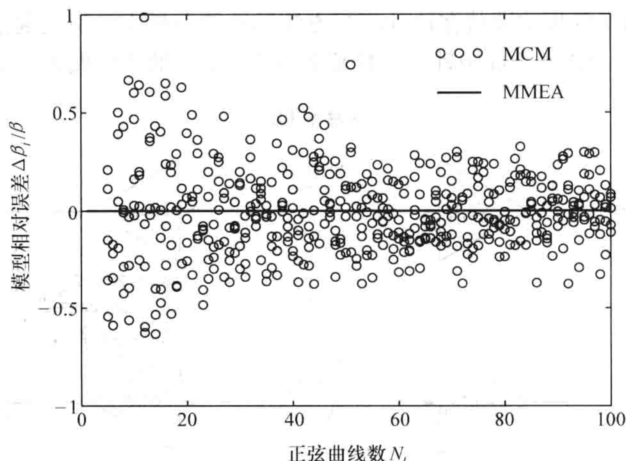


图 5.28 模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$

（MCM，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

在集合 $\{f_{i,n}\}$ 数次实现的基础上也实施了水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ 和衰落平均时长 $\tilde{T}_\xi(r)$的性质确定和研究。为了形象地展示得到的结果，看一下图 5.29a 和图 5.29b，其中分别给出了 $\tilde{N}_\xi(r)$ 和 $\tilde{T}_\xi(r)$ 的两个不同实现。所有给出的结果都是通过使用 $(N_1, N_2)=(10, 11)$ 得到的。

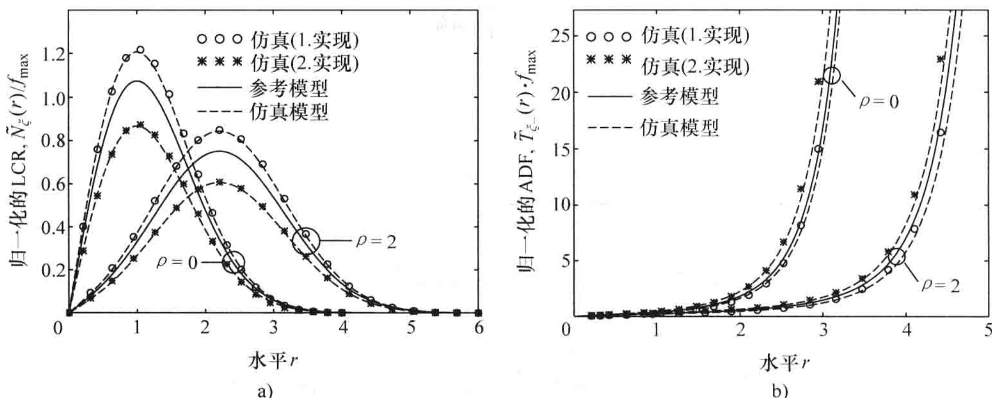


图 5.29 $N_1=10$，$N_2=11$ 时归一化的水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ $/f_{\max}$和归一化的衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_}(r)$ $\cdot f_{\max}$（MCM，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

5.1.5 Jakes 方法

Jakes 方法（JM）[13]是专门针对 Jakes 功率谱密度而开发的。不仅因为完备性考虑，而且由于这种典型方法的广泛受欢迎，这里也将描述这种方法。因为 Jakes 方法和得到的 Jakes 仿真器在参考文献［13，第 67 页］进行了长篇详细描述，所以这里不给出详细的

描述。相反，仅将关注度主要放在这种流行方法的性能分析上。讨论起点是原始 Jakes 仿真器的结构[13,P70]，在图 5.30a 中针对复数基带中瑞利衰落的产生展示了该仿真器。

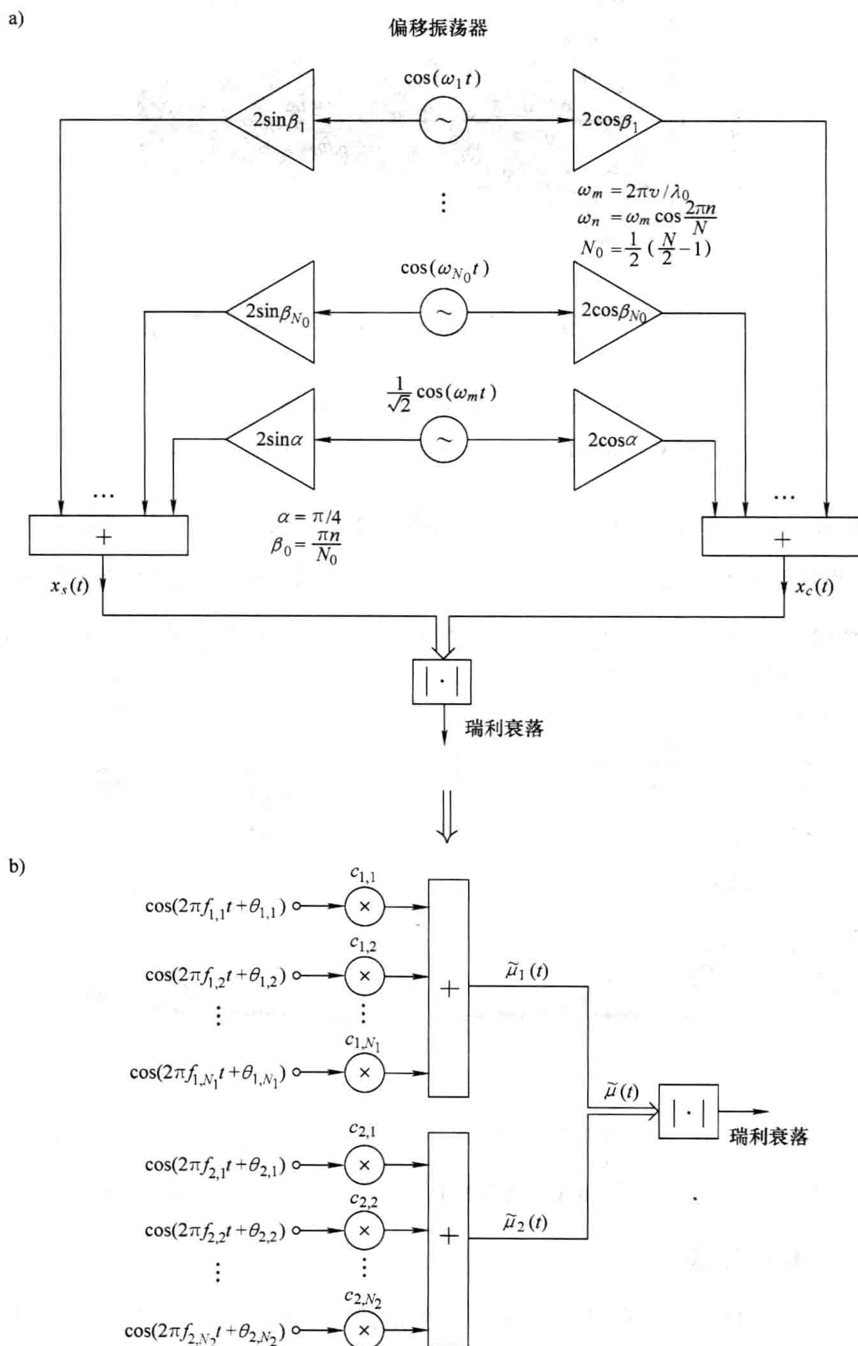


图 5.30　Jakes 仿真器的结构和产生瑞利衰落的等价确定性正弦曲线求和信道仿真器

下面介绍 Jakes 功率谱密度。

图 5. 30a 中 Jakes 仿真器的结构可容易地使之与图 5. 30b 所示确定性正弦曲线求和仿真模型的标准结构相一致。在对 Jakes 仿真器各参数的表达式进行一些直接的运算并采用表示法和术语之后，路径增益 $c_{i,n}$、离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 和相位 $\theta_{i,n}$[157] 的如下关系式成立：

$$c_{i,n}=\begin{cases}\dfrac{2\sigma_0}{\sqrt{N_i-\dfrac{1}{2}}}\sin\left(\dfrac{\pi n}{N_i-1}\right), & n=1,\ 2,\ \cdots,\ N_i-1,\ i=1\\ \dfrac{2\sigma_0}{\sqrt{N_i-\dfrac{1}{2}}}\cos\left(\dfrac{\pi n}{N_i-1}\right), & n=1,\ 2,\ \cdots,\ N_i-1,\ i=2\\ \dfrac{\sigma_0}{\sqrt{N_i-\dfrac{1}{2}}}, & n=N_i,\ i=1,\ 2\end{cases} \tag{5.60}$$

$$f_{i,n}=\begin{cases}f_{\max}\cos\left(\dfrac{n\pi}{2N_i-1}\right), & n=1,\ 2,\ \cdots,\ N_i-1,\ i=1,\ 2\\ f_{\max}, & n=N_i,\ i=1,\ 2\end{cases} \tag{5.61}$$

$$\theta_{i,n}=0,\ n=1,\ 2,\ \cdots,\ N_i,\ i=1,\ 2 \tag{5.62}$$

式中，$N_1=N_2$。这里，路径增益 $c_{i,n}$是被放大了的，从而使 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值功率 $\tilde{\sigma}^2_{\mu_i}$，对于 $i=1,\ 2$，满足关系 $\tilde{\sigma}^2_{\mu_i}=\sigma_0^2$。由于$f_{i,n}\neq 0$，对于均值，下式成立：$\tilde{m}_{\mu_i}=m_{\mu_i}=0$（$i=1,\ 2$）。

对于 $N_1=N_2=9$，得到的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_1\mu_1}(f)$ 和 $\tilde{S}_{\mu_2\mu_2}(f)$ 以及对应的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau)$ 和 $\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau)$ 分别如图 5. 31a ~ 图 5. 31d 所示。即使对于较小的 τ 值，也可从图 5. 31b 和图 5. 31d 中看出，确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的自相关函数与期望的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)=\sigma_0^2J_0(2\pi f_{\max}\tau)$ 相差较大。另外，如图 5. 31f 所揭示的，在区间 $\tau\in[0,\ \tau_{\max}]$ 上复数确定性过程 $\tilde{\mu}(t)$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 非常好地匹配 $r_{\mu\mu}(\tau)=2\sigma_0^2J_0(2\pi f_{\max}\tau)$。图 5. 31e 给出与自相关函数 $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 对应的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$。

令人感兴趣的是，即使 $N_i\to\infty$，自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 也不趋于 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。相反，将式（5. 60）和式（5. 61）代入式（4. 11），并在 $N_i\to\infty$ 时取极限，得到表达式

$$\lim_{N_1\to\infty}\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau)=\frac{2\sigma_0^2}{\pi}\int_0^{\pi/2}[1-\cos(4z)]\cos(2\pi f_{\max}\tau\cos z)\mathrm{d}z \tag{5.63a}$$

和

$$\lim_{N_2\to\infty}\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau)=\frac{2\sigma_0^2}{\pi}\int_0^{\pi/2}[1+\cos(4z)]\cos(2\pi f_{\max}\tau\cos z)\mathrm{d}z \tag{5.63b}$$

上两式，在利用[23,式(3.715.19)]

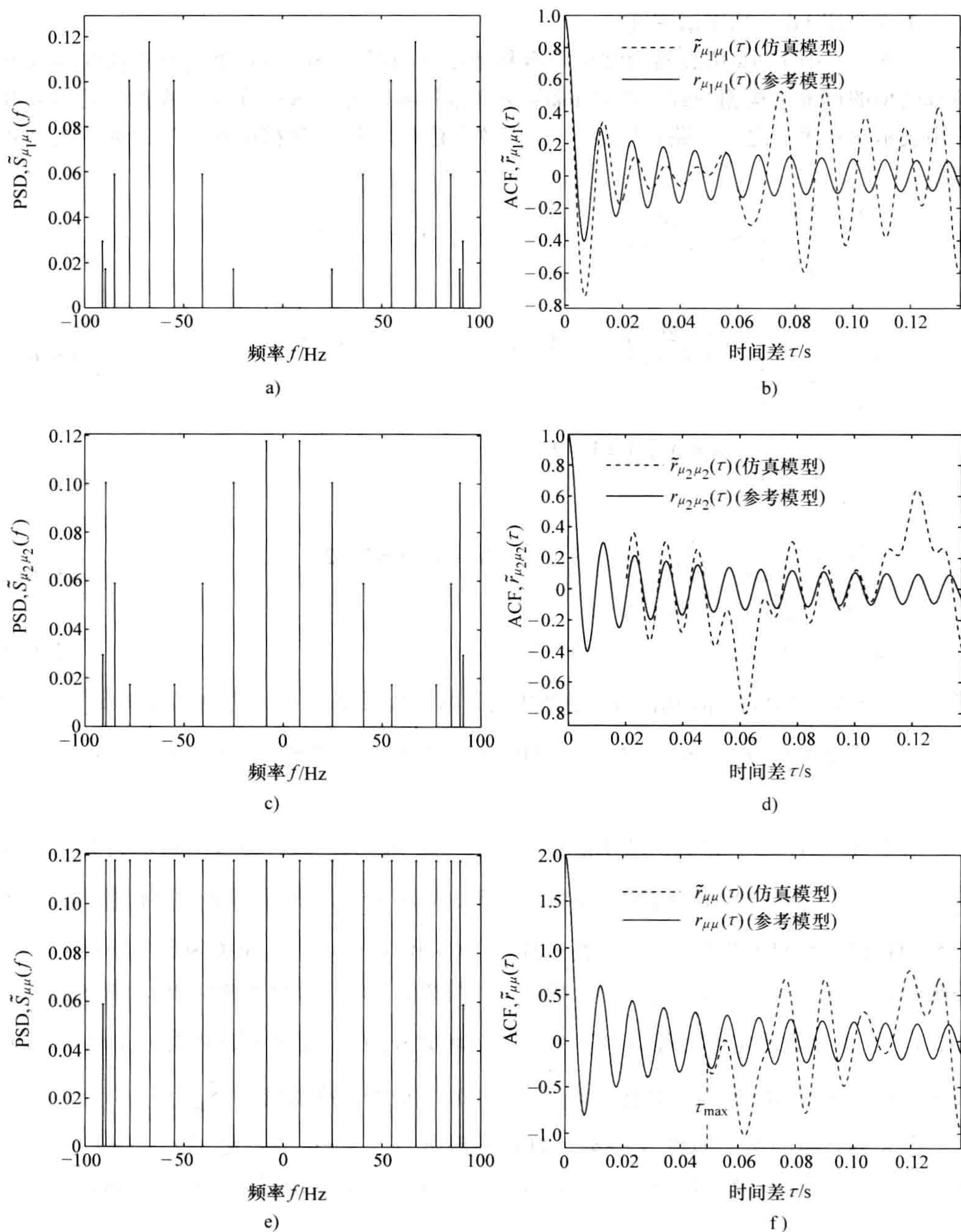


图 5.31　$N_1 = N_2 = 9$ 时的功率谱密度和相应的自相关函数

（JM，Jakes PSD，$f_{max} = 91\text{Hz}$，$\sigma_0^2 = 1$）

a）$\tilde{S}_{\mu_1\mu_1}(f)$　b）$\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau)$　c）$\tilde{S}_{\mu_2\mu_2}(f)$　d）$\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau)$　e）$\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$　f）$\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$

$$\int_0^{\pi/2} \cos(z\cos x)\cos(2nx)\,\mathrm{d}x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{2} J_{2n}(z) \tag{5.64}$$

之后，最后将以如下封闭形式给出[157]

$$\lim_{N_1\to\infty} \tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau) = \sigma_0^2 [J_0(2\pi f_{\max}\tau) - J_4(2\pi f_{\max}\tau)] \tag{5.65a}$$

和

$$\lim_{N_2\to\infty} \tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau) = \sigma_0^2 [J_0(2\pi f_{\max}\tau) + J_4(2\pi f_{\max}\tau)] \tag{5.65b}$$

因此，即使在取极限 $N_i \to \infty$ 之后，$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) \neq r_{\mu_i\mu_i}(\tau)\ (i=1,\ 2)$ 也成立。相反，当 $N_i \to \infty$ 时，复数确定性过程 $\tilde{\mu}(t) = \tilde{\mu}_1(t) + \mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 准确地趋于参考模型的自相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$。在将式（5.65a）和式（5.65b）代入一般公式［可由式（2.143）推导得到］

$$\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau) + \tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau) + \mathrm{j}(\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) - \tilde{r}_{\mu_2\mu_1}(\tau)) \tag{5.66}$$

之后利用关系 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_2\mu_1}(\tau)$（在这里是有效的，下面将看到），上述事实立刻就成为显然的。因此，注意到

$$\lim_{N_i\to\infty} \tilde{r}_{\mu\mu}(\tau) = r_{\mu\mu}(\tau) = 2\sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau) \tag{5.67}$$

成立。

另外，想找到在极限 $N_1 \to \infty$ 和 $N_2 \to \infty$ 时功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_1\mu_1}(f)$ 和 $\tilde{S}_{\mu_2\mu_2}(f)$ 分别趋于什么函数。因此，利用傅里叶变换，将式（5.65a）和式（5.65b）变换到谱域，并得到

$$\lim_{N_1\to\infty} \tilde{S}_{\mu_1\mu_1}(f) = \begin{cases} \sigma_0^2 \cdot \dfrac{1-\cos[4\arcsin(f/f_{\max})]}{\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}}, & |f| \leqslant f_{\max} \\ 0, & |f| > f_{\max} \end{cases} \tag{5.68a}$$

$$\lim_{N_2\to\infty} \tilde{S}_{\mu_2\mu_2}(f) = \begin{cases} \sigma_0^2 \cdot \dfrac{1+\cos[4\arcsin(f/f_{\max})]}{\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}}, & |f| \leqslant f_{\max} \\ 0, & |f| > f_{\max} \end{cases} \tag{5.68b}$$

推导上两式的一种替代方法是，首先将式（5.60）和式（5.61）代入式（4.18），之后当 $N_i \to \infty$ 时取极限。现在如果将式（5.68a）和式（5.68b）给出的结果代入到式（5.66）中自相关函数的傅里叶变换，那么得到预期的 Jakes 功率谱密度，即

$$\lim_{N_i\to\infty} \tilde{S}_{\mu\mu}(f) = S_{\mu\mu}(f) = \begin{cases} \dfrac{2\sigma_0^2}{\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}}, & |f| \leqslant f_{\max} \\ 0, & |f| > f_{\max} \end{cases} \tag{5.69}$$

结果是，随着 $N_i \to \infty$，得到 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f) \to S_{\mu\mu}(f)$，但不能得到 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f) \to S_{\mu_i\mu_i}(f)\ (i=1,\ 2)$。

为了形象地说明上面给出的结果，研究图 5.32，其中当极限 $N_i \to \infty$ 时，给出了功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_1\mu_1}(f)$、$\tilde{S}_{\mu_2\mu_2}(f)$ 和 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$ 以及相应的自相关函数。

当使用 Jakes 方法时，不得不考虑到确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 是相关的，因为

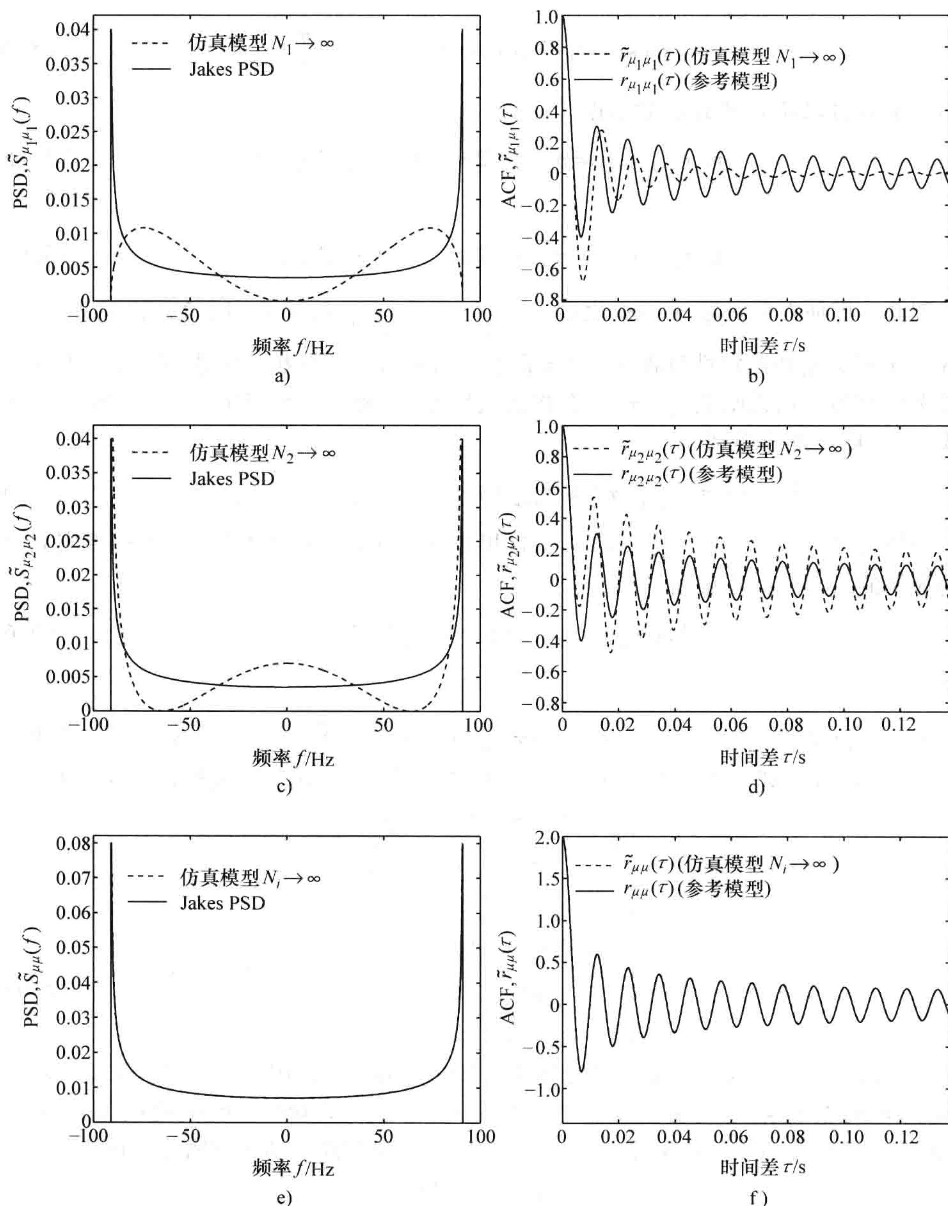


图 5.32　当 $N_1 \to \infty$ 和 $N_2 \to \infty$ 时的功率谱密度和相应的自相关函数

（JM，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

a）$\tilde{S}_{\mu_1\mu_1}(f)$　b）$\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau)$　c）$\tilde{S}_{\mu_2\mu_2}(f)$　d）$\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau)$　e）$\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$　f）$\tilde{r}_{\mu\mu}(f)$

依据式（5.61），对于所有 $n=1，2，\cdots，N_1(N_1=N_2)$，$f_{1,n}=f_{2,n}$成立。将式（5.60）~式（5.62）代入式（4.13）之后，发现交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 的如下表达式

$$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) = \frac{\sigma_0^2}{N_i - \frac{1}{2}}\left\{\sum_{n=1}^{N_i-1}\sin\left(\frac{2\pi n}{N_i - 1}\right)\cos\left[2\pi f_{\max}\cos\left(\frac{n\pi}{2N_i - 1}\right)\tau\right] + \frac{1}{2}\cos(2\pi f_{\max}\tau)\right\} \tag{5.70}$$

因为 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 是一个实数值的偶函数，通过使用式（2.108）可证明，$\tilde{r}_{\mu_2\mu_1}(\tau) = \tilde{r}^*_{\mu_1\mu_2}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 成立。图 5.33b 给出依据式（5.70）计算交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 形状的一种思路。相邻的图 5.33a 给出通过使用式（4.20）计算得到的相应交叉功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_1\mu_2}(f)$。通过选择 $N_1 = N_2 = 9$，得到这些图中所形象展示的结果。

可清晰地看到，在 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 之间存在强相关。在参考文献［158］中解决了这个问题，其中提出 Jakes 方法的一种修正，它本质上依据的是式（5.60）中路径增益 $c_{i,n}$ 的一种变化形式（alteration）。但是，这种变种仅保证 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 在原点 $\tau = 0$ 时为零。确保对于所有的 τ 值，$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) = 0$ 成立的唯一方法是，通过使用不相交集合 $\{f_{1,n}\}$ 和 $\{f_{2,n}\}$ 即 $\{f_{1,n}\} \cap \{f_{2,n}\} = \phi$ 来设计确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$。

当 $N_i \to \infty$ 时，交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 是否消失的问题，将在下面解决。因此，令式（5.70）中的 N_i 趋于无穷，该式给出积分

$$\lim_{N_i \to \infty} \tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) = \frac{2\sigma_0^2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\sin(4z)\cos(2\pi f_{\max}\tau\cos z)\,\mathrm{d}z \tag{5.71}$$

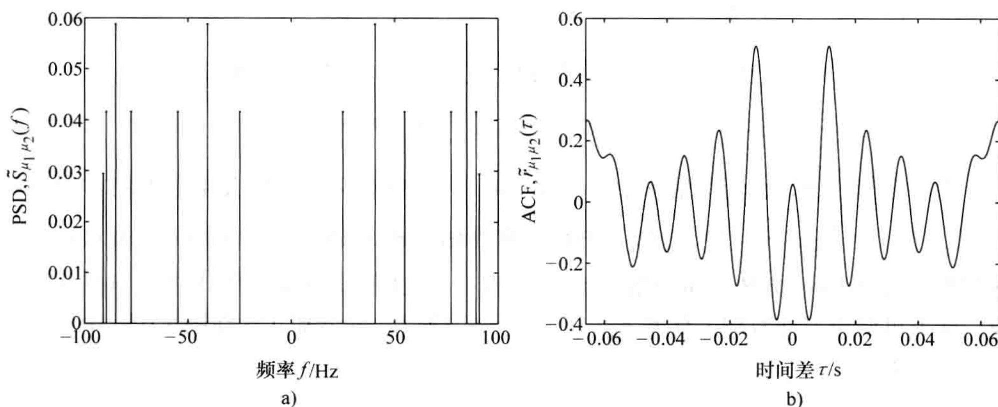


图 5.33　$N_1 = N_2 = 9$ 时的交叉功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_1\mu_1}(f)$ 和交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau)$（JM，Jakes PSD，$f_{\max} = 91\text{Hz}$，$\sigma_0^2 = 1$）

上式需要以数值方式求解。数值积分的结果如图 5.34b 所示。明显地，即使对于无穷数量 N_i 个正弦曲线，$\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 之间的相关性也没有消失。结果是，对于 $N_i \to \infty$，$\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau) \to r_{\mu_1\mu_1}(\tau)$ 不成立。

在极限 $N_i\to\infty$ 的情形中，在实施式（5.71）的傅里叶变换之后，得到交叉功率谱密度 $\widetilde{S}_{\mu_1\mu_1}(f)$ 的如下封闭形式的表达式

$$\lim_{N_i\to\infty}\widetilde{S}_{\mu_1\mu_2}(f)=\begin{cases}\sigma_0^2\cdot\dfrac{\sin[4\arccos(|f|/f_{\max})]}{\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}}, & |f|\leqslant f_{\max}\\ 0, & |f|>f_{\max}\end{cases}\tag{5.72}$$

该式的图形如图5.34a所示。Jakes 功率谱密度［见式（3.23）］在 $f=\pm f_{\max}$ 处为奇异的，与此相对，式（5.72）中的交叉功率谱密度在这些频率除去有限值 $4/(\pi f_{\max})$，即 $\widetilde{S}_{\mu_1\mu_2}(\pm f_{\max})=4/(\pi f_{\max})$ 成立，l'Hôpital 规则[159]可容易地证明这一点。

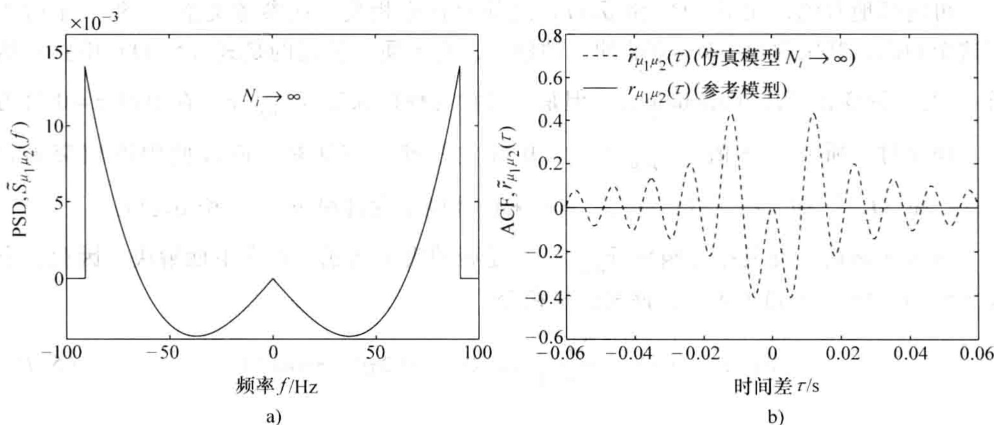


图5.34　$N_i\to\infty$ 时的交叉功率谱密度 $\widetilde{S}_{\mu_1\mu_2}(f)$ 和交叉相关函数 $\widetilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$

（JM，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

出于方便考虑，在当前情形中，在式（4.128）中定义的自相关函数的均方误差将就 $\widetilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau)$、$\widetilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau)$ 和 $\widetilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 进行计算评估。图5.35a给出的是以 N_i 表示所得到的结果。使用Jakes方法，路径增益 $c_{i,n}$ 与（准-）最优量 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$ 的差异是非常大的。这不可避免地导致均方误差 $E_{p_{\mu_i}}$［见式（4.127）］的增加，这在图5.35b中可清晰地分辨出来。

对于Jakes方法，有 $N_1=N_2$ 和 $f_{1,n}=f_{2,n}$，$\forall n=1,2,\cdots,N_1(N_2)$。另外，对于几乎所有 $n=1,2,\cdots,N_1(N_2)$，$c_{1,n}\neq c_{2,n}$ 仍然成立。结果是，对于任何给定数量 N_i 的正弦曲线，模型误差 $\Delta\beta_1$ 和 $\Delta\beta_2$ 是不同的。为了形象地说明这个事实，考虑图5.36，其中模型相对误差 $\Delta\beta_1/\beta$ 和 $\Delta\beta_2/\beta$ 是作为 N_i 的一个函数给出的。

由于 $\Delta\beta_1\neq\Delta\beta_2$，必须使用式（3.D.13）计算水平通过率 $\widetilde{N}_\xi(r)$，其中 β_1 和 β_2 必须分别以 $\widetilde{\beta}_1=\beta+\Delta\beta_1$ 和 $\widetilde{\beta}_2=\beta+\Delta\beta_2$ 加以替换。对于 $\widetilde{\mu}_1(t)$ 和 $\widetilde{\mu}_2(t)$ 相关的一般情形而言，回顾一下，水平通过率 $\widetilde{N}_\xi(r)$ 也取决于 $\dot{\widetilde{r}}_{\mu_1\mu_2}(0)$ 和 $\ddot{\widetilde{r}}_{\mu_1\mu_2}(0)$。因为直接由式

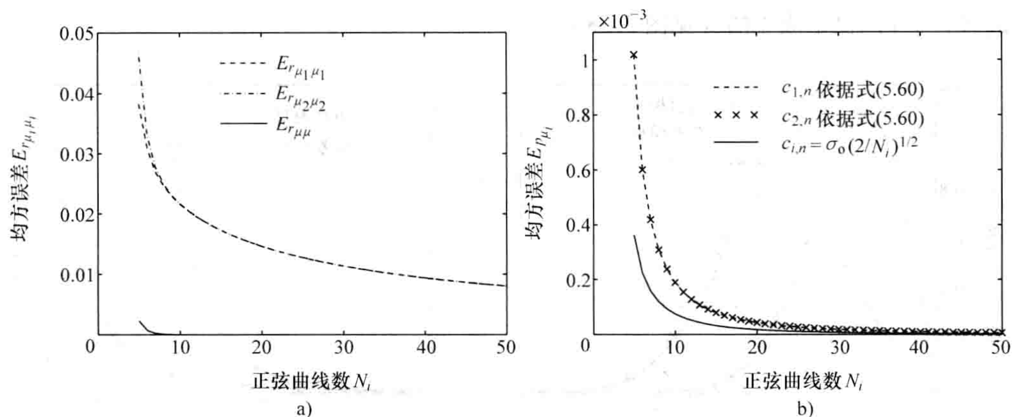


图 5.35　$\tau_{max}=N_i/(2f_{max})$ 时的均方误差 $E_{r_{\mu_1\mu_1}}$、$E_{r_{\mu_2\mu_2}}$ 和 $E_{r_{\mu\mu}}$ 及均方误差 $E_{p_{\mu_i}}$

（JM，Jakes PSD，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

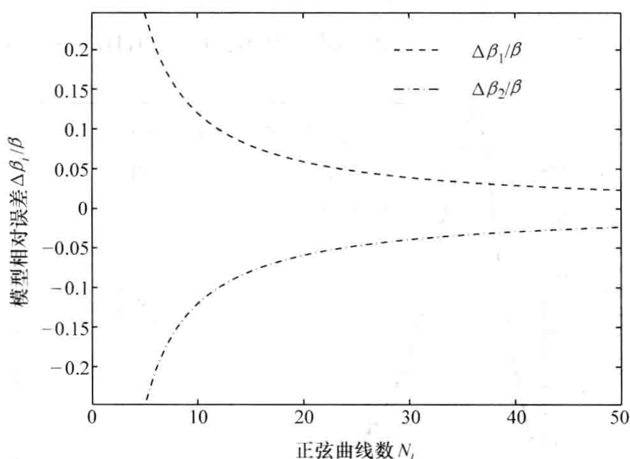


图 5.36　模型相对误差 $\Delta\beta_1/\beta$ 和 $\Delta\beta_2/\beta$

（JM，Jakes PSD，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

(5.70) 得到 $\dot{\tilde{r}}_{\mu_1\mu_2}(0)$ 等于0，进而因为 $\ddot{\tilde{r}}_{\mu_1\mu_2}(0)$ 对 $\tilde{N}_\xi(r)$ 的影响非常小，这种依赖关系可以忽略，这里将忽略。通过选择 $N_1=N_2=9$，图 5.37a 给出对 $N_\xi(r)/f_{max}$ 和 $\tilde{N}_\xi(r)/f_{max}$ 的分析结果。另外这幅图也给出了相应的仿真结果，非常好地匹配 $N_\xi(r)/f_{max}$ 和 $\tilde{N}_\xi(r)/f_{max}$ 的理论结果。

当使用 Jakes 方法时，看来自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 和 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 之间的相对较大偏差以及非零交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 对 $\tilde{N}_\xi(r)$ 没有重大的负面影响。顺便提一下，在低信号水平 r 处，这对衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$（见图 5.37b）和衰落间隔 τ_- 的概率密度函数

$\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;r)$ 也是成立的（见图5.38）。

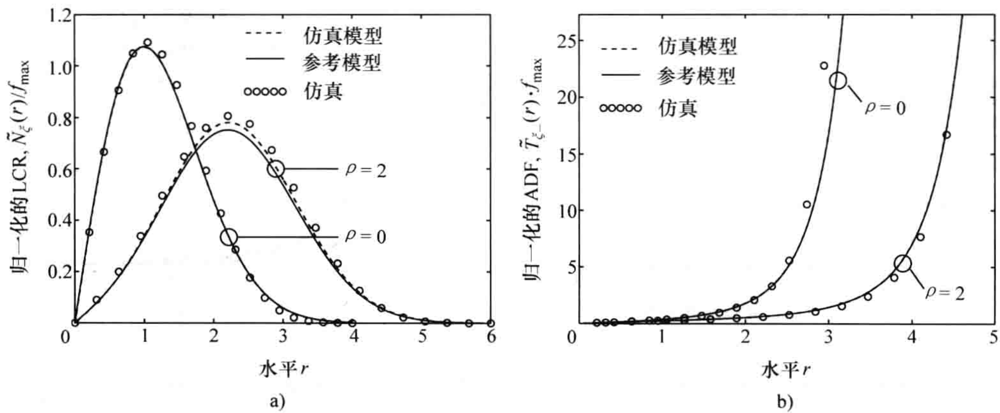


图5.37　$N_1=N_2=9$ 时的归一化水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)/f_{\max}$ 和归一化的衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)\cdot f_{\max}$（JM，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

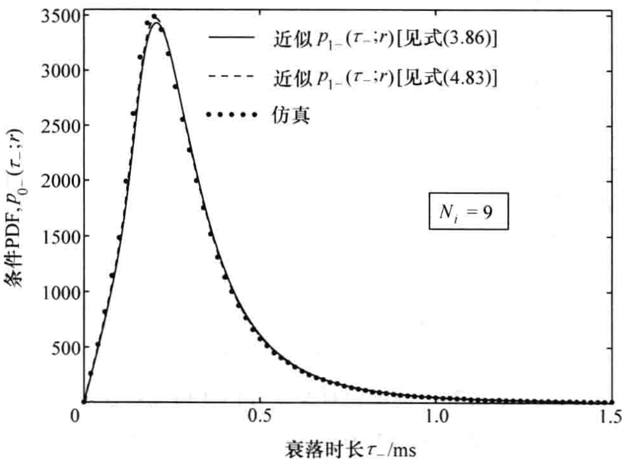


图5.38　在信号水平 $r=0.1$ 处衰落间隔 τ_- 的概率密度函数 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;r)$（JM，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

这项观察不应该误导得出这样的结论，即交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 对 $\tilde{N}_\xi(r)$ 和 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 一般而言是可忽略的。就其影响是否可被忽略，它取决于交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 的特定类型。在第6章，将看到，存在某些类型的交叉相关函数，它们不仅影响信号包络的较高阶统计性质，而且影响概率密度函数。采用这种方法，较大地增加移动衰落信道模型的灵活性就是可能的。

总之，可以说，Jakes 方法的主要劣势在非零交叉相关函数中是看不出来的，它在于这样的事实，即对于有限数量的 N_i 个正弦曲线，确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 不能最优地得到高斯分布（见图 5.35b）。因为性能损失不是非常显著的，且可容易地通过正弦曲线数 N_i 的微小增加而得以补偿，所以得出结论，总之，Jakes 方法非常适合于对式(3.23) 中经典多普勒功率谱密度所描述的瑞利过程和莱斯过程进行建模，前提条件是为正弦曲线数 N_i 所选的值要大于或等于 9[157]。最后，也应该指出，参考文献［160，161］中描述了 Jakes 方法在信号处理器上的一种实现技术。

5.1.6 L_p 范数方法

L_p 范数方法（LPNM）基于这样的思路，即集合 $\{c_{i,n}\}$ 和 $\{f_{i,n}\}$ 的确定条件为，对于给定数量的 N_i 个正弦曲线，满足如下两个假定[96,149]：

1）对于 L_p 范数

$$E_{p_{\mu_i}}^{(p)} := \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} | p_{\mu_i}(x) - \tilde{p}_{\mu_i}(x) |^p \mathrm{d}x \right\}^{1/p}, p = 1,2,\cdots \tag{5.73}$$

确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 将是随机过程 $\mu_i(t)$ 之高斯分布 $p_{\mu_i}(x)$ 的一个最优近似。

2）对于 L_p 范数

$$E_{r_{\mu_i\mu_i}}^{(p)} := \left\{ \frac{1}{\tau_{\max}} \int_{0}^{\tau_{\max}} | r_{\mu_i\mu_i}(\tau) - \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) |^p \mathrm{d}\tau \right\}^{1/p}, p = 1,2,\cdots \tag{5.74}$$

确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 将尽可能近地拟合随机过程 $\mu_i(t)$ 的一个给定（期望）的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，其中 $\tau_{\max}$ 同样定义为一个合适的时间滞后（time-lag）区间［0，$\tau_{\max}$］，人们关注的是该区间上 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的近似。

首先将关注点放在假定 1）。式（4.41）论述，$\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 仅取决于正弦曲线数 N_i 和路径增益 $c_{i,n}$，据此应该提出如下问题：对路径增益集合 $\{c_{i,n}\}$，存在一个最优解，满足 L_p 范数 $E_{p_{\mu_i}}^{(p)}$ 最小吗？为了寻求回答这个问题，首先将式（4.41）和式（4.43）代入到式（5.73），之后进行路径增益 $c_{i,n}$ 的数值优化，从而使 $E_{p_{\mu_i}}^{(p)}$ 变得最小。作为一个合适的数字优化技术，Fletcher-Powell 算法[162]特别适合于求解这类问题。在式（5.73）的最小化之后，优化的路径增益 $c_{i,n} = c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}$ 就可用于实现确定性仿真模型。图 5.39a 给出通过使用优化后 $c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}$ 得到的概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$。通过为路径增益选择合适的起点值，合适地回退到（fall back to）$c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{2/N_i}$。为了对得到的结果进行较好的评估，通过使用起点值 $c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{2/N_i}$（也可参见图 4.4a）得到的概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$，同样在图 5.39b 中给出。

比图 5.39a 和图 5.39b 的比较更加具有表达性的是图 5.40 所示的结果，其中给出了 $c_{i,n} = c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}$ 和 $c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{2/N_i}$ 的均方误差 $E_{p_{\mu_i}}$［见式（4.46）］。人们可清晰地认识到，

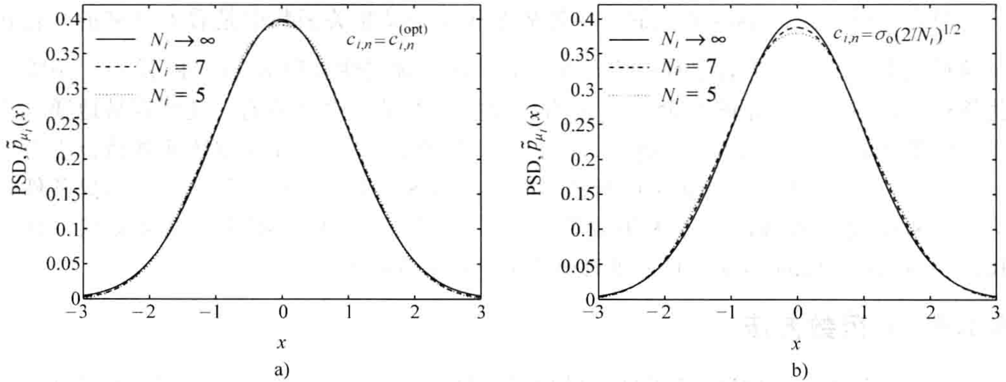


图5.39 通过使用 $c_{i,n}=c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}$ 和 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$ （$\sigma_0^2=1$）得到 $N_i\in\{5, 7, \infty\}$ 时的概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$

如果正弦曲线数 N_i增加，则优化的益处随之严格单调减小。

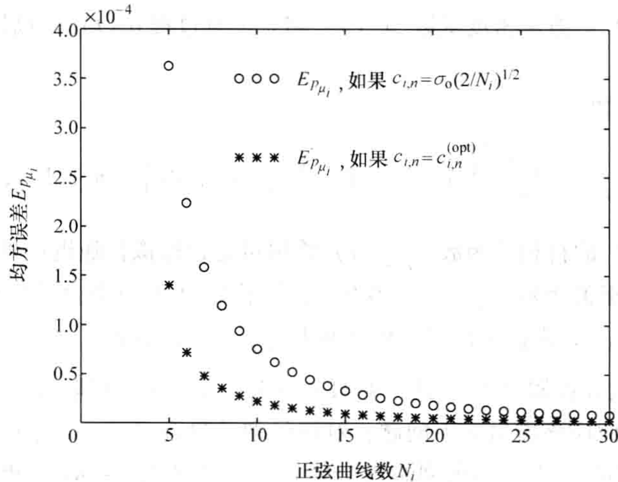


图5.40 $\sigma_0^2=1$ 时 $c_{i,n}=c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}$ （＊＊＊）和 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$ （ooo）情况下的均方误差 $E_{p_{\mu_i}}$

也值得提到的是，在式（5.73）的最小化之后，所有优化得到的路径增益 $c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}$ 事实上是等同的（由于中心极限定理）。但对于有限数量 N_i个正弦曲线，它们总是小于预设的初始值，即 $c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}<\sigma_0\sqrt{2/N_i}$，$\forall N_i=1, 2, \cdots$。因为优化后的路径增益 $c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}$ 是相同的（甚至当选择任意初始值时都是这种情况），则式（5.73）中的 L_p 范数在 $c_{i,n}=c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}$ 处具有一个全局最小值就是可行的，由此路径增益 $c_{i,n}=c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}$ 是最优的。对于 N_i的有限值，也可考虑由于 $c_{i,n}=c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}<\sigma_0\sqrt{2/N_i}$，确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值功率总是小于随机过程 $\mu_i(t)$ 的方差，即 $\tilde{\sigma}_0^2<\sigma_0^2$成立。这可通过考虑图5.41加以实现。

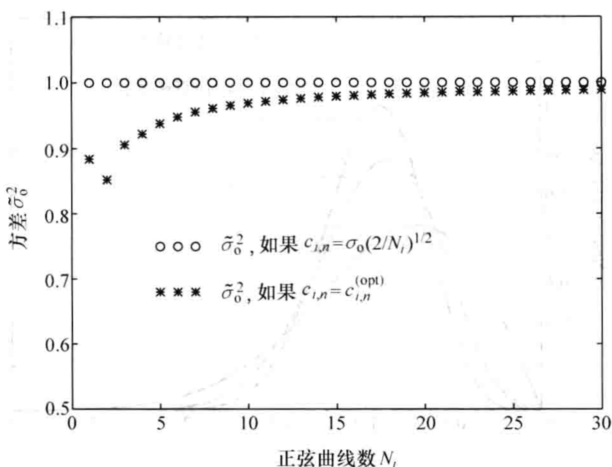


图 5.41　满足 $\sigma_0^2=1$ 的 $c_{i,n}=c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}$ （＊＊＊）和 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$ (ooo) 时确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值功率 $\tilde{\sigma}_0^2$

明显地，这里要找到 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)\approx p_{\mu_i}(x)$ 和 $\tilde{\sigma}_0^2\approx\sigma_0^2$ 可获得近似准确度之间的折中。尝试避免这项折中，方法是将由 $\tilde{\sigma}_0^2=\sigma_0^2$ 定义的所谓功率约束作用到仿真模型上。之后，必须优化前 N_i-1 个路径增益，且剩下的参数 c_{i,N_i} 可这样确定，使作用的功率约束 $\tilde{\sigma}_0^2=\sigma_0^2$ 总是得到满足。在这种情形中，对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i$，优化得到 $c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$。因此，通过在参数设计中包括功率约束 $\tilde{\sigma}_0^2=\sigma_0^2$，仅当路径增益 $c_{i,n}$ 由 $c_{i,n}=c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$ 给定时，任意数量 N_i 个正弦曲线的高斯分布 $p_{\mu_i}(x)$ 的优化近似才是可能的。因此，当对高斯随机过程和从这些过程派生的其他过程（如瑞利过程、莱斯过程和对数正态过程）时，将通常在下面利用关系式 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$。

对于一般不是由高斯分布派生的概率密度函数［如式（2.58）引入的 Nakagami-m 分布］的近似而言，所建议的方法仍然是非常有用的和有益的。Nakagami-m 分布比频繁使用的瑞利分布或莱斯分布都更加灵活，并经常支持由试验测量结果得到的概率密度函数的更逼近匹配[26]。

为了能够确定路径增益集合 $\{c_{i,n}\}$，从而使确定性仿真模型的概率密度函数逼近 Nakagami-m 分布，以前面描述的有关正态分布类似的一种方式进行路径增益的优化。唯一区别是，在式（5.73）中必须以 Nakagami-m 分布 $p_\omega(z)$［见式（2.58）］替换高斯分布 $p_{\mu_i}(x)$、以式（4.57）给出的 $\tilde{p}_\xi(z)$ 替换 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$。针对参数 m 各种数值得到的一些优化结果如图 5.42 所示，其中在所有情形中使用了 $N_1=N_2=10$ 条正弦曲线。

在参考文献［163，164］中可找到 Nakagami 衰落信道推导和仿真的更多细节。在参考文献［165］中首次发表了 Nakagami 过程之水平通过率和衰落平均时长的分析结果。

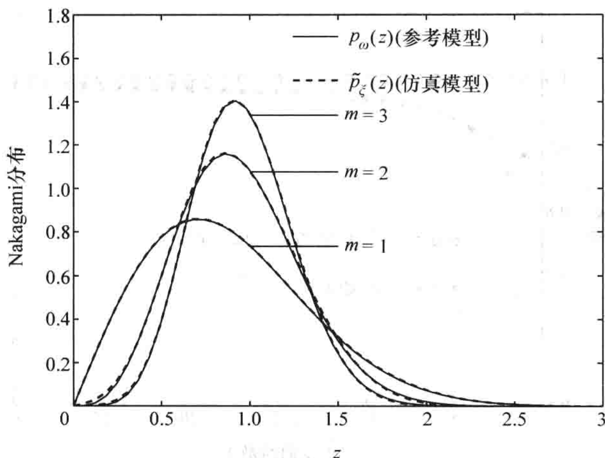


图5.42　通过使用确定性过程在 $N_1=N_2=10$（$\Omega=1$）时 Nakagami-m 分布的近似

在参考文献［38］中，对于在900MHz频率范围中真实世界移动无线信道的概率密度函数的近似，建议采用Weibull分布。如大家所知的，Weibull分布可采用一个均匀分布的随机变量的非线性变换加以推导得到[166]。因为均匀分布可从两个高斯分布的随机变量的进一步非线性变换确定[166]，则对Weibull分布建模的问题由此就简化为对高斯随机过程建模的问题，而这已经讨论过。因此，不期望从这个问题的进一步分析中得到任何本质的新发现。

现在考虑假定2）［见式（5.74）］。依据式（4.11），自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 取决于路径增益 $c_{i,n}$ 和离散多普勒频率 $f_{i,n}$。因为路径增益 $c_{i,n}$ 已经确定，从而确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 尽可能好地逼近随机过程 $\mu_i(t)$ 的高斯分布 $p_{\mu_i}(x)$，仅有离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 可用于式（5.74）定义的 L_p 范数 $E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 的最小化。现在可优化离散多普勒频率 $f_{i,n}$，如采用Fletcher-Powell算法，从而 $E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 变得尽可能小，因此，确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 在区间［0，$\tau_{\max}$］逼近随机过程 $\mu_i(t)$ 的给定自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。一般而言，不能保证Fletcher-Powell算法（像任何适合这个问题的其他优化算法一样）找到 $E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 的全局最小值，所以在多数情形中，不得不满足于一个局部最小值。这个性质，在第一眼看来似乎是一项缺陷，但可容易地转换为一项优势，如果考虑到各个局部最小得到离散多普勒频率的各种集合 $\{f_{i,n}\}$ 的话。对于不相关确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的生成，因此不再受限于以前的传统条件 $N_2:=N_1+1$，因为现在可保证 $N_1=N_2$ 时，过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 也是不相关的。但是，后一性质可类似地以如下两种方法得到：一种是采用参数 p 的不同值进行优化，第二种是使用离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 的不同初始值。当将这种概念应用到设计多个不相关瑞利衰落波形的问题时，它就释放了其全部潜能。

下面将 L_p 范数方法应用到 Jakes 功率谱密度和高斯功率谱密度。当考虑到功率约束 $\tilde{\sigma}_0^2=\sigma_0^2$ 时，假定 1）已由 $c_{i,n}=c_{i,n}^{(\text{opt})}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$ 满足，因此仅有假定 2）需要比较详细地加以深入研究。

1. Jakes 功率谱密度

通过将式（3.25）和式（4.11）代入式（5.74），在 L_p 范数 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}^{(p)}$ 的数值最小化之后，得到离散多普勒频率的一个最优集合 $\{f_{i,n}^{(\text{opt})}\}$。多普勒频率 $f_{i,n}$ 的合适初始值（如量 $f_{i,n}=f_{\max}\sin[n\pi/(2N_i)]$，$\forall n=1, 2, \cdots, N_i(i=1, 2)$）是通过使用等面积法推导得到的。对于 Jakes 功率谱密度，式（5.74）中积分的上限是由关系式 $\tau_{\max}=N_i/(2f_{\max})$ 给出的，从 5.1.1 节已经知道这一点。下面所有的优化结果都是基于 $p=2$ 时的 L_p 范数 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}^{(p)}$。

一般来说，这里不能就最大公因子 $F_i=\gcd\{f_{i,n}^{(\text{opt})}\}_{n=1}^{N_i}$ 做出任何有效论断。但是，数值研究已经证明，F_i 通常为零，或至少极其微小。因此，采用 L_p 范数方法设计的确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 是非周期的或准-非周期的。对于时间平均 $\tilde{m}_{\mu_i}$ 和均值功率 $\tilde{\sigma}_{\mu_i}^2$ 同样分别得到关系式 $\tilde{m}_{\mu_i}=m_{\mu_i}=0$ 和 $\tilde{\sigma}_{\mu_i}^2=\sigma_0^2$。

对于前面的方法，使用范例 $N_i=25$ 评估计算得到的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 和自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，其结果分别如图 5.43a 和图 5.43b 所示。

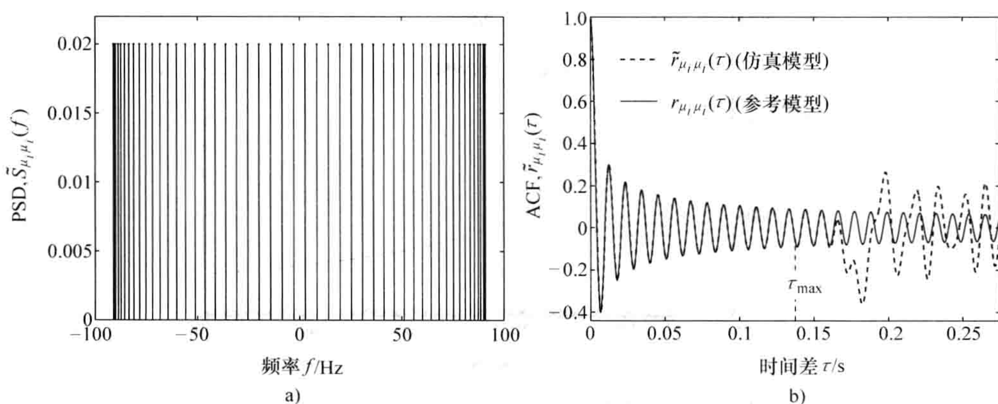


图 5.43　$N_i=25$ 时的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 和自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$

（LPNM，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

因为路径增益 $c_{i,n}$ 被选作 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$，所以得到均方误差 $E_{p_{\mu_i}}$［见式（4.127）］的图形如图 5.14b 所示。对 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$［见式（4.128）］计算评估得到的结果如图 5.44 所示，其中也包含了应用等面积法得到的相应图形。

为了计算模型误差 $\Delta\beta_i=\tilde{\beta}_i-\beta$，必须计算评估 $c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$ 和 $f_{i,n}=f_{i,n}^{(\text{opt})}$ 时的表达

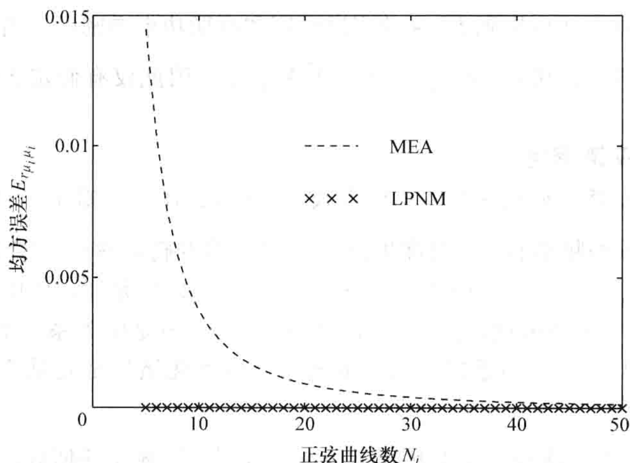


图5.44　均方误差$E_{r_{\mu_i\mu_i}}$（LPNM，Jakes PSD，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$，$\tau_{max}=N_i/(2f_{max})$）

式（4.29）。为了与等面积法比较，则得到模型相对误差$\Delta\beta_i/\beta$的图形，如图5.45所示。

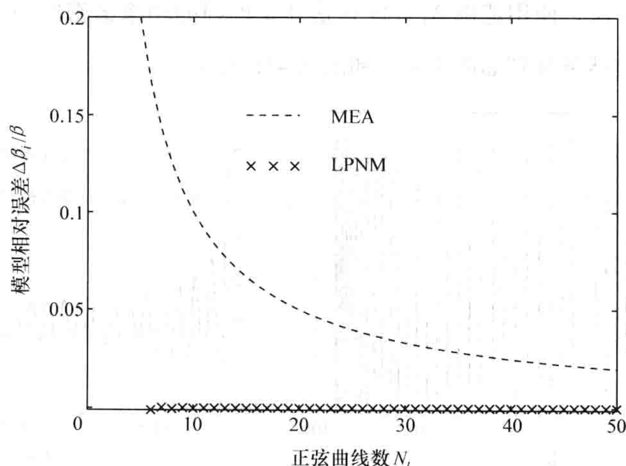


图5.45　模型相对误差$\Delta\beta_i/\beta$（LPNM，Jakes PSD）

与5.1.3节所述的相同方式，进行了水平通过率和衰落平均时长的仿真。出于一致性的原因，这里同样为二元组（N_1，N_2）选择数对（10，11）。归一化的水平通过率$\tilde{N}_\xi(r)/f_{max}$和归一化的衰落平均时长$\tilde{T}_{\xi_-}(r)\cdot f_{max}$的仿真结果形象化地分别示于图5.46a和图5.46b。得到的参考模型和仿真模型的分析结果也示于这些图中。因为对于$N_1=10$和$N_2=11$这两种情形，模型相对误差$\Delta\beta_1$和$\Delta\beta_2$都极小，所以在给出的图中各曲线是相互不可区分出来的。

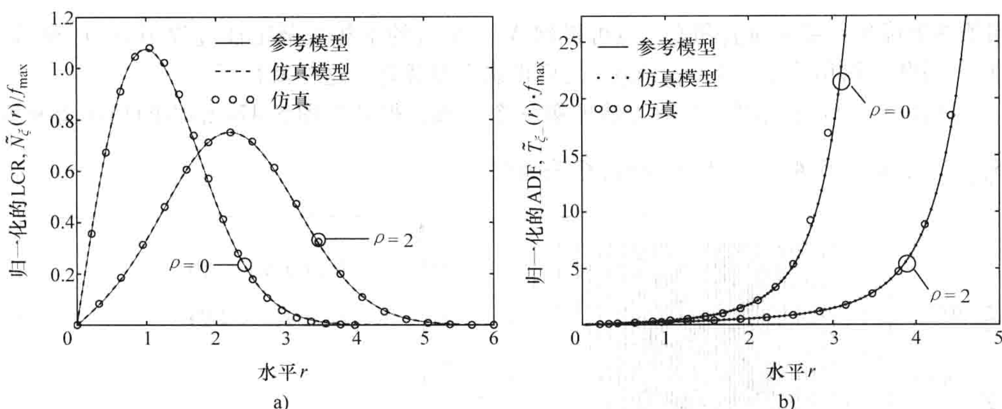


图5.46　$N_1=10$，$N_2=11$时归一化的水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)/f_{max}$和归一化的衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)\cdot f_{max}$（LPNM，Jakes PSD，$f_{max}=91$Hz，$\sigma_0^2=1$）

2. 高斯功率谱密度

前面用于确定性过程模型参数确定的分析方法已经使这样的情形非常明朗，即高斯功率谱密度比Jakes功率谱密度导致更严重的问题。在本小节，说明如何通过使用L_p范数方法克服这些问题。因此，完全地利用这种方法提供的自由度。总之，这带来了L_p范数方法的三个基本变形。下面将简短地描述这些变形，之后分析它们的性能。

（1）L_p范数方法的第一个变形（LPNM Ⅰ）

在第一个变形中，路径增益$c_{i,n}$同样依据方程$c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{2/N_i}$进行计算（对于所有的$n=1,2,\cdots,N_i$），而离散多普勒频率则对$n=1,2,\cdots,N_i-1$以如下方式进行优化，即使得$L_p$范数$E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}$［见式（5.74）］得到一个（局部）最小值，即

$$E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}(\boldsymbol{f}_i)=\text{Min!} \tag{5.75}$$

式中，$\boldsymbol{f}_i$代表参数向量$\boldsymbol{f}_i=(f_{i,1},f_{i,2}\cdots,f_{i,N_i-1})^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{N_i-1}$。参数向量$\boldsymbol{f}_i$各分量应为正数的约束等边界条件，是不需要作用于该过程的，原因是高斯功率谱密度是对称的。剩下的离散多普勒频率f_{i,N_i}定义为

$$f_{i,N_i}:=\sqrt{\frac{\beta N_i}{(2\pi\sigma_0)^2}-\sum_{n=1}^{N_i-1}f_{i,n}^2} \tag{5.76}$$

从而以一种简单的方式保证，对于所有选中的$N_i=1,2,\cdots$（$i=1,2$）值，模型误差$\Delta\beta_i$总为零。采用相应的量β，当处理Jakes功率谱密度（或任何其他给定的功率谱密度）时，当然会利用这种可能性。所涉及离散多普勒频率优化的合适初始值是利用等面积法（参见5.1.3节）找到的那些量。对于L_p范数$E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}$的计算评估，将讨论限制在$p=2$的情形，对我们而言就足够了。关于L_p范数$E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}$中的参数τ_{max}，还是利用$\kappa_c=2\sqrt{2/\ln2}$和$f_c=\sqrt{\ln2}f_{max}$时的关系式$\tau_{max}=N_i/(2\kappa_c f_c)$，这在前面都应用好几次了。对于$F_i$、$\tilde{m}_{\mu_i}$和$\tilde{\sigma}^2_{\mu_i}$，在当前情形中，对Jakes功率谱密度所做的论断仍然有效。通过在不

同条件下优化参数向量$\boldsymbol{f}_1$和$\boldsymbol{f}_2$，也可得到$N_1=N_2$时的不相关确定性过程$\tilde{\mu}_1(t)$和$\tilde{\mu}_2(t)$。因此，稍稍改变一下τ_{max}或p，之后再次重复优化，这样就行了。

选择$N_i=25$并利用L_p范数方法的第一个变形，得到如图5.47a给出的功率谱密度$\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$，而图5.47b给出相应的自相关函数$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。

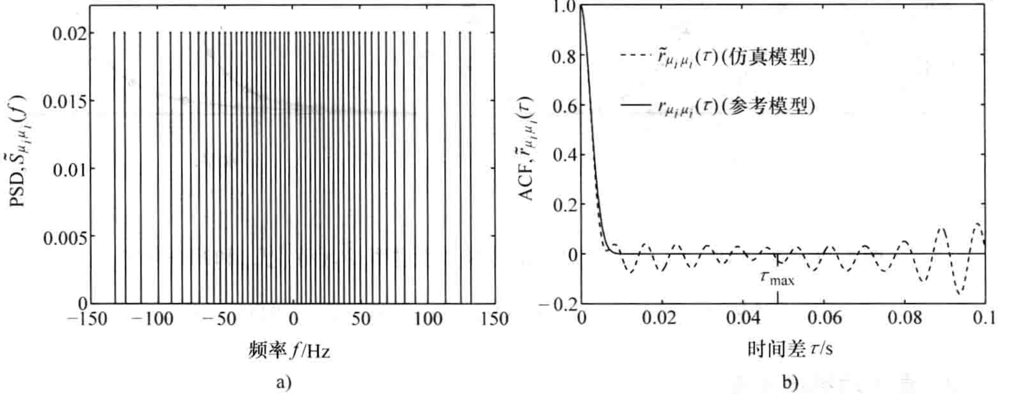


图5.47　$N_i=25$时的功率谱密度$\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$和自相关函数$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$

（LPNM Ⅰ，高斯PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{max}$，$f_{max}=91$Hz，$\sigma_0^2=1$）

（2）L_p范数方法的第二种变形（LPNM Ⅱ）

利用L_p范数方法的第二种变形，目的是拟合自相关函数$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，在区间$[0,\tau_{max}]$内以比使用LPNM Ⅰ所可能得到的要更逼近$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。因此，将确定$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$形状的所有参数组合成参数向量$\boldsymbol{c}_i=(c_{i,1},c_{i,2}\cdots,c_{i,N_i})^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{N_i}$和$\boldsymbol{f}_i=(f_{i,1},f_{i,2}\cdots,f_{i,N_i})^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{N_i}$。现在，任务实际上是以使$L_p$范数$E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}$变得最小的方式来优化参数向量$\boldsymbol{c}_i$和$\boldsymbol{f}_i$，即

$$E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}(\boldsymbol{c}_i,\boldsymbol{f}_i)=\mathrm{Min!} \tag{5.77}$$

在这种情形中，同样不需要对参数向量$\boldsymbol{c}_i$和$\boldsymbol{f}_i$施加任何边界条件。

图5.48a给出得到的功率谱密度$\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$的一个例子，其中同样选择$N_i=25$。另外，图5.48b给出相应的自相关函数$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$的图形。

如果没有注意到$\tau\in[0,\tau_{max}]$时的近似$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)\approx\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$是令人意外地非常好，就有点不合理了。但是，为了得到这项益处，不得不接受一些劣势。由此，如功率约束$\tilde{\sigma}^2_{\mu_i}=\sigma_0^2$仅是近似得以满足的；除此之外，模型误差$\Delta\beta_i$不等于零。一般而言，所得到的近似$\tilde{\sigma}^2_{\mu_i}\approx\sigma_0^2$和$\tilde{\beta}_i\approx\beta$或$\Delta\beta_i\approx0$仍然是非常好的，且对多数实际应用是绝对足够的。但是，应该被看作严重的一个问题，是针对LPNM Ⅱ情形发生在优化路径增益$c_{i,n}$时的问题。这个问题导致的概率密度函数$\tilde{p}_{\mu_i}(x)$的性能降低，将在下面进一步讨论。此时，提一下所有这些劣势均可采用第三种变形加以避免就足够了。

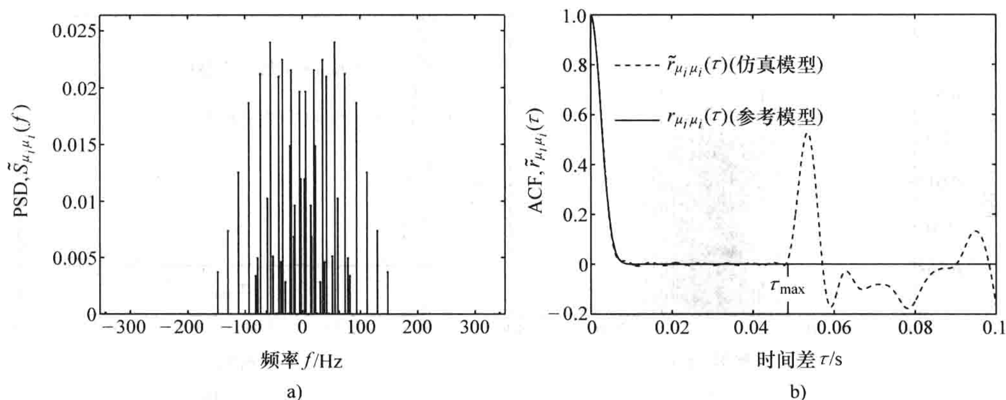


图 5.48 $N_i = 25$ 时的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 和自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$

（LPNM Ⅱ，高斯 PSD，$f_c = \sqrt{\ln 2} f_{\max}$，$f_{\max} = 91\text{Hz}$，$\sigma_0^2 = 1$）

（3）L_p范数方法的第三种变形（LPNM Ⅲ）

第三种变形的目标是优化自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 和概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$。适合这个意图的一个误差函数具有形式

$$E^{(p)}(\boldsymbol{c}_i, \boldsymbol{f}_i) = W_1 \cdot E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}(\boldsymbol{c}_i, \boldsymbol{f}_i) + W_2 \cdot E^{(p)}_{p_{\mu_i}}(\boldsymbol{c}_i) \tag{5.78}$$

式中，$E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}(\cdot)$ 和 $E^{(p)}_{p_{\mu_i}}(\cdot)$ 分别表示式（5.74）和式（5.73）引入的 L_p范数。W_1和 W_2是合适的加权因子，在后面将分别由 $W_1 = 1/4$ 和 $W_2 = 3/4$ 定义。为了保证边界条件 $\tilde{\sigma}^2_{\mu_i} = \sigma_0^2$和 $\tilde{\beta}_i = \beta$ 现在是准确地得以满足的，定义参数向量 $\boldsymbol{c}_i$和 $\boldsymbol{f}_i$分别为

$$\boldsymbol{c}_i = (c_{i,1}, c_{i,2} \cdots, c_{i,N_i-1})^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^{N_i-1} \tag{5.79a}$$

和

$$\boldsymbol{f}_i = (f_{i,1}, f_{i,2} \cdots, f_{i,N_i-1})^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^{N_i-1} \tag{5.79b}$$

并计算剩下的模型参数 c_{i,N_i}和 f_{i,N_i}如下：

$$c_{i,N_i} = \sqrt{2\sigma_0^2 - \sum_{n=1}^{N_i-1} c_{i,n}^2} \tag{5.80a}$$

$$f_{i,N_i} = \frac{1}{c_{i,N_i}} \sqrt{\frac{\beta}{2\pi^2} - \sum_{n=1}^{N_i-1} (c_{i,n} f_{i,n})^2} \tag{5.80b}$$

式中，$\beta = -\ddot{\tilde{r}}_{\mu_i\mu_i}(0) = 2(\pi f_c \sigma_0)^2/\ln 2$（$i = 1, 2$）。现在对于 $N_1 = N_2$，确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 之间的相关性可采用如下方法避免，方法是对于 $i = 1$ 和 $i = 2$ 以相应 L_p范数 $E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E^{(p)}_{p_{\mu_i}}$ 的不同加权因子对式（5.78）中的误差函数实施最小化。

和在前面的例子中一样，选择 $N_i = 25$，并观察得到的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 如图 5.49a 所示。相应的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 如图 5.49b 所示。

最后分析 L_p范数方法这三种变形的性能。这里，特别关注于均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E_{p_{\mu_i}}$

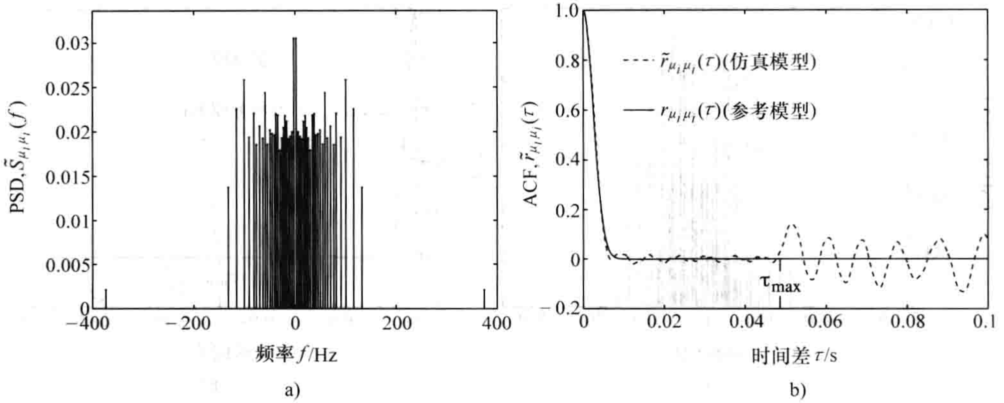


图5.49 $N_i=25$ 的功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 和自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$
（LPNM Ⅲ，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{max}$，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

[见式（4.128）和式（4.127）]，这两者作为 N_i 的一个函数分别如图5.50a 和图5.50b 所示。对于初始值，在所有情形中被优化的参数都是采用等面积方法计算得到的。当研究图5.50a 时，引人注目的是，如果在优化过程中包括离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 和路径增益（这是 LPNM Ⅱ和Ⅲ的目标），则 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)\approx\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的近似质量得以显著改善。应该指出的是，在这里介绍的 L_p 范数方法的三种变形中，LPNM Ⅰ实际上具有最大的均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$（见图5.50a），而另一方面其均方误差 $E_{p_{\mu_i}}$（见图5.50b）却最小。准确地说，相反的论断对 LPNM Ⅱ是成立的。仅有 LPNM Ⅲ为寻找误差范数 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E_{p_{\mu_i}}$ 最小化之间良好的折中提供了一种经过证明的方法。通过对式（5.78）中加权因子的有技巧的选择，这种方法总是可以这样一种方式支持 $E^{(p)}_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 的最小化，即不必接受有关误差范数

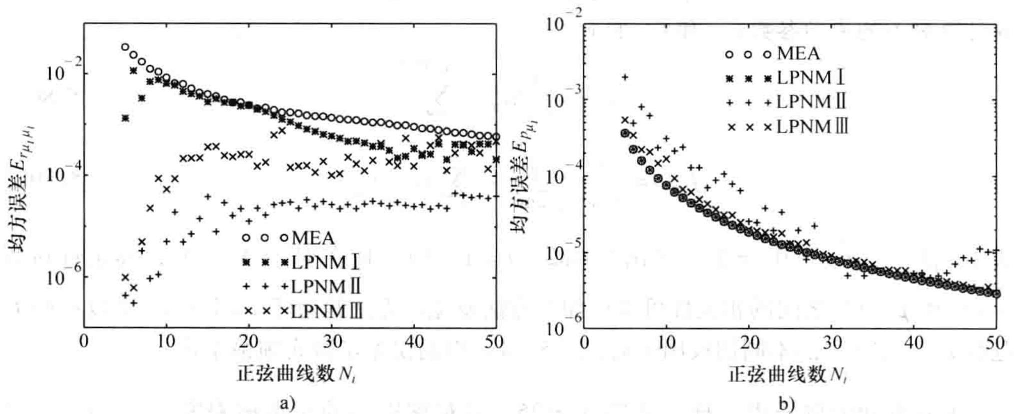


图5.50 均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 和 $E_{p_{\mu_i}}$（LPNM Ⅰ～Ⅲ，高斯 PSD，
$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{max}$，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$，$\tau_{max}=N_i/(2\kappa_c f_c)$，$\kappa_c=2\sqrt{2/\ln 2}$）

$E^{(p)}_{p_{\mu_i}}$的令人感觉得到的性能降级。不仅由于这个性质，而且因为LPNM Ⅲ可准确地满足边界条件 $\tilde{\sigma}^2_{\mu_i}=\sigma_0^2$和 $\tilde{\beta}_i=\beta$，所以无疑 L_p范数方法的这种变形是最高效的。

就 L_p范数方法的三种变形下有关模型误差 $\Delta\beta_i=\tilde{\beta}_i-\beta$，回顾一下，在介绍LPNM Ⅰ和Ⅲ时，非常重视这样的事实，即模型误差 $\Delta\beta$ 总是等于零，它分别由式（5.76）和式（5.80b）进行完全保证。为了找到LPNM Ⅱ的模型误差，将优化后的路径增益 $c_{i,n}=c_{i,n}^{(\mathrm{opt})}$和优化后的离散多普勒频率 $f_{i,n}=f_{i,n}^{(\mathrm{opt})}$代入式（4.29）。这得到了如图5.51所示的模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$ 的结果。可以看出，对应于LPNM Ⅱ的模型误差 $\Delta\beta_i$是不等于零的。在当前情形中，自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 是在区间 $[0,\tau_{\max}]$ 上采用一个常数加权因子进行优化。如果在围绕 $\tau=0$ 的一个无穷小 ε - 区间中 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的近似误差权重较高，那么模型误差 $\Delta\beta_i$可进一步得以降低。但是，如在图5.51中可清晰看到的，模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$ 是足够小的，从而将满意于针对这个过程报告的结果，并继续进行水平通过率和衰落平均时长的分析。

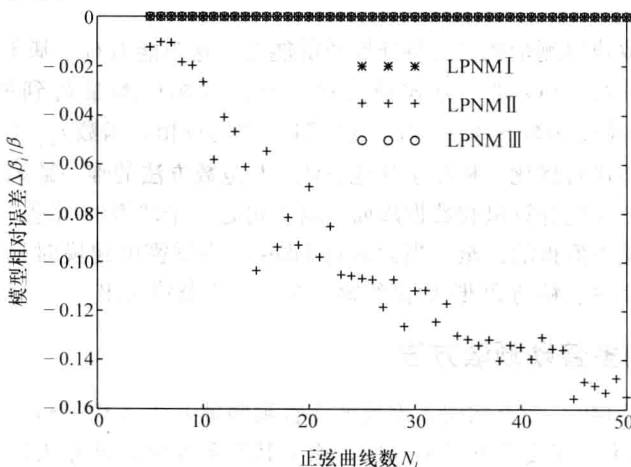


图5.51　模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$

（LPNM Ⅰ～Ⅲ，高斯PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\,\mathrm{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

对于水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ 和衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 的分析，将仅讨论使用LPNM Ⅲ。同样，将在5.1.3中描述的条件下进行量 $\tilde{N}_\xi(r)$ 和 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 的仿真。对于归一化的水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)/f_{\max}$，如图5.52a所示给出仿真结果和分析结果，其中和前面的例子完全相同，对二元组（N_1，N_2），选择数对（10，10）。图5.52b给出相应的归一化的衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)f_{\max}$。

在结束本小节时，希望给出有关 L_p范数方法的一些一般评论。这种方法的明显优势在于其设计确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 或 $\tilde{\xi}(t)$ 的潜力，使这些过程具有再现从真实世界移

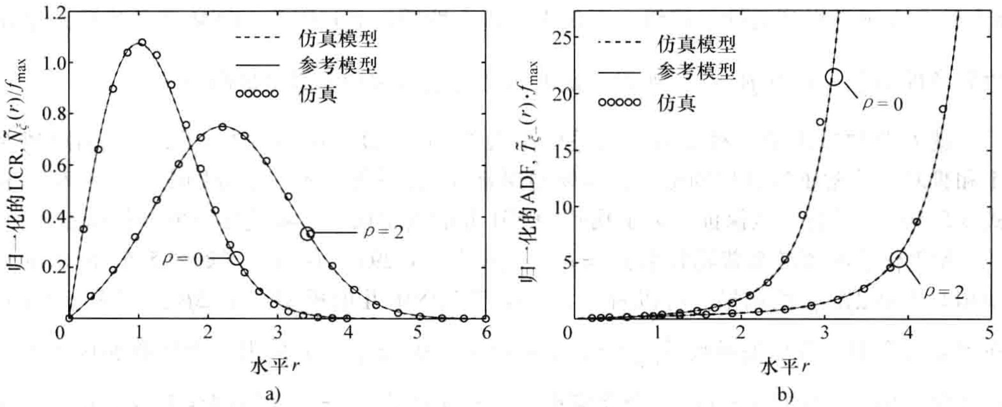


图5.52 $N_1=N_2=10$ 时归一化的水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)/f_{max}$ 和归一化的衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)\cdot f_{max}$（LPNM Ⅲ，高斯PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{max}$，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

动无线信道中获取快照测量数据的特征性质的能力。这项能力对于基于测量的信道仿真器的设计是重要的，可以如下方式做到这一点，以相应测量得到的量直接替换式（5.73）中的概率密度函数 $p_{\mu_i}(x)$ 和式（5.74）中的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。之后使用如上所述的相同技巧进行优化。相比于其他方法，L_p范数方法的唯一缺陷是其相对高的数值复杂度，但对于现代计算机和数据库而言这不再是一个严重的问题。但是，在一些特例中，开销太大是不值得的，至少当尝试对 Jakes 功率谱密度建模时是不值得的，原因是存在一种非常简单、精巧和准-优化的解，在下一小节将给出。

5.1.7 准确的多普勒频散方法

在参考文献［149］中首次引入准确的多普勒频散方法（MEDS），它是专门针对经常使用的 Jakes 功率谱密度而开发形成的。除了其简单性外，该方法以其高性能而卓尔不群，使对应于 Jakes 功率谱密度的自相关函数的准-优化近似成为可能。下面将首先就 Jakes 功率谱密度来推导准确的多普勒频散方法，之后将深入探讨该方法在多大程度上为应用到高斯功率谱密度提供方便。

1. Jakes 功率谱密度

以零阶 Bessel 函数的积分表示开始讨论[77,式(9.1.18)]

$$J_0(z)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos(z\sin\alpha)\,\mathrm{d}\alpha \tag{5.81}$$

该式可被表示为一个无穷级数的形式为

$$J_0(z)=\lim_{N_i\to\infty}\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{N_i}\cos(z\sin\alpha_n)\Delta\alpha \tag{5.82}$$

式中，$\alpha_n=\pi(2n-1)/(4N_i)$ 和 $\Delta\alpha=\pi/(2N_i)$。因此，对于式（3.25）中的 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，可以另外一种形式写出

$$r_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \lim_{N_i\to\infty}\frac{\sigma_0^2}{N_i}\sum_{n=1}^{N_i}\cos\left\{2\pi f_{\max}\sin\left[\frac{\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)\right]\cdot\tau\right\} \tag{5.83}$$

这个关系式描述了高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 的随机参考模型的自相关函数，其功率谱密度由 Jakes 功率谱密度给出。现在，如果不取极限 $N_i\to\infty$，那么随机参考模型就变为随机仿真模型，如 4.1 节所述。因此，过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 的随机仿真模型的自相关函数为

$$\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \frac{\sigma_0^2}{N_i}\sum_{n=1}^{N_i}\cos\left\{2\pi f_{\max}\sin\left[\frac{\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)\right]\cdot\tau\right\} \tag{5.84}$$

对于自相关函数而言，随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 将是遍历的。那么，考虑到 4.3.4 节，可得到 $\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 成立。结果，对于确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的自相关函数，得到方程

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \frac{\sigma_0^2}{N_i}\sum_{n=1}^{N_i}\cos\left\{2\pi f_{\max}\sin\left[\frac{\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)\right]\cdot\tau\right\} \tag{5.85}$$

现在如果将上式与一般表达式（4.11）比较，那么对于所有 $n=1, 2, \cdots, N_i (i=1, 2)$，路径增益 $c_{i,n}$ 和离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 可分别表示为

$$c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{\frac{2}{N_i}} \tag{5.86}$$

和

$$f_{i,n} = f_{\max}\sin\left[\frac{\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)\right] \tag{5.87}$$

利用这些参数设计的一个确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 具有时间平均 $\tilde{m}_{\mu_i} = m_{\mu_i} = 0$ 和均值功率 $\tilde{\sigma}^2_{\mu_i} = \sigma_0^2$。对于 N_i 的所有相关值，最大公因子 $F_i = \gcd\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$ 等于零（或非常小），从而周期 $T_i = 1/F_i$ 为无穷的（或非常大）。两个确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的不相关性同样由传统表达式 $N_2 := N_1 + 1$ 保证。

对于 $N_i=7$ 和 $N_i=21$ 时依据式（5.85）计算得到的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 分别如图 5.53a 和图 5.53b 所示。

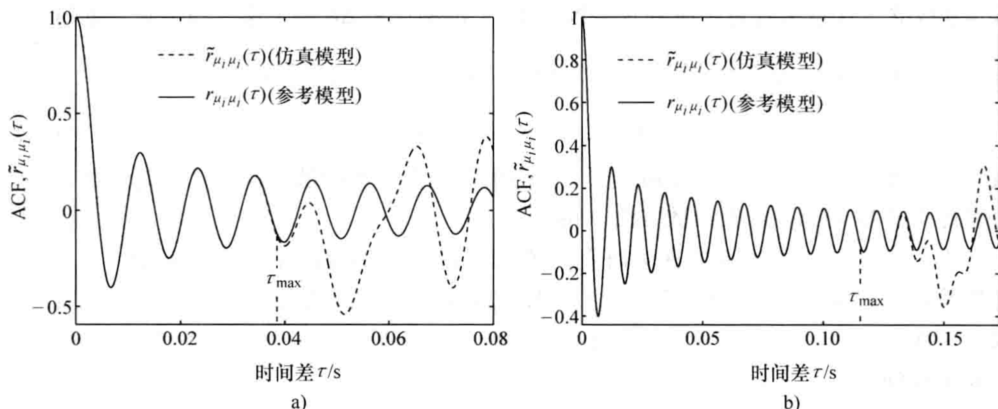


图 5.53　$N_i=7$ 和 $N_i=21$ 时的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$（MEDS，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

对 Jakes 功率谱密度而言，下面的指导规则是适用的：令 $\tilde{\mu}_1(t)$ 是通过使用具有 N_i 个正弦曲线的准确多普勒频散方法设计的一个确定性过程，那么在 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的至少高达第 N_i 个零交叉处，近似式 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau) \approx \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 都是极好的。

因为 $c_{i,n} = \sigma_0\sqrt{2/N_i}$（在前面已经数次使用）在这里同样对路径增益是成立的，所以可得出结论，即均方误差 $E_{p_{\mu_i}}$ ［见式（4.127）］遵循如图 5.14b 所示的趋势。以 N_i 表示的均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ ［见式（4.128）］的计算评估得到如图5.54 中给出的图形。如这幅图所示，与 L_p 范式方法的比较清晰地说明，即使采用数值优化技术，也仅能取得微小改善。

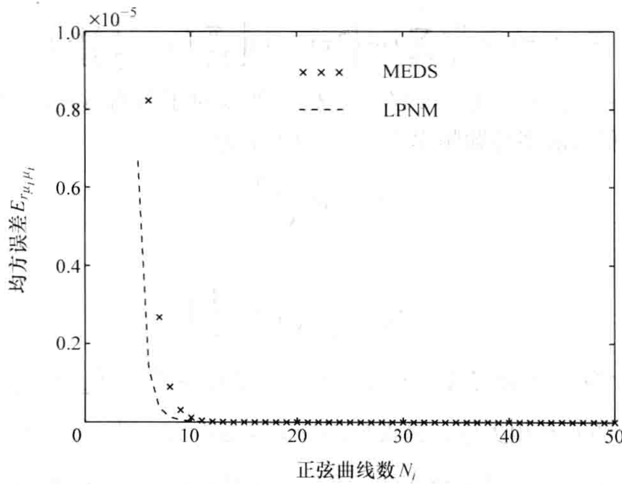


图 5.54　均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ （MEDS，Jakes PSD，$f_{\max} = 91\text{Hz}$，$\sigma_0^2 = 1$，$\tau_{\max} = N_i/(2f_{\max})$）

将式（5.86）和式（5.87）代入式（4.29）并利用关系式（3.68），可容易地证明 $\tilde{\beta}_i = \beta$ 成立。这意味着对于所有 $N_i \in \mathbf{N}\setminus\{0\}$，模型误差 $\Delta\beta_i$ 等于零。因为在当前情形中有 $\tilde{\sigma}_{\mu_i}^2 = \sigma_0^2$ 和 $\tilde{\beta}_i = \tilde{\beta} = \beta$，则由式（3.30b）和式（4.32），得到

$$\tilde{B}_{\mu\mu}^{(2)} = \tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(2)} = B_{\mu_i\mu_i}^{(2)} = B_{\mu\mu}^{(2)} \tag{5.88}$$

成立。因此，仿真模型的多普勒频散与参考模型的多普勒频散相同。这正是为什么这个过程称作“准确的多普勒频散方法”的原因。

为了通过包络的时域仿真法研究信道仿真器的水平通过率，为二元组（N_1，N_2）选择数对（5，6），否则以与 5.1.3 节所述完全相同的方式进行。即使当为正弦曲线数选择这样小的值时，仿真结果也非常好地匹配分析结果，这可从如图 5.55 所示结果的检验中看到。

2. 高斯功率谱密度

通过比较式（5.33）和式（5.87），认识到，如果将 n 替换为 $n-1/2$，就立刻可从

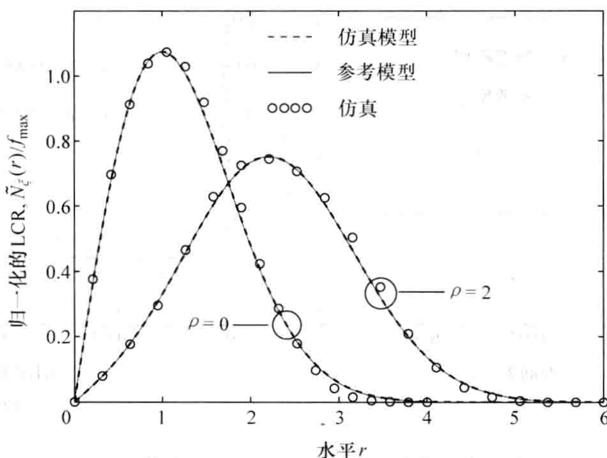


图 5.55　$N_1=5$ 和 $N_2=6$ 时的归一化的水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ $/f_{max}$

（MEDS，Jakes PSD，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

后一式得到前一式。这表明在等面积法和准确的多普勒频散方法之间明显地存在密切的关系。在本小节结尾处将简短地再讨论这个关系。粗略一看，似乎明显的做法是，尝试将 $n\to n-1/2$ 同样映射到式（5.43a）和式（5.43b），从而使离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 现在可采用如下关系进行计算

$$\frac{2n-1}{2N_i}-\text{erf}\left(\frac{f_{i,n}}{f_c}\sqrt{\ln 2}\right)=0,\quad \forall n=1,2,\cdots,N_i-1 \tag{5.89a}$$

和

$$f_{i,N_i}=\sqrt{\frac{\beta N_i}{(2\pi\sigma_0)^2}-\sum_{n=1}^{N_i-1}f_{i,n}^2} \tag{5.89b}$$

式中，同样由后式保证对所有 $N_i=1,2,\cdots$ $(i=1,2)$，模型误差 $\Delta\beta_i$ 等于零。对于路径增益 $c_{i,n}$，表达式（5.86）仍然有效。

采用由这种方案得到的模型参数，依据式（4.11），可计算自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。图 5.56a 和图 5.56b 分别给出了 $N_i=7$ 和 $N_i=21$ 时 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 形状的图形。

作为 N_i 函数的均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ ［见式（4.128）］（是应用当前方法和标准 L_p 范数方法得到的结果）如图 5.57 所示。不像 Jakes 功率谱密度的是，对于少量（N_i 个）正弦曲线，准确多普勒频散方法导致比 L_p 范数方法要高的 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 值。但是，如果 $N_i\geqslant 25$，那么通过数值优化技巧的方法就不再能得到本质上的改进。

由于 $\tilde{\sigma}_{\mu_i}^2=\sigma_0^2$ 和 $\Delta\beta_i$（即 $\tilde{\beta}_i=\beta$），式（5.88）在这里同样成立。

当然值得提到的是，水平通过率的分析结果可由仿真非常精确地加以验证，即使当为 N_1 和 N_2 选择非常小的值（如 $(N_1,N_2)=(5,6)$）时也如此。图 5.58 是用来展示分析结果与仿真结果之间的良好匹配的。

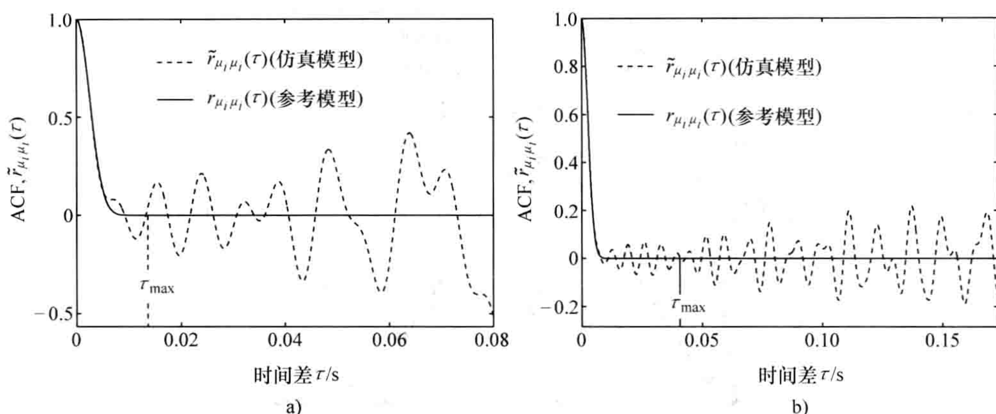


图 5.56 $N_i=7$ 和 $N_i=21$ 时的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$

（MEDS，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{max}$，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

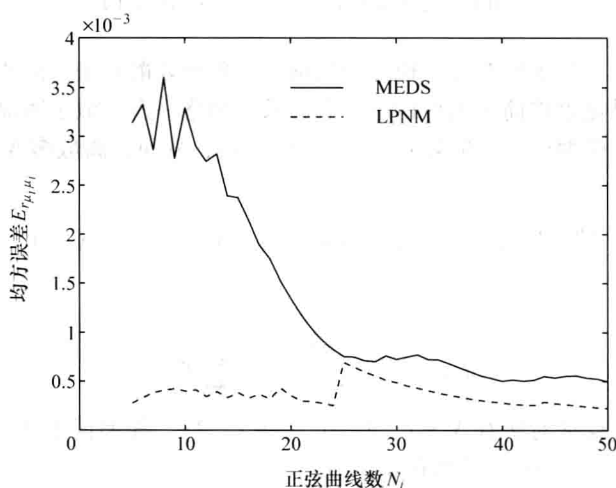


图 5.57 均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ （MEDS，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{max}$，$f_{max}=91\text{Hz}$，

$\sigma_0^2=1$，$\tau_{max}=N_i/(2\kappa_c f_c)$，$\kappa_c=2\sqrt{2/\ln 2}$）

如上所述，等面积方法是与准确的多普勒频散方法密切相关的。事实上，前一方法可转换为后一方法，反之亦然。例如，如果以 $\sigma_0^2/(4N_i)$ 替换式（5.26）的右侧，以 $f_{i,2n-1}$ 替换式（5.27）中的 $f_{i,n}$，那么得到式（5.29），其中以 $n-1/2$ 替换 n。在蒙特卡洛方法和准确的多普勒频散方法之间存在着类似的关系。例如，对所有 $n=1, 2, \cdots, N_i(i=1, 2)$，如果替换式（5.48）中的随机变量 $u_{i,n}\in(0, 1]$，那么同样得到式（5.87）。

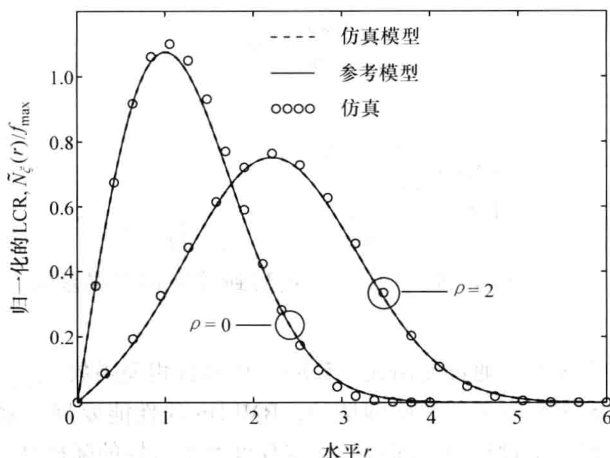


图 5.58　$N_1=5$ 和 $N_2=6$ 时归一化水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)/f_{max}$

（MEDS，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{max}$，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

5.1.8　准确的多普勒频散的随机化方法

在参考文献［111］中提出蒙特卡洛方法和准确的多普勒频散方法的一种组合法，最早是发表于参考文献［153］上的。这种方法可解释为准确的多普勒方法的一种随机化变形，因此将被称作准确的多普勒频散的随机化方法（RMEDS）。下面通过将焦点放在 Jakes 功率谱密度的建模，简短地给出这种方法。

下面介绍 Jakes 功率谱密度。

虽然没有显式提到，但在参考文献［111］中方法背后的基本思路是明显地使用准确的多普勒频散法作为基础，之后通过添加一个小的随机变量而对到达角度做随机化处理。依据参考文献［111］中的方法，路径增益 $c_{i,n}$ 与式（5.47）和式（5.86）中的确定性量相同。离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 定义为

$$f_{i,n}=f_{max}\cos\left[\frac{\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)+\frac{u_{i,n}}{4N_i}\right] \tag{5.90}$$

式中，$u_{i,n}$ 是独立同分布随机变量，每个变量在［$-\pi$，π）上都有一个均匀分布。由随机变量 $u_{i,n}$ 在［$-\pi$，π）上是均匀分布的事实，则得到离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 也是随机变量。它们的均值可通过 $E\{f_{i,n}\}=\text{sinc}(\pi/(4N_i))\cdot f_{i,n}^{(\text{MEDS})}$ 与使用 MEDS 得到的离散多普勒频率发生关系，其中符号 $f_{i,n}^{(\text{MEDS})}$ 表示式（5.87）右侧中以一个余弦函数替换 sinus 函数 ⊖。遵循附录 5. A 中一种类似的推理来分析模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$，揭示出 $\Delta\beta_i/\beta$ 的均值和方差可分别表示为

⊖ 这里，sinc 函数 sinc（x）定义为 sinc（x）：$=\sin(x)/x$。

$$E\left\{\frac{\Delta\beta_i}{\beta}\right\}=0 \tag{5.91}$$

和

$$\mathrm{Var}\left\{\frac{\Delta\beta_i}{\beta}\right\}=\begin{cases}\frac{1}{2}, & N_i=1\\ \frac{1}{2N_i}\left[1-\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi}{2N_i}\right)\right], & N_i\geqslant 2\end{cases} \tag{5.92}$$

与蒙特卡洛方法［见式（5. A. 9）］比较，观察到模型相对误差的方差随 N_i 值的增加而快速减小到零。

对于 $N_i=7$ 和 $N_i=21$，通过使用式（5.85）计算自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，得到的图分别如图 5.59a 和图 5.59b 所示。如所预期的，RMEDS 的性能要好于蒙特卡洛方法，但仍然保留了所有蒙特卡洛过程中所固有的一定程度的不可控的随机性。下一小节给出一种终极方法，它在单次试验和多次试验平均这两方面都超过了 RMEDS。

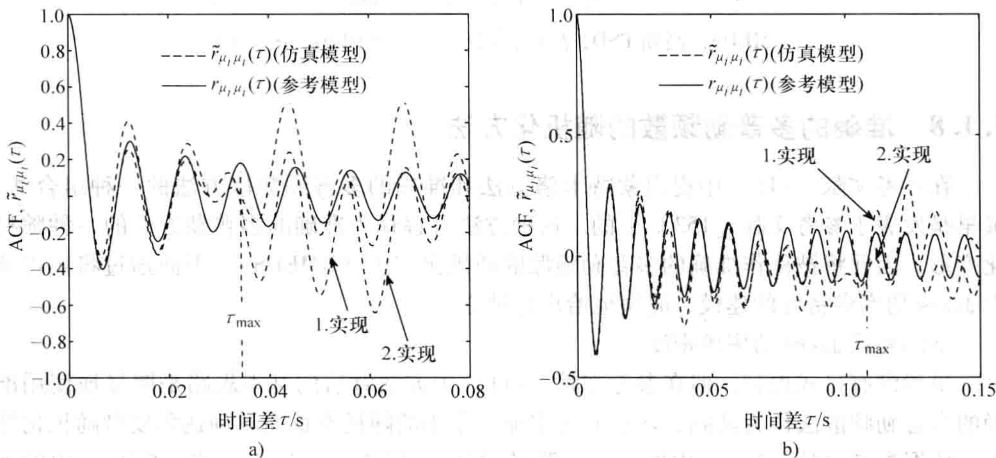


图 5.59　$N_i=7$ 和 $N_i=21$ 时的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$

（RMEDS，Jakes PSD，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

5.1.9　具有分集的准确多普勒频散方法

在参考文献［150］中首次描述了具有分集的准确多普勒频散方法（MEDS-SP）。如名字所指明的，这个过程将分集思想融入到 MEDS。分集概念最初是在 Ungerboeck 的重要文章[167]中引入的，用来设计格型编码的调制方案。分集被描述为“破解为带限信道构造高效编码调制技术问题的钥匙”[168]。在参考文献［150］中，展示说明了分集也是移动衰落信道建模的一种非常有用的方法。所提的过程使多个不相关的确定性波形（每个波形都有一个特定的自相关函数）的产生成为可能。将看到，随着波形数量的增加，得到的自相关函数的样本均值趋于参考模型描述的期望自相关

函数。

由式（3.15）描述的频率—非可选择参考模型可由人们周知的几何单环模型推导得到，几何单环模型假定无穷数量的局部散射体均匀地分布在中心为移动站的一个环上[13]。但是，仿真模型与这样一个几何模型相关，其中假定围绕移动站仅有一些散射体。那么问题是，以如下方式在一个环上放置最少数量的散射体，使仿真模型具有与参考模型几乎相同的统计性质。

为了使散射体的位置可视化，并理解所提到的分集概念，考虑如图 5.60 所示的散射图。注意在仿真模型中使用的所有散射体都位于第一象限；其他散射体是冗余的，这是从式（4.11）中自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的对称性质得到的。图 5.60 中的简单例子形象地说明，由 $N'_i=8$ 个相关散射体组成的一个星座，可被分隔为两个亚星座，每个亚星座由 $N_i=N'_i/2=4$ 个散射体组成。相应的到达角度集合 $\{\alpha_{i,n}^{(1)}\}$ 和 $\{\alpha_{i,n}^{(2)}\}$ 为

$$\alpha_{i,n}^{(k)}=\frac{\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)+\alpha_{i,0}^{(k)},\quad \forall n=1,2,\cdots,N_i(i=1,2) \tag{5.93}$$

分别满足 $\alpha_{i,0}^{(1)}=-\pi/(8N_i)$ 和 $\alpha_{i,0}^{(2)}=\pi/(8N_i)$，其中 $\alpha_{i,0}^{(k)}$ 称作旋转角度。

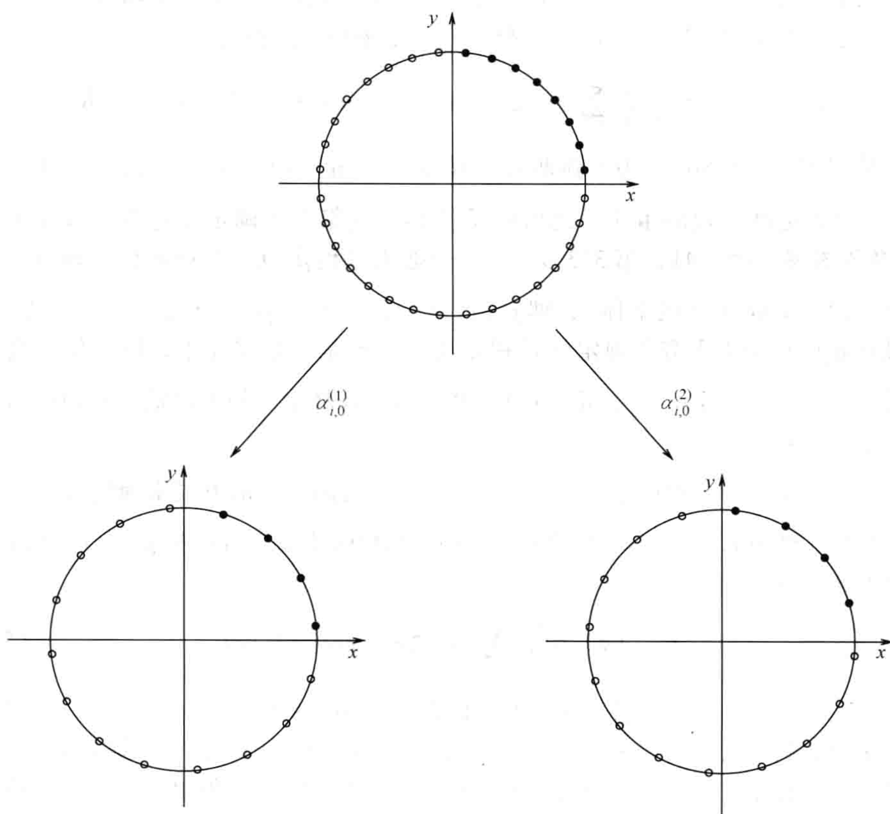


图 5.60　形象地说明一个由 8 个散射体组成的星座分集为两个亚星座的散射图，每个亚星座由四个相关散射体组成（“●”表示相关散射体，“○”表示冗余散射体）

上面原理的如下广义化处理建立了 MEDS-SP。令 K 是一个整数。给定由 $N'_i = K \cdot N_i$ 个相关散射体组成的一个散射图，其中相应的到达角度 $\{\alpha_{i,n}\}_{in=1}^{N'}$ 由原 MEDS 确定，即

$$\alpha_{i,n} = \frac{\pi}{2N'_i}\left(n - \frac{1}{2}\right), \ n = 1, 2, \cdots, N'_i \tag{5.94}$$

接下来，将有 $N'_i = K \cdot N_i$ 个散射体的星座分隔到 K 个亚星座，每个亚星座由 N_i 个散射体组成。第 k 个亚星座的到达角度 $\{\alpha_{i,n}^{(k)}\}_{n=1}^{N_i}$ 为

$$\alpha_{i,n}^{(k)} = \frac{\pi}{2N_i}\left(n - \frac{1}{2}\right) + \frac{\pi}{2KN_i}\left(k - \frac{K+1}{2}\right) \tag{5.95}$$

式中，$k = 1, 2, \cdots, K$ 和 $n = 1, 2, \cdots, N_i (i = 1, 2)$。与式（5.93）的比较表明，旋转角度 $\alpha_{i,0}^{(k)}$ 可被确定为 $\alpha_{i,0}^{(k)} = \pi[k - (K+1)/2]/(2KN_i)$。现在可使用 $f_{i,n}^{(k)} = f_{\max}\cos(\alpha_{i,n}^{(k)})$ 得到离散多普勒频率 $f_{i,n}^{(k)}$。

路径增益 $c_{i,n}$ 与式（5.86）中的相同。相位 $\theta_{i,n}$ 是独立同分布随机变量，每个变量是均匀分布于 $[0, 2\pi)$ 上的。随机变量 $\theta_{i,n}$ 的一个特定实现将表示为 $\theta_{i,n}^{(k)}$。因为相位 $\theta_{i,n}$ 是随机变量，则得到式（4.3）中的正弦曲线求和过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 是一个随机过程。$\hat{\mu}_i(t)$ 的一个特定样本函数由集合 $\{\alpha_{i,n}^{(k)}\}_{n=1}^{N_i}$ 和 $\{\theta_{i,n}^{(k)}\}_{n=1}^{N_i}$ 依据下式确定

$$\tilde{\mu}_i^{(k)}(t) = \sigma_0\sqrt{\frac{2}{N_i}}\sum_{n=1}^{N_i}\cos(2\pi f_{\max}\cos(\alpha_{i,n}^{(k)})t + \theta_{i,n}^{(k)}), k = 1,2,\cdots,K \tag{5.96}$$

式中，使用了式（5.86）。为了强调每个样本函数 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)(k = 1, 2, \cdots, K)$ 是时间 t 的一个确定性函数的事实，此后称 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 为第 k 个确定性过程（或第 k 个波形）。依据参考文献［41，第 373 页］，一个随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 可被解释为确定性过程 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 的一个族群（或全体），即 $\hat{\mu}_i(t) = \{\tilde{\mu}_i^{(1)}(t), \tilde{\mu}_i^{(2)}(t), \cdots\}$。理论上说，随机过程 $\hat{\mu}_i(t)$ 是由无穷个确定性过程定义的。但是，在实际中，经常仅仿真少量波形 $\tilde{\mu}_i^{(1)}(t)$，$\tilde{\mu}_i^{(2)}(t)$，…，$\tilde{\mu}_i^{(K)}(t)$，并通过计算样本平均来评估正弦曲线求和信道仿真器的统计性质。

由于波形 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 的确定性本质，不得不通过时间平均的方式来确定 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 的相关性性质。得到 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)(i = 1, 2)$ 的自相关函数以及 $\tilde{\mu}_1^{(k)}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2^{(k)}(t)$ 的交叉相关函数可分别表示为

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau) = \frac{\sigma_0^2}{N_i}\sum_{n=1}^{N_i}\cos(2\pi f_{\max}\cos(\alpha_{i,n}^{(k)})\tau) \tag{5.97}$$

$$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}^{(k)}(\tau) = 0 \quad \text{如果}\ \alpha_{1,m}^{(k)} \pm \alpha_{2,n}^{(k)} \neq l\pi \tag{5.98}$$

式中，$m = 1, 2, \cdots, N_1$，$n = 1, 2, \cdots, N_2$ 且 $l = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$。提到式（5.98）中的条件总是通过以 N_2 定义为 $N_2 := N_1 + 1$ 而应用式（5.95）得以满足的。这意味着 MEDS-SP 支持多个不相关确定性波形的生成。在下面，K 个自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(1)}(\tau)$，$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(2)}(\tau)$，…，$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(K)}(\tau)$ 的样本均值 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 定义为

$$\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) := \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\tilde{r}^{(k)}_{\mu_i\mu_i}(\tau) \tag{5.99}$$

将具有中心重要性地位。

所提分集概念的一个直接后果是，不再以 $N_i' = K \cdot N_i$ 项来仿真单一确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$，相反以由 $N_i = N_i'/K$ 确定的降低复杂性而仿真 K 个相互不相关的确定性过程 $\tilde{\mu}_i^{(1)}(t), \tilde{\mu}_i^{(2)}(t), \cdots, \tilde{\mu}_i^{(K)}(t)$。实际上，建议连续地仿真确定性过程 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ $(k=1, 2, \cdots, K)$，方法是不时地进行计算，例如在每100000个生成的样本之后，通过使用式（5.95）计算相位的一个新集合 $\{\theta_{i,n}^{(k)}\}_{n=1}^{N_i}$ 和到达角度的一个新集合 $\{\alpha_{i,n}^{(k)}\}_{n=1}^{N_i}$。应该指出的是，$\tilde{r}^{(k)}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的样本平均自相关函数 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$［见式（5.99）］等于单一确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，是通过采用 $N_i' = K \cdot N_i$ 而应用原MEDS确定的。数值研究表明，通过以 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 替换式（4.128）中的 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，总是得到自相关函数 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的均方误差 $E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ 的最小值。在附录5.B中，证明当 $K\to\infty$ 时，$\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 逼近 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。这个论断对于所有 $N_i \geqslant 1$ 的值都是成立的。类似地可证明当 $N_i\to\infty$ 时，对于所有 $K \geqslant 1$ 的值，$\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) \to r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。

下面进行性能分析。

对于从0到 $KN_i/(2f_{\max})$ 的所有 τ 值，MEDS-SP得到一个极好的近似 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) \to r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。图5.61a以两个例子形象地说明了这个论断，其中为 K（$K\in\{2, 4\}$）选择了较小的值。明显地，通过保持 N_i 为常数，并将 K 翻倍，在其上可取得一个准-完美拟合的区间大小，将以因子2增加。对于RMEDS，这个性质是不成立的，如在图5.61b看到的，其中即使在区间［0，$N_i/(2f_{\max})$］内也可观察到性能降级。仅在MEDS-SP情形中，所得到的仿真模型的样本平均自相关函数才在一个域上极其接近于参考模型的自相关函数，该域随产生波数与每个波形的正弦曲线数的乘积而线性增加。对于大量波形（$K=20$），图5.61c和图5.61d形象地给出另一项性能比较。可清晰地看到，MEDS-SP的性能好于RMEDS。为了进一步比较MEDS-SP和RMEDS的性能，考虑样本平均自相关函数 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的平方误差 $e_2(\tau)$，定义为

$$e_2(\tau) = |r_{\mu_i\mu_i}(\tau) - \bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)|^2 \tag{5.100}$$

$N_i=10$ 和各种 K 值时这项误差的评估如图5.62所示。由图5.61和图5.62中给出的结果，可得出结论，就样本平均自相关函数 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 而言，确定性MEDS-SP的性能远优于随机RMEDS的性能。因为MEDS-SP包括原MEDS作为一个特例（$K=1$），也可得出结论，就单次试验和多次试验而言，MEDS-SP的性能优于RMEDS的性能。

由参考文献［112］中的研究，得知在基于蒙特卡洛的参数计算方法中，RMEDS是最佳的。由这个事实以及MEDS-SP的性能超过RMEDS和原MEDS的性能的事实，可得出结论，对于瑞利衰落信道仿真器的设计而言，MEDS-SP提供最优解。

图 5.61　通过使用 MEDS-SP 和对 $K \in \{2, 4\}$ 采用 RMEDS 以及 MEDS-SP 和选择 $K=20$ 的 RMEDS 得到的样本平均自相关函数 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$（Jakes PSD，$\sigma_0^2=1$）

a）MEDS-SP：$K \in \{2, 4\}$　b）RMEDS：$K \in \{2, 4\}$　c）MEDS-SP：$K=20$　d）RMEDS：$K=20$

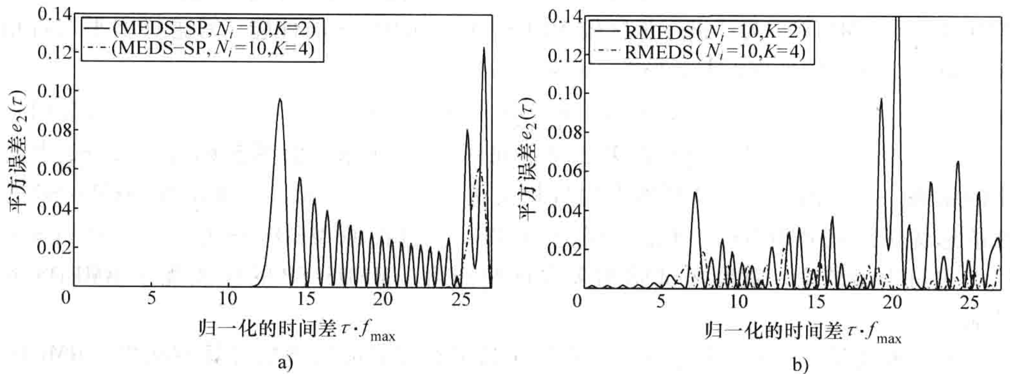


图 5.62　通过使用 MEDS-SP 和 RMEDS 得到的平方误差

$e_2(\tau) = |r_{\mu_i\mu_i}(\tau) - \bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)|^2$（Jakes PSD，$\sigma_0^2=1$）

a）MEDS-SP：$K \in \{2, 4\}$　b）RMEDS：$K \in \{2, 4\}$

5.2 计算相位的方法

在本节，将简短地论述相位 $\theta_{i,n}$ 的重要性，并且也给出计算这些量的一些基本方法。

除了Jakes方法（其中依据定义，相位 $\theta_{i,n}$ 等于零）外，假定，对于5.1节讨论的所有其他参数计算方法，相位 $\theta_{i,n}$ 都是区间（0，2π］上均匀分布的一个随机变量的实现。不失一般性，在下面假定路径集合 $\{c_{i,n}\}$ 和离散多普勒频率集合 $\{f_{i,n}\}$ 是使用准确的多普勒频散方法计算得到的。对于大小为 $N_1=7$ 和 $N_2=8$ 的集合 $\{\theta_{1,n}\}_{n=1}^{N_1}$ 和 $\{\theta_{2,n}\}_{n=1}^{N_2}$ 的两个特定实现，得到的确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 的伪随机形状如图5.63a所示。这里，要考虑到不同事件 $\{\theta_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$ 总是得到 $\tilde{\zeta}(t)$ 的不同实现。但是，所有这些不同实现具有相同的统计性质，原因是基本随机过程 $\hat{\mu}_1(t)$ 和 $\hat{\mu}_2(t)$ 对自相关函数而言是遍历的。而且，准确的多普勒频散方法保证，由定义 $N_2:=N_1+1$，对于所有 $n=1$，2，…，N_1 和 $m=1$，2，…，N_2，关系式 $f_{1,n}\neq f_{2,m}$ 成立，从而一般而言取决于 $\theta_{i,n}$ 的交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau)$［参见式（4.13）］等于零。因为如果基本确定性高斯过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 不相关，那么相位 $\theta_{i,n}$ 对 $\tilde{\zeta}(t)$ 的统计性质没有影响，则倾向于将相位 $\theta_{i,n}$ 设置为零。但是，在这种情形中，得到 $\tilde{\mu}_i(0)=\sigma_0\sqrt{2N_i}$（$i=1$，2），这意味着确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 总是在原点 $t=0$ 处取其最大值 $2\sigma_0\sqrt{N_1+1/2}$，即 $\tilde{\zeta}(0)=2\sigma_0\sqrt{N_1+1/2}$。这得到如图5.63b所示的典型瞬态形状。如在图5.63c所看到的，如果依据 $\theta_{i,n}=2\pi n/N_i(n=1, 2, \cdots, N_i)$，确定性地计算相位 $\theta_{i,n}$，那么也可得到一种类似的效果。避免原点周围瞬态形状的一种简单解决方法是以 $t+T_0$ 替换时间变量 t，其中 T_0 是一个正实数值的量，必须选得足够大。因此应该注意，替换 $t\rightarrow t+T_0$ 等价于替换 $\theta_{i,n}\rightarrow\theta_{i,n}+2\pi f_{i,n}T_0$，这会得到期望的性质，即对于不同的 n 值，变换后的相位不会有一个有理数比值。

进一步的可能是依据[96]

$$\vec{\Theta}_i=\left(2\pi\frac{1}{N_i+1}, 2\pi\frac{2}{N_i+1}, \cdots, 2\pi\frac{N_i}{N_i+1}\right) \tag{5.101}$$

引入具有 N_i 个确定性分量的一个标准相位向量 $\vec{\Theta}_i$，并将相位 $\theta_{i,n}$ 看作所谓相位向量

$$\vec{\theta}_i=(\theta_{i,1}, \theta_{i,2}, \cdots, \theta_{i,N_i}) \tag{5.102}$$

的分量。通过使相位向量 $\vec{\theta}_i$ 的各分量恒等于标准相位向量 $\vec{\Theta}_i$ 的置换分量，则在时间轴原点邻域观察到的瞬态形状，从一开始就避免了。在这个语境中，会观察到如图5.63d所示 $\tilde{\zeta}(t)$ 的仿真结果。

通过置换式（5.101）的各分量，则构造相位的 $N_i!$ 个不同集合 $\{\theta_{i,n}\}$ 是可能的。因此，对于任意给定的集合 $\{c_{i,n}\}$ 和 $\{f_{i,n}\}$，总共可实现 $N_1!\cdot N_2!$ 个确定性的瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$，它们具有不同的时间形状，但却有相同的统计性质。

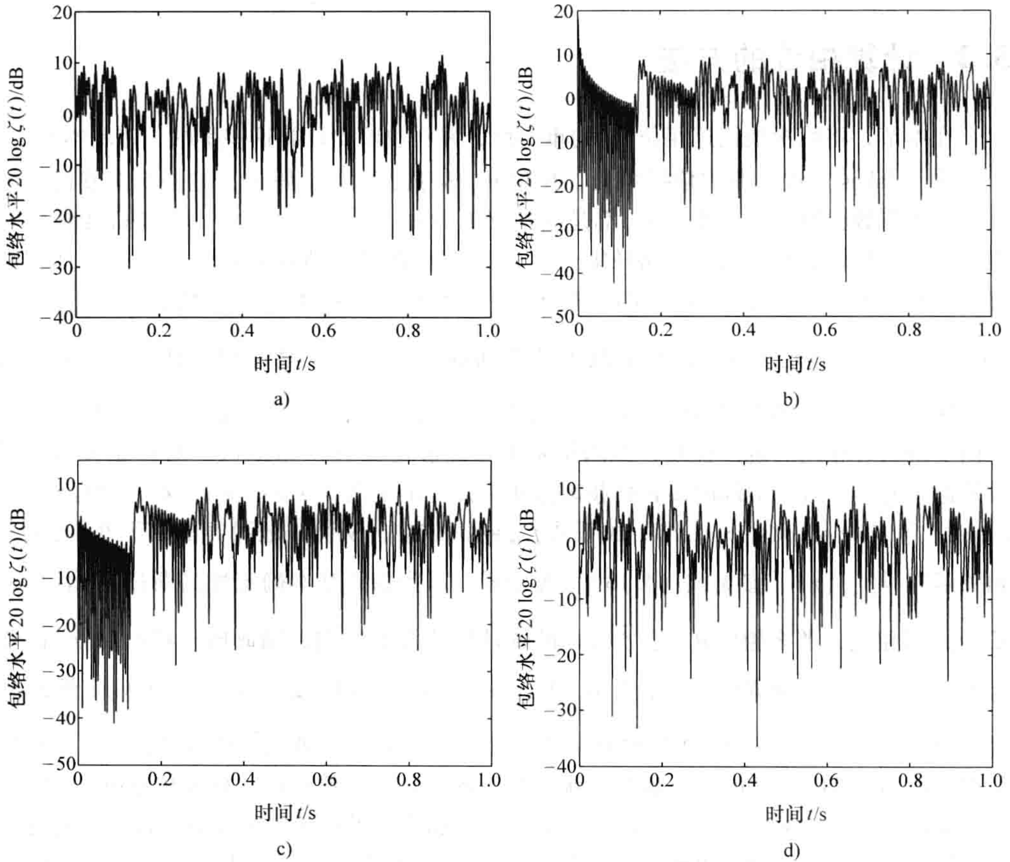


图5.63 在原点周围，相位 $\theta_{i,n}$ 对 $\tilde{\zeta}(t)$ 的瞬态形状的影响

（MEDS，Jakes PSD，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$，$N_1=21$，$N_2=22$）

a）随机相位 $\theta_{i,n}\in(0,2\pi]$ b）$\theta_{i,n}=0$

c）$\theta_{i,n}=2\pi n/N_i$（$n=1,2,\cdots,N_i$） d）置换位置的相位

5.3 确定性瑞利过程的衰落间隔

迄今为止分析的确定性瑞利过程和莱斯过程的统计性质，如包络和相位的概率密度函数、水平通过率和衰落平均时长，对于 $\tau>0$ 而言，都是独立于自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(i=1,2)$ 的形状的。下面将深入考察这样的问题：对于 $\tau>0$ 而言，哪些统计性质是从根本上依赖 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(i=1,2)$ 的？与这个问题密切相关的是，确定区间 $[0,\tau_{max}]$ 大小的开放问题，在这个区间上关注的是 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 对 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的近似。目前的任务是为 τ_{max} 找到一个合适的值，从而使仿真系统的更多相关统计性质与参考系统的那些统计性质几乎

是不可区分的。在 Jakes 功率谱密度的情形中，其中 τ_{max} 与 N_i 是通过式 $\tau_{max}=N_i/(2f_{max})$ 相关的，将看到，对于仿真系统必要的正弦曲线数 N_i（至少对于这种功率谱密度而言）是容易确定的。

因此再次将注意力放在确定性瑞利过程的衰落间隔的概率密度函数 $\tilde{p}_0(\tau_-;r)$ 上。因为在中等信号水平特别在高信号水平 r，对 $\tilde{p}_0(\tau_-;r)$ 和 $p_0(\tau_-;r)$ 都不存在足够精确度的近似解，所以这个问题只能采用仿真的方式来求解。

首先以 $f_{max}=91\text{Hz}$ 和 $\sigma_0^2=1$ 对 Jakes 功率谱密度进行仿真，并利用准确的多普勒频散方法来确定仿真模型的各个参数。由于这种方法的各项优势（从 $\tau=0$ 到 $\tau=\tau_{max}=N_i/(2f_{max})$ 上自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)=\sigma_0^2J_0(2\pi f_{max}\tau)$ 的非常良好的近似、没有模型误差、$\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 之间不相关，以及最后一项，但丝毫不减少其重要性的是具有非常良好的周期性性质），得到的确定性仿真模型满足所有本质上的要求。在这个特例中，将使用二元组 $(N_1, N_2)=(100, 101)$ 设计的仿真模型看作参考模型。通过将采样间隔 T_s 设置为 0.5×10^{-4}s，进行离散确定性过程 $\tilde{\zeta}(kT)$ 的仿真。所产生的 $\tilde{\zeta}(kT)$ 的样本被用来测量低信号水平（$r=0.1$）、中等信号水平（$r=1$）和高信号水平（$r=2.5$）处的概率密度函数 $\tilde{p}_0(\tau_-;r)$。针对各种二元组 (N_1, N_2) 得到的所有结果如图 5.64a ~ 图 5.64c所示，其中 10^7 个衰落间隔 τ_- 被用来确定每个概率密度函数 $\tilde{p}_0(\tau_-;r)$。由图 5.64a 可看出，在低信号水平 $r=0.1$ 处为 $\tilde{p}_0(\tau_-;r)$ 得到的仿真结果和理论近似 $p_1(\tau_-;r)$［参见式（3.86）］之间，存在一种极其良好的一致性。这是预料到的，因为在深度衰落水平处发生长衰落间隔的概率是非常低的。结果是，在 t_1 和 $t_2=t_1+\tau_-$ 之间间隔内观察到更多次水平通过的概率是可忽略不计的。正是对于这种情形，发现近似 $p_0(\tau_-;r)\approx p_1(\tau_-;r)$ 是非常有用的。图 5.64a 和图 5.64b 清晰地展示出，通过选择 $N_1=7$ 和 $N_2=8$，正弦曲线数是足够大的，从而使在低信号水平和中等信号水平处，得到的概率密度函数 $\tilde{p}_0(\tau_-;r)$ 是难以区分与参考模型的那些概率密度函数的（$N_1=100$，$N_2=101$）。如图 5.64c 所示，在高信号水平 r（$r=2.5$）和仿真模型使用 $N_1=7$ 和 $N_2=8$ 个正弦曲线进行设计时，首次出现与参考模型比较的重大差异。但是，如果在这个信号水平处与参考模型的偏离也应该忽略，那么至少要求 $N_1=21$ 和 $N_2=22$ 个正弦曲线。N_i 的进一步增加是没有意义的！

此时，应该指出，如果目标是利用信道仿真器来确定由一个发送器、一个信道模型和一个接收器组成的无线通信系统的比特错误概率，那么对移动无线信道的建模而言，$N_1=7$ 和 $N_2=8$ 个正弦曲线一般来说就足够了。这并不是说仅当正弦曲线求和信道仿真器被正确设计时，$N_1=7$ 和 $N_2=8$ 才是足够的。这可归咎于这样的事实，即比特错误概率本质上是由 $\tilde{\zeta}(t)$ 在低信号水平 r 处的统计性质（即包络的概率密度函数、水平通过率、衰落平均时长以及衰落间隔的概率密度函数）确定的。这种情形中在高信号水平处 $\tilde{\zeta}(t)$ 的形状是次要的。

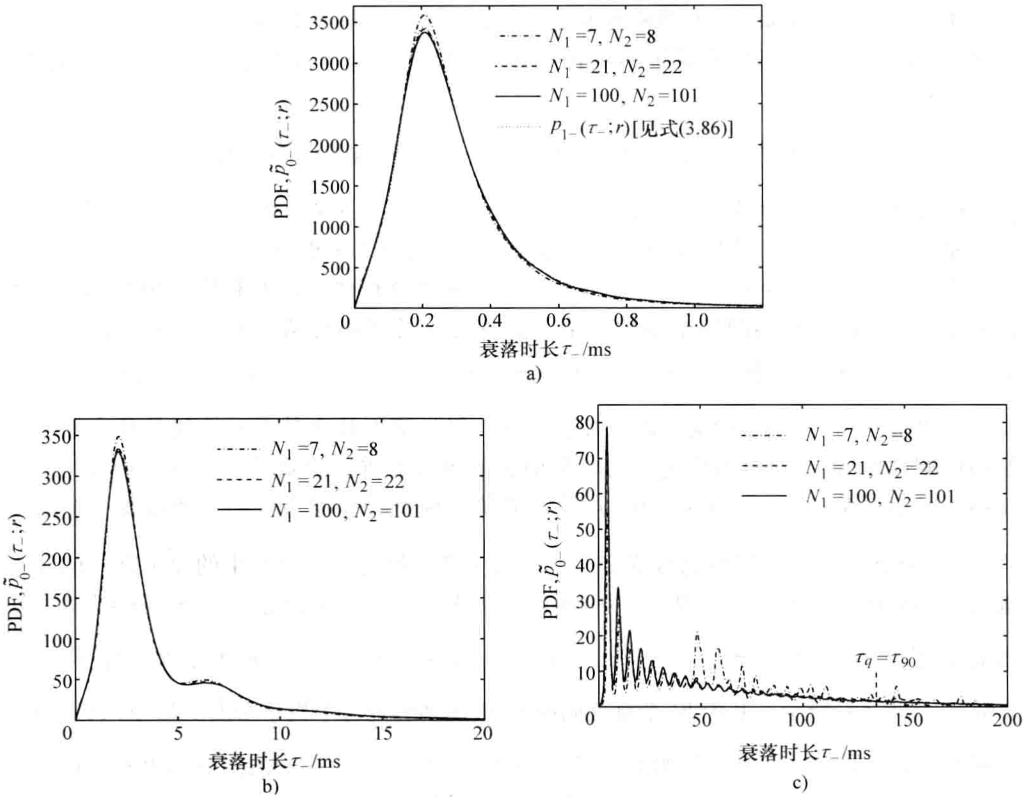


图5.64 确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$的衰落间隔的概率密度函数 $\tilde{p}_{0_}(\tau_-;r)$：（MEDS，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

a）$r=0.1$ b）$r=1$ c）$r=2.5$

图3.10a～图3.10c和图5.64a～图5.64c的比较表明，仅当衰落间隔τ_-较短时，在所有信号水平r处理论近似$p_{1_}(\tau_-;r)$才拟合于通过仿真得到的概率密度函数$\tilde{p}_{0_}(\tau_-;r)$。也应该注意到，对于$\tau_-\to\infty$，总是得到$\tilde{p}_{0_}(\tau_-;r)\to 0$，$\forall r\in\{0.1, 1, 2.5\}$。但是，在信号水平$r=1$和$r=2.5$（见图3.10b和3.10c）处，$p_{1_}(\tau_-;r)$并不满足这个收敛性质。给定$\tilde{p}_{0_}(\tau_-;r)$的收敛性，现在有机会近似地确定区间$[0, \tau_{\max}]$，在这个区间上近似$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)\approx\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$必须尽可能地准确。因此将利用3.4.4节引入的量$\tau_q=\tau_q(r)$，其中将式(3.88)中的$p_{0_}(\tau_-;r)$替换为参考模型的衰落间隔的概率密度函数$\tilde{p}_{0_}(\tau_-;r)$（$N_1=100$，$N_2=101$），之后选择$q$足够大使概率密度函数$\tilde{p}_{0_}(\tau_-;r)$对于所有衰落间隔$\tau_-\geqslant\tau_q$变得足够小。另外，要求$\tau_{\max}$必须满足不等式$\tau_{\max}\geqslant\tau_q$。回顾一下，通过使用准确的多普勒频散方法，在区间$0\leqslant\tau\leqslant\tau_{\max}$内，$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$代表$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$的一个非常良好的近似，其中$\tau_{\max}$通过式

$\tau_{\max} = N_i/(2f_{\max})$ 与N_i发生关系。因此，通过使用 $\tau_{\max} = N_i/(2f_{\max}) \geqslant \tau_q(r)$，可得到正弦曲线所需要的数量 N_i估计的如下简单公式

$$N_i \geqslant \lceil 2f_{\max}\tau_q(r) \rceil \tag{5.103}$$

例如，如果选择 $q=90$，那么为高信号水平 $r=2.5$ 处的 $\tau_{90}=\tau_{90}(r)$（见图 5.64c）得到值 135.7ms。由式（5.103），那么得到 $N_i \geqslant 25$。这个结果非常好地匹配以前通过试验方法得到的结果。现在，以相反的顺序，假定给定 N_i（如 $N_i \geqslant 7$），那么得到的概率密度函数 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;\ r)$ 在区间$0 \leqslant \tau_- \leqslant 38.5$ms 内非常良好地匹配参考模型的相应概率密度函数。这也由如图 5.64c 所示的结果得以验证。

对于低信号水平和中等信号水平，其中通常 $\tau_{90} < 1/f_{\max}$成立，式（5.103）不能为N_i提供任何可接受的值，因为在这种情形中，得到的值落在下界 $N_i=7$ 之外，$N_i=7$ 被看作是保证高斯概率密度函数 $p_{\mu_i}(x)$ 的足够近似的最小正弦曲线数。作为一个推论，最后得到所需正弦曲线数的如下有用估计

$$N_i \geqslant \max\{7, \lceil 2f_{\max}\tau_q(r) \rceil\} \tag{5.104}$$

它对于所有信号水平 $r \geqslant 0$ 是有效的。

接下来将研究确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$的衰落间隔的统计性质，针对的是这样的情形，其中基本正弦曲线求和过程$\tilde{\mu}_1(t)$和$\tilde{\mu}_2(t)$ 由高斯功率谱密度表征。令式（3.26）中高斯功率谱密度的形状由参数 $f_c = \sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91$Hz 和 $\sigma_0^2=1$ 确定。仿真模型的各项参数再次是由准确的多普勒频散方法计算得到的。和前面的情形完全相同，将具有二元组（N_1，N_2）＝（100，101）的仿真模型看作参考模型。重复进行概率密度函数 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;\ r)$ 的试验性确定过程，在低、中和高信号水平 r 处所产生 $\tilde{\zeta}(kT_s)$ 样本的评估之后，得到如图 5.65a ~ 图 5.65c 所示的结果。对于所有信号水平，依据经验将采样间隔 T_s设置为 0.5×10^{-4}s。这里，为了确定每个给出的概率密度函数 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;\ r)$，再次评估了 10^7个衰落间隔 τ_-。

由图 5.65a 和图 5.64a 的比较，得到相应的概率密度函数 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;\ r)$ 是相同的。这和预料的一样，因为过程$\tilde{\mu}_1(t)$ 和$\tilde{\mu}_2(t)$ 的功率谱密度的准确形状在低信号水平 r 处对密度 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;\ r)$ 没有影响。这里仅有量 $\tilde{\sigma}_0^2 = \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(0)$ 和 $\tilde{\beta}_i = -\ddot{\tilde{r}}_{\mu_i\mu_i}(0)$ 的值是重要的。在当前情形中，对于 Jakes 功率谱密度和高斯功率谱密度，它们是相同的。仅对逐渐增加的信号水平 r，对于 $\tau>0$，$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 形状对密度 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;\ r)$ 产生越来越多的影响。为了弄清这个问题，建议将图 5.65b 和图 5.65c 分别与图 5.64b 和图 5.64c 比较。明显的是，在 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;\ r)$ 和 $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 之间存在如下基本关系：当且仅当基本复数正弦曲线求和过程 $\tilde{\mu}(t) = \tilde{\mu}_1(t) + \mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 下这个关系成立时，概率密度函数 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;\ r)$ 才有几个最大值。

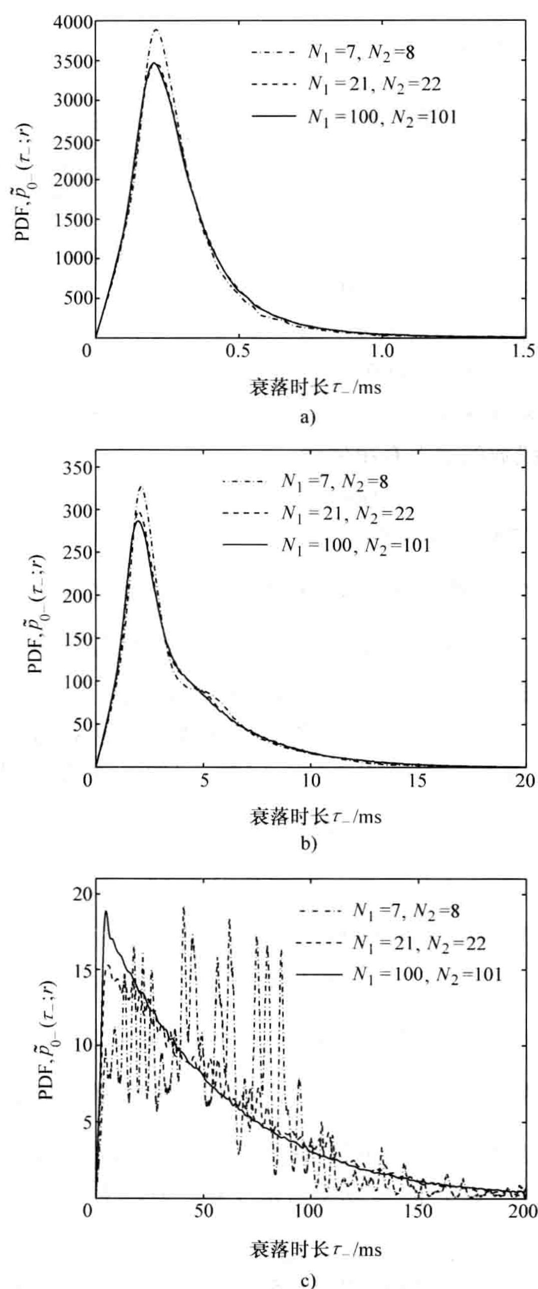


图 5.65　确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 衰落间隔的概率密度函数 $\tilde{p}_{0_}(\tau_-;\ r)$

（MEDS，高斯 PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

a）$r=0.1$　b）$r=1$　c）$r=2.5$

接下来，将研究衰落和连续间隔（connecting intervals）的二维联合概率密度函数，这里表示为 $\tilde{p}_{0_{-+}}(\tau_-, \tau_+; r)$。函数 $\tilde{p}_{0_{-+}}(\tau_-, \tau_+; r)$ 描述衰落间隔 τ_- 和连续间隔 τ_+ 在信号水平 r 处成对发生的联合概率密度。更具体地说，这是如下联合事件的概率密度，即在区间 $(t+\tau_-, t+\tau_-+\mathrm{d}\tau_-)$ 内在时间长度 τ_- 之后，确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 向上首次穿过一个恒定信号水平 r，之后在区间 $(t+\tau_-+\tau_+, t+\tau_-+\tau_++\mathrm{d}\tau_+)$ 内在时长 τ_+ 之后，过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 首次落在同一信号水平 r 之下，其前提条件是一次水平通过从上到下穿过 r 是在时刻 t 发生的。

对于基本确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 由 Jakes 功率谱密度和高斯功率谱密度表征的情形，图5.66a～图5.66c 和图5.67a～图5.67c 分别给出二维联合概率密度函数 $\tilde{p}_{0_{-+}}(\tau_-, \tau_+; r)$ 的一些仿真结果。在连续间隔 τ_+ 上联合概率密度 $\tilde{p}_{0_{-+}}(\tau_-, \tau_+; r)$ 的数值积分得到边密度 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-; r) = \int_0^{\infty} \tilde{p}_{0_{-+}}(\tau_-, \tau_+; r)\,\mathrm{d}\tau_+$，这已经形象地示于图5.64a～图5.64c 和图5.65a～图5.65c。

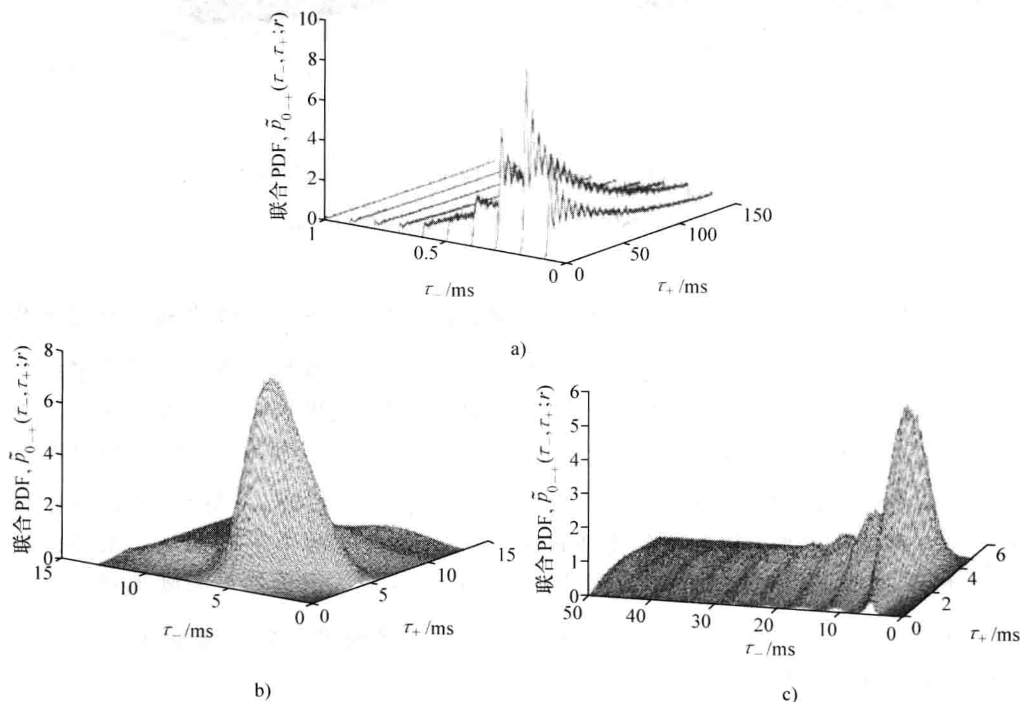


图5.66　确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 衰落间隔和连续间隔的联合概率密度函数 $\tilde{p}_{0_{-+}}(\tau_-, \tau_+; r)$（MEDS，Jakes PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

a）$r=0.1$　b）$r=1$　c）$r=2.5$

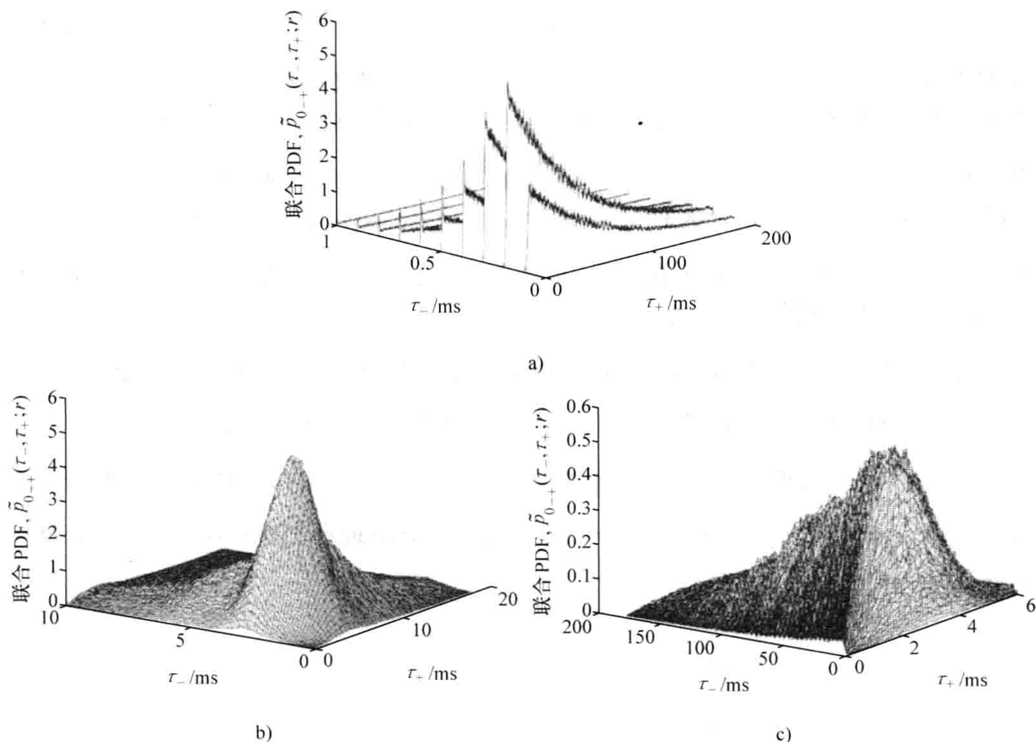


图5.67 确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 衰落间隔和连续间隔的联合概率密度函数 $\tilde{p}_{0_{-+}}(\tau_-,\tau_+;r)$

（MEDS，Jakes PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{max}$，$f_{max}=91$Hz，$\sigma_0^2=1$）

a）$r=0.1$ b）$r=1$ c）$r=2.5$

在本章结尾处，将再次讨论蒙特卡洛方法和Jakes方法。重复为确定概率密度函数 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;r)$ 所必要的以前描述过的仿真，计算仿真模型参数的方法，首先采用蒙特卡洛方法，之后采用Jakes方法。出于简洁性考虑，这里仅将这两种方法应用到式（3.23）中的Jakes功率谱密度，采用的参数为 $f_{max}=91$Hz 和 $\sigma_0^2=1$。通过使用蒙特卡洛方法找到的概率密度函数 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;r)$ 示于图5.68a～图5.68c，其中针对的是各种信号水平 r 和离散多普勒频率 $\{f_{i,n}\}$ 集合的两个不同实现。虽然已经为 N_1 和 N_2 选择了相对较大的值，即 $N_1=21$ 和 $N_2=22$，但仍然可清晰地观察到概率密度 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;r)$ 的随机形状，这较大地偏离参考模型的期望密度（采用 $N_1=100$ 和 $N_2=101$ 的MEDS）。

最后，图5.69a～图5.69c给出通过应用Jakes方法得到的概率密度函数 $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-;r)$ 的图形。与蒙特卡洛方法相比，Jakes方法得到衰落间隔 τ_- 的比较准确的分布。

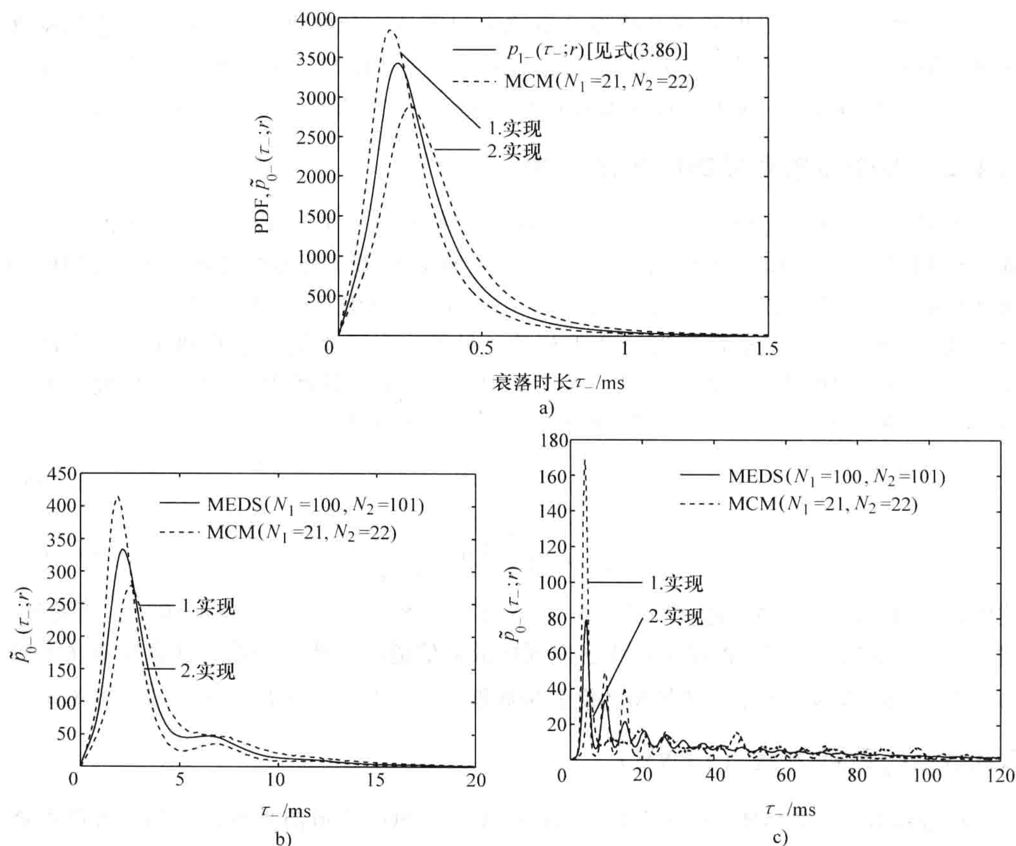


图 5.68　确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 衰落间隔的概率密度函数 $\tilde{p}_{0_}(\tau_-;r)$

（MCM，Jakes PSD，$f_c=\sqrt{\ln 2}f_{\max}$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

a）$r=0.1$　b）$r=1$　c）$r=2.5$

5.4　Cisoids 求和信道模型的参数确定

5.4.1　问题描述

考虑如下形式的一个随机 cisoids 求和（SOC）过程

$$\hat{\mu}(t)=\sum_{n=1}^{N}c_n\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_n t+\theta_n)}\tag{5.105}$$

式中，c_n，f_n和 θ_n是第 n 条传播路径的路径增益、多普勒频率和相位。问题是，为cisoids的各参数找到合适的值，从而使对于 cisoids 的一个给定数量 N，SOC 模型的统计性质足够接近参考模型的那些统计性质。假定相位 θ_n是独立同分布随机变量，每个变量在（0，2π］上都是均匀分布的，则基本上来说，问题是寻找增益 c_n和多普勒频率f_n。

在参考文献中，提出了SOC模型参数确定问题的几种解决方法。这些方法包括准确多普勒频散的扩展方法（EMEDS）[169]、L_p范数方法（LPNM）（见5.1.6节）、广义等面积方法（GMEA）[151]和Riemann求和方法（RSM）[170]。前三种方法将在下面描述。

5.4.2 准确多普勒频散的扩展方法

准确多普勒频散的扩展方法（EMEDS）是在参考文献［171］中引入的，作为MEDS的扩展，在各向同性散射的假定下，计算SOC信道仿真器的模型参数。MEDS的多普勒频率f_n是限制在区间（0，$f_{\max}$）的，与此相对，EMEDS涵盖区间（$-f_{\max}$，$f_{\max}$），是将式（5.87）中的2π替换为$\pi/2$得到的。另外，为了避免冗余并利用式（5.105）中cisoids的对称性质，不得不将式（5.87）中的$n-1/4$替换为$n-1/2$。因此，对于Jakes功率谱密度，EMEDS确定路径增益c_n和多普勒频率f_n[171]为

$$c_n=\sigma_0\sqrt{\frac{2}{N}} \tag{5.106}$$

$$f_n=f_{\max}\cos\left[\frac{2\pi}{N}\left(n-\frac{1}{4}\right)\right] \tag{5.107}$$

式中，$n=1$，2，…，N。通过将式（5.106）和式（5.107）代入式（4.109），可验证，对于任意$N\geqslant 1$，EMEDS准确地再生各向同性散射信道的多普勒频散，这意味着仿真模型的多普勒频散$\hat{B}_{\mu\mu}^{(2)}$等于参考模型的多普勒频散$B_{\mu\mu}^{(2)}$，即$\hat{B}_{\mu\mu}^{(2)}=B_{\mu\mu}^{(2)}=f_{\max}/\sqrt{2}$，$\forall N\geqslant 1$。

5.4.3 L_p范数方法（LPNM）

L_p范数方法（LPNM）在5.1.6节已做描述，是SOS信道仿真器设计的一种高性能参数计算方法。当对随机SOC过程$\hat{\mu}(t)$使用LPNM时，那么$\hat{\mu}(t)$的路径增益c_n如式（5.106）中定义，而多普勒频率f_n不得不以如下方式计算，使L_p范数

$$E_{r_{\mu\mu}}^{(p)}=\left\{\frac{1}{\tau_{\max}}\int_0^{\tau_{\max}}|r_{\mu\mu}(\tau)-\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)|^p\mathrm{d}\tau\right\}^{1/p} \tag{5.108}$$

得到一个最小值，其中p是一个正数，且$\tau_{\max}>0$确定区间［0，$\tau_{\max}$］的长度，人们关注的是在该区间内的近似$r_{\mu\mu}(\tau)\approx\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)$。

存在LPNM的其他变形，在5.1.6节针对SOS模型做了综述。下面将简短地描述它们如何用于SOC模型的参数确定。对于所考虑的第一种变形，$\hat{\mu}(t)$的增益c_n和多普勒频率f_n的计算，要使开销函数

$$E^{(p)}=W_1\cdot E_{r_{\mu\mu}}^{(p)}+W_2\cdot E_{p\zeta}^{(p)} \tag{5.109}$$

最小化，其中W_1和W_2是权重因子，且

$$E_{p\zeta}^{(p)}=\left\{\int_0^{\infty}|p_{\zeta}(z)-\hat{p}_{\zeta}(z)|^p\mathrm{d}z\right\}^{1/p} \tag{5.110}$$

第二种变形目标也是最小化$E^{(p)}$，但它仅考虑$N-1$对参数c_n，f_n，其中$n=1$，2，…，$N-1$。为了确保边界条件$\hat{r}_{\mu\mu}(0)=r_{\mu\mu}(0)$和$\ddot{\hat{r}}_{\mu\mu}(0)=\ddot{r}_{\mu\mu}(0)$得以满足，剩下的参数$c_N$和$f_N$为

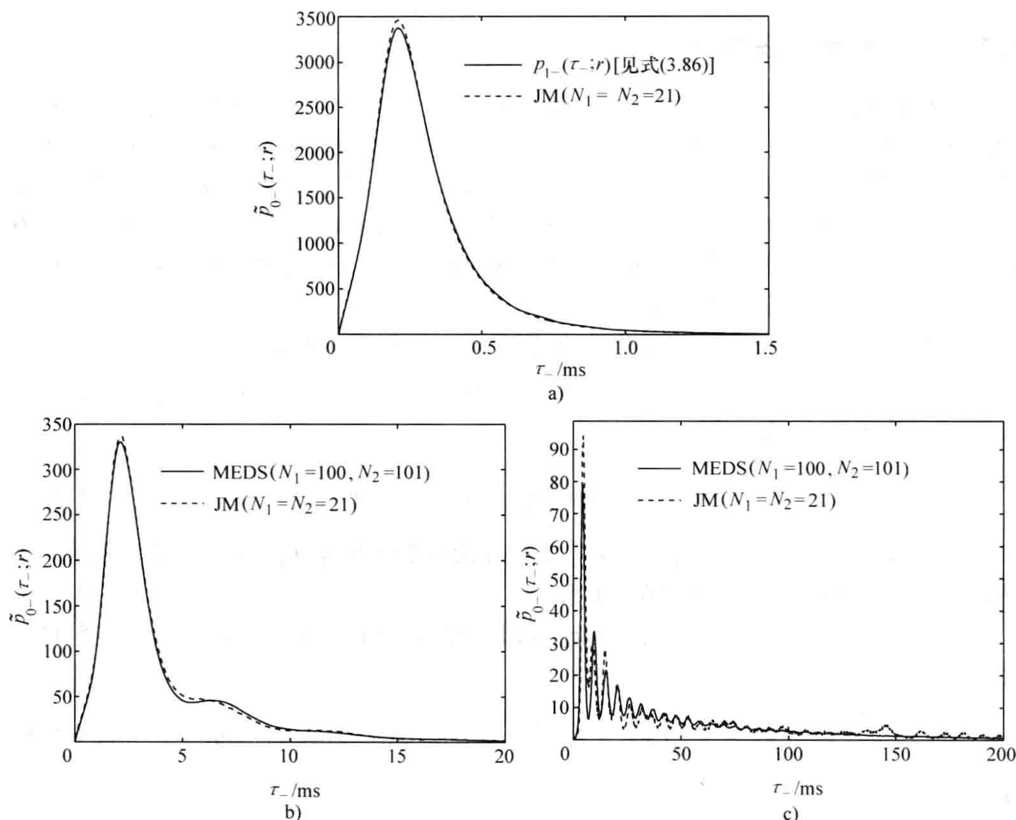


图 5.69　确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 衰落间隔的概率密度函数 $\tilde{p}_{0_}(\tau_-;r)$

(JM，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$)

a) $r=0.1$　b) $r=1$　c) $r=2.5$

$$c_N=\left\{2\sigma_0^2-\sum_{n=1}^{N-1}c_n^2\right\}^{1/2} \tag{5.111}$$

$$f_N=\frac{1}{c_N}\left\{\frac{-\ddot{r}_{\mu\mu}(0)}{4\pi^2}-\sum_{n=1}^{N-1}(c_nf_n)^2\right\}^{1/2} \tag{5.112}$$

称原 LPNM 为 LPNM Ⅰ，而上述的第一种变形和第二种变形将分别称作 LPNM Ⅱ 和 LPNM Ⅲ。依据 5.1.6 节给出的分析，LPNM Ⅲ 是最高效的 LPNM 变形。

EMEDS 和 LPNM 被广泛地用于仿真 SISO 和 MIMO 衰落信道，参见参考文献［105，169，172］。正如可从参考文献［169］和［105］中给出的分析得出的结论，这两种方法的性能确实是相当不错的。不幸的是，EMEDS 的适用性受限于由对称 Jakes 功率谱密度（各向同性散射）表征的信道仿真器的设计，而 LPNM 固有的优化技术使确定模型参数成为一项耗时的任务。为了避免这些约束，提出 GMEA 作为 SOC 过程参数确定问题的一种高效的和通用的求解方法。

5.4.4 广义等面积方法

在本小节，给出广义等面积方法（GMEA）[151]，它非常适合于瑞利衰落信道由任何（对称的或非对称的）指定类型的多普勒功率谱密度表征的cisoids求和（SOC）仿真器的设计。不像原MEA的是，其广义方法并不受限于对称多普勒功率谱密度的建模。事实上，将看到GMEA对于由非对称多普勒功率谱密度表征的仿真模型的设计是非常有用的。这是一项重要的功能，原因是对于非各向同性散射条件下移动通信系统的实验室分析，这种场景的仿真是极其重要的。

复数高斯过程 $\mu(t)$ 在下面作为参考模型，它由其自相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 表征。令 $p_\alpha(\alpha)$ 是到达角度 α 的任意给定分布函数，那么采用 $r_{\mu\mu}(\tau)=2\sigma_0^2\{\exp\{j2\pi f_{\max}\cos(\alpha)\tau\}\}$ 将 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 表示为

$$r_{\mu\mu}(\tau) = 4\sigma_0^2\int_0^\pi g_\alpha(\alpha)\mathrm{e}^{j2\pi f_{\max}\cos(\alpha)\tau}\mathrm{d}\alpha \tag{5.113}$$

式中，$g_\alpha(\alpha):=[p_\alpha(\alpha)+p_\alpha(-\alpha)]/2$ 是 α 的概率密度函数 $p_\alpha(\alpha)$ 的偶数部分。另外，可证明自相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 满足关系

$$r_{\mu\mu}(\tau)=2[r_{\mu_1\mu_1}(\tau)+jr_{\mu_1\mu_1}(\tau)]=2[r_{\mu_2\mu_2}(\tau)-jr_{\mu_2\mu_1}(\tau)] \tag{5.114}$$

式中

$$r_{\mu_1\mu_1}(\tau) = r_{\mu_2\mu_2}(\tau) = 2\sigma_0^2\int_0^\pi g_\alpha(\alpha)\cos(2\pi f_{\max}\cos(\alpha)\tau)\mathrm{d}\alpha \tag{5.115}$$

和

$$r_{\mu_1\mu_2}(\tau) = -r_{\mu_2\mu_1}(\tau) = 2\sigma_0^2\int_0^\pi g_\alpha(\alpha)\sin(2\pi f_{\max}\cos(\alpha)\tau)\mathrm{d}\alpha \tag{5.116}$$

是 $\mu(t)=\mu_1(t)+j\mu_2(t)$ 的同相和正交分量的自相关函数和交叉相关函数。由式（5.114）~式（5.116）得出，如果 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 是不相关的，即 $r_{\mu_1\mu_2}(\tau)=r_{\mu_2\mu_1}(\tau)=0$，那么 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 将是一个实数值偶函数；否则，$r_{\mu\mu}(\tau)$ 将是复数值的和赫尔米特对称的。

由 $\mu(t)$ 描述的信道模型以另外一种方式由其多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 表征，$S_{\mu\mu}(f)$ 是由自相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 的傅里叶变换定义的［见式（2.111）］，即 $S_{\mu\mu}(f)=\int_{-\infty}^{\infty}r_{\mu\mu}(\tau)\exp\{-j2\pi f\tau\}\mathrm{d}\tau$。将式（5.113）代入式（2.111），对于 $|f|<f_{\max}$，得到

$$S_{\mu\mu}(f)=4\sigma_0^2\cdot\frac{g_\alpha(\arccos(f/f_{\max}))}{f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}} \tag{5.117}$$

由傅里叶变换的性质[173,3.6节]，我们知道，如果 $\mu(t)$ 的同相分量和正交分量是不相关的，即 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 是实数值偶函数，那么 $S_{\mu\mu}(f)$ 对原点是对称的。在相反情形，如果 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 是相关的，那么 $S_{\mu\mu}(f)$ 将是非对称的。

就离散多普勒频率 f_n 的计算而言，回顾一下，$\mu(t)$ 的自相关函数是以随机到达角度 α_n 的分布 $p_\alpha(\alpha)$ 或等价地以 $p_\alpha(\alpha)$ 的偶数部分 $g_\alpha(\alpha)$ ［见式（5.113）］给出的。另外，$\hat{\mu}(t)$ 的自相关函数 $\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 是完全由参数 c_n，f_n 和 N 确定的。

就这方面来说，则如下思考是合理的，即对于 N 的一个给定值，为了使 $\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 逼近参考模型的自相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$，$\hat{\mu}(t)$ 的增益和多普勒频率应该提供有关函数 $g_\alpha(\alpha)$ 的信息。遵循这条推理思路，并考虑到式（5.106）中的增益与到达角度统计性质是无关的，则将计算 $\hat{\mu}(t)$ 的多普勒频率，从而使确定性到达角度 α_n 满足方程

$$\int_{\alpha_{n-1}}^{\alpha_n} g_\alpha(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha = \frac{1}{2N}, \quad n = 2,3,\cdots,N \tag{5.118}$$

式中，$\alpha_n \in (0, \pi)$。回顾一下，$\mu(t)$ 的同相分量和正交分量之间的不相关性，对于衰落信道由对称多普勒功率谱密度表征的仿真模型设计而言，是一个基本特征。在附录 5.C 中证明了，如果 $\mu(t)$ 的多普勒功率谱密度是对称的，且到达角度 α_n 满足式（5.118），那么 $\hat{\mu}(t)$ 的同相分量和正交分量是不相关的，当且仅当

$$\int_0^{\alpha_1} g_\alpha(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha = \frac{1}{4N} \tag{5.119}$$

将式（5.119）作为计算到达角度 α_n 的一个初始条件，以便确保在本节给出的参数计算方法可被应用到由对称多普勒功率谱密度表征的衰落信道仿真。

试验表明，如果 $S_{\mu\mu}(f) = S_{\mu\mu}(-f)$，那么在式（5.119）中给出的初始条件，对于 $\tau \in [0, N/(4f_{\max})]$，最小化了 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 和 $r_{\hat{\mu}\hat{\mu}}(\tau)$ 之间的误差 $E_{r_{\mu\mu}}^{(2)}$。但是，如果信道多普勒功率谱密度是非对称的，即 $S_{\mu\mu}(f) \neq S_{\mu\mu}(-f)$，则一般不是这种情况。

在参考文献［151］中已经指出，如果满足如下不等式，则由 $\hat{\mu}(t)$ 描述的仿真模型是均值遍历的和自相关遍历的：对于 $n \neq m$，$f_n \neq f_m$ 和对于所有 $n = 1, 2, \cdots, N$，$f_n \neq 0$。在式（5.118）中陈述条件的一项重要隐含意义是，对于 $n \neq m$ 和 $\alpha_n > 0$，$\forall n$，到达角度 α_n 满足 $\alpha_n = \alpha_m$。因此，通过确定满足式（5.118）的到达角度 α_n，隐式地保证了满足不等式 $f_n \neq f_m$，原因是对于某个 $n \neq m$ 当且仅当 $\alpha_n = \pm\alpha_m$ 时，$f_n = f_m$ 才成立。另外，对于某个 n，当且仅当 $\alpha_n = \pi/2$ 时，$f_n = 0$；当 $\mu(t)$ 的多普勒功率谱密度是非对称的，这不太可能；当 $S_{\mu\mu}(f)$ 是对称的且 cisoids 数 N 是偶数时，从来就不会出现这种情况。

在式（5.118）和式（5.119）的基础上，通过利用数值根查找技巧，对于 $n = 1, 2, \cdots, N$，求解

$$\int_0^{\alpha_n} g_\alpha(\alpha)\,\mathrm{d}\alpha = \frac{1}{2N}\left(n - \frac{1}{2}\right) \tag{5.120}$$

计算到达角度 α_n。函数 $g_\alpha(\alpha)$ 自己就可被看作一个概率密度函数，对应的累积分布函数由 $F_\alpha(\alpha) := \int_{-\infty}^{\alpha} g_\alpha(x)\,\mathrm{d}x$ 给出。对 $\alpha \leqslant \alpha_n$ 时 $F_\alpha(\alpha)$ 的计算评估得到 $F_\alpha(\alpha_n) = (n + N - 1/2)/(2N)$。因此，如果对 $F_\alpha(\cdot)$ 的反函数 $F_\alpha^{-1}(\cdot)$ 存在一个封闭形式的解，那么对于 $n = 1, 2, \cdots, N$，到达角度 α_n 可采用

$$\alpha_n = F_\alpha^{-1}\left(\frac{1}{2N}\left[n + N - \frac{1}{2}\right]\right) \tag{5.121}$$

计算。

一旦知道到达角度 α_n，则可通过使用关系式 $f_n = f_{max}\cos\alpha_n$ 得到离散多普勒频率 f_n。但是，经常的情况是，信道自相关函数和/或多普勒功率谱密度，是在没有给出有关随机到达角度 α_n 的分布的任何显式信息的条件下引入的，例如在参考文献［174］中的情形。对于那些情形，观察到

$$\int_0^{\alpha_n} g_\alpha(\alpha)\,d\alpha = \frac{1}{4\sigma_0^2}\int_0^{f_{max}} S_{\mu\mu}(f)\,df \tag{5.122}$$

考虑在式（5.120）中给出的结果，对于 $n=1, 2, \cdots, N$，可写出

$$\int_{-f_{max}}^{f_n} S_{\mu\mu}(f)\,df = \frac{2\sigma_0^2}{N}\left(N - n + \frac{1}{2}\right) \tag{5.123}$$

式中，$f_n \in (-f_{max}, f_{max})$。式（5.123）中的积分描述了某种累积功率函数，定义为 $P_S(f_n) := \int_{-\infty}^{f_n} S_{\mu\mu}(f)\,df$。由此对于 $P_S(\cdot)$ 的反函数 $P_S^{-1}(\cdot)$ 存在的特例而言，对于 $n=1, 2, \cdots, N$，式（5.105）中SOC过程 $\hat{\mu}(t)$ 的多普勒频率 f_n 可通过评估下式进行计算

$$f_n = P_S^{-1}\left(\frac{2\sigma_0^2}{N}\left[N - n + \frac{1}{2}\right]\right) \tag{5.124}$$

在 $P_S(\cdot)$ 的反函数不存在的情形中，那么不得不使用数值根寻找技巧求解式（5.123），计算得到多普勒频率 f_n。

GMEA如式（5.106）一样定义了路径增益，这使在不考虑 $\mu(t)$ 的基本多普勒功率谱密度和到达角度统计信息的情况下，对参考模型的包络分布 $p_\zeta(z)$ 进行合适的模拟。就这方面而言，参考文献［135］中给出的数值结果表明，当路径增益 c_n 如式（5.106）给出的一样且 $N \geq 10$ 时，SOC仿真模型的包络分布 $\hat{p}_\zeta(z)$ 是与瑞利分布密切一致的，在这里提到这一点是重要的。事实上，在参考文献［135］中证明了，如果 $N=10$，则 $p_\zeta(z)$ 和 $\hat{p}_\zeta(z)$ 之间的根均方误差 $E_{p_\zeta}^{(2)}$ 约为0.02，如果 $N>20$，则小于0.01。

5.4.5 性能分析

为了展示说明LPNM和GMEA的性能，则为随机到达角度 α 确定一个具体分布将是必要的。下面的von Mises分布[175]可用于这个目的。就对移动衰落信道到达角度统计信息的建模而言，von Mises分布的用途是首次在参考文献［176］中提出并通过测量数据验证的。

到达角度 α 的von Mises分布及其偶数部分分别为

$$p_\alpha(\alpha) = \frac{e^{\kappa\cos(\alpha - m_\alpha)}}{2\pi I_0(\kappa)} \tag{5.125}$$

$$g_\alpha(\alpha) = \frac{e^{\kappa\cos(\alpha)\cos(m_\alpha)}}{2\pi I_0(\kappa)} \cdot \cosh(\kappa\sin(\alpha)\sin(m_\alpha)) \tag{5.126}$$

式中，$\alpha \in [-\pi, \pi)$，m_α 表示均值到达角度，$\kappa \geq 0$ 是控制角度扩展的一个集中度参数，

且 $I_0(\cdot)$ 是第1类零阶修正 Bessel 函数。在式（5.125）设定 $\kappa=0$，von Mises 分布就简化为表征各向同性散射的均匀分布 $p_\alpha(\alpha)$。对于 von Mises 分布，通过使用式(5.117)，对于 $|f|<f_{\max}$，可容易地验证 $\mu(t)$ 的多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 相应地等于[176]

$$S_{\mu\mu}(f)=\frac{2\sigma_0^2 e^{\kappa\cos(m_\alpha)f/f_{\max}}}{\pi f_{\max}I_0(\kappa)\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}\cdot\cosh\left(\kappa\sin(m_\alpha)\sqrt{1-\left(\frac{f}{f_{\max}}\right)^2}\right)} \tag{5.127}$$

类似地，通过使用式（5.113），可证明[176]

$$r_{\mu\mu}(\tau)=\frac{2\sigma_0^2}{I_0(\kappa)}I_0(\{\kappa^2-(2\pi f_{\max}\tau)^2+\mathrm{j}4\pi\kappa f_{\max}\cos(m_\alpha)\tau\}^{1/2}) \tag{5.128}$$

值得注意的是，对于 $\kappa=0$，式（5.127）中给出的多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 简化为表征各向同性散射信道的 Jakes 功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)=2\sigma_0^2/(\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2})$，而式(5.128) 中的自相关函数简化为 $r_{\mu\mu}(\tau)=2\sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau)$。

另外，遵循式（3.28a）和式（3.28b），发现 $\mu(t)$ 的平均多普勒频移 $B_{\mu\mu}^{(1)}$ 和多普勒频散 $B_{\mu\mu}^{(2)}$ 为

$$B_{\mu\mu}^{(1)}=\frac{f_{\max}\cos(m_\alpha)I_1(\kappa)}{I_0(\kappa)} \tag{5.129}$$

$$B_{\mu\mu}^{(2)}=\left\{\frac{f_{\max}^2}{\kappa I_0(\kappa)}\left[\frac{\kappa[I_0(\kappa)+I_2(\kappa)]\cos^2(m_\alpha)}{2}+I_1(\kappa)\sin^2(m_\alpha)\right]-(B_{\mu\mu}^{(1)})^2\right\}^{1/2} \tag{5.130}$$

注意如果 $\kappa=0$，那么 $B_{\mu\mu}^{(1)}=0$，$B_{\mu\mu}^{(2)}=f_{\max}/\sqrt{2}$。

接下来，针对4种不同传播场景分析 GMEA 和 LPNM 的性能，其中到达角度统计信息由具有如下参数对的 von Mises 分布表征：($m_\alpha=0°$，$\kappa=0$)、($m_\alpha=0°$，$\kappa=5$)、($m_\alpha=30°$，$\kappa=10$) 和 ($m_\alpha=90°$，$\kappa=10$)。第一个和最后一个参数对与由对称多普勒功率谱密度表征的信道有关，而其他两个参数对则与具有非对称多普勒功率谱密度的信道相关联。对于将 GMEA 与三个 LPNM 变形的性能比较，选择 $\sigma_0^2=1/2$，$f_{\max}=91\,\text{Hz}$，$p=2$ 和 $\tau_{\max}=N/4f_{\max}$。遵循在5.1.6节实施的试验，将 $E^{(p)}$ 的基本加权因子 W_1 和 W_2 设置为 $W_1=1/4$ 和 $W_2=3/4$。使用 GMEA 计算得到的多普勒频率作为初始值来最小化 L_p 范数 $E_{r_{\mu\mu}}^{(p)}$ 和 $E^{(p)}$。注意，von Mises 分布的累积分布函数和产生的多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ [见式（5.127）] 的累积功率函数 $P_S(f)$ 都是不能以分析方式计算得到的。由于这个原因，将 GMEA 应用到 von Mises 分布，就要求以数值方式求解式（5.120）[或式(5.123)]，而这可容易地使用 MATLAB®的 fzero 函数完成。

1. 包络分布的模拟

通过以 $N=10$ 应用 GMEA，图 5.70 给出参考模型的包络分布 $p_\zeta(z)$ 和 $\hat{\mu}(t)$ 的包络分布 $\hat{p}_\zeta(z)$ 之间的比较情况。在这幅图中给出了 $\hat{p}_\zeta(z)$ 的分析图形和经验图形。分析图形是使用 MATLAB®的 trapz 函数以数值方式计算评估式（4.121）产生的。

经验图形是通过计算评估 $\hat{\zeta}(t)$ 的 50×10^6 个样本得到的。这样的样本是在相同时刻 $t=t_i$ 处收集的，其中 t_i 是在两个小时的时间间隔上以随机方式选中的。注意，不管被仿真信道的到达角度统计信息为何，GMEA 都得到相同的包络分布。这是因为仿真模型的包络分布仅受到路径增益集合 $\{c_n\}$ 和 cisoids 数 N [见式（4.121）] 的影响，且不管到达角度分布为何，GMEA 都为每个 N 值定义了唯一的路径增益集合 [见式（5.106）]。在图中看到 $\hat{p}_{\zeta}(z)$ 的分析图形完美地匹配经验图形，从而可假定式（4.121）给出的 $\hat{p}_{\zeta}(z)$ 的分析解的正确性。而且，由图 5.70 可观察到，$\hat{p}_{\zeta}(z)$ 的图形与参考模型的包络分布 $p_{\zeta}(z)$ 描述的曲线是极其一致的，这表明在近似瑞利分布方面 GMEA 的准确性。

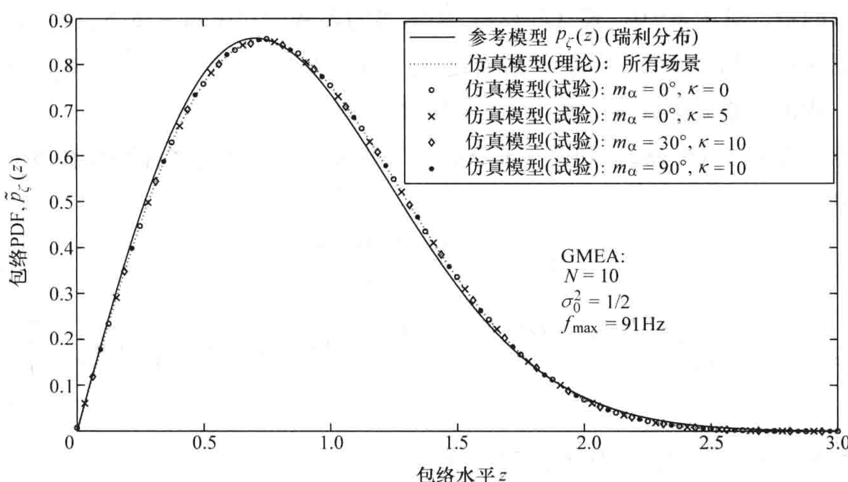


图 5.70　通过将 GMEA 应用到到达角度 α 的 von Mises 分布，参考模型的包络分布 $p_{\zeta}(z)$ 和仿真模型的包络分布 $p_{\hat{\zeta}}(z)$ 之间的比较情况

接下来，通过考虑 $N\in\{10, 20, 30, 40, 50\}$ 时 LPNM 的三种变形和 GMEA，计算评估 $p_{\zeta}(z)$ 和 $\hat{p}_{\zeta}(z)$ [见 $p=2$ 时的式（5.110）] 之间的方均根（RMS）误差 $E_{p_{\zeta}}^{(2)}$。结果如图 5.71 所示。注意由 GMEA 和 LPNM Ⅰ 导致的误差是完全相同的。这是因为对于两种方法而言，$\hat{\zeta}(t)$ 的分布是相同的，原因是它们以相同方式确定路径增益 c_n。得到的结果毫无疑义地表明，LPNM Ⅱ 是在各向同性散射条件下产生最小误差的方法，而 GMEA 和 LPNM Ⅰ、LPNM Ⅲ 具有基本相同的性能。另外，就非各向同性散射条件下参考模型的包络分布的模拟而言，GMEA 和 LPNM Ⅰ 的性能要优于 LPNM Ⅱ 和 LPNM Ⅲ。

2. 自相关函数的模拟

通过在 $N=20$ 条件下，应用所研究的各方法，图 5.72 给出参考模型的自相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$ [见式（5.128）] 的绝对值和 $\hat{\mu}(t)$ 的自相关函数 $\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)$ [见式（4.104）] 的绝对值之间的比较情况。除了 $|\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)|$ 的理论曲线外，图 5.72 给出 $\hat{\mu}(t)$ 的样本函数

$\tilde{\mu}(t)$的时间平均自相关函数 $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$的经验图形。所有这些图形都是从$\hat{\mu}(t)$的单次实现产生的。可以看出，在所有情形中，$|\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)|$ 的图形都叠加在$|\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)|$ 的图形之上，这意味着 SOC 仿真模型的自相关遍历性质是由所考虑的方法保持的。

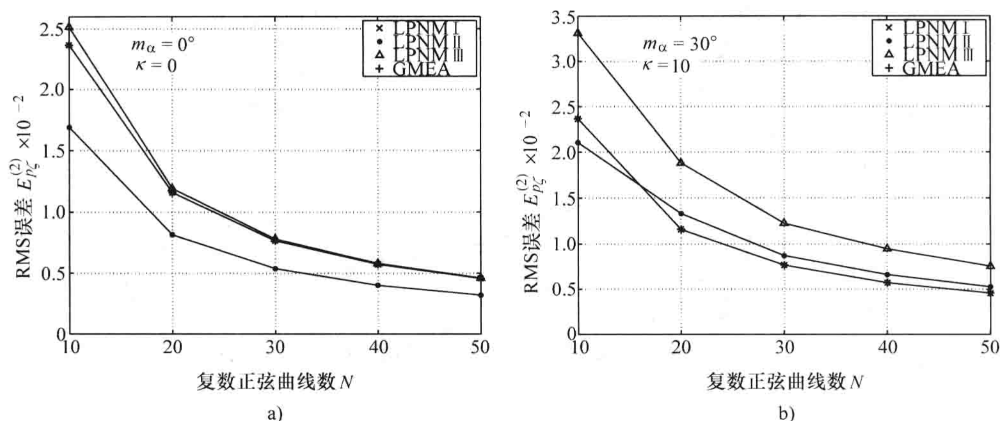


图 5.71　通过针对各向同性散射和非各向同性散射的情形，将 LPNM 和 GMEA 应用到 von Mises 分布而设计得到的仿真模型之包络分布的根均方误差 $E_{p_\zeta}^{(2)}$

a）各向同性散射　b）非各向同性散射

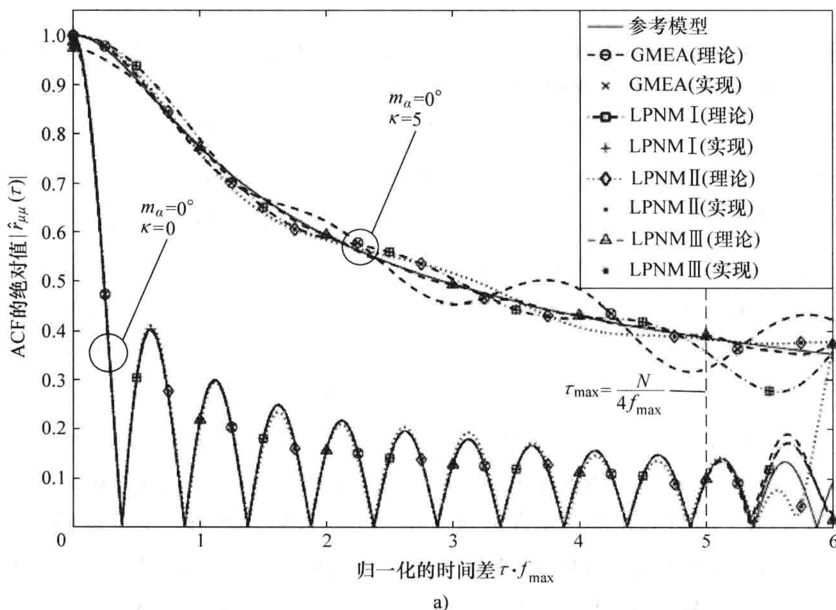


图 5.72　通过考虑到达角度 α 的 von Mises 分布，以参考模型的自相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 的近似表示的 LPNM 和 GMEA 之间的性能比较

($f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1/2$，$p=2$，$\tau_{\max}=N/(4f_{\max})$ 和 $N=20$)

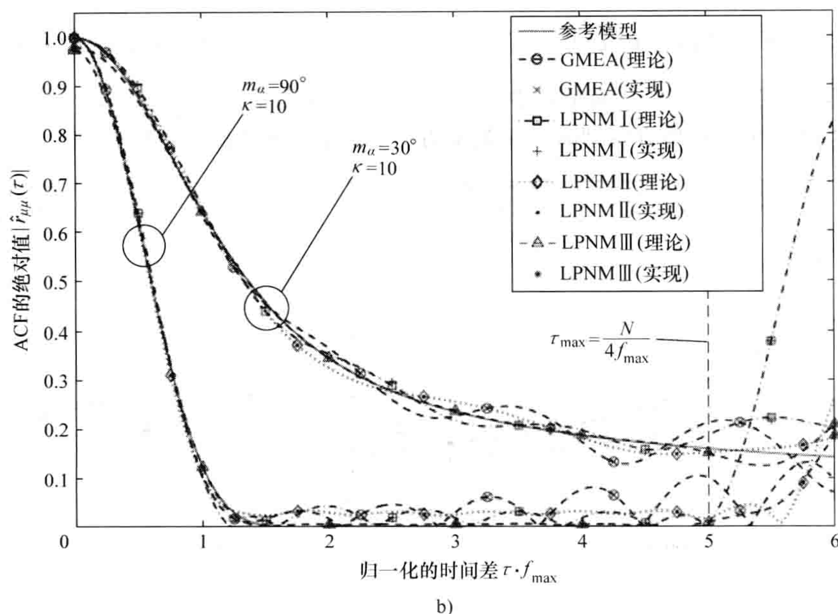


图5.72 通过考虑到达角度 α 的 von Mises 分布，以参考模型的自相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 的近似表示的 LPNM 和 GMEA 之间的性能比较（$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1/2$，$p=2$，$\tau_{max}=N/(4f_{max})$ 和 $N=20$）（续）

就各方法的性能而言，由图5.72可观察到，通过使用 LPNM 和 GMEA 得到的 $|\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)|$ 的图形趋势，与参考模型的自相关函数 $|r_{\mu\mu}(\tau)|$ 的图形描述的趋势是类似的。因此可得出结论，LPNM 和 GMEA 都得到 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 的一个极好近似。但是，当应用 LPNM 时的近似是较好的，原因是对应于 GMEA 的 $|\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)|$ 曲线沿 $|r_{\mu\mu}(\tau)|$ 图形而弯曲，并比由 LPNM 三个变形之一的任何一个得到的曲线，其偏差都较大。尽管如此，应该注意到，一般而言，与 GMEA 关联的 $|\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)|$ 的图形，在原点邻域，要比使用 LPNM 得到的图形都更接近 $|r_{\mu\mu}(\tau)|$ 的图形。这表明相比 LPNM，GMEA 要更适合于逼近 $\mu(t)$ 的统计量，它仅取决于在 $\tau=0$ 处 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 的值、斜率和曲率。这些量是平均多普勒频移、多普勒频散、水平通过率和衰落的平均时长。

$N\in\{10, 20, 30, 40, 50\}$ 时得到的 $\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 和 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 之间的根均方误差 $E_{r_{\mu\mu}}^{(2)}$ [见式(5.108)] 如图5.73所示。特别在非各向同性散射的情形中，由图5.73b可观察到，对应于 GMEA 的 $E_{r_{\mu\mu}}^{(2)}$ 的图形几乎总是在通过应用 LPNM 得到的图形之上。这验证了如下假设，即就模拟 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 而言，LPNM 的性能要优于 GMEA。但是，图5.73b表明，仅有 LPNM II 给出好于 GMEA 的显著优势，原因是通过应用 GMEA 和 LPNM 的其他两个变形得到的 $E_{r_{\mu\mu}}^{(2)}$ 的值都处在相同的数量级上。另外，应该注意到，LPNM Ⅱ是在原点邻域得到 $|r_{\mu\mu}(\tau)|$ 最差近似的方法，这正如容易地从图5.72看到的那样。因此预期，就平均多普勒频移和多普勒频散而言，LPNM Ⅱ将是提供最差结果的方法。

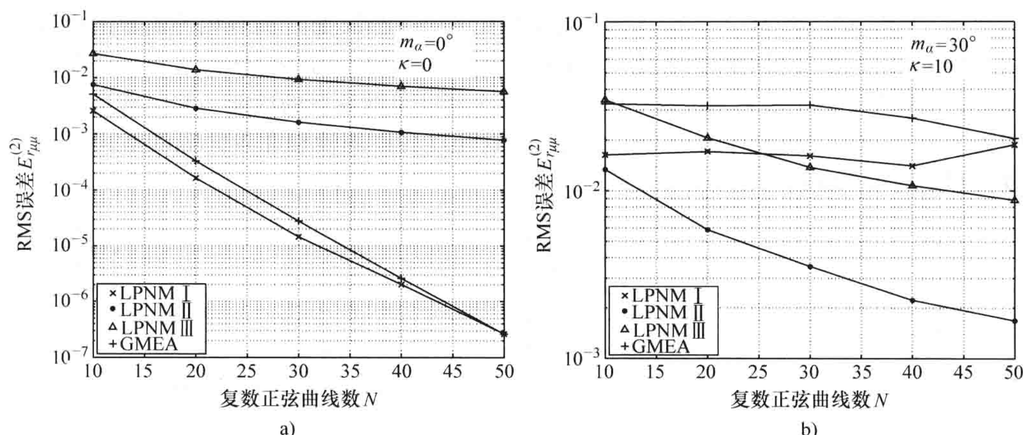


图 5.73　针对各向同性散射和非各向同性散射（$\tau_{\max}=N/(4f_{\max})$），通过将 LPNM 和 GMEA 应用到 von Mises 分布而设计的随机 SOC 仿真模型自相关函数 $\hat{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 的根均方误差 $E^{(2)}_{r_{\mu\mu}}$

a）各向同性散射　b）非各向同性散射

3. 平均多普勒频移和多普勒频散的模拟

就 $\mu(t)$ 的平均多普勒频移 $B^{(1)}_{\mu\mu}$ 的模拟而言，将仿真模型的平均多普勒频移 $\hat{B}^{(1)}_{\mu\mu}$ 的绝对误差

$$e_{B^{(1)}_{\mu\mu}}=|B^{(1)}_{\mu\mu}-\hat{B}^{(1)}_{\mu\mu}| \tag{5.131}$$

作为 N 的一个函数在图 5.74 中给出。另外，图 5.75 给出针对多普勒频散 $\hat{B}^{(2)}_{\mu\mu}$ 的相对误差

$$e_{B^{(2)}_{\mu\mu}}=\frac{|B^{(2)}_{\mu\mu}-\hat{B}^{(2)}_{\mu\mu}|}{B^{(2)}_{\mu\mu}} \tag{5.132}$$

得到的结果。图 5.74 和图 5.75 清晰地表明，在各向同性散射的情形中，$e_{B^{(1)}_{\mu\mu}}$ 和 $e_{B^{(2)}_{\mu\mu}}$ 的最小值是通过应用 GMEA 得到的，而如果考虑非各向同性散射，则 LPNM Ⅲ的性能类似于 GMEA 的性能。回顾一下，在 3.3 节中提到，如果多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 是一个对称函数，则 $\mu(t)$ 的平均多普勒频移等于零。由对应于具有对称多普勒功率谱密度的 $e_{B^{(1)}_{\mu\mu}}$ 的图形（图 5.74a）看，观察到，GMEA 是用于仿真模型的平均多普勒频移 $\hat{B}^{(1)}_{\mu\mu}$ 近似等于零的唯一方法。因此，就图 5.74 和图 5.75 中给出的结果看，可得出结论，相比 LPNM，GMEA 更适合于模拟平均多普勒频移和多普勒频散。注意 LPNM Ⅱ是产生最大 $e_{B^{(1)}_{\mu\mu}}$ 和 $e_{B^{(2)}_{\mu\mu}}$ 值的方法。这形象地说明了讨论自相关函数的模拟时在上面做出的观察结果。

4. 性能分析总结

在本小节，就方法近似一个给定参考信道模型的瑞利分布、自相关函数、平均多普勒频移和多普勒频散方面，与 GMEA 比较，评估了 LPNM 三种不同变形的性能。这项研究表明，就对瑞利分布的近似而言，GMEA 和 LPNM Ⅰ是相互等价的。当散射为各向同性时，LPNM Ⅱ的性能稍好于其他方法，但在非各向同性散射条件下，就包络分布的近

似而言，GMEA（LPNM Ⅰ）的性能超过 LPNM Ⅱ和 LPNM Ⅲ。就自相关函数的模拟而言，LPNM 的三种变形的性能要优于 GMEA，但就信道的平均多普勒频移和多普勒频散而言，GMEA 证明了要更加准确。GMEA 的这个特征与其良好的性能一起，使这种方法成为 SOC 信道仿真器设计的一个合适工具，这使在各向同性和非各向同性散射条件下现代移动通信系统的性能分析成为可能。

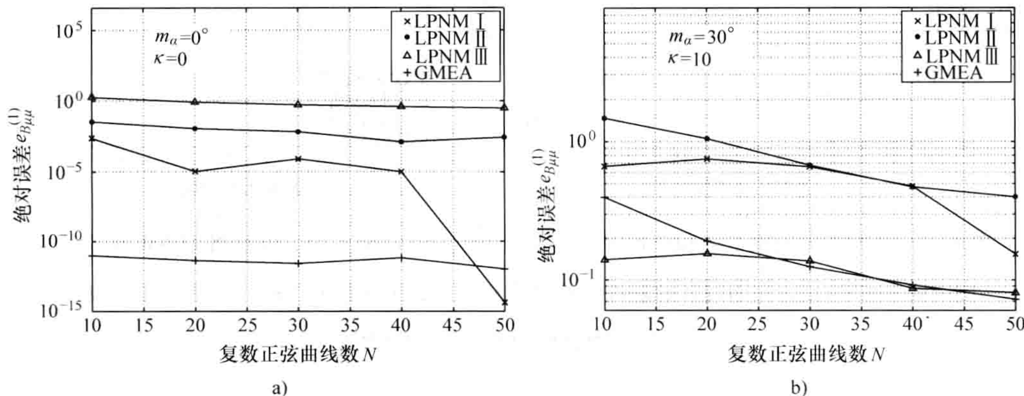


图 5.74 针对各向同性散射和非各向同性散射，通过将 LPNM 和 GMEA 应用到 von Mises 分布而设计的仿真模型的平均多普勒频移的绝对误差 $e_{B_{\mu\mu}^{(1)}}$

a）各向同性散射 b）非各向同性散射

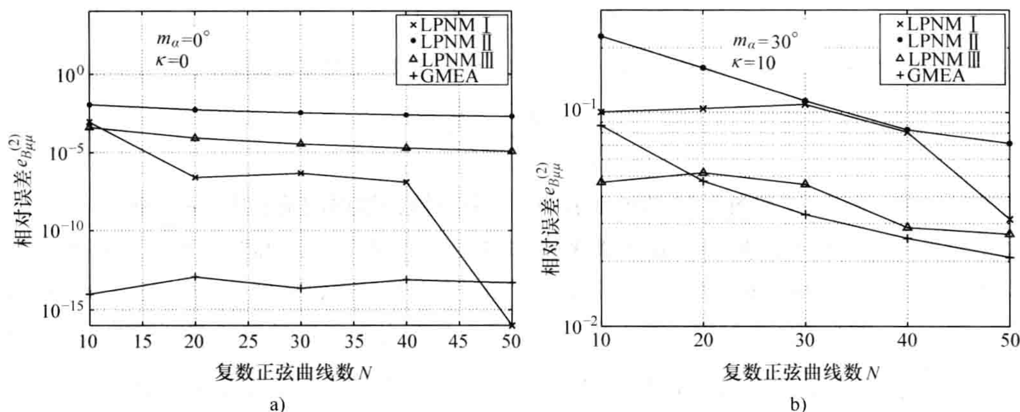


图 5.75 针对各向同性散射和非各向同性散射，通过将 LPNM 和 GMEA 应用到 von Mises 分布而设计的仿真模型的多普勒频散的相对误差 $e_{B_{\mu\mu}^{(2)}}$

a）各向同性散射 b）非各向同性散射

5.5 结束语和扩展阅读

在本章，讨论了计算仿真模型主要参数（离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 和路径增益 $c_{i,n}$）的

各种不同方法。正像原莱斯方法[16,17]一样，等距离方法[147,148]和均方误差方法[148]的特征为这样的事实，即两个相邻离散多普勒频率之间的距离是等距的。这三种方法仅在它们将路径增益如何适应期望的多普勒功率谱密度的方式上存在差异。由于离散多普勒频率的等距性质，所有这三种方法都共同有一个致命的劣势，即所设计确定性高斯过程相对较小的周期，由此得到的仿真模型也如此。这项劣势可通过使用等面积方法[147,148]而加以避免，该方法当应用到 Jakes 功率谱密度时具有可接受的性能。但是，如果这种方法被用于高斯形状的功率谱密度时，会失效或导致相当高的实现复杂度。蒙特卡洛方法[99,100]首先在德国后来在全世界变得非常流行。但是，在与其他方法的比较中，这种方法的性能是不好的[78,148]，这是指如果得到的确定性高斯过程的自相关函数的近似准确度被作为性能准确时的情况。蒙特卡洛方法的原理是，从一个均匀分布的随机变量映射到具有正比于期望多普勒功率谱密度的一个随机变量时，得到随机仿真系统的离散多普勒频率。结果是，离散多普勒频率本身是随机变量。由此离散多普勒频率的一个集合 $\{f_{i,n}\}$ 的实现可得到一个确定性高斯过程 $\tilde{\mu}_i(t)$，其统计性质可能大大地偏离于（理想）随机高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 的期望性质。甚至当选中的正弦曲线数 N_i非常大时，如 $N_i=100$，这种情况也是成立的。一种准-最优的方法是准确多普勒频散方法[96,149]。这种方法几乎完美地适合于 Jakes 性状的功率谱密度。准确多普勒频散方法的性能仅被 L_p范数方法[96,149]的性能超越。不幸的是，这种方法的数值复杂度是相当高的，对于一项应用，特别是用于 Jakes 和高斯功率谱密度时，经常是不值得这种付出的。仅当确定性仿真模型的统计性质不得不适配于真实世界移动无线信道的快照测试数据时，L_p范数方法才达到其全部的性能。但是，一种进一步的设计方法是 Jakes 方法[13]，它没有满足经常施加的要求，即描述瑞利（莱斯）过程的复杂高斯随机过程的实部和虚部应该是不相关的。

当应用到给出的参数计算方法时，4.4 节介绍的分类方案取得其全部优势。从原莱斯方法[16,17]开始，通过考虑式（4.2a）和式（4.2b），认识到，增益 $c_{i,n}$和频率 $f_{i,n}$是常量。假定相位 $\theta_{i,n}$是随机变量，则由表 4.1 得到，得到的信道仿真器属于类型Ⅱ。这样的一种信道仿真器使如下随机过程的产生成为可能，它们不仅是一阶稳态的，而且是均值和自相关遍历的。另外，如果应用蒙特卡洛方法[99,100]或随机化的准确多普勒频散方法[111,153]，那么增益 $c_{i,n}$是常量，而频率 $f_{i,n}$和相位 $\theta_{i,n}$是随机变量。结果是，得到的信道仿真器可被识别为Ⅳ类信道仿真器，它是一阶稳态的和均值遍历的，但不幸的是非-自相关遍历的。对于一种给定的参数计算方法，得到的信道仿真器的稳态和遍历性质可直接从表 4.1 中给出的结果得出结论。假定上面的概念是容易处理的，且可应用到任何给定的参数计算方法，但如果没有这样的假定也是可行的。对于一些选择采用的方法[13,16,17,96,97,99,100,102,111,148,150]，得到的结果如表 5.1 所示。

表5.1 正弦曲线求和过程参数计算方法及其稳态和遍历性质概览[134]

参数计算方法	类型	一阶稳态	广义稳态	均值遍历	自相关遍历
莱斯方法[16,17]	Ⅱ	是	是	是	是
蒙特卡洛方法[99,100]	Ⅳ	是	是	是	否
Jakes 方法[13]（具有随机相位）	Ⅱ	是	是	是	是
调和分解技术[102]	Ⅳ	是	是	是	否
等距离方法[148]	Ⅱ	是	是	是	是
等面积方法[148]	Ⅱ	是	是	是	是
均方误差方法[148]	Ⅱ	是	是	是	是
准确的多普勒频散方法[96]	Ⅱ	是	是	是	是
L_p范数方法[96]	Ⅱ	是	是	是	是
随机化的准确多普勒频散方法[111,153]	Ⅳ	是	是	是	否
Zheng 和 Xiao 提出的改进方法[97]	Ⅷ	是	是	是	否
具有分集的准确多普勒频散方法[150]	Ⅱ	是	是	是	是

Jakes 方法[13]已经取得极大普及。当使用这种方法时，那么增益 $c_{i,n}$、频率$f_{i,n}$和相位 $\theta_{i,n}$是常量。结果是，按照定义，Jakes 信道仿真器是完全确定性的。为了得到基础的随机信道仿真器，建议将常量相位 $\theta_{i,n}$㊀替换为随机相位。依据表4.1，将常量相位 $\theta_{i,n}$替换为随机变量的做法，将一个Ⅰ类信道仿真器转换为一个Ⅱ类信道仿真器，它是一阶稳态的、均值遍历的和自相关遍历的。这里应该指出的是，这个论断是与参考文献［177］中的分析相反的，在参考文献［177］中声称 Jakes 仿真器是非稳态的。但是，如果考虑到，在参考文献［177］中的证明依据的是增益 $c_{i,n}$是随机变量的假设，那么这就不令人惊奇了。但在原 Jakes 方法的意义下，这个假定是不合理的，在原 Jakes 方法中，所有模型参数都是常量。

尽管 Jakes 仿真器具有上述的一些劣势，但可通过使用准确的多普勒频散方法[96]或甚至功能更加强大的 L_p范数方法[96]加以避免。这两种方法都支持确定性信道仿真器的设计，其中包括相位 $\theta_{i,n}$在内的所有参数都是固定的。确定性过程稳态和遍历性质的研究是没有意义的，原因是稳态和遍历的概念仅适用于随机过程。一个确定性信道仿真器可被解释为基本随机信道仿真器的样本函数的一个模拟器。依据确定性信道建模的概念，通过将常量相位包括相位 $\theta_{i,n}$替换为随机相位，可得到相应的随机仿真模型（见图4.3）。现在认识到以这种方式从确定性信道仿真器推导得到的所有随机信道仿真器都是Ⅱ类信道仿真器，它们具有表4.1中所列统计性质，认识到这一点是重要的。当考虑表5.1所示的结果时，必须将这种情况考虑在内。

㊀ 回顾一下，对于所有 $i=1$，2 和 $n=1$，2，⋯，N_i，jakes 信道仿真器中的相位 $\theta_{i,n}$等于0［见式(5.62)］。

附录 5. A　使用蒙特卡洛方法的模型相对误差的分析

考虑相对模型误差

$$\frac{\Delta\beta_i}{\beta}=\frac{\tilde{\beta}_i-\beta}{\beta},\quad i=1,2 \tag{5. A. 1}$$

式中，在 Jakes 功率谱密度情形中，β 和 $\tilde{\beta}_i$ 分别为

$$\beta=2(\pi\sigma_0 f_{\max})^2 \tag{5. A. 2}$$

和

$$\tilde{\beta}_i=\frac{2\beta}{f_{\max}^2 N_i}\sum_{n=1}^{N_i} f_{i,n}^2 \tag{5. A. 3}$$

如果为模型参数的计算而使用蒙特卡洛方法，那么离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 是独立同分布的随机变量，它由如下概率密度函数表征

$$p_{f_{i,n}}(f_{i,n})=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi f_{\max}\sqrt{1-(f_{i,n}/f_{\max})^2}}, & 0<f\leqslant f_{\max}\\ 0, & \text{其他}\end{cases} \tag{5. A. 4}$$

采用 Chebyshev 不等式（2. 24），对于所有 $\varepsilon>0$，关系

$$P\left\{\left|\frac{\Delta\beta_i}{\beta}-E\left\{\frac{\Delta\beta_i}{\beta}\right\}\right|\geqslant\varepsilon\right\}\leqslant\frac{\mathrm{Var}\{\Delta\beta_i/\beta\}}{\varepsilon^2} \tag{5. A. 5}$$

成立。使用式（5. A. 4），发现

$$E\{f_{i,n}^2\}=\frac{f_{\max}^2}{2} \tag{5. A. 6}$$

和

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}\{f_{i,n}^2\}&=E\{f_{i,n}^4\}-(E\{f_{i,n}^2\})^2\\&=\frac{3}{8}f_{\max}^4-\frac{f_{\max}^4}{4}\\&=\frac{f_{\max}^4}{8}\end{aligned} \tag{5. A. 7}$$

因此，通过使用式（5. A. 1）和式（5. A. 3），得到模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta$ 的均值和方差表达式分别为

$$E\left\{\frac{\Delta\beta_i}{\beta}\right\}=0 \tag{5. A. 8}$$

和

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}\left\{\frac{\Delta\beta_i}{\beta}\right\}&=\mathrm{Var}\left\{\frac{\beta_i}{\beta}\right\}\\&=\left(\frac{2}{f_{\max}^2 N_i}\right)^2\mathrm{Var}\left\{\sum_{n=1}^{N_i} f_{i,n}^2\right\}\end{aligned}$$

$$= \left(\frac{2}{f_{\max}^2 N_i}\right)^2 \sum_{n=1}^{N_i} \mathrm{Var}\{f_{i,n}^2\}$$
$$= \frac{1}{2N_i} \quad (5.\mathrm{A}.9)$$

因此，采用 Chebyshev 不等式（5. A. 5），得到关系式

$$P\left\{\left|\frac{\Delta\beta_i}{\beta}\right| \geqslant \varepsilon\right\} \leqslant \frac{1}{2N_i\varepsilon^2} \quad (5.\mathrm{A}.10)$$

例如，令 $\varepsilon=0.02$ 和 $N_i=2500$（！），那么上面的不等式可解释如下：相对模型误差的绝对值 $|\Delta\beta_i/\beta|$ 大于或等于 2% 的概率小于或等于 50%。

附录 5. B 使用 MEDS-SP 的样本均值自相关函数收敛性的证明

在本附录，证明，当 $K\to\infty$ 时，对于 $N_i\geqslant 1$ 的任何值，样本均值自相关函数 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 逼近参考模型的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。为了说明这一点，将式（5.97）代入式（5.99），并利用式（5.95）。因此，得到

$$\begin{aligned}\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) &= \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau)\\ &= \frac{\sigma_0^2}{KN_i}\sum_{k=1}^{K}\sum_{n=1}^{N_i}\cos(2\pi f_{\max}\cos(\alpha_{i,n}^{(k)})\tau) \quad (5.\mathrm{B}.1)\\ &= \frac{\sigma_0^2}{KN_i}\sum_{k=1}^{K}\sum_{n=1}^{N_i}\cos\left\{2\pi f_{\max}\cos\left[\frac{\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)+\frac{\pi(2k-1-K)}{4KN_i}\right]\tau\right\}\end{aligned}$$

在极限 $K\to\infty$ 中，得到

$$\begin{aligned}\lim_{K\to\infty}\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) &= \sigma_0^2\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{N_i}\int_{-\frac{\pi}{4N_i}}^{\frac{\pi}{4N_i}}\cos\left\{2\pi f_{\max}\tau\cos\left[\frac{\sigma_0^2}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)+\alpha\right]\right\}\mathrm{d}\alpha\\ &= \sigma_0^2\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{N_i}\int_{\frac{\pi(n-1)}{2N_i}}^{\frac{\pi n}{2N_i}}\cos(2\pi f_{\max}\tau\cos\alpha)\,\mathrm{d}\alpha \quad (5.\mathrm{B}.2)\\ &= \sigma_0^2\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos(2\pi f_{\max}\tau\cos\alpha)\,\mathrm{d}\alpha\end{aligned}$$

上面的积分可被看作第一类零阶 Bessel 函数的积分表示[77,式(9.1.18)]。因此，对于 $i=1$，2

$$\begin{aligned}\lim_{K\to\infty}\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) &= \sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau)\\ &= r_{\mu_i\mu_i}(\tau) \quad (5.\mathrm{B}.3)\end{aligned}$$

注意对于 $N_i\geqslant 1$ 的任何值，这个结果都成立。

附录 5. C SOC 过程不相关同相分量和正交分量条件的证明

定理：令 $\mu(t)$ 的多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 是频域 $(-f_{\max}, f_{\max}]$ 上的一个对称连

续函数。假定一个随机 SOC 过程 $\hat{\mu}(t)$ 的路径增益 c_n 和到达角度 α_n 分别由式（5.106）和式（5.118）给出。那么，$\hat{\mu}(t)=\hat{\mu}_1(t)+j\hat{\mu}_2(t)$ 的同相分量和正交分量不相关，当且仅当式（5.119）成立。

证明：为了证明这个定理，开始时，由式（5.118）注意到，常量到达角度 α_n 满足关系 $0<\alpha_n<\pi$，$\forall n$ 且 $\alpha_n \neq \alpha_m$，$\forall n \neq m$。结果是，对于所有 $n \neq m$，$\hat{\mu}(t)$ 的多普勒频率 $f_n = f_{\max}\cos(\alpha_n)$ 满足 $f_n \neq f_m$。现在，对于所有 $n \neq m$，如果 $f_n \neq f_m$ 和 $c_n = c_m$，那么 $\hat{\mu}_1(t)$ 和 $\hat{\mu}_2(t)$ 不相关，当且仅当

$$f_n = -f_{N-n+1}, \qquad n=1,2,\cdots,N \tag{5.C.1}$$

为了表示的方便性且不失一般性，假定多普勒频率 f_n 是这样排序的，使对于 $n<m$，$f_n<f_m$。

等式 $f_n=-f_{N-n+1}$ 隐含着基本的到达角度满足 $\alpha_n=\pi-\alpha_{N-n+1}$，其中 $\alpha_n\in(0,\pi)$。接下来，$S_{\mu\mu}(f)$ 的对称性隐含着对于 $\alpha\in(0,\pi]$，$g_\alpha(\alpha)=g_\alpha(\pi-\alpha)$。因此，如果 $S_{\mu\mu}(f)=S_{\mu\mu}(-f)$ 且多普勒频率 f_n 满足式（5.C.1），那么，对于所有 $n=1,2,\cdots,N$

$$\int_0^{\alpha_n} g_\alpha(\alpha)\,d\alpha = \int_{\alpha_{N-n+1}}^{\pi} g_\alpha(\alpha)\,d\alpha \tag{5.C.2}$$

因此，为证明该定理，则证明式（5.C.2）成立当且仅当式（5.119）得以满足，就够了。这是可容易证明的，注意到［见式（5.118）］

$$\int_0^{\alpha_n} g_\alpha(\alpha)\,d\alpha = \frac{n-1}{2N} + \int_0^{\alpha_1} g_\alpha(\alpha)\,d\alpha \tag{5.C.3}$$

$$\int_{\alpha_{N-n+1}}^{\pi} g_\alpha(\alpha)\,d\alpha = \frac{n}{2N} - \int_0^{\alpha_1} g_\alpha(\alpha)\,d\alpha \tag{5.C.4}$$

明显地，式（5.C.3）等于式（5.C.4）当且仅当 $\int_0^{\hat{\alpha}_1} g_\alpha(\alpha)\,d\alpha = 1/(4N)$。

第6章　频率非选择信道模型

频率非选择或平坦衰落信道可由时变传递函数来表征，该传递函数的绝对值独立于频率。如果相比于符号时长而言，在接收天线处被反射信号分量和被散射信号分量的传播时延差是可忽略的，则这个性质成立。在这个条件下，被接收信号的随机波动可由被传输信号与一个合适随机过程相乘进行建模。寻找并描述合适随机过程及其拟合真实世界信道的问题，长时间以来一直是研究[26,178-181]的一个专题。

可被用来对陆地、蜂窝移动无线系统和地面移动卫星系统的频率非选择信道建模的最简单随机过程是瑞利过程和莱斯过程，这已在第3章详细描述。但是，这些模型的灵活性是相对有限的，且经常不足以支持与真实世界信道统计性质的良好拟合。对于频率非选择陆地移动无线信道，发现Suzuki过程[26,182]在许多情形中是一个更合适的随机模型。Suzuki过程是一个瑞利过程和一个对数正态过程的乘积过程。因此，通常情况下瑞利过程对被接收信号的快速衰落形状进行建模。被接收信号的局部均值的慢衰落变化由对数正态过程进行建模。在Suzuki信道中，假定由于阴影效应（shadowing）不存在视距分量。通常情况下，也假定瑞利过程由之派生的两个窄带实数值高斯随机过程是不相关的。放弃后一假定，则得到参考文献［70，183］中分析过的所谓修正Suzuki过程。

虽然Suzuki过程及其修正变形最初提出作为陆地、蜂窝移动无线信道的一个模型，但这些随机过程也非常适合城区内地面移动卫星信道的建模，其中视距分量被阻挡的假定在多数情况下是合理的。但是，具有部分遮挡或无遮挡视距分量的郊区和农村区域或甚至空旷区域，就有必要做进一步的模型扩展。在参考文献［181］中对这个专题有所贡献。在其中引入的随机模型是基于一个莱斯过程和一个对数正态过程的乘积。这样一个乘积过程适合于对一个大的环境类（城区、郊区、农村和空旷区域）进行建模。这里，产生莱斯过程的两个实数值高斯随机过程再次假定为不相关的。如果放弃这个假定，那么关于更高阶的统计性质而言，这个模型的灵活性可得到相当的改进。取决于交叉相关的类型，在类型Ⅰ的扩展Suzuki过程[75]和类型Ⅱ的扩展Suzuki过程[184]之间做出区分。

而且，在参考文献［185］中提出一个所谓的广义Suzuki过程，它包含经典Suzuki过程[26,182]、修正Suzuki过程[70,183]以及类型Ⅰ和类型Ⅱ的两个扩展Suzuki过程[75,184]作为特例。广义Suzuki过程的一阶和二阶统计性质是非常灵活的，因此非常适合真实世界信道的测量。

Loo引入了进一步的一个随机模型[178,179,186,187]。Loo的模型是针对农村环境中的卫星移动无线信道设计的，其中在大部分传输时间，卫星和车辆之间的视距分量是存在的。该模型基于这样的一个瑞利过程，它对所有被散射多径分量之和的绝对值具有恒定的均值功率。对于视距分量，假定其幅度遵循一个对数正态过程的统计性质。采取这种方式，考虑到由遮挡造成的视距分量的慢幅度变化。

上述的所有随机信道模型存在共同点，即它们是稳态的，是指它们都基于具有恒定参数的稳态随机过程。针对频率非选择地面移动卫星信道，Lutz 等引入了对非常广大区域成立的一个非稳态的模型[180]。这个模型在良好信道状态和不良信道状态之间做出区分。Lutz 的模型可通过使用一个两状态马尔科夫模型加以表示。如果马尔科夫模型处在良好的信道状态，那么衰落包络遵循莱斯过程。否则，如果马尔科夫模型处在不良信道状态，那么经典 Suzuki 过程可作为衰落包络的一个合适模型。这个过程可作广义化处理，得到一个 M-状态马尔科夫模型[188,189]。试验测量数据表明，对多数信道而言，一个四-状态模型是足够的[190]。在参考文献［191］中提出将一个高度灵活的稳态模型内嵌到一个动态两-状态信道模型的概念。在这篇文章中，（针对每一个信道状态）通过将特定的参数集合指派到一个且同一个稳态信道模型，形成一个基于测量的信道模型。因此一个信道状态的改变对应于一个通用稳态信道模型的新配置。

本章讨论类型Ⅰ（6.1 节）和类型Ⅱ（6.2 节）扩展 Suzuki 过程的描述以及广义 Suzuki 过程（6.3 节）。也将了解 Loo 模型的一个修正变形（6.4 节），它包括经典 Loo 模型作为一个特例。而且，在 6.5 节，将介绍对非稳态地面移动卫星信道建模的几种方法。从 Lutz 模型开始，将看到，基本概念如何被扩展并应用到真实世界的卫星信道。每节开始时都是相应参考模型的描述。之后，将给出对应的仿真模型。为了展示说明所建议参考模型的有用性，诸如包络的概率密度函数、水平通过率和包络平均时长等主要统计性质，一般情况下都被拟合到从参考文献中可得到的测量结果。参考模型、仿真模型和基础测量数据之间所获得的对应关系，在多数情况下是极好的，这将由各种例子来清晰地展示说明。

6.1　类型 I 扩展 Suzuki 过程

如本章开始时提到的，一个瑞利过程和一个对数正态过程的乘积过程是一个 Suzuki 过程。对于这种过程，下面给出在教材中提到的一个扩展。在这种情形中，瑞利过程替换为一个莱斯过程，其中考虑到视距分量的影响。在所建议的模型中，视距分量可以是多普勒频移的。而且，决定莱斯过程的两个实数值高斯随机过程之间的一个交叉相关是被允许的。采取这种方法，自由度的数量增加，这事实上增加了数学复杂度，但结果是清晰地改善了随机模型的灵活性。一个莱斯过程（具有交叉相关的基本高斯随机过程）和一个对数正态过程的乘积过程，是作为（类型Ⅰ）扩展 Suzuki 过程在参考文献［75，192］引入的。这个过程适合作为各种环境中卫星和地面移动无线信道的一个大类的随机模型，在这些环境中发送器和接收器之间的直接视距连接是不可忽略的。

和通常一样，这里通过使用（复数）基带表示法，进行参考模型的描述和统计性质的推导。首先，将讨论莱斯过程，它被用于短时衰落的建模。

6.1.1　短时衰落的建模和分析

对于短时衰落（也称作快速衰落）的建模，将考虑莱斯过程［式（3.21）］，即

$$\xi(t) = |\mu_\rho(t)| = |\mu(t) + m(t)| \tag{6.1}$$

式中，视距分量 $m(t)$ 同样由式（3.17）描述，且 $\mu(t)$ 是由式（3.16）引入的窄带复数值高斯随机过程，其实部和虚部具有零均值和相等的方差 $\sigma_{\mu_1}^2=\sigma_{\mu_2}^2=\sigma_0^2$。

到此时为止，都假定到达接收天线处的电磁波的到达角度是均匀分布在区间［0，2π）上的，且天线具有环形（circular）对称辐射模式。因此，复数值过程 $\mu(t)$ 的多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 具有一个对称形式［见式（3.23）］，结果是，两个实数值高斯随机过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 是不相关的。下面将放弃这个假定。相反，假定通过空间受限的障碍物，到达角度在从 α_0 到 $2\pi-\alpha_0$ 区间内的电磁波是不能到达接收器的，其中 α_0 将被限制在区间［π/2，3π/2］。如果使用有向天线或扇形天线（即天线具有非对称辐射模式），那么这个假定也是合理的。那么得到的非对称多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 描述如下

$$S_{\mu\mu}(f)=\begin{cases}\dfrac{2\sigma_0^2}{\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}}, & -f_{\min}\leqslant f\leqslant f_{\max}\\ 0, & \text{其他}\end{cases} \tag{6.2}$$

式中，$f_{\max}$ 同样表示最大多普勒频率，且 $f_{\min}=-f_{\max}\cos\alpha_0$ 落在区间 $0\leqslant f_{\min}\leqslant f_{\max}$ 内。仅对于特例 $\alpha_0=\pi$，即 $f_{\min}=f_{\max}$，得到对称 Jakes 功率谱密度。但是，一般而言，式（6.2）中 $S_{\mu\mu}(f)$ 的形状是非对称的，这导致实数值高斯随机过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的交叉相关。下面将依据式（6.2）的多普勒功率谱密度表示为左侧受限 Jakes 功率谱密度。采用 $f_{\max}$ 的一个给定值和 $f_{\min}$ 的一个合适选择，经常可得到被测衰落信号的多普勒频散的一个较佳拟合，这是相比常规 Jakes 功率谱密度而言的，其多普勒频散要比真实的经常要大得多（见 6.1.5 节）。

图 6.1 画出莱斯过程 $\xi(t)$ 的参考模型，其基本复数值高斯随机过程由式（6.2）引入的左侧受限 Jakes 功率谱密度所表征。

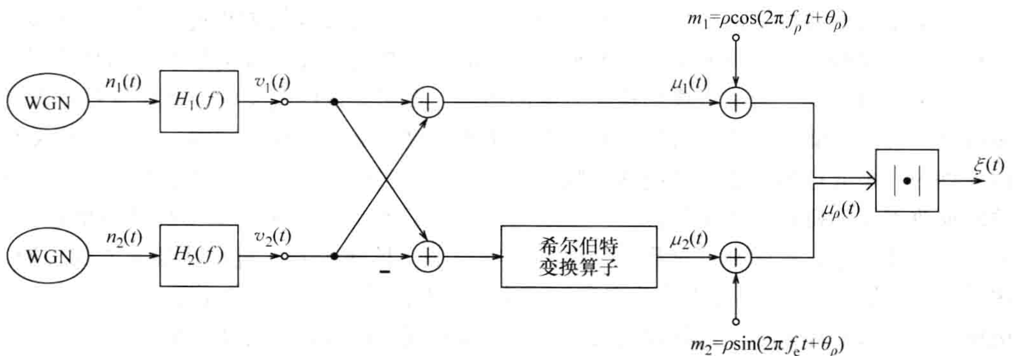


图 6.1 具有交叉相关的基本高斯随机过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的莱斯过程 $\xi(t)$ 的参考模型

由这个图，得出关系

$$\mu_1(t)=v_1(t)+v_2(t) \tag{6.3}$$

和

$$\mu_2(t) = \check{v}_1(t) - \check{v}_2(t) \tag{6.4}$$

式中，$v_i(t)$ 表示一个有色高斯随机过程，且其希尔伯特变换由$\check{v}_i(t)$（$i=1, 2$）表示。这里，$v_i(t)$ 的谱形状是基于对白高斯噪声 $n_i(t) \sim N(0, 1)$ 滤波得到的，其中使用这样的一个理想滤波器，其传递函数由 $H_i(f) = \sqrt{S_{v_iv_i}(f)}$给出。下面假定白高斯随机过程$n_1(t)$和$n_2(t)$是不相关的。

$\mu(t) = \mu_1(t) + j\mu_2(t)$的自相关函数，一般由式（2.107）定义，$\mu_1(t)$和$\mu_2(t)$的自相关函数和交叉相关函数可以表示如下

$$r_{\mu\mu}(\tau) = r_{\mu_1\mu_1}(\tau) + r_{\mu_2\mu_2}(\tau) + j(r_{\mu_1\mu_2}(\tau) - r_{\mu_2\mu_1}(\tau)) \tag{6.5}$$

使用关系式 $r_{v_iv_i}(\tau) = r_{\check{v}_i\check{v}_i}(\tau)$ 和 $r_{v_i\check{v}_i}(\tau) = r_{\check{v}_iv_i}(-\tau) = -r_{\check{v}_iv_i}(\tau)$［也可分别参见式（2.135e）和式（2.135c）］，可写出

$$r_{\mu_1\mu_1}(\tau) = r_{v_1v_1}(\tau) + r_{v_2v_2}(\tau) = r_{\mu_2\mu_2}(\tau) \tag{6.6a}$$

$$r_{\mu_1\mu_2}(\tau) = r_{v_1\check{v}_1}(\tau) - r_{v_2\check{v}_2}(\tau) = -r_{\mu_2\mu_1}(\tau) \tag{6.6b}$$

从而式（6.5）可表示为

$$r_{\mu\mu}(\tau) = 2[r_{v_1v_1}(\tau) + r_{v_2v_2}(\tau) + j(r_{v_1\check{v}_1}(\tau) - r_{v_2\check{v}_2}(\tau))] \tag{6.7}$$

在式（6.5）和式（6.7）的傅里叶变换之后，得到多普勒功率谱密度的如下表达式

$$S_{\mu\mu}(f) = S_{\mu_1\mu_1}(f) + S_{\mu_2\mu_2}(f) + j(S_{\mu_1\mu_2}(f) - S_{\mu_2\mu_1}(f)) \tag{6.8a}$$

$$S_{\mu\mu}(f) = 2[S_{v_1v_1}(f) + S_{v_2v_2}(f) + j(S_{v_1\check{v}_1}(f) - S_{v_2\check{v}_2}(f))] \tag{6.8b}$$

对于多普勒功率谱密度 $S_{v_iv_i}(f)$和 $S_{v_i\check{v}_i}(f)$以及相应的自相关函数 $r_{v_iv_i}(\tau)$和 $r_{v_i\check{v}_i}(\tau)$，如下关系成立：

$$S_{v_1v_1}(f) = \frac{\sigma_0^2}{2\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}} \tag{6.9a}$$



$$r_{v_1v_1}(\tau) = \frac{\sigma_0^2}{2}J_0(2\pi f_{\max}\tau) \tag{6.9b}$$

$$S_{v_2v_2}(f) = \mathrm{rect}(f/f_{\min}) \cdot S_{v_1v_1}(f) \tag{6.9c}$$



$$r_{v_2v_2}(\tau) = f_{\min}\sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau) * \mathrm{sinc}(2\pi f_{\min}\tau) \tag{6.9d}$$

$$S_{v_1\check{v}_1}(f) = -j\mathrm{sgn}(f) \cdot S_{v_1v_1}(f) \tag{6.9e}$$



$$r_{v_1\check{v}_1}(\tau) = \frac{\sigma_0^2}{2}H_0(2\pi f_{\max}\tau) \tag{6.9f}$$

$$S_{v_2\check{v}_2}(f) = -j\mathrm{sgn}(f) \cdot S_{v_2v_2}(f) \tag{6.9g}$$



$$r_{v_2\check{v}_2}(\tau) = f_{\min}\sigma_0^2 H_0(2\pi f_{\max}\tau) * \mathrm{sinc}(2\pi f_{\min}\tau) \tag{6.9h}$$

式中，$J_0(\cdot)$和$H_0(\cdot)$分别表示第一类零阶 Bessel 函数和零阶 Struve 函数[⊖]。如果现在将式（6.9e）和式（6.9g）代入式（6.8b），则以$S_{v_iv_i}$（f）表示$S_{\mu\mu}$（f）为

$$S_{\mu\mu}(f)=2[(1+\mathrm{sgn}(f))\cdot S_{v_1v_1}(f)+(1-\mathrm{sgn}(f))\cdot S_{v_2v_2}(f)] \qquad (6.10)$$

图6.2形象地给出$S_{v_1v_1}$（f）和$S_{v_2v_2}$（f）的图形以及相应左侧受限的 Jakes 功率谱密度$S_{\mu\mu}$（f）的图形。

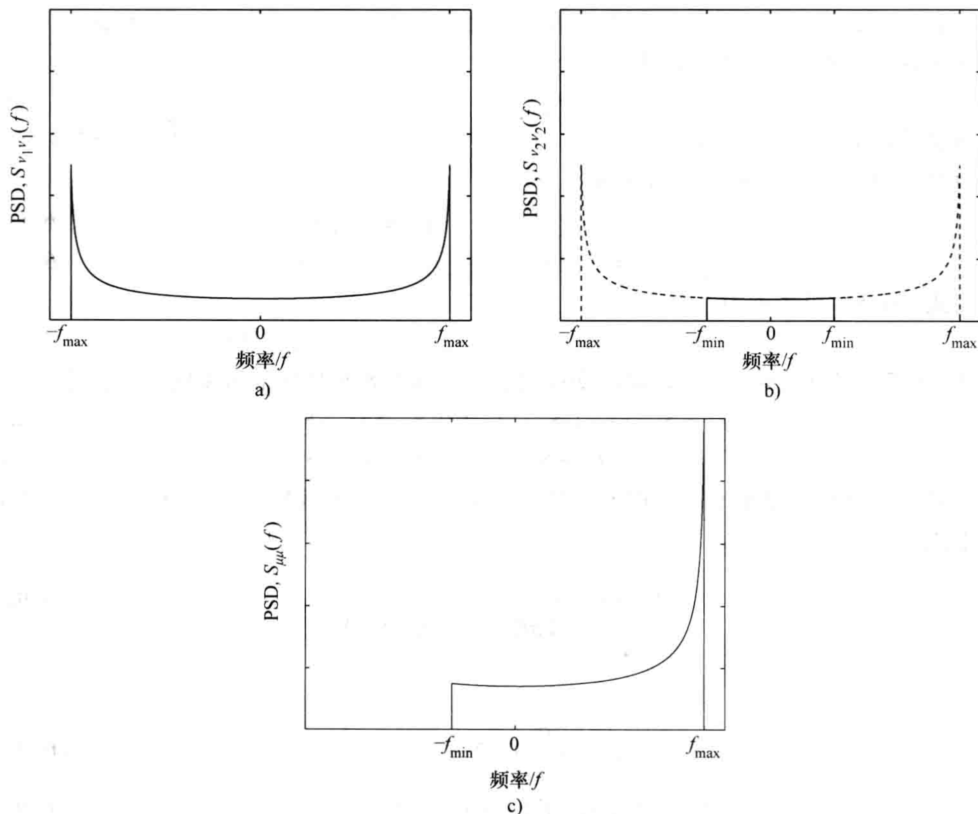


图6.2 多普勒功率谱密度

a）$S_{v_1v_1}$（f） b）$S_{v_2v_2}$（f） c）得到的左侧受限的 Jakes 功率谱密度

在$\xi(t)=|\mu_\rho(t)|$和$\vartheta(t)=\arg\{\mu_\rho(t)\}$统计性质的如下推导中，对于$n=0$，1，2，经常利用缩写

$$\psi_0^{(n)}:=\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}\tau^n}r_{\mu_1\mu_1}(\tau)|_{\tau=0}=\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}\tau^n}r_{\mu_2\mu_2}(\tau)|_{\tau=0} \qquad (6.11a)$$

⊖ 在式（6.9c）中使用的矩形函数定义为

$$\mathrm{rect}(x)=\begin{cases}1 & |x|<1\\ 1/2 & x=\pm 1\\ 0 & |x|>1\end{cases}$$

且式（6.9d）中的$\mathrm{sinc}(x)=\sin(x)/x$表示 sinc 函数。

和

$$\phi_0^{(n)} := \frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}\tau^n} r_{\mu_1\mu_2}(\tau) \mid_{\tau=0} \tag{6.11b}$$

使用式（6.6）和式（6.9），这些特征量可表示为

$$\psi_0^{(0)} = \psi_0 = \frac{\sigma_0^2}{2}\left[1 + \frac{2}{\pi}\arcsin(\kappa_0)\right] \tag{6.12a}$$

$$\psi_0^{(1)} = \dot{\psi}_0 = 0 \tag{6.12b}$$

$$\psi_0^{(2)} = \ddot{\psi}_0 = -(\pi\sigma_0 f_{\max})^2\left\{1 + \frac{2}{\pi}\left[\arcsin(\kappa_0) - \frac{1}{2}\sin(2\arcsin(\kappa_0))\right]\right\} \tag{6.12c}$$

$$\phi_0^{(0)} = \phi_0 = 0 \tag{6.12d}$$

$$\phi_0^{(1)} = \dot{\phi}_0 = 2\sigma_0^2 f_{\max}\sqrt{1-\kappa_0^2} \tag{6.12e}$$

$$\phi_0^{(2)} = \ddot{\phi}_0 = 0 \tag{6.12f}$$

式中，符号上面的点指明是时间导数，且参数 κ_0 表示频率比

$$\kappa_0 = f_{\min}/f_{\max}, \quad 0 \leqslant \kappa_0 \leqslant 1 \tag{6.13}$$

应该注意到，$S_{\mu\mu}(f)$ 的形状仅对于特例 $\kappa_0 = 1$ 是对称的。在这种情形中，过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 是不相关的，且由式（6.12a）~ 式（6.12f），得到关系 $\psi_0 = \sigma_0^2$，$\ddot{\psi}_0 = -2(\pi\sigma_0 f_{\max})^2$ 和 $\dot{\phi}_0 = 0$，这些在 3.4.3 节已经知道了。

对于具有非对称多普勒功率谱密度的莱斯过程 $\xi(t)$ 的统计性质推导的起点，是由时间 t 内相同点的过程 $\mu_{\rho_1}(t)$、$\mu_{\rho_2}(t)$、$\dot{\mu}_{\rho_1}(t)$ 和 $\dot{\mu}_{\rho_2}(t)$［见式（3.19）］的联合概率密度函数给出的。这里这个联合概率密度函数将由 $p_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2)$ 表示。应该注意，$\mu_{\rho_i}(t)$ 是一个实数值的高斯随机过程，具有时间变量均值 $E\{\mu_{\rho_i}(t)\} = m_i(t)$ 和方差 $\mathrm{Var}\{\mu_{\rho_i}(t)\} = \mathrm{Var}\{\mu_i(t)\} = r_{\mu_i\mu_i}(0) = \psi_0$。结果是，其时间导数 $\dot{\mu}_{\rho_i}(t)$ 也是一个实数值的高斯随机过程。但是，这个过程由均值 $E\{\dot{\mu}_{\rho_i}(t)\} = \dot{m}_i(t)$ 和方差 $\mathrm{Var}\{\dot{\mu}_{\rho_i}(t)\} = \mathrm{Var}\{\dot{\mu}_i(t)\} = r_{\dot{\mu}_i\dot{\mu}_i}(0) = -\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0) = -\ddot{\psi}_0$ 所表征。也值得提到，过程 $\mu_{\rho_i}(t)$ 和 $\dot{\mu}_{\rho_i}(t)$ 在相同时刻 t 处是成对相关的。因此联合概率密度函数 $p_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2)$ 可由式（2.36）中的多变量高斯分布表示，即

$$p_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2) = \frac{\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{m})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{m})}}{(2\pi)^2\sqrt{\det \boldsymbol{C}_{\mu_\rho}}} \tag{6.14}$$

式中，$\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{m}$ 分别是如下定义的列向量

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} \tag{6.15}$$

和

$$\boldsymbol{m}=\begin{pmatrix}E\{\mu_{\rho_1}(t)\}\\E\{\mu_{\rho_2}(t)\}\\E\{\dot{\mu}_{\rho_1}(t)\}\\E\{\dot{\mu}_{\rho_2}(t)\}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}m_1(t)\\m_2(t)\\\dot{m}_1(t)\\\dot{m}_2(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\rho\cos(2\pi f_\rho t+\theta_\rho)\\\rho\sin(2\pi f_\rho t+\theta_\rho)\\-2\pi f_\rho\rho\sin(2\pi f_\rho t+\theta_\rho)\\2\pi f_\rho\rho\cos(2\pi f_\rho t+\theta_\rho)\end{pmatrix}\tag{6.16}$$

且 $\det\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}$（$\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}^{-1}$）表示协方差矩阵（逆矩阵）

$$\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}=\begin{pmatrix}C_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_1}} & C_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}} & C_{\mu_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_1}} & C_{\mu_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}\\C_{\mu_{\rho_2}\mu_{\rho_1}} & C_{\mu_{\rho_2}\mu_{\rho_2}} & C_{\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}} & C_{\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_2}}\\C_{\dot{\mu}_{\rho_1}\mu_{\rho_1}} & C_{\dot{\mu}_{\rho_1}\mu_{\rho_2}} & C_{\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_1}} & C_{\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}\\C_{\dot{\mu}_{\rho_2}\mu_{\rho_1}} & C_{\dot{\mu}_{\rho_2}\mu_{\rho_2}} & C_{\dot{\mu}_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}} & C_{\dot{\mu}_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_2}}\end{pmatrix}\tag{6.17}$$

的行列式。对于所有 i，$j=1$，2 和 k，$l=0$，1，协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}$的各项计算为

$$\boldsymbol{C}_{\mu_{\rho_i}^{(k)}\mu_{\rho_j}^{(l)}}=\boldsymbol{C}_{\mu_{\rho_i}^{(k)}\mu_{\rho_j}^{(l)}}(t_i,t_j)\tag{6.18a}$$

$$=E\{(\mu_{\rho_i}^{(k)}(t_i)-m_i^{(k)}(t_i))(\mu_{\rho_j}^{(l)}(t_j)-m_j^{(l)}(t_j))\}\tag{6.18b}$$

$$=E\{\mu_i^{(k)}(t_i)\mu_j^{(l)}(t_j)\}\tag{6.18c}$$

$$=r_{\mu_i^{(k)}\mu_j^{(l)}}(t_i,t_j)\tag{6.18d}$$

$$=r_{\mu_i^{(k)}\mu_j^{(l)}}(\tau)\tag{6.18e}$$

式（6.18e）中的结果可由式（6.18d）得到源于这样的事实，即高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 和 $\dot{\mu}_i(t)$是广义稳态的。结果是，自相关函数和交叉相关函数仅取决于时间差 $\tau=t_j-t_i$，即$r_{\mu_i^{(k)}\mu_j^{(l)}}(t_i,\ t_j)=r_{\mu_i^{(k)}\mu_j^{(l)}}(t_i,\ t_i+\tau)=r_{\mu_i^{(k)}\mu_j^{(l)}}(\tau)$。研究式（6.17）和式（6.18e），现在变得清晰的是，过程$\mu_{\rho_1}(t)$、$\mu_{\rho_2}(t)$、$\dot{\mu}_{\rho_1}(t)$和 $\dot{\mu}_{\rho_2}(t)$的协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}$ 等于过程 $\mu_1(t)$、μ_2（t）、$\dot{\mu}_1(t)$和$\dot{\mu}_2(t)$的关联矩阵 $\boldsymbol{R}_\mu$，即可写出

$$\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}(\tau)=\boldsymbol{R}_\mu(\tau)=\begin{pmatrix}r_{\mu_1\mu_1}(\tau) & r_{\mu_1\mu_2}(\tau) & r_{\mu_1\dot{\mu}_1}(\tau) & r_{\mu_1\dot{\mu}_2}(\tau)\\r_{\mu_2\mu_1}(\tau) & r_{\mu_2\mu_2}(\tau) & r_{\mu_2\dot{\mu}_1}(\tau) & r_{\mu_2\dot{\mu}_2}(\tau)\\r_{\dot{\mu}_1\mu_1}(\tau) & r_{\dot{\mu}_1\mu_2}(\tau) & r_{\dot{\mu}_1\dot{\mu}_1}(\tau) & r_{\dot{\mu}_1\dot{\mu}_2}(\tau)\\r_{\dot{\mu}_2\mu_1}(\tau) & r_{\dot{\mu}_2\mu_2}(\tau) & r_{\dot{\mu}_2\dot{\mu}_1}(\tau) & r_{\dot{\mu}_2\dot{\mu}_2}(\tau)\end{pmatrix}\tag{6.19}$$

就关联矩阵 $\boldsymbol{R}_\mu(\tau)$ 的各项而言，对于所有 i，$j=1$，2，如下关系式成立[41]：

$$r_{\mu_j\mu_i}(\tau)=r_{\mu_i\mu_j}(-\tau),r_{\mu_i\dot{\mu}_j}(\tau)=\dot{r}_{\mu_i\mu_j}(\tau)\tag{6.20a, b}$$

$$r_{\dot{\mu}_i\mu_j}(\tau)=-\dot{r}_{\mu_i\mu_j}(\tau),r_{\dot{\mu}_i\dot{\mu}_j}(\tau)=-\ddot{r}_{\mu_i\mu_j}(\tau)\tag{6.20c, d}$$

对于水平通过率和衰落平均时长的导数而言，不得不考虑在同一时刻即 $t_i=t_j$（由此得知时间差变量 $\tau=t_j-t_i$等于零）处过程 $\mu_{\rho_i}^{(k)}(t_i)$和 $\mu_{\rho_j}^{(l)}(t_j)$的关联性质。因此，考虑到式（6.12a）~式(6.12f)，可由表达式（6.11）得到益处，这使我们如下给出协方差矩阵和关联矩阵（6.19）

$$\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}(0)=\boldsymbol{R}_{\mu}(0)=\begin{pmatrix}\psi_0 & 0 & 0 & \dot{\phi}_0\\ 0 & \psi_0 & -\dot{\phi}_0 & 0\\ 0 & -\dot{\phi}_0 & -\ddot{\psi}_0 & 0\\ \dot{\phi}_0 & 0 & 0 & -\ddot{\psi}_0\end{pmatrix} \tag{6.21}$$

在将式（6.21）代入关系式（6.14）之后，现在可以量式（6.12a）~式(6.12f) 表示联合概率密度函数 $p_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}(x_1,\ x_2,\ \dot{x}_1,\ \dot{x}_2)$。但是，出于我们的目的，建议首先将笛卡儿坐标（$x_1$，$x_2$）变换为极坐标（$z$，$\theta$）。对于这个目的，考虑如下方程组：

$$z=\sqrt{x_1^2+x_2^2}\ ,\ \dot{z}=\frac{x_1\dot{x}_1+x_2\dot{x}_2}{\sqrt{x_1^2+x_2^2}} \tag{6.22a}$$

$$\theta=\arctan\left(\frac{x_2}{x_1}\right)\ ,\ \dot{\theta}=\frac{x_1\dot{x}_2-x_2\dot{x}_1}{x_1^2+x_2^2} \tag{6.22b}$$

对于 $z>0$，$|\dot{z}|<\infty$，$|\theta|\leqslant\pi$ 和 $|\dot{\theta}|<\infty$，这个方程组具有实数值解

$$x_1=z\cos\theta\ ,\ \dot{x}_1=\dot{z}\cos\theta-\dot{\theta}z\sin\theta \tag{6.23a}$$

$$x_2=z\sin\theta\ ,\ \dot{x}_2=\dot{z}\sin\theta+\dot{\theta}z\cos\theta \tag{6.23b}$$

应用变换规则［式（2.87）］，得到联合概率密度函数

$$p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z,\dot{z},\theta,\dot{\theta})=|\boldsymbol{J}|^{-1}p_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}(z\cos\theta,z\sin\theta,\ \dot{z}\cos\theta-\dot{\theta}z\sin\theta,\ \dot{z}\sin\theta+\dot{\theta}z\cos\theta) \tag{6.24}$$

式中，$\boldsymbol{J}$ 表示雅可比行列式

$$\boldsymbol{J}=\begin{vmatrix}\frac{\partial z}{\partial x_1} & \frac{\partial z}{\partial x_2} & \frac{\partial z}{\partial \dot{x}_1} & \frac{\partial z}{\partial \dot{x}_2}\\ \frac{\partial \dot{z}}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{x}_1} & \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{x}_2}\\ \frac{\partial \theta}{\partial x_1} & \frac{\partial \theta}{\partial x_2} & \frac{\partial \theta}{\partial \dot{x}_1} & \frac{\partial \theta}{\partial \dot{x}_2}\\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \dot{x}_1} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \dot{x}_2}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\frac{\partial x_1}{\partial z} & \frac{\partial x_1}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial x_1}{\partial \theta} & \frac{\partial x_1}{\partial \dot{\theta}}\\ \frac{\partial x_2}{\partial z} & \frac{\partial x_2}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial x_2}{\partial \theta} & \frac{\partial x_2}{\partial \dot{\theta}}\\ \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial z} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial \dot{\theta}}\\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial z} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{\theta}}\end{vmatrix}^{-1}=-\frac{1}{z^2} \tag{6.25}$$

在经过一些进一步的代数运算后，现在处于这样的位置，即对于 $z\geqslant 0$，$|\dot{z}|<\infty$，$|\theta|\leqslant\pi$ 和 $|\dot{\theta}|\leqslant\infty$，得到如下形式的期望联合概率密度函数 $p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z,\ \dot{z},\ \theta,\ \dot{\theta})$[75]

$$p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z,\dot{z},\theta,\dot{\theta})=\frac{z^2}{(2\pi)^2\psi_0\beta}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+\rho^2}{2\psi_0}}\cdot\mathrm{e}^{\frac{z\rho}{\psi_0}\cos(\theta-2\pi f_\rho t-\theta_\rho)}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{1}{2\beta}[\dot{z}-\sqrt{2\beta}\alpha\rho\sin(\theta-2\pi f_\rho t-\theta_\rho)]^2} \tag{6.26}$$

$$\cdot \mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2\beta}\left\{\dot{\theta}-\frac{\dot{\phi}_0}{\psi_0}-\sqrt{2\beta}\frac{\alpha\rho}{z}\cos(\theta-2\pi f_\rho t-\theta_\rho)\right\}^2}$$

式中

$$\alpha=\left(2\pi f_\rho-\frac{\dot{\phi}_0}{\psi_0}\right)/\sqrt{2\beta} \tag{6.27}$$

$$\beta=-\ddot{\psi}_0-\dot{\phi}_0^2/\psi_0 \tag{6.28}$$

联合概率密度函数［式（6.26）］表示一个基本方程。采用该方程，在下一小节，将首先确定过程 $\mu_\rho(t)$ 的包络和相位的概率密度函数，之后同样利用式（6.26），推导过程 $\xi(t)=|\mu_\rho(t)|$ 的水平通过率和衰落平均时长。

1. 包络和相位的概率密度函数

利用规则［式（2.89）］，现在可从联合概率密度函数 $p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z,\dot{z},\theta,\dot{\theta})$ 计算过程 $\xi(t)$ 的概率密度 $p_\xi(z)$。因此考虑三重积分

$$p_\xi(z)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z,\dot{z},\theta,\dot{\theta})\,\mathrm{d}\dot{\theta}\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\dot{z},\quad z\geqslant 0 \tag{6.29}$$

将式（6.26）代入上式，得到著名的莱斯分布

$$p_\xi(z)=\begin{cases}\dfrac{z}{\psi_0}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+\rho^2}{2\psi_0}}I_0\left(\dfrac{z\rho}{\psi_0}\right), & z\geqslant 0\\ 0, & z<0\end{cases} \tag{6.30}$$

由于过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的相关性，这个结果不能被认为是当然的，将在后面的6.2节看到这一点。因为在当前情形中，式（6.30）中的概率密度是独立于 $\dot{\phi}_0$ 的，所以得出过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 之间的相关性对包络 $\xi(t)$ 的概率密度函数没有影响。但是，应该注意到确定多普勒带宽的参数 κ_0 对过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的方差施加影响［见式（6.12a）］，结果是决定性地确定了式（6.30）的形状。

由 $p_\vartheta(\theta)$ 表示的相位 $\vartheta(t)$ 的概率密度函数可以一种类似方式计算。将式（6.26）代入

$$p_\vartheta(\theta)=\int_{0}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z,\dot{z},\theta,\dot{\theta})\,\mathrm{d}\dot{\theta}\,\mathrm{d}\dot{z}\,\mathrm{d}z,\quad -\pi\leqslant\theta\leqslant\pi \tag{6.31}$$

得到

$$p_\vartheta(\theta)=p_\vartheta(\theta;t)=\frac{\mathrm{e}^{-\frac{\rho^2}{2\psi_0}}}{2\pi}\left\{1+\sqrt{\frac{\pi}{2\psi_0}}\rho\cos(\theta-2\pi f_\rho t-\theta_\rho)\cdot\mathrm{e}^{\frac{\rho^2\cos^2(\theta-2\pi f_\rho t-\theta_\rho)}{2\psi_0}}\left[1+\mathrm{erf}\left(\frac{\rho\cos(\theta-2\pi f_\rho t-\theta_\rho)}{\sqrt{2\psi_0}}\right)\right]\right\},\quad -\pi\leqslant\theta\leqslant\pi \tag{6.32}$$

即使在这种情形中，交叉相关函数 $r_{\mu_1\mu_2}$ 对概率密度函数 $p_\vartheta(\theta)$ 也没有影响，原因是 $p_\vartheta(\theta)$ 独立于 $\dot{\phi}_0$。对于特例 $\kappa_0=1$，有 $\psi_0=\sigma_0^2$，因此由式（6.32）得到式（3.56）。对于更多特例的深入研究，如 $f_\rho=0$、$\rho\to 0$ 和 $\rho\to\infty$，得到在式（3.56）下面做出的论断，出于简洁性考虑，这里不再重复。

2. 水平通过率和衰落平均时长

使用

$$N_{\xi}(r)=\int_{0}^{\infty}\dot{z}p_{\xi\dot{\xi}}(r,\dot{z})\mathrm{d}\dot{z} \tag{6.33}$$

推导水平通过率，要求知道在信号水平 $z=r$ 处相同时刻 t 时，稳态过程 $\xi(t)$ 和 $\dot{\xi}(t)$ 的联合概率密度函数 $p_{\xi\dot{\xi}}(z,\dot{z})$。对于联合概率密度函数 $p_{\xi\dot{\xi}}(z,\dot{z})$，人们发现，在将式（6.26）代入

$$p_{\xi\dot{\xi}}(z,\dot{z})=\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z,\dot{z},\theta,\dot{\theta})\mathrm{d}\dot{\theta}\mathrm{d}\theta,\quad z\geqslant 0,\quad |\dot{z}|<\infty \tag{6.34}$$

之后，结果是

$$p_{\xi\dot{\xi}}(z,\dot{z})=\frac{z}{\psi_0\sqrt{\beta}(2\pi)^{3/2}}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{z^2+\rho^2}{2\psi_0}}\int_{-\pi}^{\pi}\mathrm{e}^{\frac{z\rho}{\psi_0}\cos\theta}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{2\beta}[\dot{z}-\sqrt{2\beta}\alpha\rho\sin\theta]^2}\mathrm{d}\theta,\quad z\geqslant 0,\quad |\dot{z}|<\infty \tag{6.35}$$

式中，α，β 和 ψ_0 分别是由式（6.27）、式（6.28）和式（6.12a）引入的量。明显地，一般而言，过程 $\xi(t)$ 和 $\dot{\xi}(t)$ 是统计相关的，因为 $p_{\xi\dot{\xi}}(z,\dot{z})\neq p_{\xi}(z)\cdot p_{\dot{\xi}}(\dot{z})$ 成立。仅对于特例 $\alpha=0$，即如果两个实数值高斯随机过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 是不相关的，且 f_ρ 等于零，或如果 f_ρ 和 $\dot{\phi}_0$ 是依据 $f_\rho=\dot{\phi}_0/(2\pi\psi_0)$ 发生关联时，才得到统计独立的过程 $\xi(t)$ 和 $\dot{\xi}(t)$，因为由式（6.35），得到

$$\begin{aligned}p_{\xi\dot{\xi}}(z,\dot{z})&=p_{\xi}(z)\cdot p_{\dot{\xi}}(\dot{z})\\&=\frac{z}{\psi}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+\rho^2}{2\psi_0}}I_0\left(\frac{z\rho}{\psi_0}\right)\cdot\frac{\mathrm{e}^{-\frac{\dot{z}^2}{2\beta}}}{\sqrt{2\pi\beta}}\end{aligned} \tag{6.36}$$

式中，β 在这种情形中同样表示 $\beta=-\ddot{\psi}_0-\dot{\phi}_0^2/\psi_0\geqslant 0$。因此，对于 $\alpha=0$，联合概率密度函数 $p_{\xi\dot{\xi}}(z,\dot{z})$ 等于随机过程 $\xi(t)$ 和 $\dot{\xi}(t)$（分别是莱斯分布的和高斯分布的）的概率密度函数之积。

采用联合概率密度函数［式（6.35）］，现在能够计算莱斯过程的水平通过率，其基本复数值的高斯过程具有交叉相关的同相分量和正交分量。采用这种方式，在将式（6.35）代入定义（6.33），并实施一些烦琐的代数运算后，最后得到结果[75]

$$N_{\xi}(r)=\frac{r\sqrt{2\beta}}{\pi^{3/2}\psi_0}\mathrm{e}^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\psi_0}}\int_{0}^{\pi/2}\cosh\left(\frac{r\rho}{\psi_0}\cos\theta\right)\cdot\{\mathrm{e}^{-(\alpha\rho\sin\theta)^2}+\sqrt{\pi}\alpha\rho\sin(\theta)\mathrm{erf}(\alpha\rho\sin\theta)\}\mathrm{d}\theta,\quad r\geqslant 0 \tag{6.37}$$

式中，特征量 α，β 和 ψ_0 分别以式（6.27）、式（6.28）和式（6.12a）的形式给出。进一步的简化是不可能的；剩下的积分不得不以数值方式求解。再次考虑特例 $\kappa_0=1$。那么，得到：$\alpha=2\pi f_\rho/\sqrt{2\beta}$，$\beta=-\ddot{\psi}_0=-\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)$ 和 $\psi_0=\sigma_0^2$，从而水平通过率 $N_{\xi}(r)$ 给出在式（3.63）中引入的表达式中上面的结果，这和预期的一样。

假定视距分量趋于零，即 $\rho\to 0$，由此得到 $\xi(t)\to\zeta(t)$。那么，得到式（6.37）趋于

$$N_{\xi}(r)=\sqrt{\frac{\beta}{2\pi}}\cdot\frac{r}{\psi_0}\mathrm{e}^{-\frac{r^2}{2\psi_0}},\quad r\geqslant 0 \tag{6.38}$$

式中，β 是由式（6.28）给出的。上面的结果表明，水平通过率正比于瑞利分布。这个性质也在参考文献［70］中提到。由于式（6.28），比例因子 $\sqrt{\beta/(2\pi)}$ 不仅由原点 $\tau=0$（$\ddot{\psi}_0=\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)$）处自相关函数的曲率确定，而且决定性地由 $\tau=0$（$\dot{\phi}_0=\dot{r}_{\mu_1\mu_2}(0)$）处交叉相关函数的梯度确定。

现在，令 $\rho\neq 0$ 和 $f_\rho=\dot{\phi}_0/(2\pi\psi_0)$。那么得到 $\alpha=0$［见式（6.27）］，且由式（6.37），依据式（3.66），如果在那个方程中 σ_0^2 替换为 ψ_0，得到水平通过率 $N_{\xi}(r)$，即

$$N_{\xi}(r)=\sqrt{\frac{\beta}{2\pi}}\cdot\frac{r}{\psi_0}\mathrm{e}^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\psi_0}}I_0\left(\frac{r\rho}{\psi_0}\right),\quad r\geqslant 0 \tag{6.39}$$

式中，β 同样由式（6.28）给出。

考虑 Jakes 功率谱密度，由式（6.37）描述的水平通过率 $N_{\xi}(r)$ 总是正比于最大多普勒频率 $f_{\max}$。因此将 $N_{\xi}(r)$ 对 $f_{\max}$ 归一化就消除了车辆速率和载波频率的影响。参数 κ_0 和 σ_0^2 对归一化水平通过率 $N_{\xi}(r)/f_{\max}$ 的影响分别如图 6.3a 和图 6.3b 所示。

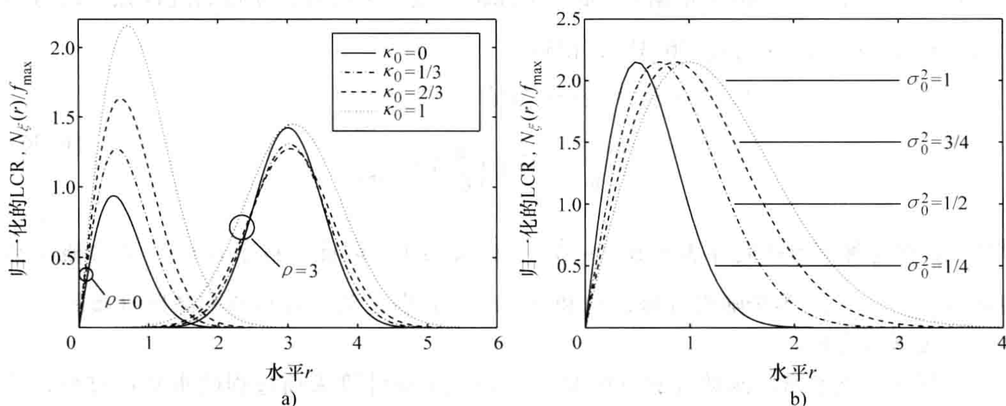


图 6.3 莱斯过程（具有交叉相关的基本高斯随机过程）的归一化的水平通过率 $N_{\xi}(r)/f_{\max}$

a）$\kappa_0=f_{\min}/f_{\max}$（$\sigma_0^2=1$） b）$\sigma_0^2$（$\rho=0$，$\kappa_0=1$）

对于衰落平均时长 $T_{\xi_-}(r)$ 的计算，将在基本关系式（2.120）的引导下进行，即

$$T_{\xi_-}(r)=\frac{F_{\xi_-}(r)}{N_{\xi}(r)} \tag{6.40}$$

式中，$F_{\xi_-}(r)$ 表示莱斯过程 $\xi(t)$ 的累积分布函数，表示 $\xi(t)$ 取小于或等于信号水平 r 的概率。使用式（6.30），可推导得到 $F_{\xi_-}(r)$ 的如下积分表达式

$$F_{\xi_-}(r)=P\{\xi(t)\leqslant r\}$$

$$= \int_0^r p_\xi(z)\,\mathrm{d}z \tag{6.41}$$

$$= \frac{\mathrm{e}^{-\frac{\rho^2}{2\psi_0}}}{\psi_0}\int_0^r z\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2\psi_0}} I_0\left(\frac{z\rho}{\psi_0}\right)\mathrm{d}z$$

因此，具有交叉相关的同相分量和正交分量$\mu_1(t)$和$\mu_2(t)$的莱斯过程$\xi(t)$的衰落平均时长是积分表达式（6.41）和式（6.37）的商［式（6.40）］，不得不以数值方式求解。

参数κ_0和σ_0^2对归一化的衰落平均时长$T_{\xi_}(r)\cdot f_{\max}$的影响分别如图 6.4a 和图 6.4b 所示。

6.1.2　长时衰落的建模和分析

测量数据表明，慢衰落的统计性质非常类似于一个对数正态过程的那些统计性质[63,193,194]。采用这样的一个过程，可再生被接收信号的局部均值的慢波动（由阴影效应确定的）。下面将对数正态过程表示为$\lambda(t)$。可由具有期望值$E\{v_3(t)\}=0$和方差$\mathrm{Var}\{v_3(t)\}=1$的第三个实数值高斯随机过程$v_3(t)$，通过非线性变换

$$\lambda(t)=\mathrm{e}^{\sigma_3 v_3(t)+m_3} \tag{6.42}$$

推导得到对数正态过程。将模型形状拟合真实世界信道的统计量，模型参数m_3和σ_3可用于莱斯过程的各项参数（σ_0^2，$f_{\max}$，$f_{\min}$，ρ，f_ρ）。因此假定，随机过程$v_3(t)$统计上独立于过程$v_1(t)$和$v_2(t)$。图 6.5 形象地给出了式（6.42）引入的对数正态过程$\lambda(t)$的参考模型。

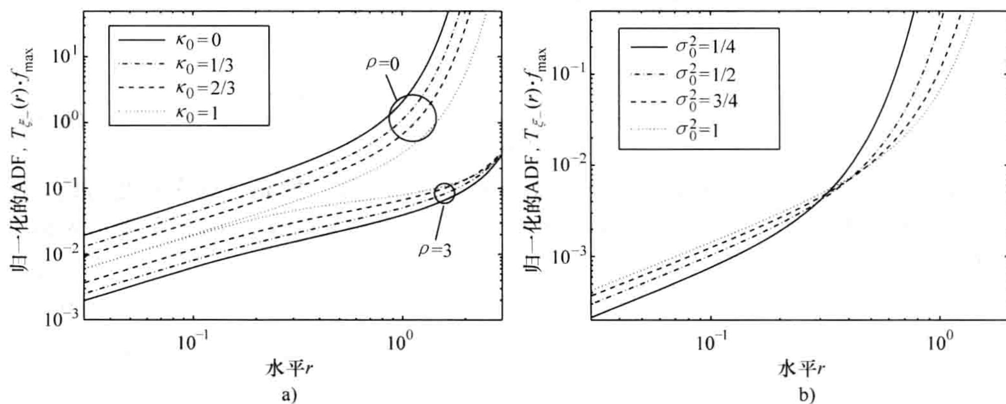


图 6.4　莱斯过程（具有交叉相关的基本高斯随机过程）的归一化的衰落平均时长 $T_{\xi_}(r)\cdot f_{\max}$

a）$\kappa_0=f_{\min}/f_{\max}$（$\sigma_0^2=1$）　b）$\sigma_0^2$（$\rho=0$，$\kappa_0=1$）

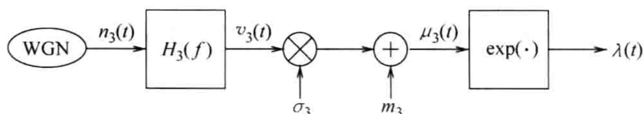


图 6.5　对数正态过程$\lambda(t)$的参考模型

在这幅图中，采用一个实数值低通滤波器滤波高斯白噪声 $n_3(t)\sim N(0,1)$，得到过程 $v_3(t)$，低通滤波器的传递函数 $H_3(f)$ 依据式（2.131f）即 $H_3(f)=\sqrt{S_{v_3v_3}(f)}$ 而与过程 $v_3(t)$ 的功率谱发生关系的。对于 $S_{v_3v_3}(f)$，假定高斯功率谱密度具有如下形式［也可参见式（3.26）］

$$S_{v_3v_3}(f)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_c}\mathrm{e}^{-\frac{f^2}{2\sigma_c^2}} \tag{6.43}$$

式中，一般而言，3dB 截止频率 $f_c=\sigma_c\sqrt{2\ln 2}$ 要远远小于最大多普勒频率 $f_{\max}$。为了简化表示，对于频率比 $f_{\max}/f_c$ 引入符号 κ_c，即 $\kappa_c=f_{\max}/f_c$。对修正 Suzuki 过程的研究表明[70]，如果 $\kappa_c>10$，则参数 κ_c 和 $v_3(t)$ 的功率谱密度的准确形状，对修正 Suzuki 过程的有关统计性质没有显著影响。在参考文献［70，183］和［179］中，引入了式（6.43）之外的其他类型的功率谱密度 $S_{v_3v_3}(f)$，为形成 $v_3(t)$ 的谱特征分别建议采用 RC 低通滤波器和三阶 Butterworth 滤波器。

在采用

$$r_{v_3v_3}(\tau)=\mathrm{e}^{-2(\pi\sigma_c\tau)^2} \tag{6.44}$$

计算式（6.43）的傅里叶反变换之后，可描述过程 $v_3(t)$ 的自相关函数 $r_{v_3v_3}(\tau)$。接下来，考虑对数正态过程 $\lambda(t)$［见式（6.42）］。这个过程的自相关函数 $r_{\lambda\lambda}(\tau)$ 可以 $r_{v_3v_3}(\tau)$ 表示为

$$\begin{aligned} r_{\lambda\lambda}(\tau) &= E\{\lambda(t)\cdot\lambda(t+\tau)\}\\ &= E\{\mathrm{e}^{2m_3+\sigma_3[v_3(t)+v_3(t+\tau)]}\}\\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{2m_3+\sigma_3(x_1+x_2)}\cdot p_{v_3v_3'}(x_1,x_2)\,\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 \end{aligned} \tag{6.45}$$

式中

$$p_{v_3v_3'}(x_1,x_2)=\frac{1}{2\pi\sqrt{1-r_{v_3v_3}^2(\tau)}}\mathrm{e}^{-\frac{x_1^2-2r_{v_3v_3}(\tau)x_1x_2+x_2^2}{2[1-r_{v_3v_3}^2(\tau)]}} \tag{6.46}$$

描述在两个不同时刻 $t_1=t$ 和 $t_2=t+\tau$ 处高斯随机过程 $v_3(t)$ 的联合概率密度函数。在将式（6.46）代入式（6.45）并求解二重积分之后，自相关函数 $r_{\lambda\lambda}(\tau)$ 可表示为封闭形式

$$r_{\lambda\lambda}(\tau)=\mathrm{e}^{2m_3+\sigma_3^2[1+r_{v_3v_3}(\tau)]} \tag{6.47}$$

利用这个关系式，可容易确定对数正态过程 $\lambda(t)$ 的均值功率。得到 $r_{\lambda\lambda}(0)=\mathrm{e}^{2(m_3+\sigma_3^2)}$。

现在对数正态过程 $\lambda(t)$ 的功率谱密度 $S_{\lambda\lambda}(f)$ 可以 $v_3(t)$ 的功率谱 $S_{v_3v_3}(f)$ 表示如下[195]

$$\begin{aligned} S_{\lambda\lambda}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} r_{\lambda\lambda}(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau\\ &= \mathrm{e}^{2m_3+\sigma_3^2}\cdot\left\{\delta(f)+\int_{-\infty}^{\infty}(\mathrm{e}^{\sigma_3^2 r_{v_3v_3}(\tau)}-1)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau\right\}\\ &= \mathrm{e}^{2m_3+\sigma_3^2}\cdot\left[\delta(f)+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sigma_3^{2n}}{n!}\cdot\frac{S_{v_3v_3}\left(\frac{f}{\sqrt{n}}\right)}{\sqrt{n}}\right] \end{aligned} \tag{6.48}$$

这个结果表明，对数正态过程 $\lambda(t)$ 的功率谱密度 $S_{\lambda\lambda}(f)$ 是由在原点 $f=0$ 处的一个加权狄拉克 delta 函数和严格单调下降的功率谱密度 $S_{v_3v_3}(f/\sqrt{n})/\sqrt{n}$ 的一个无穷和组成的。应该指出的是，如果将式（6.43）中的量 σ_c 替换为 $\sqrt{n}\sigma_3$，则可从该式直接得到 $S_{v_3v_3}(f/\sqrt{n})/\sqrt{n}$。

对数正态过程 $\lambda(t)$ 的概率密度函数 $p_\lambda(y)$ 可由对数正态分布［式（2.51）］描述，即

$$p_\lambda(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_3 y}e^{-\frac{(\ln y-m_3)^2}{2\sigma_3^2}}, & y\leqslant 0\\ 0, & y<0\end{cases} \tag{6.49}$$

其期望值和方差分别为式（2.53）和式（2.54）。

对于（扩展的）Suzuki 过程的水平通过率和衰落平均时长的计算，要求知道在相同时刻 t 处对数正态过程 $\lambda(t)$ 的联合概率密度函数及其对应的时间导数 $\dot{\lambda}(t)$。这个联合概率密度函数，以 $p_{\lambda\dot{\lambda}}(y,\ \dot{y})$ 表示，将在下面进行简洁的推导。从基本高斯随机过程 $v_3(t)$ 及其时间导数 $\dot{v}_3(t)$ 开始讨论。对于这两个过程的交叉相关函数而言，得到 $r_{v_3\dot{v}_3}(0)=0$ 成立，即在相同时刻 $t=t_1=t_2$，$v_3(t_1)$ 和 $\dot{v}_3(t_2)$ 是不相关的。因为 $v_3(t)$ 和 $\dot{v}_3(t)$ 是高斯随机过程，则由不相关性得到，这些过程是统计上独立的。对于过程 $v_3(t)$ 和 $\dot{v}_3(t)$ 的联合概率密度函数 $p_{v_3\dot{v}_3}(x,\ \dot{x})$，因此可写出

$$p_{v_3\dot{v}_3}(x,\dot{x})=p_{\dot{v}_3}(x)\cdot p_{\dot{v}_3}(\dot{x})=\frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}\cdot\frac{e^{-\frac{\dot{x}^2}{2\gamma}}}{\sqrt{2\pi\gamma}} \tag{6.50}$$

式中

$$\gamma=r_{\dot{v}_3\dot{v}_3}(0)=-\ddot{r}_{v_3v_3}(0)=(2\pi\sigma_c)^2 \tag{6.51}$$

表示过程 $\dot{v}_3(t)$ 的方差。

类似于在 6.1.1 节中详细讨论的方法，将 $p_{v_3\dot{v}_3}(x,\ \dot{x})$ 作为确定期望的联合概率密度函数 $p_{\lambda\dot{\lambda}}(y,\ \dot{y})$ 的起点。非线性映射［式（6.42）］，采用如下变量替换

$$x=\frac{\ln y-m_3}{\sigma_3},\quad \dot{x}=\frac{\dot{y}}{\sigma_3 y} \tag{6.52a,b}$$

得到雅可比行列式(6.25)的表达式 $\boldsymbol{J}=(\sigma_3 y)^2$。采用变换规则［式(2.87)］，得到联合概率密度函数 $p_{\lambda\dot{\lambda}}(y,\dot{y})$ 的如下结果

$$p_{\lambda\dot{\lambda}}(y,\dot{y})=\frac{e^{-\frac{(\ln y-m_3)^2}{2\sigma_3^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_3 y}\cdot\frac{e^{-\frac{\dot{y}^2}{2\gamma(\sigma_3 y)^2}}}{\sqrt{2\pi\gamma}\sigma_3 y} \tag{6.53}$$

这个结果表明，虽然基本高斯过程 $v_3(t)$ 和 $\dot{v}_3(t)$ 是统计上独立的，但过程 $\lambda(t)$ 和 $\dot{\lambda}(t)$ 却是统计相关的。

6.1.3　类型 I 的随机扩展 Suzuki 过程

以 $\eta(t)$ 表示的扩展 Suzuki 过程（类型 I）在参考文献［75］中是作为一个莱斯过

程 $\xi(t)$［见式（6.1）］［具有交叉相关的基本高斯随机过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$］和一个对数正态过程 $\lambda(t)$［见式（6.42）］的乘积过程引入的，即

$$\eta(t)=\xi(t)\cdot\lambda(t) \tag{6.54}$$

图6.6给出由扩展Suzuki过程（类型Ⅰ）描述的一个频率—非选择移动无线信道参考模型的结构。

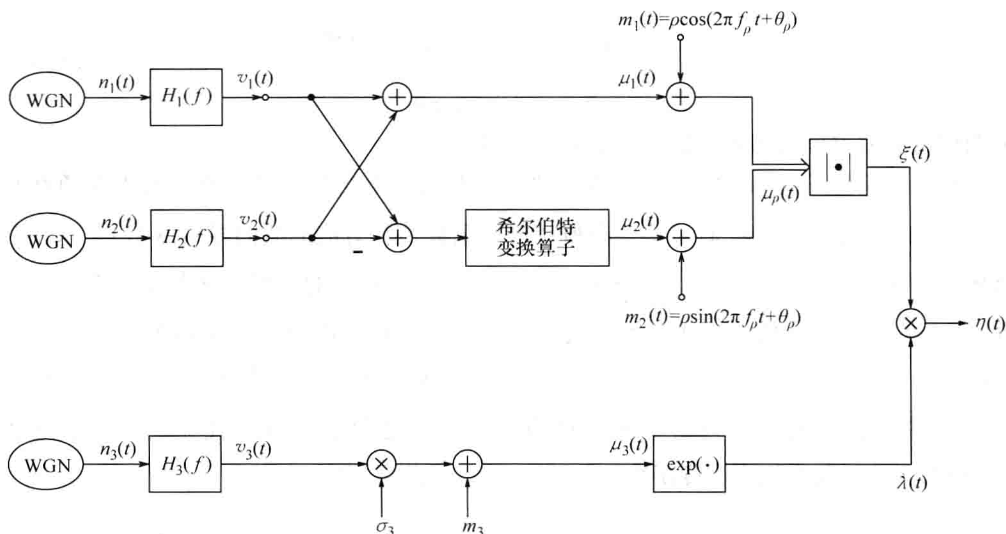


图6.6 扩展Suzuki过程（类型Ⅰ）的参考模型

采用关系式[41]

$$p_\eta(z)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{|y|}p_{\xi\lambda}\left(\frac{z}{y},y\right)\mathrm{d}y \tag{6.55}$$

可计算扩展Suzuki过程 $\eta(t)$ 的概率密度函数 $p_\eta(z)$，其中 $p_{\xi\lambda}(x,\ y)$ 是在相同时刻 t 处过程 $\xi(t)$ 和 $\lambda(t)$ 的联合概率密度函数。依据假定，有色高斯随机过程 $v_1(t)$、$v_2(t)$ 和 $v_3(t)$ 是相互统计上独立的。结果是，莱斯过程 $\xi(t)$ 和对数正态过程 $\lambda(t)$ 也是统计上独立的，从而对于联合概率密度函数 $p_{\xi\lambda}(x,\ y)$，得到 $p_{\xi\lambda}(x,\ y)=p_\xi(x)\cdot p_\lambda(y)$。因此，过程 $\xi(t)$ 和 $\lambda(t)$ 之间的相乘关系得到扩展Suzuki过程的概率密度函数的如下积分方程

$$p_\eta(z)=\frac{z}{\sqrt{2\pi}\psi_0\sigma_3}\int_0^{\infty}\frac{1}{y^3}\mathrm{e}^{-\frac{(z/y)^2+\rho^2}{2\psi_0}}I_0\left(\frac{z\rho}{y\psi_0}\right)\mathrm{e}^{-\frac{(\ln y-m_3)^2}{2\sigma_3^2}}\mathrm{d}y,\quad z\geqslant 0 \tag{6.56}$$

对于 $\rho=0$，应该指出的是，概率密度函数［式（6.56）］可简化为参考文献［25］中引入的（经典的）Suzuki分布［式（2.55）］。可由图6.7得到参数 ρ 和 σ_3 对 $p_\xi(z)$ 形状的影响。

研究式（6.56），可清晰地看出，$p_\eta(z)$ 仅取决于量 ψ_0、ρ、σ_3 和 m_3。据此，复数值高斯随机过程 $\mu(t)$ 功率谱密度的准确形状，特别是过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的交叉相关性，对扩展Suzuki过程的概率密度函数没有影响。依据式（6.56），仅通过优化这些模型参

数，就可将 $p_\eta(z)$ 拟合到一个给定的由测量得到的概率密度函数，这存在如下风险，即真实世界信道的统计性质是不足以由信道模型重现的。

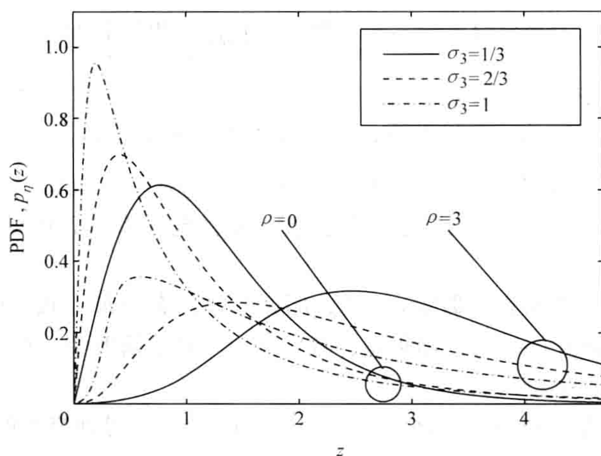


图 6.7　参数 ρ 和 σ_3 各种数值下的概率密度函数 $p_\eta(z)$（$\psi_0=1$，$m_3=-\sigma_3^2/2$）

因此，在下面研究过程 $\eta(t)$ 的水平通过率 $N_\eta(r)$，即

$$N_\eta(r)=\int_0^\infty \dot{z}p_{\eta\dot{\eta}}(r,\dot{z})\,\mathrm{d}\dot{z} \tag{6.57}$$

这要求知道在相同时刻 t 处过程 $\eta(t)$ 及其时间导数的联合概率密度函数 $p_{\eta\dot{\eta}}(z,\ \dot{z})$。通过将式(6.35)和式（6.53）[是分别针对 $p_{\xi\dot{\xi}}(x,\ \dot{x})$ 和 $p_{\lambda\dot{\lambda}}(y,\ \dot{y})$ 得到的] 代入关系式[183]

$$p_{\eta\dot{\eta}}(z,\dot{z})=\int_0^\infty\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{y^2}p_{\xi\dot{\xi}}\left(\frac{z}{y},\frac{\dot{z}}{y}-\frac{z}{y^2}\dot{y}\right)p_{\lambda\dot{\lambda}}(y,\dot{y})\,\mathrm{d}\dot{y}\mathrm{d}y\,,\quad z\geqslant 0,|\dot{z}|<\infty \tag{6.58}$$

推导得到这个联合概率密度。因此，在一些繁琐的代数运算之后，得到表达式

$$p_{\eta\dot{\eta}}(z,\dot{z})=\frac{z}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}\psi_0\sqrt{\beta}}\int_0^\infty \frac{\mathrm{e}^{-\frac{(z/y)^2+\rho^2}{2\psi_0}}}{y^3K(z,y)}\cdot\frac{\mathrm{e}^{-\frac{(\ln y-m_3)^2}{2\sigma_3^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_3 y}\cdot \int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{\frac{z\rho}{y\psi_0}\cos\theta}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{(\dot{z}-\sqrt{2\beta}\alpha\gamma\rho\sin\theta)^2}{2\beta y^2K^2(z,y)}}\mathrm{d}\theta\mathrm{d}y\,,\quad z\geqslant 0,|\dot{z}|<\infty \tag{6.59}$$

式中

$$K(z,y)=\sqrt{1+\frac{\gamma}{\beta}\left(\frac{z\sigma_3}{y}\right)^2} \tag{6.60}$$

在将式（6.59）代入式（6.57）之后，得到类型 I 扩展 Suzuki 过程的水平通过率 $N_\eta(r)$ 的如下最终结果

$$N_\eta(r) = \frac{r\sqrt{2\beta}}{\pi^{3/2}\psi_0} \cdot \int_0^\infty \frac{K(r,y)}{y} \cdot \frac{e^{-\frac{(\ln y - m_3)^2}{2\sigma_3^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_3 y} \cdot e^{-\frac{(r/y)^2+\rho^2}{2\psi_0}} \cdot \int_0^{\pi/2} \cosh\left(\frac{r\rho}{y\psi_0}\cos\theta\right) \left\{ e^{-\left(\alpha\rho\frac{\sin\theta}{K(r,y)}\right)^2} + \sqrt{\pi}\alpha\rho\frac{\sin\theta}{K(r,y)}\mathrm{erf}\left[\alpha\rho\frac{\sin\theta}{K(r,y)}\right]\right\} \mathrm{d}\theta\mathrm{d}y \tag{6.61}$$

式中，α，β和γ同样是分别由式（6.27）、式（6.28）和式（6.51）引入的量，ψ_0是由式（6.21a）确定的。准确地说，由于α和β，现在考虑了多普勒功率谱密度的形状的影响，原因是α取决于$\dot{\phi}_0$，且β是$\dot{\phi}_0$和$\ddot{\psi}_0$的一个函数。这里对式（6.61）的详细分析也表明，$N_\eta(r)$同样是正比于最大多普勒频率的，由此也正比于车辆的速度。

另外，关注于一些特例。假定$\sigma_3 \to 0$，那么对数正态分布［式（6.49）］收敛到概率密度函数$p_\lambda(y) = \delta(y - e^{m_3})$。结果是，特别在$m_3 = 0$的情形中，水平通过率$N_\eta(r)$依据式（6.37），趋于$N_\xi(r)$。

在丢失视距分量的情形中，即$\rho = 0$，由式（6.61）可得到修正的Suzuki过程的水平通过率

$$\begin{aligned} N_\eta(r)\mid_{\rho=0} &= \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}}\frac{r}{\psi_0}\int_0^\infty \frac{K(r,y)}{y} p_\lambda(y) e^{-\frac{r^2}{2\psi_0 y^2}} \mathrm{d}y \\ &= \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \int_0^\infty K(r,y) p_\xi(r/y) p_\lambda(y) \mathrm{d}y \end{aligned} \tag{6.62}$$

这和参考文献［70，183］中陈述的一样。也应该提到的是，对于$\rho \neq 0$，这两种情形

1） $$f_\rho = \dot{\phi}_0/(2\pi\psi_0) \tag{6.63a}$$

2） $$f_\rho = 0 \text{ 和 } \dot{\phi}_0 = 0 \tag{6.63b}$$

就水平通过率$N_\eta(r)$而言是等价的，因为由式（6.27），则有$\alpha = 0$，这使我们在两种情形中可由式（6.61）演绎得到相同表达式

$$\begin{aligned} N_\eta(r)\mid_{\alpha=0} &= \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}}\frac{r}{\psi_0}\int_0^\infty \frac{K(r,y)}{y} p_\lambda(y) e^{-\frac{(r/y)^2+\rho^2}{2\psi_0}} I_0\left(\frac{r\rho}{y\psi_0}\right) \mathrm{d}y \\ &= \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \int_0^\infty K(r,y) p_\xi(r/y) p_\lambda(y) \mathrm{d}y \end{aligned} \tag{6.64}$$

但是，应该注意到，情形1）和2）得到β的不同值。在条件1）下，一般关系式（6.28）对β是有效的，但在情形2）中，这个方程可简化为$\beta = -\ddot{\psi}_0$。

在本小节结尾处，也推导累积分布函数$F_{\eta_-}(r) = P\{\eta(t) \leq r\}$，要计算类型Ⅰ的扩展Suzuki过程的衰落平均时长

$$T_{\eta_-}(r) = \frac{F_{\eta_-}(r)}{N_\eta(r)} \tag{6.65}$$

就需要这个累积分布函数。因此，使用式（6.56），得到

$$
\begin{aligned}
F_{\eta_-}(r) &= \int_0^r p_\eta(z)\,\mathrm{d}z \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\psi_0\sigma_3}\int_0^\infty\int_0^r \frac{z}{y^3}\mathrm{e}^{-\frac{(z/y)^2+\rho^2}{2\psi_0}} I_0\left(\frac{z\rho}{y\psi_0}\right)\mathrm{e}^{-\frac{(\ln y-m_3)^2}{2\sigma_3^2}}\mathrm{d}z\mathrm{d}y \\
&= 1-\int_0^\infty Q_1\left(\frac{\rho}{\sqrt{\psi_0}},\frac{r}{y\sqrt{\psi_0}}\right)p_\lambda(y)\,\mathrm{d}y
\end{aligned}
\tag{6.66}
$$

式中，$Q_1(.,.)$（见参考文献［11，第44页］）是如下定义的广义 Marcum Q-函数

$$
Q_m(a,b) = \int_b^\infty z\left(\frac{z}{a}\right)^{m-1}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+a^2}{2}}I_{m-1}(az)\,\mathrm{d}z\,,\quad m=1,2,\cdots \tag{6.67}
$$

为了形象地说明在本节中发现的结果，考虑图 6.8a ~ 图 6.8d 所示的参数细节。图 6.8a 和图 6.8b 画出了依据式（6.61）对参数 m_3 和 σ_3 的数个值计算得到的归一化水平通过率 $N_\eta(r)/f_{\max}$。相应的归一化衰落平均时长 $T_{\eta_-}(r)\cdot f_{\max}$ 的图形在图 6.8c 和图 6.8d 中给出。

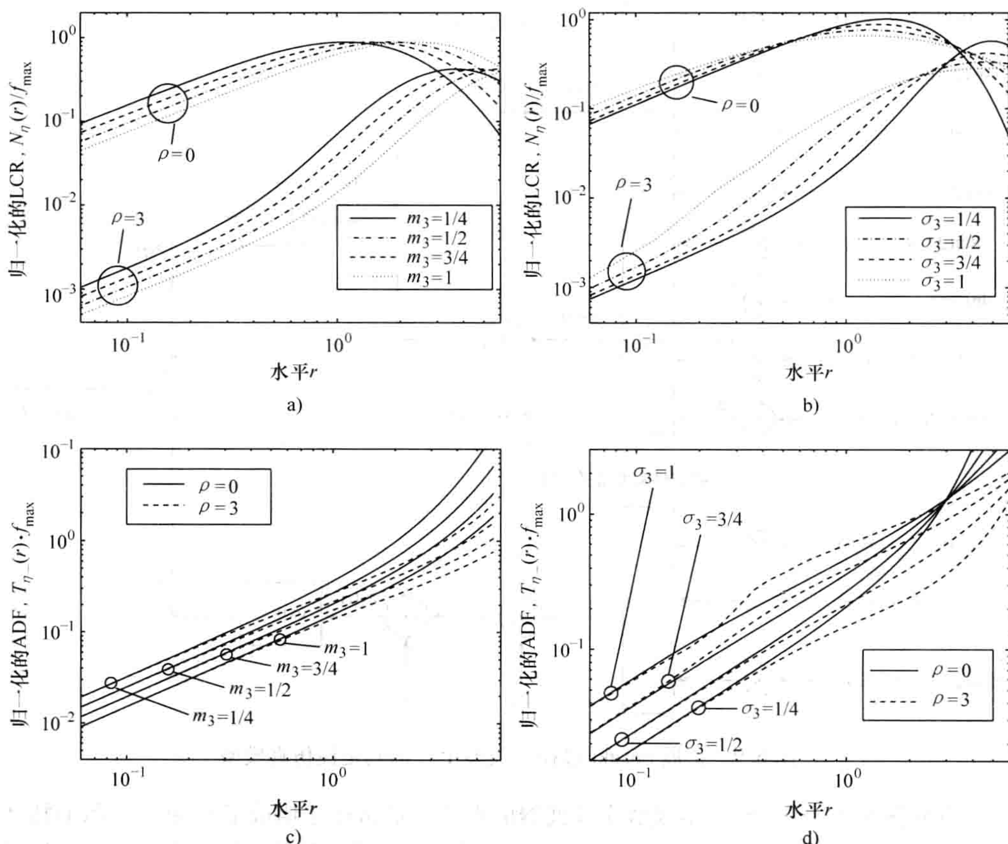


图 6.8　对 m_3（$\sigma_3=1/2$）和 σ_3（$m_3=1/2$）数个值的扩展 Suzuki 过程（类型 I）的归一化的水平通过率 $N_\eta(r)/f_{\max}$ 以及相应的归一化的衰落平均时长 $T_{\eta_-}(r)\cdot f_{\max}$

a）m_3（$\sigma_3=1/2$）　b）σ_3（$m_3=1/2$）　c）、d）相应的归一化的衰落平均时长

6.1.4 类型I的确定性扩展Suzuki过程

在前一小节，看到类型I的扩展Suzuki过程的参考模型依据的是使用三个实数值的有色高斯随机过程$v_i(t)$或$\mu_i(t)$（$i=1, 2, 3$）（见图6.6）。现在利用4.1节解释过的确定性信道建模原理，并以下式逼近理想的高斯随机过程$v_i(t)$

$$\tilde{v}_i(t) = \sum_{n=1}^{N_i} c_{i,n}\cos(2\pi f_{i,n}t + \theta_{i,n}), \quad i = 1,2,3 \tag{6.68}$$

因此，在下面假定过程$\tilde{v}_1(t)$、$\tilde{v}_2(t)$和$\tilde{v}_3(t)$是两两不相关的。不相关性条件可容易地由5.1节讨论的几乎所有参数计算方法加以满足。在进行一些基本网络变换之后，如图6.9所示中的连续时间结构（支持类型I确定性的扩展Suzuki过程仿真）可由随机参考模型（见图6.6）得到。

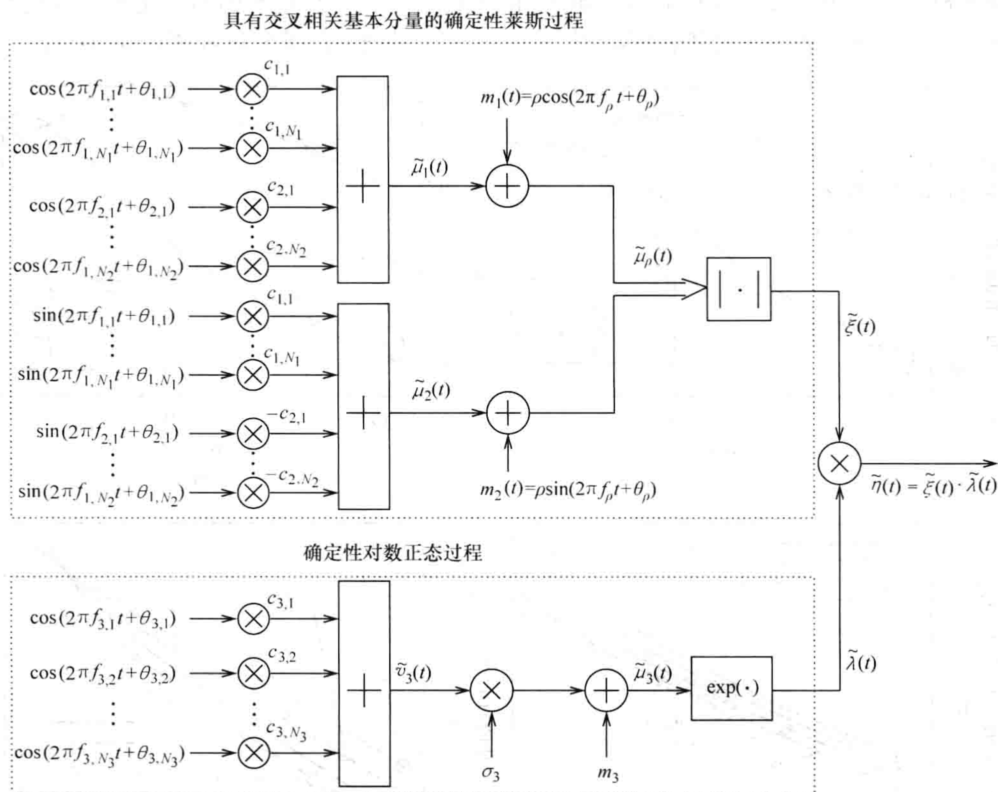


图6.9 扩展Suzuki过程（类型I）的确定性仿真模型

研究图6.9，注意到，不仅数字滤波器的设计（通常用于谱成形）而且希尔伯特变换器的实现都可避免。另外，确定性仿真模型提供了这样的优势，即在之前为参考模型推导得到的所有关系，如概率密度函数$p_\eta(z)$、水平通过率$N_\eta(r)$和衰落平均时长$T_\eta(r)$等的表达式均可用来近似地描述确定性扩展Suzuki过程$\tilde{\eta}(t)$的形状。所以，

在所有关注的那些表达式中，仅不得不将参考模型ψ_0、$\ddot{\psi}_0$和$\dot{\phi}_0$的各特征量由仿真模型的相应特征量加以替换，即

$$\tilde{\psi}_0 = \tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(0) = \tilde{r}_{v_1v_1}(0) + \tilde{r}_{v_2v_2}(0) = \tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(0) \tag{6.69a}$$

$$\tilde{\ddot{\psi}}_0 = \tilde{\ddot{r}}_{\mu_1\mu_1}(0) = \tilde{\ddot{r}}_{v_1v_1}(0) + \tilde{\ddot{r}}_{v_2v_2}(0) = \tilde{\ddot{r}}_{\mu_2\mu_2}(0) \tag{6.69b}$$

$$\tilde{\dot{\phi}}_0 = \tilde{\dot{r}}_{\mu_1\mu_2}(0) = \tilde{\dot{r}}_{v_1\check{v}_1}(0) - \tilde{\dot{r}}_{v_2\check{v}_2}(0) = -\tilde{\dot{r}}_{\mu_2\mu_1}(0) \tag{6.69c}$$

式中，波浪线（~）指这样的事实，即基本过程是确定性过程。这些量决定性地确定了$\tilde{\eta}(t)$的统计形状，并可以一种简单方式显式地加以计算。利用自相关函数

$$\tilde{r}_{v_iv_i}(\tau) = \sum_{n=1}^{N_i} \frac{c_{i,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{i,n}\tau)\,, \quad i = 1,2,3 \tag{6.70}$$

和性质［式（2.135a）］，那么由式（6.69a）~式(6.69c)[192]得到

$$\tilde{\psi}_0 = \sum_{n=1}^{N_1} \frac{c_{1,n}^2}{2} + \sum_{n=1}^{N_2} \frac{c_{2,n}^2}{2} \tag{6.71a}$$

$$\tilde{\ddot{\psi}}_0 = -2\pi^2\left[\sum_{n=1}^{N_1}(c_{1,n}f_{1,n})^2 + \sum_{n=1}^{N_2}(c_{2,n}f_{2,n})^2\right] \tag{6.71b}$$

$$\tilde{\dot{\phi}}_0 = \pi\left[\sum_{n=1}^{N_1} c_{1,n}^2 f_{1,n} - \sum_{n=1}^{N_2} c_{2,n}^2 f_{2,n}\right] \tag{6.71c}$$

在整个第 6 章，将排他性地将 5.1.7 节详细描述的准确多普勒扩展方法用于模型参数$c_{i,n}$和$f_{i,n}$的计算。假定相位$\theta_{i,n} \in (0,\ 2\pi]$是一个均匀分布随机生成器的实现（输出）。但是，对于准确的多普勒频散方法，不得不考虑到这种方法最初是针对经典的 Jakes 功率谱密度（$\kappa_0 = 1$）推导得到的。将其应用到受限的 Jakes 功率谱密度（$\kappa_0 \leqslant 1$）要求做些微修正。对于离散多普勒频率$f_{i,n}$，现在有[75]

$$f_{i,n} = \begin{cases} f_{\max}\sin\left[\dfrac{\pi}{2N_1}\left(n - \dfrac{1}{2}\right)\right], & i=1, \quad n = 1,2,\cdots,N_1 \\ f_{\max}\sin\left[\dfrac{\pi}{2N'_2}\left(n - \dfrac{1}{2}\right)\right], & i=1, \quad n = 1,2,\cdots,N_2 \end{cases} \tag{6.72}$$

式中

$$N'_2 = \left[\frac{N_2}{\dfrac{2}{\pi}\arcsin(\kappa_0)}\right] \tag{6.73}$$

是取决于频率比$\kappa_0 = f_{\min}/f_{\max}$的一个辅助变量。关于式（6.72），$N'_2$将离散多普勒频率$f_{2,n}$限制在有关区间（0，$f_{\min}$］。应该指出的是，实际要求的正弦曲线数量$N_2$（$\leqslant N'_2$）［对于$\tilde{v}_2(t)$的实现是必要的］仍然要由用户定义。因此称辅助变量$N'_2$为$\tilde{v}_2(t)$的正弦曲线的虚数。另外，路径增益$c_{i,n}$也受到这种修正的影响，特别因为一个功率调整（power adaptation）是必要的。现在，路径增益写法为

$$c_{i,n}=\begin{cases}\sigma_0\sqrt{1/N_1}, & i=1, \quad n=1,2,\cdots,N_1\\ \sigma_0\sqrt{1/N'_2}, & i=1, \quad n=1,2,\cdots,N_2\end{cases} \tag{6.74}$$

采用式（5.89a）和式（5.89b），可完成第三个确定性高斯过程 $\tilde{v}_3(t)$（其功率谱密度是高斯形状的）的离散多普勒频率$f_{3,n}$的计算。在将这些方程修改为这里使用的表示法后，得到如下方程组

$$\frac{2n-1}{2N_3}-\mathrm{erf}\left(\frac{f_{3,n}}{\sqrt{2}\sigma_c}\right)=0, \quad \forall n=1,2,\cdots,N_3-1 \tag{6.75a}$$

和

$$f_{3,N_3}=\sqrt{\frac{\gamma N_3}{(2\pi)^2}-\sum_{n=1}^{N_3-1}f_{3,n}^2} \tag{6.75b}$$

式中，$\sigma_c=f_{\max}/(\kappa_c\sqrt{2\ln 2})$ 的含义可由式（6.43）得到，且参数γ由式（6.51）定义。由于$v_3(t)\sim N$（0，1），对于所有$n=1$，2，…，N_3，依据式$c_{3,n}=\sqrt{2/N_3}$计算$c_{3,n}$。

当使用准确的多普勒频散方法时，得到如图6.10所示的结果，对于归一化特征量$\ddot{\tilde{\psi}}_0/f_{\max}^2$和$\dot{\tilde{\phi}}_0/f_{\max}$的收敛形状和逼近质量，结果是$N_1=N_2=N_i$的一个函数。图6.10a和图6.10b也表明，在$N_i\geqslant 10$成立的所有情形中，仿真模型所给出的特征量和参考模型的特征量之间的偏差是可以被忽略的。

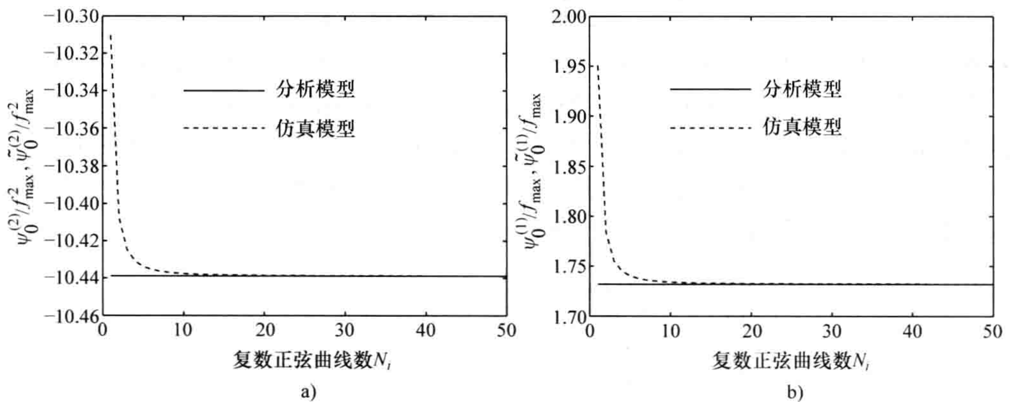


图6.10 $\ddot{\psi}_0/f_{\max}^2$和$\ddot{\tilde{\psi}}_0/f_{\max}^2$以及$\dot{\phi}_0/f_{\max}$和$\dot{\tilde{\phi}}_0/f_{\max}$（MEDS，$\sigma_0^2=1$，$\kappa_0=1/2$）的图示

令$N_i\geqslant 7$，如果参考模型的特征量（ψ_0，$\ddot{\psi}_0$，$\dot{\phi}_0$）和（α，β，γ）分别由仿真模型的相应特征量（$\tilde{\psi}_0$，$\ddot{\tilde{\psi}}_0$，$\dot{\tilde{\phi}}_0$）和（$\tilde{\alpha}$，$\tilde{\beta}$，$\tilde{\gamma}$）替换，那么式（6.61）可被看作仿真模型的水平通过率$\tilde{N}_\eta(r)$的一个绝佳近似。对于仿真模型的衰落平均时长$\tilde{T}_\eta(r)$当然也同样成立。因此，$\tilde{N}_\eta(r)$和$\tilde{T}_\eta(r)$不必由冗长的和耗时的多次仿真来确定，而是可通过求解积分方程式（6.61）并利用式（6.65）和式（6.71a）~式

(6.71c)，直接确定这两个参数。尽管如此，如果 $\tilde{N}_{\eta}(r)$（$\tilde{T}_{\eta_-}(r)$）后来通过衰落包络的仿真 $\tilde{\eta}(t)$ 确定，那么这仅可用来验证所得理论结果的正确性。在下面的小节中，将看到，$\tilde{N}_{\eta}(r)$ 和 $N_{\eta}(r)$ 之间的偏差实际上是极小的，从而偏差的较深入研究此时似乎是不合适的。

6.1.5　应用和仿真结果

在本小节，说明如何通过优化参考模型的有关参数来修正信道模型的统计性质，使之适合于真实世界信道的统计性质。因为不满意于仅修正一阶统计性质，所以也在设计过程中包括了二阶统计性质。从拟合的参考模型开始，之后将确定相应的确定性仿真模型的各项参数。在本小节结尾处，将通过仿真验证所提出的方法。

这里考虑的累积分布补函数㊀ $F^{\star}_{\eta_-}(r)$（图 6.11a）和水平交叉率 $N^{\star}_{\eta}(r)$（图 6.11b）的测量结果取自参考文献［196］。对于其中实施的测量试验，使用配备一个 870MHz 发送器的一架直升机和配备一个接收器的一个车辆，模拟一个真实世界的卫星信道。就直升机和移动接收器的相对位置来说，仰角保持恒定在 15°。一条测试路线通过的区域，其中视距分量是严重遮挡的；另一条测试路线通过的区域具有轻微遮挡。在参考文献［179］中也使用了这种所谓的等价卫星信道的测量结果。因此，它们提供了各方法公平比较的一个合适基础。有关真实世界卫星信道测量结果的更多报告可在参考文献［197-200］中找到。

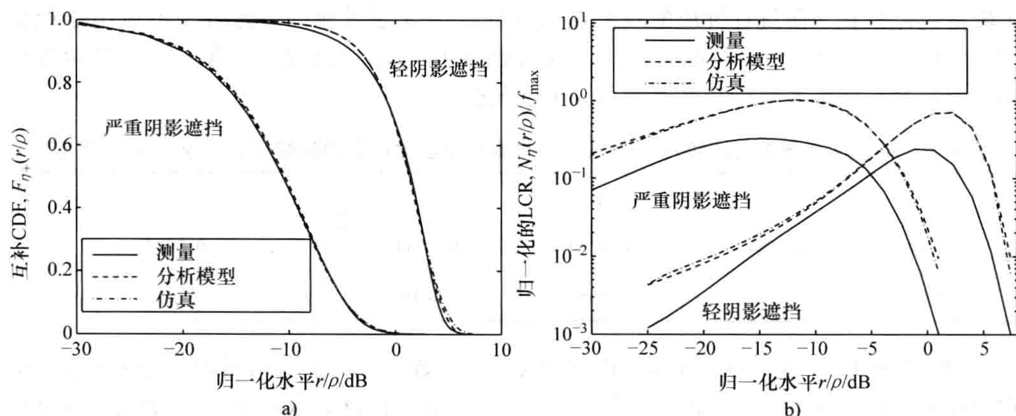


图 6.11　严重遮挡和轻微遮挡区域的累积分布补函数 $F_{\eta_+}(r/\rho)$ 和归一化的水平通过率 $N_{\eta}(r/\rho)/f_{\max}$（没有对 κ_0 和 f_ρ 做优化）。测量结果取自参考文献［196］

现在将所有相关的模型参数［决定性地确定了扩展 Suzuki 过程（类型 Ⅰ）的统计

㊀ 回顾一下，累积分布补函数 $F_{\eta_+}(r)=P\{\eta(r)>r\}$ 和累积分布函数 $F_{\eta_-}(r)=P\{\eta(r)\leq r\}$ 是通过 $F_{\eta_+}(r)=1-F_{\eta_-}(r)$ 发生关系的。

性质］组合到一个参数向量，它由 $\boldsymbol{\Omega}:=(\sigma_0, \kappa_0, \rho, f_\rho, \sigma_3, m_3)$ 表示和定义。实际上，频率比 $\kappa_c=f_{max}/f_c$ 一般而言都大于10，从而依据6.1.2节做出的论断，这个参数对 $\eta(t)$ 的一阶和二阶统计性质不施加影响。这就是为什么在参数向量 $\boldsymbol{\Omega}$ 中没有包括 κ_c 的原因。不失一般性，由此将任意地将频率比 κ_c 的值设定为20，并选择一个假定值 $\theta_\rho=0$。

作为互补分布函数 $F_{\eta_+}(r/\rho)$ 和 $F^\star_{\eta_+}(r/\rho)$ 之间的偏差以及归一化的水平通过率 $N_\eta(r/\rho)/f_{max}$ 和 $N^\star_\eta(r/\rho)/f_{max}$ 之间偏差的一个合适度量，引入如下误差函数

$$E_2(\boldsymbol{\Omega}):=\left\{\sum_{m=1}^{M_r}\left[W_1\left(\frac{r_m}{\rho}\right)\left(F^\star_{\eta_+}\left(\frac{r_m}{\rho}\right)-F_{\eta_+}\left(\frac{r_m}{\rho}\right)\right)\right]^2\right\}^{1/2}+\frac{1}{f_{max}}\left\{\sum_{m=1}^{M_r}\left[W_2\left(\frac{r_m}{\rho}\right)\left(N^\star_\eta\left(\frac{r_m}{\rho}\right)-N_\eta\left(\frac{r_m}{\rho}\right)\right)\right]^2\right\}^{1/2} \tag{6.76}$$

式中，M_r 是不同信号水平 r_m 的数量，在这些信号处实施测量。另外，$W_1(\cdot)$ 和 $W_2(\cdot)$ 是两个加权函数，是这样选择的，使之分别正比于 $F^\star_{\eta_+}(\cdot)$ 和 $N^\star_\eta(\cdot)$ 的倒数。通过依据 Fletcher-Powell 算法[162]应用准-Newton 方法，以数值方式实施参数向量 $\boldsymbol{\Omega}$ 各分量的优化。

通过使用经典的 Jakes 功率谱密度，首先实施优化。因此，在最小化过程中，保持参数 $\kappa_0=f_{min}/f_{max}$ 恒定在值 $\kappa_0=1$ 处。进而，也可固定 f_ρ 为值 $f_\rho=0$，从而扩展的 Suzuki 模型简化为传统的莱斯－对数正态模型。现在，遇到这样的问题，没有自由参数可用于归一化水平通过率 $N_\eta(r/\rho)/f_{max}$ 的优化，这是因为所有剩余的模型参数（σ_0，ρ，σ_3，m_3）都被完全地用于累积分布补函数 $F_{\eta_+}(r/\rho)$ 的优化。换句话说，二阶统计性质的一个较好近似仅在一阶统计性质的较差近似的代价下才是可能的。此时将不做出这项折中。此时满意于 $F_{\eta_+}(r/\rho)$ 的近似，并临时地将 $W_2(r/\rho)$ 设置等于零。对于轻微遮挡和严重遮挡区域的参数优化结果在表6.1中列出。

表6.1　对于具有严重遮挡和轻微遮挡区域的参考模型优化后的参数（没有 κ_0 和 f_ρ 的优化）

遮挡	σ_0	ρ	σ_3	m_3
严重的	0.1847	0.0554	0.1860	0.3515
轻微的	0.3273	0.9383	0.0205	0.1882

研究图6.11a，其中画出了得到的累积分布补函数 $F_{\eta_+}(r/\rho)$，可看出，这个函数非常密切地拟合于给定的测量结果。但是，明显的是，由图6.11b，对于归一化的水平通过率 $N_\eta(r/\rho)/f_{max}$ 得不到这些令人满意的结果。在这种情形中，与测量结果的偏离部分地方大于300%。这种不匹配的较深层原因是由于 Jakes 功率谱密度高得有点过的多普勒扩展。

出于比较目的并为了确认找到的结果，图6.11a和图6.11b也给出了由扩展 Suzuki 过程离散事件仿真得到的结果。在这种情形中，确定性过程 $\tilde{\nu}_1(t)$、$\tilde{\nu}_2(t)$ 和 $\tilde{\nu}_3(t)$ 是通过应用前面6.1.4节描述的技术（具有 $N_1=15$，$N_2=16$ 和 $N_3=15$）设计得到的。

下一步是降低多普勒带宽和多普勒频散，方法是在优化过程中包括参数 κ_0。为了利用信道模型的全部灵活性，参数 f_ρ 的优化现在也允许发生在范围 $-f_{min}\leqslant f_\rho\leqslant f_{max}$ 内。那

么误差函数［式（6.76)］的数值最小化得到参数向量 $\boldsymbol{\Omega}$ 的各分量，如表6.2所示。采用这些参数，它们是关于 $F_{\eta_+}(r/\rho)$ 和 $N_\eta(r/\rho)/f_{max}$ 优化的，则 $F_{\eta_+}(r/\rho)$ 的形状保持几乎不变（见图6.11a和图6.12a)。但是，通过研究二阶统计性质，类型Ⅰ的扩展Suzuki模型的实际优势才首次变得明显了。观察到，由于模型扩展，参考模型的归一化的水平通过率 $N_\eta(r/\rho)/f_{max}$ 现在可明显地拟合到测量结果，这要优于 $\kappa_0=1$ 和 $f_\rho=0$ 的情形（见图6.11b和图6.12b)。

也应该提到，扩展Suzuki模型（类型Ⅰ）的莱斯因子［式（3.53)］现在写为

$$c_R=\frac{\rho^2}{2\psi_0}=\frac{\rho^2}{\sigma_0^2\left[1+\frac{2}{\pi}\arcsin(\kappa_0)\right]} \tag{6.77}$$

使用表6.2中列出的各项参数，得到莱斯因子的值 $c_R=-5.15\text{dB}$（严重遮挡）和 $c_R=5.82\text{dB}$（轻微遮挡）。

表6.2　对于具有严重遮挡和轻微遮挡区域的参考模型优化后的参数（具有 κ_0 和 f_ρ 的优化）

遮挡	σ_0	κ_0	ρ	σ_3	m_3	f_ρ/f_{max}
严重的	0.2022	4.4E-11	0.1118	0.1175	0.4906	0.6366
轻微的	0.4497	5.9E-08	0.9856	0.0101	0.0875	0.7326

分析结果的验证同样是通过仿真的方式建立的。由于如下事实，即在两种情形中，由轻微遮挡和严重遮挡（见表6.2）确定的 $\kappa_0=f_{min}/f_{max}$ 都非常小，所以可忽略 $v_2(t)$ 或 $\tilde{v}_2(t)$ 的影响，且结果是，N_2 可被设置为零，这与有关实现复杂度的极大降低的作用是相同的。其他过程 $\tilde{v}_1(t)$ 和 $\tilde{v}_3(t)$ 同样是分别利用 $N_1=15$ 和 $N_3=15$ 个余弦函数的准确的多普勒频散方法实现的。仿真结果也画在图6.12a和图6.12b中。由这些图，可认识到，在参考模型和仿真模型之间几乎存在一种准确的对应关系。

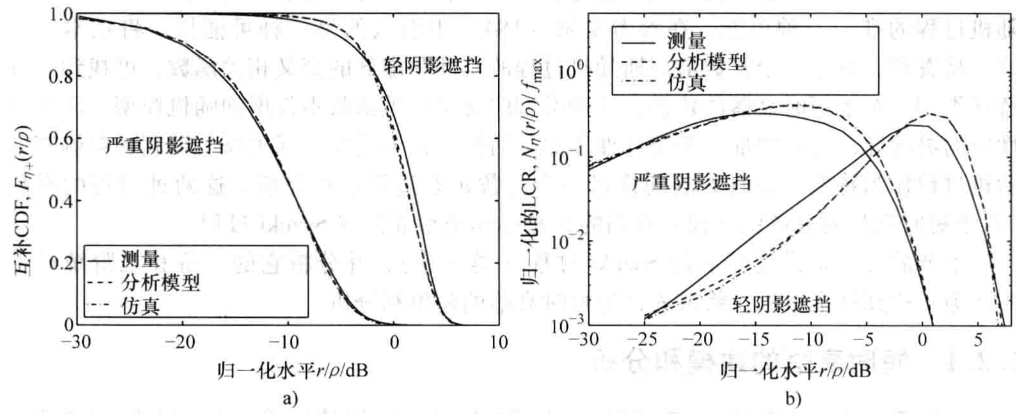


图6.12　具有严重遮挡和轻微遮挡区域（带有 κ_0 和 f_ρ 的优化）的累积分布补函数 $F_{\eta_+}(r/\rho)$ 和归一化的水平通过率 $N_\eta(r/\rho)/f_{max}$。测量结果取自参考文献［196］

为了形象地说明结果，图6.13a和图6.13b分别给出具有严重遮挡和轻微遮挡区域的确定性扩展Suzuki过程 $\tilde{\eta}(t)$ 仿真序列的一部分。人们认识到，对于一个严重遮挡的视距分量（见图6.13a），总之，平均信号水平明显地要小于一个仅轻微遮挡的视距分量（见图6.13b）。同样，严重遮挡的深度衰落比轻微遮挡的要大得多。

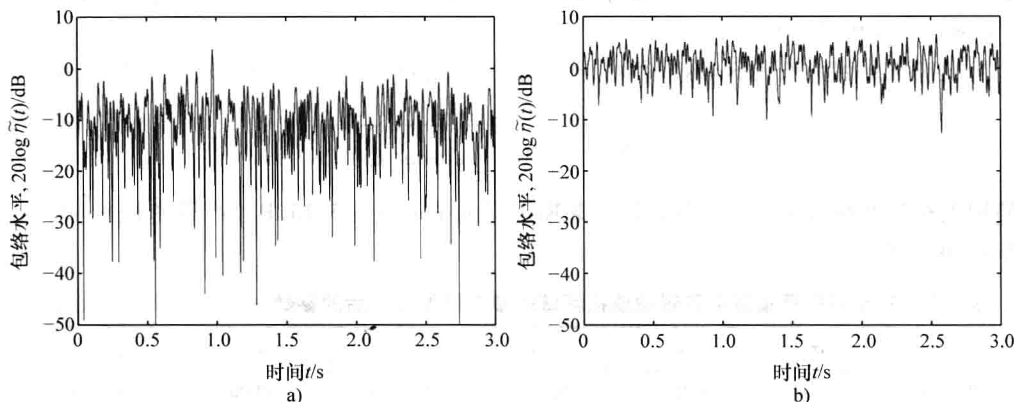


图6.13 对于具有严重遮挡和轻微遮挡区域的类型Ⅰ确定性扩展Suzuki过程 $\tilde{\eta}(t)$ 的仿真（MEDS，$N_1=15$，$N_2=0$，$N_3=15$，$f_{max}=91$Hz，$\kappa_c=20$）

6.2 类型Ⅱ扩展Suzuki过程

在6.1节，已经表明，一个高阶模型类如何通过引入两个高斯随机过程（确定了莱斯过程）之间的相关而进行生成。采取这种方式，可增加二阶统计性质的灵活性。另外，一阶统计性质不会受到影响。但是，在6.1节描述的模型不是使用交叉相关的高斯随机过程的唯一一种可能。在参考文献［184］中引入的另一种可能性，将在本节讨论。将看到，对于一个复数值高斯随机过程的实部和虚部的交叉相关函数，可找到一种特殊类型。对于短时衰落的建模，这种类型的交叉相关函数不仅增加随机模型二阶统计性质的灵活性，而且增加一阶统计性质的灵活性。这个模型包括莱斯、瑞利和单侧高斯随机过程作为特例。长时衰落同样以一个对数正态过程进行建模。这两种过程的乘积（对于短时和长时衰落的建模是有用的）被称作类型Ⅱ扩展Suzuki过程。

本节的目的是描述扩展的Suzuki过程（类型Ⅱ），并分析它的一阶和二阶统计性质。为了达到这个目的，将首先讨论短时衰落的建模和分析。

6.2.1 短时衰落的建模和分析

通过考虑图6.14中画出的参考模型，将进行短时衰落的建模。在下面将描述这个模型。

就这幅图而言，应该注意到具有交叉相关分量 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的复数值高斯随机过程

$$\mu(t)=\mu_1(t)+j\mu_2(t) \tag{6.78}$$

是从单一实数值的零均值高斯随机过程 $v_0(t)$ 推导得到的。为了简化这个模型，在下面假定视距分量的多普勒频率等于零，由此视距分量可由时变表达式（3.18）描述，即

$$m = m_1 + jm_2 = \rho e^{j\theta_\rho} \tag{6.79}$$

和对前面的模型做的一样，也可为这个模型推导出另一个随机过程，方法是取复数值高斯随机过程 $\mu_\rho(t) = \mu(t) + m$ 的绝对值，即

$$\xi(t) = |\mu_\rho(t)| = \sqrt{(\mu_1(t) + m_1)^2 + (\mu_2(t) + m_2)^2} \tag{6.80}$$

在下面的第 1 部分"包络和相位的概率密度函数"将看到，莱斯、瑞利和单侧高斯随机过程仅是这个过程的特例。为了公平对待这个性质，图 6.14 中所给出模型的输出过程在下面将被称作扩展莱斯过程。

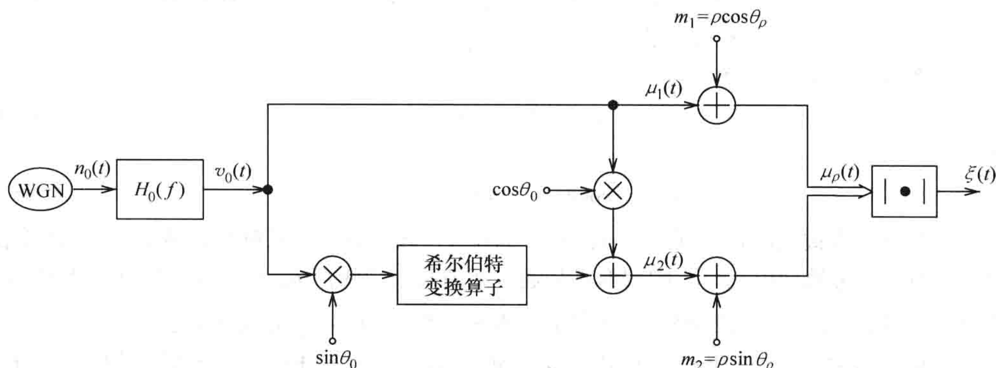


图 6.14　具有交叉相关高斯随机过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的随机过程 $\xi(t)$ 的参考模型

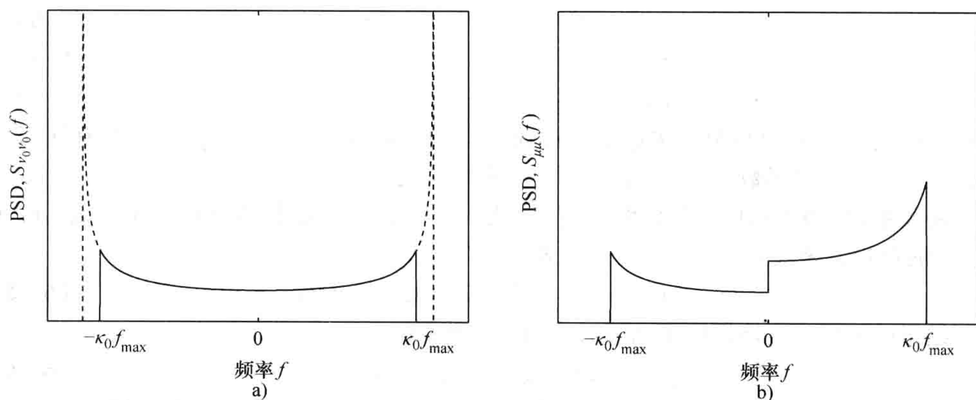


图 6.15　多普勒功率谱密度

a）受限的 Jakes 功率谱密度 $S_{v_0v_0}(f)$　b）$S_{\mu\mu}(f)$（$\theta_0 = 19.5°$）

过程 $v_0(t)$ 的多普勒功率谱密度 $S_{v_0v_0}(f)$ 由函数

$$S_{v_0v_0}(f) = \begin{cases} \dfrac{\sigma_0^2}{\pi f_{max}\sqrt{1-(f/f_{max})^2}}, & |f| \leqslant \kappa_0 \cdot f_{max} \\ 0, & |f| > \kappa_0 \cdot f_{max} \end{cases} \tag{6.81}$$

描述，其中$0<\kappa_0\leqslant 1$。上面定义的对称多普勒功率谱密度$S_{v_0v_0}(f)$称作受限的Jakes功率谱密度。注意到，对于特例$\kappa_0=1$，式（3.23）中的（经典）Jakes功率谱密度可直接由式（6.81）引入的受限Jakes功率谱得到。受限Jakes功率谱密度的基本物理模型基于这样的简化假设，即由于存在空间有限的障碍物或如果使用扇形天线，则电磁波对所接收信号的贡献是可忽略不计的，如果电磁波的到达角度落在区间（$-\alpha_0$，α_0）和（$\pi-\alpha_0$，$\pi+\alpha_0$）内。这里，α_0将被限制在区间（0，$\pi/2$］范围。另外，α_0可通过方程$\kappa_0=f_{\min}/f_{\max}=\cos\alpha_0$而与参数$\kappa_0$相关。没有落在上面刚提到任何区间内的所有到达角度，同样假定是均匀分布的。在模型中引入受限Jakes功率谱密度的实际原因，在将理论多普勒功率谱密度拟合到实践中很少遇到的功率谱密度过程中，是找不到的。尽管如此，变量κ_0仍然提供了降低Jakes功率谱密度多普勒频散（与实际相比较，经常是太大的）的一种非常简单但有效的方式。

由图6.14，可推断关系

$$\mu_1(t)=v_0(t) \tag{6.82}$$

和

$$\mu_2(t)=\cos\theta_0\cdot v_0(t)+\sin\theta_0\cdot\check{v}_0(t) \tag{6.83}$$

式中，参数θ_0将被限制在区间［$-\pi$，π），且$\check{v}_0(t)$表示有色高斯随机过程$\mu_0(t)$的希尔伯特变换。参考模型中$v_0(t)$的谱形状是通过滤波高斯白噪声$n_0(t)\sim N(0,1)$得到的，其中同样假定滤波器是实数值的，并完全由传递函数$H_0(f)=\sqrt{S_{v_0v_0}(f)}$描述。

自相关函数$r_{\mu_1\mu_1}(\tau)$和$r_{\mu_2\mu_2}(\tau)$以及交叉相关函数$r_{\mu_1\mu_2}(\tau)$和$r_{\mu_2\mu_1}(\tau)$可以过程$v_0(t)$的自相关函数$r_{v_0v_0}(\tau)$以及过程$\check{v}_0(t)$和$v_0(t)$的交叉相关函数$r_{\check{v}_0v_0}(\tau)$表示为

$$r_{\mu_1\mu_1}(\tau)=r_{\mu_2\mu_2}(\tau)=r_{v_0v_0}(\tau) \tag{6.84a}$$

$$r_{\mu_1\mu_2}(\tau)=\cos\theta_0\cdot r_{v_0v_0}(\tau)-\sin\theta_0\cdot r_{\check{v}_0v_0}(\tau) \tag{6.84b}$$

$$r_{\mu_2\mu_1}(\tau)=\cos\theta_0\cdot r_{v_0v_0}(\tau)+\sin\theta_0\cdot r_{\check{v}_0v_0}(\tau) \tag{6.84c}$$

应该了解到参数θ_0的影响。注意这个参数对自相关函数$r_{\mu_1\mu_2}(\tau)$和$r_{\mu_2\mu_2}(\tau)$没有任何影响，但对交叉相关函数$r_{\mu_1\mu_2}(\tau)$和$r_{\mu_2\mu_1}(\tau)$是有影响的。

将关系式（6.84a）~式(6.84c）代入式（6.5），得到复数值过程$\mu(t)=\mu_1(t)+\mathrm{j}\mu_2(t)$的自相关函数$r_{\mu\mu}(\tau)$的如下表达式

$$r_{\mu\mu}(\tau)=2r_{v_0v_0}(\tau)-\mathrm{j}2\sin\theta_0\cdot r_{\check{v}_0v_0}(\tau) \tag{6.85}$$

上面结果的傅里叶变换提供了如下形式的功率谱密度

$$S_{\mu\mu}(f)=2S_{v_0v_0}(f)-\mathrm{j}2\sin\theta_0\cdot S_{\check{v}_0v_0}(f) \tag{6.86}$$

由式（2.135b）和式（2.135d），得到关系式$S_{\check{v}_0v_0}(f)=\mathrm{j}\,\mathrm{sgn}(f)\cdot S_{v_0v_0}(f)$，从而$S_{\mu\mu}(f)$现在可以受限Jakes功率谱密度$S_{v_0v_0}(f)$表示为

$$S_{\mu\mu}(f)=2[1+\mathrm{sgn}(f)\sin\theta_0]\cdot S_{v_0v_0}(f) \tag{6.87}$$

注意对于$\theta_0\in(-\pi,\pi)\backslash\{0\}$的所有值，$S_{\mu\mu}(f)$是一个非对称函数。在图6.15b画出功率谱密度$S_{\mu\mu}(f)$的一个例子，其中为参数$\theta_0$选择19.5°的值。

当推导$\xi(t)=|\mu_\rho(t)|$和$\vartheta(t)=\arg\{\mu_\rho(t)\}$的统计性质时，同样利用缩写式（6.11a）和式（6.11b）。因此，将式（6.84a）代入式（6.11a）、将式（6.84b）代入式（6.11b），从而在一些冗长的但简单的代数运算后，扩展莱斯模型的特征量可写为

$$\psi_0^{(0)} = \psi_0 = \frac{2}{\pi}\sigma_0^2 \arcsin(\kappa_0) \tag{6.88a}$$

$$\psi_0^{(1)} = \dot{\psi}_0 = 0 \tag{6.88b}$$

$$\psi_0^{(2)} = \ddot{\psi}_0 = -\psi_0 \cdot 2(\pi f_{\max})^2 \left\{1 - \frac{\sin[2\arcsin(\kappa_0)]}{2\arcsin(\kappa_0)}\right\} \tag{6.88c}$$

$$\phi_0^{(0)} = \phi_0 = \psi_0 \cdot \cos\theta_0 \tag{6.88d}$$

$$\phi_0^{(1)} = \dot{\phi}_0 = 4\sigma_0^2 f_{\max}\left(1 - \sqrt{1-\kappa_0^2}\right) \cdot \sin\theta_0 \tag{6.88e}$$

$$\phi_0^{(2)} = \ddot{\phi}_0 = \ddot{\psi}_0 \cdot \cos\theta_0 \tag{6.88f}$$

式中，$0 < \kappa_0 \leqslant 1$ 和 $-\pi \leqslant \theta_0 < \pi$。式（6.88a）~式(6.88f) 和式（6.12a）~式(6.12f) 之间的比较表明，对于当前的模型，一般而言，即使 ϕ_0 和 $\ddot{\phi}_0$ 也不等于零。仅对于特例 $\theta_0 = \pm\pi/2$，得到 $\phi_0 = \ddot{\phi}_0 = 0$。因此，假定扩展莱斯过程的统计性质不同于经典莱斯过程的那些统计性质就是有原因的。

支持扩展莱斯过程统计性质分析的起点，仍然是在相同时刻 t 处过程 $\mu_{\rho_1}(t)$、$\mu_{\rho_2}(t)$、$\dot{\mu}_{\rho_1}(t)$和 $\dot{\mu}_{\rho_2}(t)$的多变量高斯分布［见式（6.14）］。对于当前模型，其中出于简单性考虑，假定$f_\rho = 0$，则多变量高斯分布［式（6.14）］可完全由如下列向量描述

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} \text{和} \boldsymbol{m} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \dot{m}_1 \\ \dot{m}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho\cos\theta_\rho \\ \rho\sin\theta_\rho \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6.89a, b}$$

以及协方差或关联矩阵

$$\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}(0) = \boldsymbol{R}_\mu(0) = \begin{pmatrix} \psi_0 & \phi_0 & 0 & \dot{\phi}_0 \\ \phi_0 & \psi_0 & -\dot{\phi}_0 & 0 \\ 0 & -\dot{\phi}_0 & -\ddot{\psi}_0 & -\ddot{\phi}_0 \\ \dot{\phi}_0 & 0 & -\ddot{\phi}_0 & -\ddot{\psi}_0 \end{pmatrix} \tag{6.90}$$

利用关系式（6.88d）和式（6.88f），得到

$$\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}(0) = \boldsymbol{R}_\mu(0) = \begin{pmatrix} \psi_0 & \psi_0\cos\theta_0 & 0 & \dot{\phi}_0 \\ \psi_0\cos\theta_0 & \psi_0 & -\dot{\phi}_0 & 0 \\ 0 & -\dot{\phi}_0 & -\ddot{\psi}_0 & -\ddot{\psi}_0\cos\theta_0 \\ \dot{\phi}_0 & 0 & -\ddot{\psi}_0\cos\theta_0 & -\ddot{\psi}_0 \end{pmatrix} \tag{6.91}$$

现在，在将式（6.89a，b）和式（6.91）代入式（6.14）之后，可计算模型的期望联合概率密度函数 $p_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}(x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2)$。之后利用式（6.22a，b）将这个密度的

笛卡儿坐标（x_1，x_2）变换为极坐标（z，θ）。在进行进一步的代数运算后，对于$z \geqslant 0$，$|\dot{z}| < \infty$，$|\theta| \leqslant \pi$和$|\dot{\theta}| < \infty$，成功地将联合概率密度函数［式（6.24）］转换为如下形式[184]

$$
\begin{aligned}
p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z,\dot{z},\theta,\dot{\theta}) = & \frac{z^2}{(2\pi)^2\beta\psi_0\sin^2\theta_0} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{2\psi_0\sin^2\theta_0}[z^2+\rho^2-2z\rho\cos(\theta-\theta_\rho)]} \\
& \cdot \mathrm{e}^{\frac{\cos\theta_0}{2\psi_0\sin^2\theta_0}[z^2\sin 2\theta+\rho^2\sin 2\theta_\rho-2z\rho\sin(\theta+\theta_\rho)]} \\
& \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{2\beta(1+\cos\theta_0\cdot\sin 2\theta)}\cdot\left\{\dot{z}+\frac{\dot{\phi}_0[\rho\sin(\theta-\theta_\rho)-\cos\theta_0(z\cos 2\theta-\rho\cos(\theta+\theta_\rho))]}{\psi_0\sin^2\theta_0}\right\}^2} \\
& \cdot \mathrm{e}^{-\frac{z^2(1+\cos\theta_0\cdot\sin 2\theta)}{2\beta\sin^2\theta_0}\cdot\left\{\dot{\theta}+\frac{\dot{\phi}_0[\rho\cos(\theta-\theta_\rho)-z]-\psi_0\dot{z}\cos\theta_0\cdot\cos 2\theta}{\psi_0 z(1+\cos\theta_0\cdot\sin 2\theta)}\right\}^2}
\end{aligned}
\tag{6.92}
$$

这里，应该注意到，式（6.92）中的β不再由式（6.28）给定，而是由如下扩展表达式定义

$$\beta = -\ddot{\psi}_0 - \frac{\dot{\phi}_0^2}{\psi_0\sin^2\theta_0} \tag{6.93}$$

在下一小节中，将由式（6.92）中给出的联合概率密度函数推导包络$\xi(t)$和相位$\vartheta(t)$的概率密度函数。在此之后，接着是$\xi(t)$的水平通过率和衰落平均时长的推导和分析。

1. 包络和相位的概率密度函数

对于扩展莱斯过程$\xi(t)$的概率密度函数，以$p_\xi(z)$表示，在将式（6.92）代入式（6.29）之后，得到如下结果

$$
\begin{aligned}
p_\xi(z) = & \frac{z}{2\pi\psi_0|\sin\theta_0|}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+\rho^2}{2\psi_0\sin^2\theta_0}} \\
& \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{e}^{\frac{z\rho\cos(\theta-\theta_\rho)}{\psi_0\sin^2\theta_0}} \cdot \mathrm{e}^{\frac{\cos\theta_0}{2\psi_0\sin^2\theta_0}[z^2\sin 2\theta+\rho^2\sin 2\theta_\rho-2z\rho\sin(\theta+\theta_\rho)]}\mathrm{d}\theta, z \geqslant 0
\end{aligned}
\tag{6.94}
$$

就像传统莱斯过程一样，在这种情形中的概率密度函数$p_\xi(z)$也取决于过程$\mu_1(t)$和$\mu_2(t)$的均值功率即ψ_0，以及取决于视距分量的幅度ρ。而且，扩展莱斯过程的密度也取决于视距分量的参数θ_0和（初看时令人惊奇）相位θ_ρ。一旦推导得到相应的仿真模型（见6.2.3节），将理解这个性质。为了形象地说明这些结果，研究图6.16a和图6.16b，其中针对参数θ_0和θ_ρ的各种值，分别给出了概率密度函数［式（6.94）］。应该指出的是，即使对于这个模型，密度$p_\xi(z)$既不取决于自相关函数［式（6.11a）］的一阶时间导数和二阶时间导数，即$\dot{\psi}_0$和$\ddot{\psi}_0$，也不取决于交叉相关函数［式（6.11b）］的一阶时间导数和二阶时间导数，即$\dot{\phi}_0$和ϕ_0。

下面研究一些特例。例如，如果$\theta_0 = \pm\pi/2$，那么式（6.94）中的积分可解析性地求解。作为一个结果，得到莱斯分布

$$p_\xi(z) = \frac{z}{\psi_0}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+\rho^2}{2\psi_0}}I_0\left(\frac{z\rho}{\psi_0}\right), z \geqslant 0 \tag{6.95}$$

式中，ψ_0由式（6.88a）给出。对于一个遮挡的视距分量，即$\rho = 0$，但特别对于

$\theta_0 \in [-\pi, \pi)$的任意值，式（6.94）简化为表达式

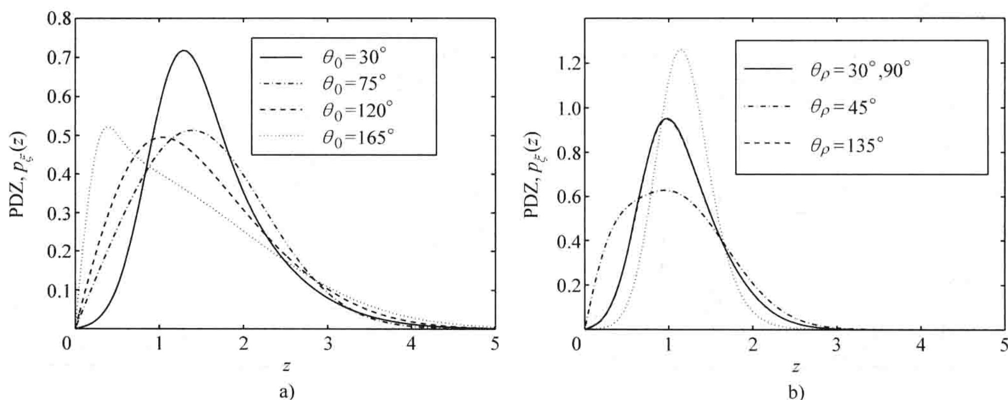


图6.16 参数$\theta_0(\psi_0=1,\rho=1,\theta_\rho=127°)$和$\theta_\rho(\psi_0=1,\rho=1,\theta_0=45°)$各种值时扩展莱斯过程$\xi(t)$的概率密度函数$\rho_\xi(z)$

$$p_\xi(z)=\frac{z}{\psi_0\,|\sin\theta_0|}\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2\psi_0\sin^2\theta_0}}I_0\left(\frac{z^2\cos\theta_0}{2\psi_0\sin^2\theta_0}\right),z\geqslant 0 \tag{6.96}$$

对于该式，如果$\theta_0=\pm\pi/2$，得到瑞利分布

$$p_\xi(z)=\frac{z}{\psi_0}\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2\psi_0}},z\geqslant 0 \tag{6.97}$$

且在极限$\theta_0\to 0$中，得到单侧高斯分布

$$p_\xi(z)=\frac{1}{\sqrt{\pi\psi_0}}\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{4\psi_0}},z\geqslant 0 \tag{6.98}$$

结果是，莱斯分布、瑞利分布和单侧高斯分布是式（6.94）中扩展莱斯分布的特例。

对于相位$\vartheta(t)$的概率密度函数，由$p_\vartheta(\theta)$表示，在将式（6.92）代入式（6.31）之后，得到表达式

$$\begin{aligned}p_\vartheta(\theta)=&\frac{|\sin\theta_0|}{2\pi(1-\cos\theta_0\cdot\sin 2\theta)}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{\rho^2(1-\cos\theta_0\cdot\sin 2\theta_\rho)}{2\psi_0\sin^2\theta_0}}\\&\cdot\{1+\sqrt{\pi}f(\theta)\mathrm{e}^{f^2(\theta)}[1+\mathrm{erf}(f(\theta))]\},-\pi\leqslant\theta\leqslant\pi\end{aligned} \tag{6.99}$$

式中

$$f(\theta)=\frac{\rho[\cos(\theta-\theta_\rho)-\cos\theta_0\cdot\sin(\theta+\theta_\rho)]}{|\sin\theta_0|\sqrt{2\psi_0(1-\cos\theta_0\cdot\sin 2\theta)}} \tag{6.100}$$

就像包络的概率密度函数［见式（6.94）］一样，相位的概率密度函数仅取决于参数ψ_0，ρ，θ_0和θ_ρ，且不取决于量$\dot{\psi}_0$，$\ddot{\psi}_0$，$\dot{\phi}_0$和$\ddot{\phi}_0$。

在3.4.1节在具有不相关高斯随机过程$\mu_1(t)$和$\mu_2(t)$的莱斯过程的分析过程［见式（3.57）］中，已经熟悉的同样的相位概率密度函数，对于特例$\theta_0=\pm\pi/2$，也可由式（6.99）得到。如果参数ρ和θ_0是由$\rho=0$和$\theta_0=\pm\pi/2$确定的，那么相位$\vartheta(t)$是均匀分布于区间$[-\pi,\pi]$上的。

最后，参数 θ_0 和 θ_ρ 对密度 $p_\vartheta(\theta)$ 形状的影响将进一步分别由图6.17a和图6.17b剖析清楚。

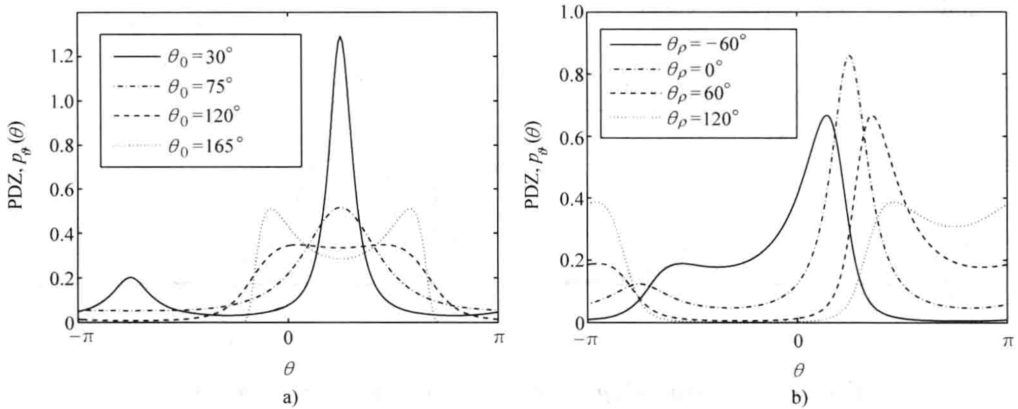


图6.17　参数 θ_0（$\psi_0=1$，$\rho=1$，$\theta_\rho=45°$）和 θ_ρ（$\psi_0=1$，$\rho=1$，$\theta_0=45°$）的各种值时相位 $\vartheta(t)$ 的概率密度函数 $p_\vartheta(\theta)$

2. 水平通过率和衰落平均时长

对于水平通过率 $N_\xi(r)$ 的计算，必须知道相同时刻 t 时随机过程 $\xi(t)$ 和 $\dot{\xi}(t)$ 的联合概率密度函数 $p_{\xi\dot{\xi}}(z,\dot{z})$。对于这个密度，在将式（6.92）代入式（6.34）之后，对于 $z\geqslant0$ 和 $|\dot{z}|<\infty$，得到如下积分表达式

$$p_{\xi\dot{\xi}}(z,\dot{z}) = \frac{z}{(2\pi)^{3/2}\psi_0\sqrt{\beta}\,|\sin\theta_0|}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+\rho^2}{2\psi_0\sin^2\theta_0}}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{1}{\sqrt{1+\cos\theta_0\cdot\sin2\theta}} \cdot \mathrm{e}^{\frac{z\rho\cos(\theta-\theta_\rho)}{\psi_0\sin^2\theta_0}} \cdot \mathrm{e}^{\frac{\cos\theta_0}{2\psi_0\sin^2\theta_0}[z^2\sin2\theta+\rho^2\sin2\theta_\rho-2z\rho\sin(\theta+\theta_\rho)]} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{2\beta(1+\cos\theta_0\cdot\sin2\theta)}\left\{\dot{z}+\frac{\dot{\phi}_0[\rho\sin(\theta-\theta_\rho)-\cos\theta_0(z\cos2\theta-\rho\cos(\theta+\theta_\rho))]}{\psi_0\sin^2\theta_0}\right\}^2}\mathrm{d}\theta \tag{6.101}$$

式中，ψ_0，$\dot{\phi}_0$ 和 β 仍然是分别由式（6.88a）、式（6.88e）和式（6.93）定义的量。在区间 $(-\pi,\pi)\{0\}$ 内，对于参数 θ_0 找不到这样的值，使随机过程 $\xi(t)$ 和 $\xi(t)$ 是统计独立的，原因是 $p_{\xi\dot{\xi}}(z,\dot{z})\neq p_\xi(z)\cdot p_{\dot{\xi}}(\dot{z})$ 总是成立。即使对于特例 $\theta_0=\pm\pi/2$，也可由式（6.101）得到式（6.35），但这里不得不考虑到关系式（6.88a）~式(6.88b)成立，从而得到 $\dot{\phi}\neq0(\alpha\neq0)$，且由此式（6.101）在任何情况下都得不到式（6.36）的形式。

采用联合概率密度函数［式（6.101）］，做出扩展莱斯过程 $\xi(t)$ 的水平通过率 $N_\xi(r)$ 导数的所有假定。将式（6.101）代入定义式（6.33），并在一些代数运算之后，得到结果

$$N_{\xi}(r) = \frac{r\sqrt{\beta}}{(2\pi)^{3/2}\psi_0 |\sin\theta_0|} \cdot e^{-\frac{r^2+\rho^2}{2\psi_0\sin^2\theta_0}} \int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{1+\cos\theta_0 \cdot \sin 2\theta} \cdot e^{\frac{r\rho\cos(\theta-\theta_\rho)}{\psi_0\sin^2\theta_0}} e^{\frac{\cos\theta_0}{2\psi_0\sin^2\theta_0}[r^2\sin 2\theta+\rho^2\sin 2\theta_\rho-2r\rho\sin(\theta+\theta_\rho)]} \cdot \{e^{-g^2(r,\theta)}+\sqrt{\pi}g(r,\theta)[1+\mathrm{erf}(g(r,\theta))]\}\mathrm{d}\theta, r\geqslant 0 \tag{6.102}$$

式中，函数 $g(r,\theta)$ 代表

$$g(r,\theta) = -\frac{\dot{\phi}_0\{\rho\sin(\theta-\theta_\rho)-\cos\theta_0[r\cos 2\theta-\rho\cos(\theta+\theta_\rho)]\}}{\psi_0\sin^2\theta_0\sqrt{2\beta(1+\cos\theta_0\cdot\sin 2\theta)}} \tag{6.103}$$

ψ_0，$\dot{\phi}_0$和β同样分别由式（6.88a）、式（6.88b）和式（6.93）定义。应该注意到，为推导式（6.102），利用了积分[23,式(3.462.5)]

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax^2-2bx}\mathrm{d}x = \frac{1}{2a}\left\{1-b\sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{\frac{b^2}{a}}\left[1-\mathrm{erf}\left(\frac{b}{\sqrt{a}}\right)\right]\right\},\ a>0 \tag{6.104}$$

使用式（6.88a）~式(6.88f)，容易发现式（6.102）正比于最大多普勒频率$f_{\max}$，即和前面的情形一样，归一化的水平通过率 $N_{\xi}(r)/f_{\max}$独立于车辆速度和载波频率。一个简短的参数研究，它形象地说明了参数κ_0，ρ，θ_0和θ_ρ对归一化水平通过率$N_{\xi}(r)/f_{\max}$的影响，如图 6.18a ~图 6.18d 所示。κ_0（图 6.18a）和ρ（图 6.18b）的变化得到的图，原理上分别类似于如图 6.3a 和图 3.8b 所示的那些图。存在另一个功能更加强大的参数，即θ_0，它对$N_{\xi}(r)/f_{\max}$的形状具有决定性的影响，如图 6.18c 所示。对于如图 6.18d 所示的结果，如果如图说明文字所描述的那样选择其他参数（ψ_0，κ_0，ρ，θ_0），则θ_ρ的值仅具有次要作用。

现在，将关注点放在一些特例上。在假定 $\theta_0 = \pm\pi/2$ 成立的条件下，可由式（6.102）得到式（6.37）描述的水平通过率。另外，如果$\rho=0$成立，那么$N_{\xi}(r)$与瑞利分布成直接比例关系，并具有式（6.38）的形式。而且，对于特例$\rho=0$和$\theta_0\to 0°$，可证明，由式（6.102）可得到单侧高斯随机过程的水平通过率，即

$$N_{\xi}(r) = \frac{\sqrt{\beta}}{\pi\sqrt{\psi_0}}e^{-\frac{r^2}{4\psi_0}}, r\geqslant 0 \tag{6.105}$$

式中，在当前情形中β由$\beta=-\ddot{\psi}_0>0$给定。其他特例，如$\rho=0$，则有关$\theta_0\in[-\pi,\pi)$的任意值也可容易地利用式（6.102）分析得到。

当计算衰落的平均时长$T_{\xi_-}(r)$［见式（6.40）］时，需要知道扩展莱斯过程$\xi(t)$的水平通过率$N_{\xi}(r)$和累积分布函数$F_{\xi_-}(r)$。对于累积分布函数$F_{\xi_-}(r)$，通过使用式（6.94）中的概率密度函数，得到如下二重积分

$$F_{\xi_-}(r) = \int_0^r p_{\xi}(z)\mathrm{d}z = \int_0^r \frac{z}{2\pi\psi_0|\sin\theta_0|}e^{-\frac{z^2+\rho^2}{2\psi_0\sin^2\theta_0}} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} e^{\frac{z\rho\cos(\theta-\theta_\rho)}{\psi_0\sin^2\theta_0}} \cdot e^{\frac{\cos\theta_0}{2\psi_0\sin^2\theta_0}\cdot[z^2\sin 2\theta+\rho^2\sin 2\theta_\rho-2z\rho\sin(\theta+\theta_\rho)]}\mathrm{d}\theta\mathrm{d}z, r\geqslant 0 \tag{6.106}$$

依据式（6.40），可由式（6.106）和式（6.102）的商，得到扩展莱斯过程 $\xi(t)$ 的衰落平均时长 $T_{\xi_-}(r)$。

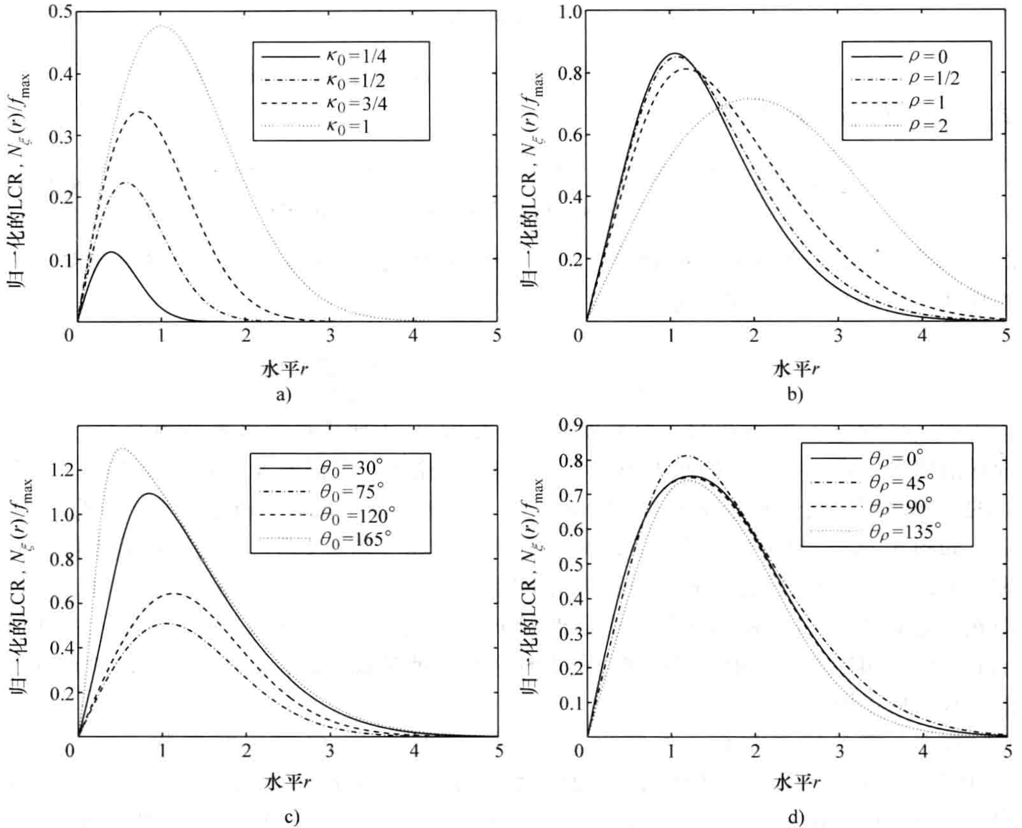


图6.18 取决于 κ_0、ρ、θ_0、θ_ρ 的扩展莱斯过程（类型Ⅱ）的水平通过率 $N_\xi(r)/f_{\max}$

a）$\kappa_0(\sigma_0^2=1,\rho=0,\theta_0=45°)$　b）$\rho(\psi_0=1,\kappa_0=1,\theta_\rho=45°,\theta_0=45°)$

c）$\theta_0(\psi_0=1,\kappa_0=1,\rho=0)$　d）$\theta_\rho(\psi_0=1,\kappa_0=1,\rho=1,\theta_0=45°)$

图6.19a～图6.19d清晰地表明了参数 κ_0，ρ，θ_0 和 θ_ρ 对衰落的归一化平均时长 $T_{\xi_-}(r)\cdot f_{\max}$ 的影响。得到如图6.18a～图6.18d所示结果的模型参数，这里也用于 $T_{\xi_-}(r)\cdot f_{\max}$ 的计算。通过改变参数 κ_0 在图6.19a中看到图6.4a中对 $T_{\xi_-}(r)\cdot f_{\max}$ 的类似影响。图6.19b表明，即使在低信号水平 r，ρ 的增长也导致衰落归一化平均时长 $T_{\xi_-}(r)\cdot f_{\max}$ 的降低。这与图3.9b中所示结果形成明显对比，在图3.9b中在低信号水平 r 处通过改变 ρ，没有观察到对 $T_{\xi_-}(r)\cdot f_{\max}$ 的明显影响。由图6.19c，可认识到，在中等和高信号水平 r 处，参数 θ_0 影响 $T_{\xi_-}(r)\cdot f_{\max}$ 的形状，而在低信号水平 r 处其影响是可以忽略的（至少像在目前例子中这样选择参数时是可忽略的：$\psi_0=1$，$\kappa_0=1$ 和 $\rho=0$）。类似地，对于图6.19d所示说明参数 θ_ρ 影响的结果，相反论断是成立的。

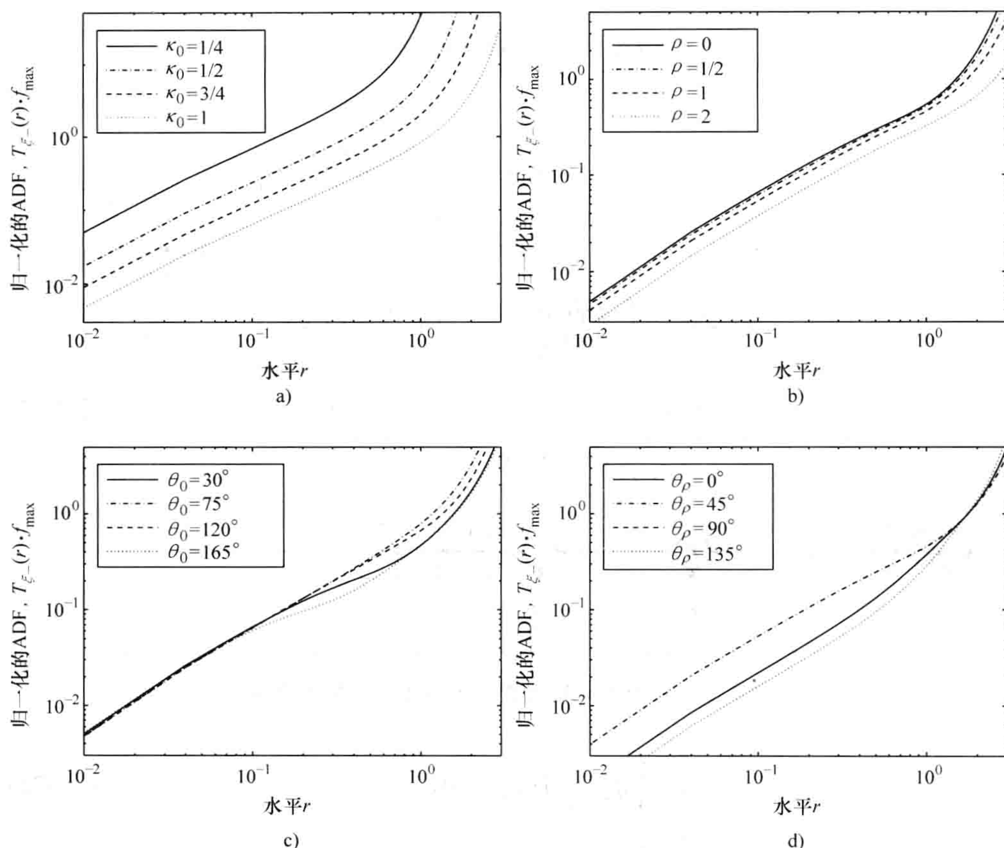


图6.19 取决于 κ_0、ρ、θ_0、θ_ρ 的扩展莱斯过程（类型Ⅱ）的归一化衰落时长 $T_{\xi_}(r)\cdot f_{max}$

a) $\kappa_0(\sigma_0^2=1,\rho=0,\theta_0=45°)$ b) $\rho(\psi_0=1,\kappa_0=1,\theta_\rho=45°,\theta_0=45°)$

c) $\theta_0(\psi_0=1,\kappa_0=1,\rho=0)$ d) $\theta_\rho(\psi_0=1,\kappa_0=1,\rho=1,\theta_0=45°)$

6.2.2 类型Ⅱ的随机扩展 Suzuki 过程

在参考文献［184］中，以 $\boldsymbol{\eta}(t)$ 表示的扩展 Suzuki 过程，是作为前面研究过的扩展莱斯过程 $\xi(t)$ 和6.1.2节描述的对数正态过程 $\boldsymbol{\lambda}(t)$ 的乘积过程引入的，即 $\boldsymbol{\eta}(t)=\xi(t)\cdot\boldsymbol{\lambda}(t)$。对应于这个过程的参考模型的结构如图6.20所示。

下面分析这个模型的包络的概率密度函数、水平通过率和衰落平均时长。

假定有色高斯随机过程 $v_0(t)$ 和 $v_3(t)$ 是统计独立的，得到这样的事实，即扩展莱斯过程 $\xi(t)$ 和对数正态过程 $\boldsymbol{\lambda}(t)$ 也是统计独立的。由于这两个统计独立过程 $\xi(t)$ 和 $\boldsymbol{\lambda}(t)$ 之间的相乘关系，所以通过使用式（6.94）和式（6.49），可推导类型Ⅱ扩展Suzuki过程的概率密度函数 $p_\eta(z)$ 为

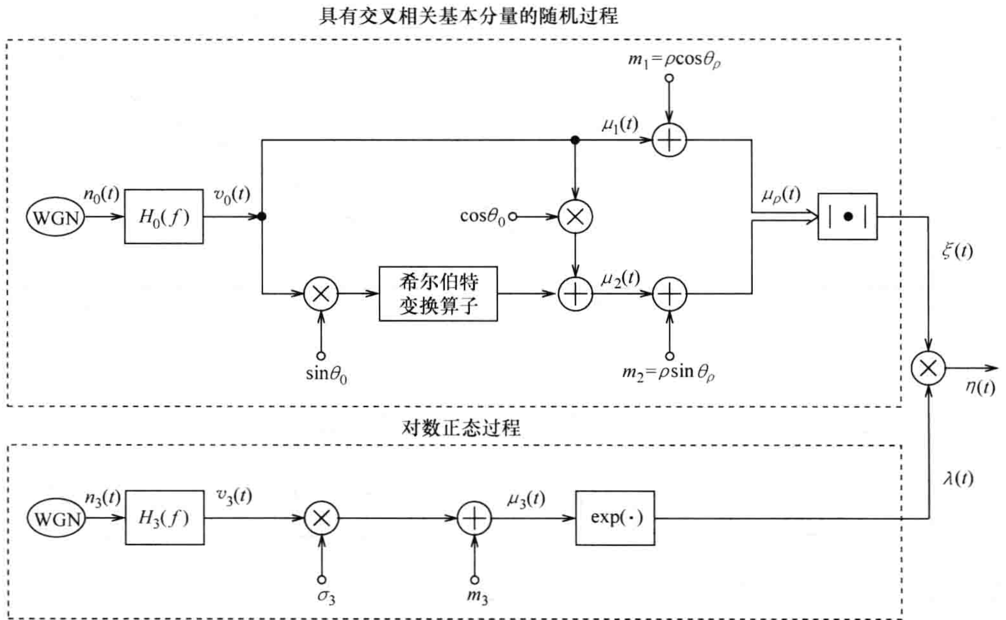


图6.20 扩展Suzuki过程（类型Ⅱ）的参考模型

$$p_\eta(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|y|} p_\xi\left(\frac{z}{y}\right) \cdot p_\lambda(y)\,\mathrm{d}y \tag{6.107a}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|y|} p_\xi(y) \cdot p_\lambda\left(\frac{z}{y}\right)\mathrm{d}y \tag{6.107b}$$

$$= \frac{1}{2\pi\psi_0|\sin\theta_0|}\int_0^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-\frac{[\ln(z/y)-m_3]^2}{2\sigma_3^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_3(z/y)} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{y^2+\rho^2}{2\psi_0\sin^2\theta_0}} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{e}^{\frac{y\rho\cos(\theta-\theta_\rho)}{\psi_0\sin^2\theta_0}} \cdot \mathrm{e}^{\frac{\cos\theta_0}{2\psi_0\sin^2\theta_0}[y^2\sin2\theta+\rho^2\sin2\theta_\rho-2y\rho\sin(\theta+\theta_\rho)]}\mathrm{d}\theta\mathrm{d}y, z\geqslant 0 \tag{6.107c}$$

这里，有意首选关系式（6.107b）而不是式（6.107a），原因是式（6.107c）的求解使用数值积分技术要更有优势一些。对于 $\sigma_3\to0$ 和 $m_3\to0$，得到 $p_\lambda(z/y)\to|y|\delta(z-y)$，并由此得到 $p_\eta(z)\to p_\xi(z)$，其中 $p_\xi(z)$ 由式（6.94）描述。一般而言，概率密度函数［式（6.107c）］取决于均值功率 ψ_0，参数 σ_3，m_3，ρ，θ_ρ，以及最后一个但并不可缺的参数 θ_0。图6.21a和图6.21b分别给出参数 σ_3 和 m_3 对概率密度函数 $p_\eta(z)$ 形状的影响的一个思路。

接下来，将计算扩展Suzuki过程（类型Ⅱ）的水平通过率 $N_\eta(r)$。因为处于我们的目的，要求在同一时刻 t 处过程 $\eta(t)$ 和 $\dot{\eta}(t)$ 的联合概率密度 $p_{\eta\dot{\eta}}(z,\ \dot{z})$，则首先分别将针对 $p_{\xi\dot{\xi}}(z,\ \dot{z})$ 和 $p_{\lambda\dot{\lambda}}(y,\ \dot{y})$ 的关系式（6.101）和式（6.53）代入式（6.58）。由此

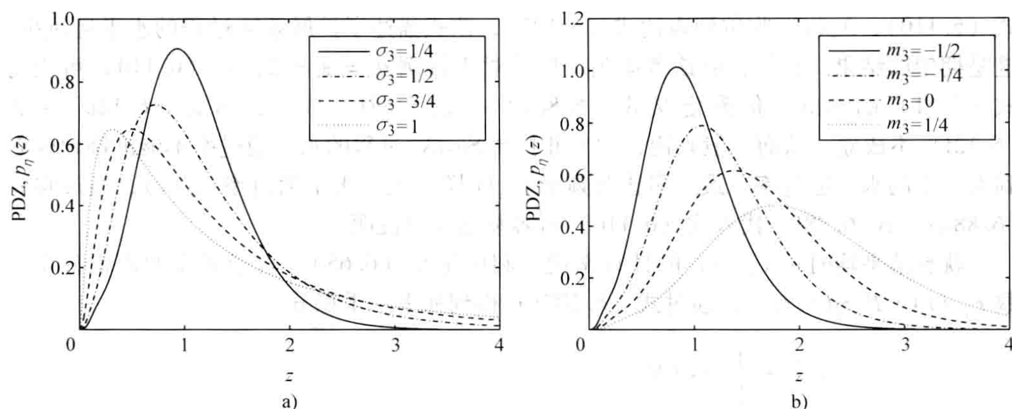


图 6.21　取各种数值时扩展 Suzuki 过程（类型Ⅱ）的概率密度函数 $p_\eta(z)$

a）σ_3（$m_3=1,\psi_0=0.0412,\rho=0.918,\theta_\rho=86°,\theta_0=97°$）

b）m_3（$\sigma_3=1,\psi_0=0.0412,\rho=0.918,\theta_\rho=86°,\theta_0=97°$）

$$
\begin{aligned}
p_{\eta\dot{\eta}}(z,\dot{z}) = & \frac{1}{(2\pi)^{3/2}\psi_0\sqrt{\beta}\,|\sin\theta_0|}\cdot\int_0^\infty \frac{e^{-\frac{[\ln(z/y)-m_3]^2}{2\sigma_3^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_3(z/y)^2}\cdot e^{-\frac{y^2+\rho^2}{2\psi_0\sin^2\theta_0}} \\
& \cdot\int_{-\pi}^{\pi}\frac{e^{\frac{y\rho\cos(\theta-\theta_\rho)}{\psi_0\sin^2\theta_0}}\, e^{\frac{\cos\theta_0}{2\psi_0\sin^2\theta_0}[y^2\sin2\theta+\rho^2\sin2\theta_\rho-2y\rho\sin(\theta+\theta_\rho)]}}{h(y,\theta)\sqrt{1+\cos\theta_0\cdot\sin2\theta}} \\
& \cdot e^{-\frac{\left\{\dot{z}+\frac{\dot{\phi}_0(z/y)[\rho\sin(\theta-\theta_\rho)-\cos\theta_0(y\cos2\theta-\rho\cos(\theta+\theta_\rho))]}{\psi_0\sin^2\theta_0}\right\}^2}{2\beta(z/y)^2h^2(y,\theta)(1+\cos\theta_0\cdot\sin2\theta)}}\,\mathrm{d}\theta\mathrm{d}y,\quad z\geqslant 0,\ |\dot{z}|<\infty
\end{aligned}
\tag{6.108}
$$

式中

$$
h(y,\theta)=\sqrt{1+\frac{\gamma(\sigma_3 y)^2}{\beta(1+\cos\theta_0\cdot\sin2\theta)}} \tag{6.109}
$$

和以前类似，ψ_0，$\dot{\phi}_0$，β 和 γ 同样分别是式（6.88a）、式（6.88e）、式（6.93）和式（6.51）中引入的量。得到类型Ⅱ扩展 Suzuki 过程的水平通过率 $N_\eta(r)$ 的结果为

$$
\begin{aligned}
N_\eta(r) = & \frac{\sqrt{\beta}}{(2\pi)^2\sigma_3\psi_0\,|\sin\theta_0|}\cdot\int_0^\infty e^{-\frac{[\ln(r/y)-m_3]^2}{2\sigma_3^2}}\cdot e^{-\frac{y^2+\rho^2}{2\psi_0\sin^2\theta_0}} \\
& \cdot\int_{-\pi}^{\pi} h(y,\theta)\sqrt{1+\cos\theta_0\cdot\sin2\theta} \\
& \cdot e^{\frac{y\rho\cos(\theta-\theta_\rho)}{\psi_0\sin^2\theta_0}}\cdot e^{\frac{\cos\theta_0}{2\psi_0\sin^2\theta_0}[y^2\sin2\theta+\rho^2\sin2\theta_\rho-2y\rho\sin(\theta+\theta_\rho)]} \\
& \cdot\left\{e^{-\left[\frac{g(y,\theta)}{h(y,\theta)}\right]^2}+\sqrt{\pi}\frac{g(y,\theta)}{h(y,\theta)}\left[1+\operatorname{erf}\left(\frac{g(y,\theta)}{h(y,\theta)}\right)\right]\right\}\mathrm{d}\theta\mathrm{d}y,\quad r\geqslant 0
\end{aligned}
\tag{6.110}
$$

其中函数 $g(y,\ \theta)$ 和 $h(y,\ \theta)$ 分别由式（6.103）和式（6.109）给出。

在 $\sigma_3\to 0$ 和 $m_3\to 0$ 的情形中，得到 $p_\lambda(r/y)\to|y|\delta(r-y)$ 和 $h(y,\ \theta)\to 1$，从而依据

式（6.110），$N_\eta(r)$ 收敛到表达式（6.102），该式描述了扩展莱斯过程的水平通过率。这是期望的结果。另外，应该考虑到，虽然对于特例 $\theta_0 = \pm\pi/2$，式（6.110）可变为式（6.61）的形式，但是定义式（6.88a）~式(6.88f）成立，而式（6.12a）~式（6.12f）不成立，从而一般来说，类型Ⅱ扩展Suzuki过程的水平通过率不能准确地映射到类型Ⅰ的水平通过率。最大多普勒频率 $f_{\max}$ 同样正比于水平通过率 $N_\eta(r)$，通过将式（6.88a）~式(6.88f）代入式（6.110）可容易地加以证明。

就衰落平均时长 $T_{\eta_-}(r)$ 的计算来说，利用定义（6.65）。对于必要的累积分布函数 $F_{\eta_-}(r)=P\{\eta(t)\leqslant r\}$，通过式（6.107c）得到如下二重积分

$$
\begin{aligned}
F_{\eta_-}(r) &= \int_0^r p_\eta(z)\,\mathrm{d}z \\
&= \frac{1}{2\pi\psi_0\,|\sin\theta_0|}\int_0^\infty \frac{y}{2}\left\{1+\mathrm{erf}\left[\frac{\ln(r/y)-m_3}{\sigma_3}\right]\right\}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{y^2+\rho^2}{2\psi_0\sin^2\theta_0}} \qquad (6.111)\\
&\quad \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{e}^{\frac{y\rho\cos(\theta-\theta_\rho)}{\psi_0\sin^2\theta_0}} \cdot \mathrm{e}^{\frac{\cos\theta_0}{2\psi_0\sin^2\theta_0}[y^2\sin2\theta+\rho^2\sin2\theta_\rho-2y\rho\sin(\theta+\theta_\rho)]}\,\mathrm{d}\theta\mathrm{d}y
\end{aligned}
$$

依据式（6.65），式（6.111）与式（6.110）的商得到类似II扩展Suzuki过程的衰落平均时长 $T_{\eta_-}(r)$。

形象地说明 $N_\eta(r)$ 和 $T_{\eta_-}(r)$ 结果的一些例子如图6.22a~图6.22d所示。图6.22a和图6.22b给出归一化的水平通过率 $N_\eta(r)/f_{\max}$，是依据式（6.110）分别针对参数 m_3 和 $\kappa_c=f_{\max}/f_c$ 的各种值计算得到的。在图6.22a的对数表示中，注意到，参数 m_3 的一次改变本质上导致归一化水平通过率的一个水平偏移。图6.22b揭示出，如果 κ_c 取实数值，即 $\kappa_c>10$，那么参数 κ_c 的影响是绝对可忽略的。依据式（6.65），针对 m_3 和 κ_c 的不同值计算得到的归一化衰落平均时长，分别如图6.22c和图6.22d所示。

6.2.3 类型Ⅱ的确定性扩展Suzuki过程

参考前面小节描述的类型Ⅱ扩展Suzuki过程的随机模型，现在推导相应的确定性模型。因此，再次利用确定性信道建模原理（见4.1节），并以如下正弦曲线函数的一个有限和逼近的零均值有色高斯随机过程 $v_0(t)$

$$\tilde{v}_0(t) = \sum_{n=1}^{N_1} c_{1,n}\cos(2\pi f_{1,n}t+\theta_{1,n}) \qquad (6.112)$$

采用上面确定性过程的希尔伯特变换

$$\check{\tilde{v}}_0(t) = \sum_{n=1}^{N_1} c_{1,n}\sin(2\pi f_{1,n}t+\theta_{1,n}) \qquad (6.113)$$

可将两个关系式（6.82）和式（6.83）转换为确定性模型。据此，得到

$$\tilde{\mu}_1(t) = \tilde{v}_0(t) \qquad (6.114)$$

和

$$\tilde{\mu}_2(t) = \cos\theta_0\cdot\tilde{v}_0(t)+\sin\theta_0\cdot\check{\tilde{v}}_0(t) \qquad (6.115)$$

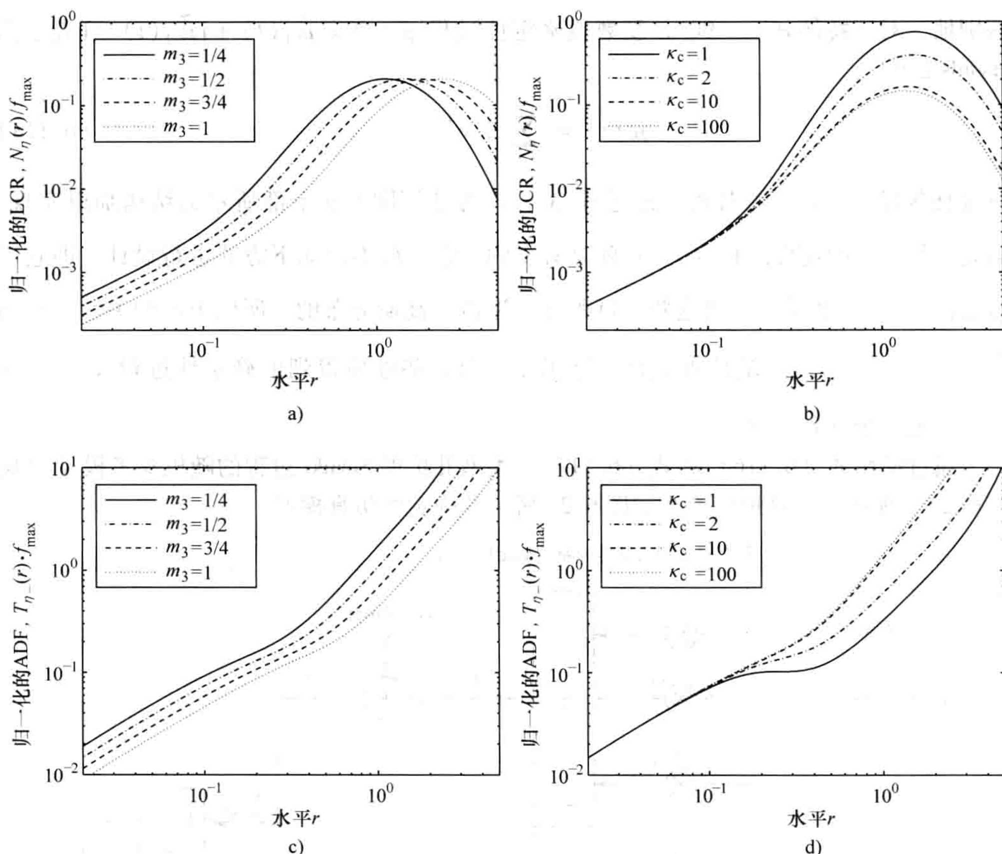


图 6.22　对于参数 $m_3(\kappa_c=5)$ 和 $\kappa_c(m_3=5)$ 各种值时扩展 Suzuki 过程（类型Ⅱ）的归一化水平通过率 $N_\eta(r)/f_{max}$ 以及相应的归一化衰落平均时长 $T_{\eta_}(r)\cdot f_{max}$（$\psi_0=0.0412$，$\kappa_0=0.4553$，$\rho=0.918$，$\theta_\rho=86°$，$\theta_0=97°$，$\sigma_3=0.5$）

现在如果将确定性过程 $\tilde{v}_0(t)$ 及其希尔伯特变换 $\check{\tilde{v}}_0(t)$ 分别以式（6.112）和式（6.113）的右侧替换，那么所产生的确定性分量可写为

$$\tilde{\mu}_1(t) = \sum_{n=1}^{N_1} c_{1,n}\cos(2\pi f_{1,n}t + \theta_{1,n}) \tag{6.116}$$

$$\tilde{\mu}_2(t) = \sum_{n=1}^{N_1} c_{1,n}\cos(2\pi f_{1,n}t + \theta_{1,n} - \theta_0) \tag{6.117}$$

现在，参数 θ_0 的作用变得清晰了：θ_0 描述基本正弦曲线函数 $\tilde{\mu}_{1,n}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_{2,n}(t)$［见式（4.34）］之间的相位偏移。因此，第二个确定性过程 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的相位 $\theta_{2,n}$ 取决于第一个确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 的相位 $\theta_{1,n}$，原因是 $\theta_{2,n}=\theta_{1,n}-\theta_0$ 成立。

也要考虑到，对于路径增益 $c_{i,n}$ 和多普勒频率 $f_{i,n}$，关系 $c_{1,n}=c_{2,n}$ 和 $f_{1,n}=f_{2,n}$ 成立。

特别地，对于特例 $\theta_0 = \pm 90°$，复数值确定性过程 $\tilde{\mu}(t) = \tilde{\mu}_1(t) + \mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 可表示为cisoids之和

$$\tilde{\mu}(t) = \sum_{n=1}^{N_1} c_{1,n} \mathrm{e}^{\pm \mathrm{j}(2\pi f_{1,n} t + \theta_{1,n})} \tag{6.118}$$

对慢衰落建模的确定性对数正态过程 $\tilde{\lambda}(t)$ 可使用图6.9下部所示的结构加以实现。据此，另一个确定性过程 $\tilde{v}_3(t)$ 就是必要的，它不得不以如下方式进行设计，即它不与过程 $\tilde{v}_0(t)$ 相关。因为这两个过程是（近似）高斯分布的，所以由不相关性可得到 $\tilde{v}_0(t)$ 和 $\tilde{v}_3(t)$ 的统计独立性。结果是，由这些性质得到的确定性过程 $\tilde{\xi}(t)$ 和 $\tilde{\lambda}(t)$ 也是统计独立的。

通过使用式（6.116）和式（6.117），类型Ⅱ扩展Suzuki过程的随机参考模型（见图6.20）现在可容易地变换为如图6.23所示的确定性仿真模型。

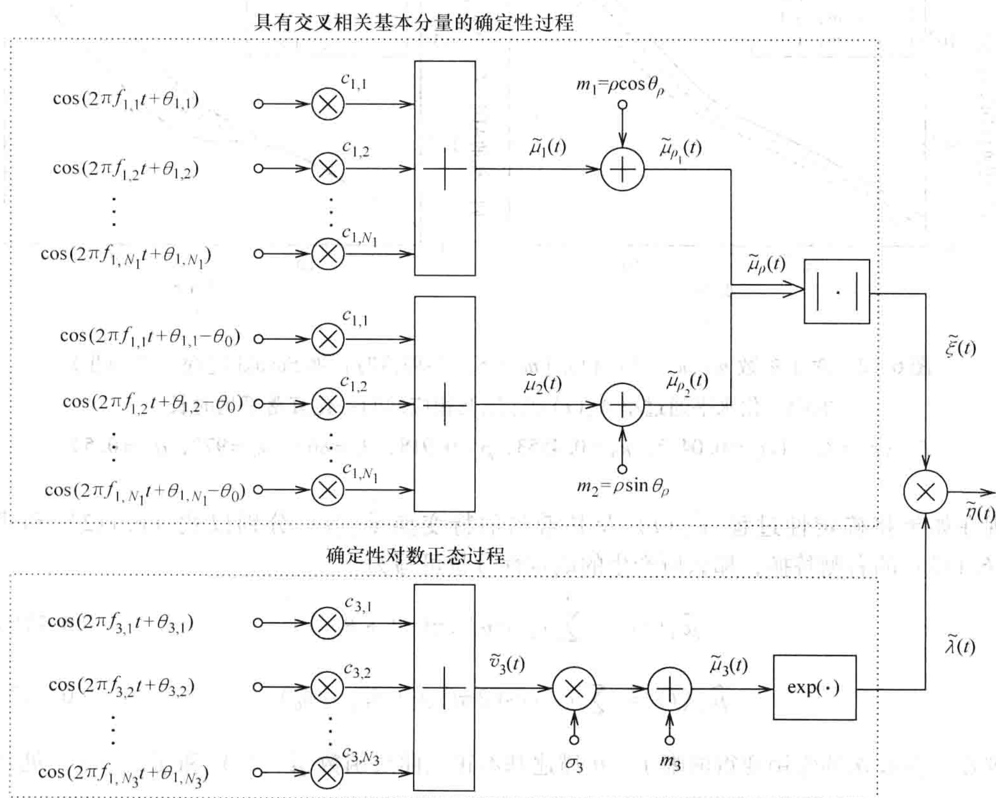


图6.23　扩展Suzuki过程（类型Ⅱ）的确定性仿真模型

如果式（6.88a）~式（6.88f）中的特征量由对应于仿真模型的那些量替换，那么类型Ⅱ确定性扩展Suzuki过程 $\tilde{\eta}(t)$ 的统计性质可近似地由前面为参考模型推导得到

的关系 $p_\eta(z)$，$N_\eta(r)$ 和 $T_{\eta_-}(r)$ 近似地描述。下面将推导仿真模型的特征量。因此需要过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的自相关函数

$$\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau) = \sum_{n=1}^{N_1} \frac{c_{1,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{1,n}\tau) \tag{6.119}$$

以及依据式（4.13）计算得到的交叉相关函数

$$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_2\mu_1}(-\tau) = \sum_{n=1}^{N_1} \frac{c_{1,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{1,n}\tau - \theta_0) \tag{6.120}$$

利用这两个函数，针对 $n=0$，1，2，可容易地确定仿真模型的特征量 $\tilde{\psi}_0^{(n)} = \tilde{r}_{\mu_1\mu_1}^{(n)}(0)$ 和 $\tilde{\phi}_0^{(n)} = \tilde{r}_{\mu_1\mu_2}^{(n)}(0)$。立刻得到如下封闭形式的表达式：

$$\tilde{\psi}_0^{(0)} = \tilde{\psi}_0 = \sum_{n=1}^{N_1} \frac{c_{1,n}^2}{2} \tag{6.121a}$$

$$\tilde{\psi}_0^{(1)} = \dot{\tilde{\psi}}_0 = 0 \tag{6.121b}$$

$$\tilde{\psi}_0^{(2)} = \ddot{\tilde{\psi}}_0 = -2\pi^2 \sum_{n=1}^{N_1} (c_{1,n}f_{1,n})^2 \tag{6.121c}$$

$$\tilde{\phi}_0^{(0)} = \tilde{\phi}_0 = \tilde{\psi}_0 \cdot \cos\theta_0 \tag{6.121d}$$

$$\tilde{\phi}_0^{(1)} = \dot{\tilde{\phi}}_0 = \pi\sum_{n=1}^{N_1} (c_{1,n}^2 f_{1,n}) \cdot \sin\theta_0 \tag{6.121e}$$

$$\tilde{\phi}_0^{(2)} = \ddot{\tilde{\phi}}_0 = \ddot{\tilde{\psi}}_0 \cdot \cos\theta_0 \tag{6.121f}$$

因为这个模型使用受限 Jakes 功率谱密度（$\kappa_0 \leqslant 1$），所以为了计算离散多普勒频率 $f_{1,n}$ 和路径增益 $c_{1,n}$，将在适当时候重新讨论 6.1.4 节描述的修正的准确多普勒频散方法。在将方程式（6.72）~式(6.74）调整适应当前模型之后，对于 $n=1$，2，…，N_1，得到

$$f_{1,n} = f_{\max}\sin\left[\frac{\pi}{2N_1'}\left(n-\frac{1}{2}\right)\right] \text{和}\ c_{1,n} = \sigma_0\sqrt{\frac{2}{N_1'}} \tag{6.122a, b}$$

式中，N_1表示实际（用户定义）的正弦曲线数量，而

$$N_1' = \left[\frac{N_1}{\frac{2}{\pi}\arcsin(\kappa_0)}\right] \tag{6.123}$$

是正弦曲线的虚数。

对于相位 $\theta_{1,n}$，假定它们是在区间（0，2π］上均匀分布的一个随机变量的实现。

确定性高斯过程 $\tilde{v}_3(t)$ 的离散多普勒频率 $f_{3,n}$ 的计算是依据式（6.75a）和式（6.75b）准确地进行的。据此，对于 $c_{3,n}$ 以及所有的 $n=1$，2，…，N_3，同样使用公式 $c_{3,n} = \sqrt{2/N_3}$。仿真模型的其他参数（ρ，θ_ρ，m_3，σ_3）与参考模型的那些参数完全相同。

采用式（6.122a）和式（6.122b），现在可评估计算在式（6.121a）~式(6.121f）

中引入的仿真模型的特征量。那么与参考模型对应量式（6.88a）~式(6.88f）的比较给出了仿真模型精确度的期望信息。作为一个例子，归一化量 $\ddot{\tilde{\psi}}_0/f_{\max}^2$ 和 $\dot{\tilde{\phi}}/f_{\max}$ 的收敛形状分别如图6.24a和图6.24b所示。就像图6.10a和图6.10b中一样，这里也可看出，所画出仿真模型的量的偏差，对于与实践有关的所有情形（即 $N_1 \geqslant 7$）中，相比于参考模型都是可忽略的。

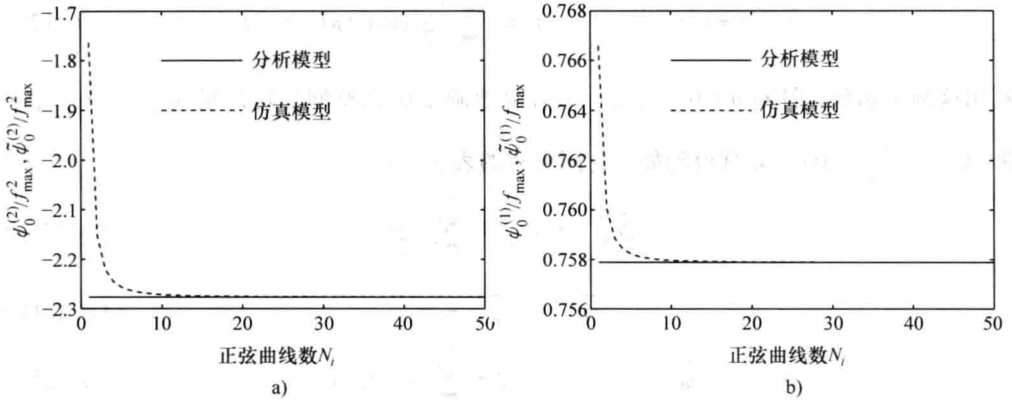


图6.24 $\ddot{\psi}_0/f_{\max}^2$ 和 $\ddot{\tilde{\psi}}/f_{\max}^2$ 以及 $\dot{\phi}_0/f_{\max}$ 和 $\dot{\tilde{\phi}}_0/f_{\max}$ 作为 N_1 函数的图示

（MEDS，$\sigma_0^2=2$，$\kappa_0=1/2$，$\theta_0=45°$）

对于仿真模型的水平通过率 $\tilde{N}_\eta(r)$ 和衰落平均时长 $\tilde{T}_{\eta_-}(r)$，在6.1.4节所做论断在当前情形中也是有效的。

6.2.4 应用和仿真结果

本小节描述如何使类型Ⅱ的随机和确定性的扩展Suzuki过程的统计性质与被测信道的统计性质一致。这同样是通过优化主要的模型参数来实施的。这种基础是由在参考文献［196］中找到的测量结果（$F_{\mu_+}^{\star}(r)$，$N_\eta^{\star}(r)$，$T_{\eta_-}^{\star}(r)$）提供的，已经在6.1.5节介绍了这一点。仅采取这种方式，才可以在类型Ⅰ扩展Suzuki过程和类型Ⅱ的那些过程之间做出公平的性能比较。

在当前情形中，参数向量 $\boldsymbol{\Omega}$ 定义为

$$\boldsymbol{\Omega}:=(\sigma_0,\kappa_0,\theta_0,\rho,\theta_\rho,\sigma_3,m_3,\kappa_c) \tag{6.124}$$

此时，向量 $\boldsymbol{\Omega}$ 包含扩展Suzuki过程（类型Ⅱ）的所有主要模型参数（包括 κ_c），虽然准确地说，如果 κ_c 超过值10，这个参数对过程 $\eta(t)$ 的一阶和二阶统计性质没有影响。要找到这个量的一个合适值，将留给优化过程来做这件事。

因为误差函数 $E_2(\boldsymbol{\Omega})$［见式（6.76)］已经证明对前面的应用是特别有用的，所以在当前的最小化问题中也利用这个函数，该问题同样是应用Fletcher-Powell算法进行求解的[162]。当然，就式（6.76）的计算评估而言，不得不考虑到互补累积分布函数 $F_{\eta_+}(r/\rho)=1-F_{\eta_-}(r/\rho)$ 现在是利用式（6.111）计算得到的，并考虑到水平通过率

$N_{\eta}(r/\rho)$ 是由式（6.110）定义的。表6.3给出在误差函数 E_2（$\boldsymbol{\Omega}$）的数值最小化之后，针对参数向量 $\boldsymbol{\Omega}$ 各分量得到的结果。

表6.3 对于轻微遮挡和严重遮挡的参考信道模型的优化后的主要参数

遮 挡	σ_0	κ_0	θ_0	ρ	θ_ρ	σ_3	m_3	κ_c
严重的	0.2774	0.506	30°	0.269	45°	0.0905	0.0439	119.9
轻微的	0.7697	0.4045	164°	1.567	127°	0.0062	−0.3861	1.735

采用如图6.3所示参数 σ_0，κ_0 和 ρ 的结果，扩展Suzuki模型（类型Ⅱ）的莱斯因子 c_R［见式（3.53）］为

$$c_R=\frac{\rho^2}{2\psi_0}=\frac{\pi}{4}\cdot\frac{\rho^2}{\sigma_0^2\arcsin(\kappa_0)} \tag{6.125}$$

取值 $c_R=1.43\text{dB}$（严重遮挡）和 $c_R=8.93\text{dB}$（轻微遮挡）。

图6.25a给出参考模型的累积分布补函数 $F_{\eta_+}(r/\rho)$ 与真实世界信道的累积分布补函数 $F^{\star}_{\eta_+}(r/\rho)$ 的比较情况。在严重遮挡时，在低（以 ρ 做归一化处理）信号水平 r/ρ 处得到微小的偏差。一旦 r/ρ 取中等或甚至大型值时，偏差几乎消失了。另外，在轻微遮挡时，偏差和在中等信号水平处是同样大的，而在低水平处它们是可被忽略的。

图6.25b给出参考模型的归一化水平通过率 $N_{\eta}(r/\rho)/f_{\max}$ 和被测信道的归一化水平通过率 $N^{\star}_{\eta}(r/\rho)/f_{\max}$。可看到，在信号水平的整个图示域上，这两个水平通过率是惊人的一致。

相应的归一化衰落平均时长之间的比较如图6.25c所示。其中给出的结果已经非常不错，但有理由认为仍然存在进一步改进的空间，如将在下一节看到的，确实可采用进一步的模型扩展做到这一点。

此时，给出这两个扩展Suzuki过程（类型Ⅰ和类型Ⅱ）之间的性能比较。就累积分布补函数而言，这两个模型类都一定程度上提供了相同的不错结果（将图6.25a与图6.12a比较）。但是，类型Ⅱ扩展Suzuki过程的水平通过率的灵活性似乎比类型Ⅰ的要高，这就清晰地解释了图6.25b比图6.12b好的结果。虽然要做到公平起见，不得不以参考模型较高复杂性的代价换来较高的灵活性。因为可取得的改进仅可以较高数值计算复杂度的代价得到，所以用户自己不得不依据情况，即以术语"依据信道情况"，决定可取得的改进是否值得较高的分析和计算复杂度。

但是，如果已经确定参考模型的参数，那么相应确定性仿真模型的参数确定就可被看作简单的，这是根据这里推导得到的封闭型公式而说的。

如果再次研究如图6.9和图6.23所示的仿真模型，则变得明显的是，一般而言，对应于类型Ⅱ模型的结构是比较高效的，且如果 N_2 等于零（这等价于 κ_0 成立的假定），则类型Ⅰ的结构仅可跟上前者的效率。

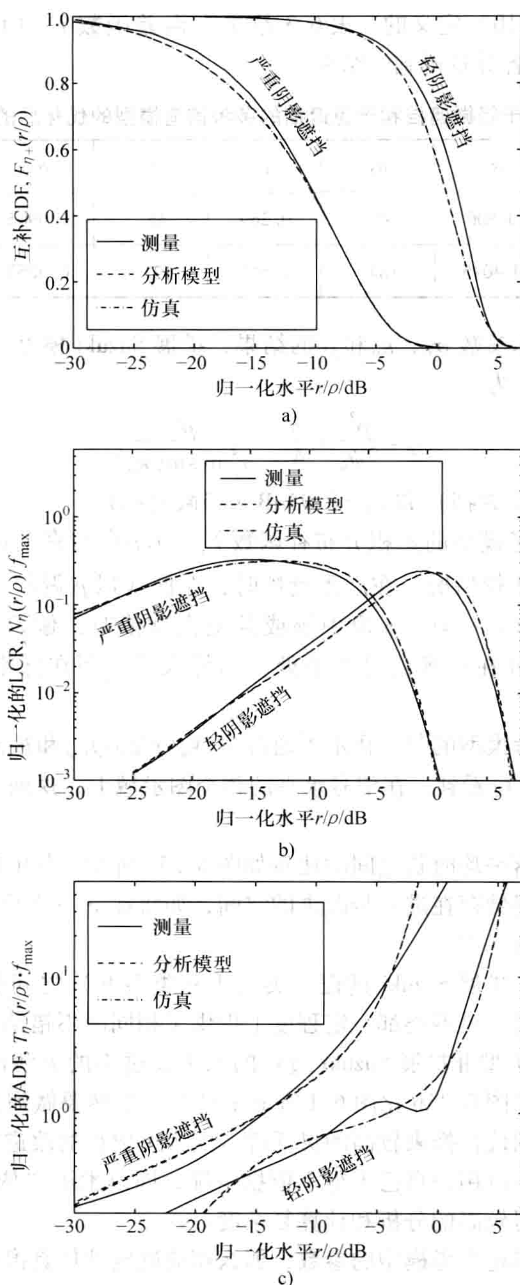


图6.25　具有严重遮挡和轻微遮挡区的累积分布补函数 $F_{\eta_+}(r/\rho)$、归一化的水平通过率 $N_\eta(r/\rho)/f_{max}$ 和归一化的衰落平均时长 $T_{\eta_-}(r/\rho)$。测量结果取自参考文献[196]

最后，剩下的是通过仿真对分析结果的验证。因此，通过应用前面6.2.3节描述的技

术（$N_1=25$ 和 $N_3=15$ 时的修正 MEDS），设计确定性过程 $\tilde{v}_0(t)$ 和 $\tilde{v}_3(t)$。由确定性扩展 Suzuki 过程（类型Ⅱ）$\tilde{\eta}(t)$ 的离散仿真得到的函数 $\tilde{F}_{\eta_+}(r/\rho)$，$\tilde{N}_\eta(r/\rho)/f_{\max}$ 和 $\tilde{T}_{\eta_-}(r/\rho)\cdot f_{\max}$ 的测量数据得到的曲线，也示于图 6.25a～图 6.25c。同样，在参考模型和仿真模型之间存在一种近乎完全的对应，从而对应于这些模型的图几乎是很难区分开的。

在图 6.26a 给出严重遮挡的一个区域的仿真确定性过程 $\tilde{\eta}(t)$ 的一小部分序列，在图 6.26b 给出轻微遮挡的一个区域的仿真确定性过程 $\tilde{\eta}(t)$ 的一小部分序列。

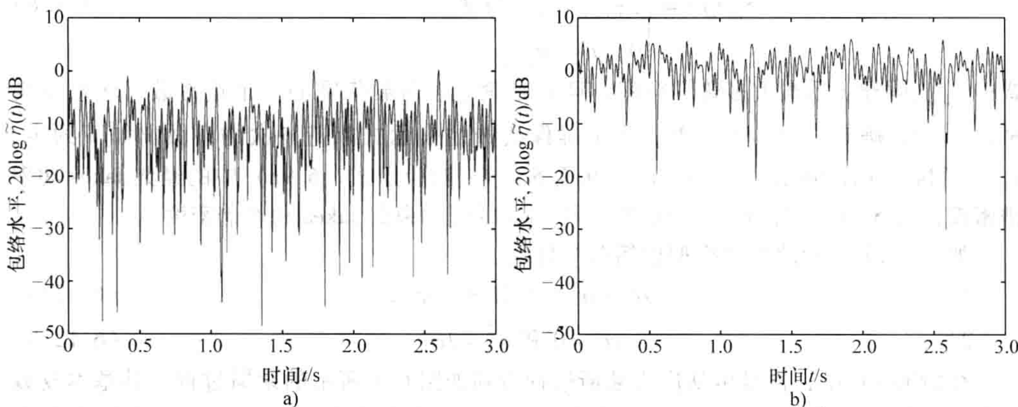


图 6.26　对具有严重遮挡和轻微遮挡区域的类型Ⅱ确定性扩展 Suzuki 过程 $\tilde{\eta}(t)$ 的仿真（MEDS，$N_1=25$，$N_3=15$，$f_{\max}=91\text{Hz}$）

6.3　广义莱斯过程

类型Ⅰ和类型Ⅱ的扩展 Suzuki 过程代表了具有不同统计性质的两类随机模型。但是，如果在前一模型中将参数 κ_0 设置为零，且在后一模型中参数 κ_0 和 θ_0 分别由 $\kappa_0=1$ 和 $\theta_0=\pi/2$ 给定，则这两个模型是相同的。但一般而言，既不说类型Ⅰ扩展 Suzuki 过程完全为类型Ⅱ的所涵盖，也不说类型Ⅱ扩展 Suzuki 过程完全为类型Ⅰ的所涵盖。在参考文献［185］中指出，这两个模型可组合为单一模型。这个所谓的广义 Suzuki 模型包含类型Ⅰ和类型Ⅱ扩展 Suzuki 过程作为特例。描述广义模型的数学复杂度是相当大的，但是并不比类型Ⅱ的要高很多。在没有对数正态过程的条件下，可由广义 Suzuki 过程得到广义的莱斯过程。描述广义莱斯过程是相当容易的，且在许多情形中足以对频率非选择移动无线信道进行建模。

本节讨论随机广义莱斯过程的描述和分析。这里，就像前面的各节一样，将通常关注包络的概率密度函数、水平通过率和包络的平均时长。因为这些量的推导是以 6.1.1 节描述的过程类似推导的，所以这里将相当简洁地进行。但是，对读者而言，将仍然保持推导结果的可理解性。从随机广义莱斯模型开始讨论，之后是相应确定性仿真模型的

推导。最后一节以将随机参考模型和确定性仿真模型拟合到一个真实世界信道结尾。

6.3.1 随机广义莱斯过程

研究如图6.27所示广义莱斯过程$\xi(t)$的参考模型。这个模型的直接可见（visible）参数是已经知道的θ_0，ρ和θ_ρ。由有色实数值高斯随机过程$\nu_1(t)$和$\nu_2(t)$，我们要求它们是零均值的和统计独立的。对于高斯随机过程$\nu_i(t)(i=1,2)$的多普勒功率谱密度$S_{\nu_i\nu_i}(f)$，成立

$$S_{\nu_i\nu_i}(f)=\begin{cases}\dfrac{\sigma_i^2}{2\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}}, & |f|\leqslant\kappa_i f_{\max}\\ 0, & |f|>\kappa_i f_{\max}\end{cases} \tag{6.126}$$

式中，$f_{\max}$同样表示最大多普勒频率，且κ_i是确定多普勒带宽的一个正常数。注意κ_i与量σ_i^2一起，确定$\nu_i(t)$的方差。为了确保所选的表示式保持齐次的，做出如下约定：$\kappa_1=1$和$\kappa_2=\kappa_0$，满足$\kappa_0\in[0,1]$，从而$S_{\nu_1\nu_1}(f)$对应于式（6.9a）中的经典Jakes功率谱密度，且$S_{\nu_2\nu_2}(f)$等价于式（6.9c）中引入的受约束的Jakes功率谱密度。

如图6.27所示的参考模型包括两个特例：

1） $$\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma_0^2\text{和}\ \theta_0=\pi/2 \tag{6.127a}$$

2） $$\sigma_1^2=0\ \text{和}\ \sigma_2^2=2\sigma_0^2 \tag{6.127b}$$

在情形1）中，恰是可从广义莱斯过程得到如图6.1所示的莱斯过程，其基本复数值高斯过程是由式（6.2）中的左侧受约束Jakes功率谱密度描述的。如果忽略如图6.14中所示结构的底部分支中缺少的负号[⊖]，那么由广义莱斯过程（见图6.27）得到情形2）中扩展莱斯过程（见图6.14）。

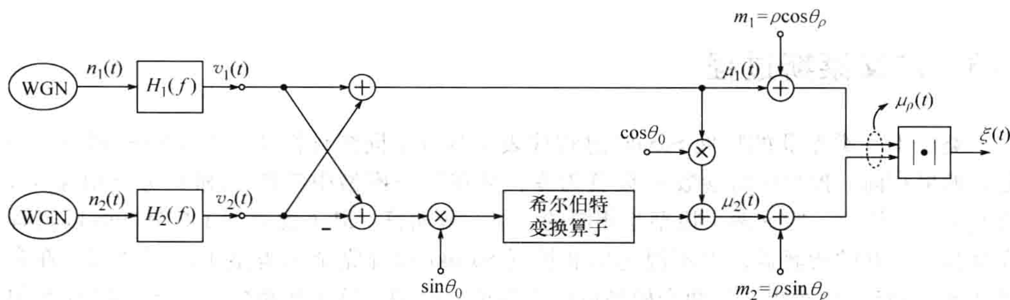


图6.27 广义莱斯过程$\xi(t)$的参考模型

接下来，关注复数值过程$\mu(t)=\mu_1(t)+j\mu_2(t)$的自相关函数$r_{\mu\mu}(\tau)$和多普勒功率谱密度$S_{\mu\mu}(f)$。由图6.27，首先写出关系

⊖ 应该指出的是，负号对$\xi(t)$的统计性质没有影响。另外，通过以θ_0替换$-\theta_0$，可容易地合并掉负号。

$$\mu_1(t)=v_1(t)+v_2(t) \tag{6.128}$$

和

$$\mu_2(t)=[v_1(t)+v_2(t)]\cos\theta_0+[\check{v}_1(t)-\check{v}_2(t)]\sin\theta_0 \tag{6.129}$$

由这些方程式，得到自相关函数 $r_{\mu_1\mu_1}(\tau)$ 和 $r_{\mu_2\mu_2}(\tau)$ 以及交叉相关函数 $r_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 和$r_{\mu_2\mu_1}(\tau)$ 的如下关系

$$r_{\mu_1\mu_1}(\tau)=r_{\mu_2\mu_2}(\tau)=r_{v_1v_1}(\tau)+r_{v_2v_2}(\tau) \tag{6.130a}$$

$$r_{\mu_1\mu_2}(\tau)=[r_{v_1v_1}(\tau)+r_{v_2v_2}(\tau)]\cos\theta_0+[r_{v_1\check{v}_1}(\tau)-r_{v_2\check{v}_2}(\tau)]\sin\theta_0 \tag{6.130b}$$

$$r_{\mu_2\mu_1}(\tau)=[r_{v_1v_1}(\tau)+r_{v_2v_2}(\tau)]\cos\theta_0-[r_{v_1\check{v}_1}(\tau)-r_{v_2\check{v}_2}(\tau)]\sin\theta_0 \tag{6.130c}$$

式中，$r_{v_iv_i}(\tau)(i=1,2)$ 表示式（6.126）的傅里叶反变换，即

$$r_{v_iv_i}(\tau)=\sigma_i^2\frac{2}{\pi}\int_0^{\arcsin(\kappa_i)}\cos(2\pi f_{\max}\tau\sin\varphi)\mathrm{d}\varphi \tag{6.131}$$

由式（2.135a），$r_{v_i\check{v}_i}(\tau)$ 表示 $r_{v_iv_i}(\tau)$ 的希尔伯特变换，从而

$$r_{v_i\check{v}_i}(\tau)=\sigma_i^2\frac{2}{\pi}\int_0^{\arcsin(\kappa_i)}\sin(2\pi f_{\max}\tau\sin\varphi)\mathrm{d}\varphi \tag{6.132}$$

成立。通过使用关系式（6.5），现在期望的自相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 可写为

$$r_{\mu\mu}(\tau)=2[r_{v_1v_1}(\tau)+r_{v_2v_2}(\tau)]+\mathrm{j}[r_{v_1\check{v}_1}(\tau)-r_{v_2\check{v}_2}(\tau)]\sin\theta_0 \tag{6.133}$$

在实施式（6.133）的傅里叶变换并考虑关系式 $S_{v_i\check{v}_i}(f)=-\mathrm{j}\,\mathrm{sgn}(f)S_{v_iv_i}(f)$之后，可以$S_{v_iv_i}(f)$ 表示多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 为

$$S_{\mu\mu}(f)=2[1+\mathrm{sgn}(f)\sin\theta_0]S_{v_1v_1}(f)+2[1-\mathrm{sgn}(f)\sin\theta_0]S_{v_2v_2}(f) \tag{6.134}$$

一般而言，这种非对称多普勒功率谱密度的一个例子如图6.28所示。对于这两个特例式（6.127a）和式（6.127b），明显的是图6.28分别转换为图6.2c和图6.15b。同样，依据式（3.22），式（6.134）中的多普勒功率谱密度包括经典Jakes功率谱密度作为另一个特例，因为是采用参数集（constellation）$\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma_0^2$，$\kappa_1=\kappa_2=1$ 和 $\theta_0=\pi/2$ 得到后者的。

接下来是特征量 $\psi_0^{(n)}$ 和 $\phi_0^{(n)}(n=0,1,2)$ 的推导。因此，将式（6.130a）代入式（6.11a）并将式（6.130b）代入式（6.11b），这得到如下表达式：

$$\psi_0^{(0)}=\psi_0=\frac{\sigma_2^2}{2}\left[\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2+\frac{2}{\pi}\arcsin(\kappa_0)\right] \tag{6.135a}$$

$$\psi_0^{(1)}=\dot{\psi}_0=0 \tag{6.135b}$$

$$\psi_0^{(2)}=\ddot{\psi}_0=-(\pi\sigma_2 f_{\max})^2\left\{\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2+\frac{2}{\pi}\left[\arcsin(\kappa_0)-\frac{1}{2}\sin(2\arcsin(\kappa_0))\right]\right\} \tag{6.135c}$$

$$\phi_0^{(0)}=\phi_0=\psi_0\cdot\cos\theta_0 \tag{6.135d}$$

$$\phi_0^{(1)}=\dot{\phi}_0=2\sigma_2^2 f_{\max}\left[\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2-\left(1-\sqrt{1-\kappa_0^2}\right)\right]\cdot\sin\theta_0 \tag{6.135e}$$

$$\phi_0^{(2)}=\ddot{\phi}_0=\ddot{\psi}_0\cdot\cos\theta_0 \tag{6.135f}$$

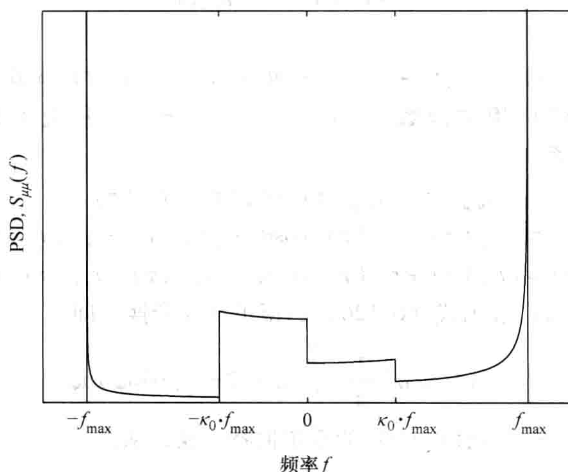


图 6.28　非对称多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$（$\sigma_1^2=0.25$，$\sigma_2^2=1$，$\theta_0=15°$，$\kappa_0=0.4$）

式中，$0\leqslant\kappa_0\leqslant1$ 和 $-\pi\leqslant\theta_0<\pi$。注意在式（6.127a）描述的特例中，上面给出的量准确地得到式（6.12a）~式(6.12f)。另外，特例 2)［见式（6.127b)］得到式[⊖]（6.88a)~式(6.88f)。

利用式（6.135a)~式(6.135f) 描述的特征量，在同一时刻 t 即 $\tau=0$ 时向量过程 $\boldsymbol{\mu}_\rho(t)=(\mu_{\rho_1}(t),\ \mu_{\rho_2}(t),\ \dot{\mu}_{\rho_1}(t),\ \dot{\mu}_{\rho_2}(t))$ 的协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}(\tau)$ 是完全确定的。成立

$$\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}(0)=\boldsymbol{R}_\mu(0)=\begin{pmatrix}\psi_0 & \psi_0\cos\theta_0 & 0 & \dot{\phi}_0\\ \psi_0\cos\theta_0 & \psi_0 & -\dot{\phi}_0 & 0\\ 0 & -\dot{\phi}_0 & -\ddot{\psi}_0 & -\ddot{\psi}_0\cos\theta_0\\ \dot{\phi}_0 & 0 & -\ddot{\psi}_0\cos\theta_0 & -\ddot{\psi}_0\end{pmatrix}\qquad(6.136)$$

重要的是这里认识到式（6.136）中的协方差矩阵与式（6.91）中的协方差矩阵具有相同形式。作为这种情况的一个结果，同样得到由式（6.92）描述的联合概率密度函数 $p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z,\ \dot{z},\ \theta,\ \dot{\theta})$，其中不得不分别以上面推导得到的方程式即式（6.135a)、式（6.135c）和式（6.135e）替换 ψ_0，$\ddot{\psi}_0$ 和 $\dot{\phi}_0$。因此，此时可忽略广义莱斯过程描述的所有进一步的计算。

但是，这个事实不应该使我们得出这样的结论，即扩展莱斯过程和广义莱斯过程是描述同一个随机过程的两种不同方式。广义莱斯过程的灵活性一定高于扩展莱斯过程的灵活性。出现这种情况的原因在于另一个主要模型参数 σ_1^2，按照定义，对于扩展莱斯

⊖ 由于图 6.27 中信号流图下部中的负号，则不得不考虑式（6.88e）和式（6.135e）具有不同符号。

过程，该参数为零，且它促使广义莱斯过程的辅助模型参数（ψ_0，$\dot{\psi}_0$，$\ddot{\psi}_0$，ϕ_0，$\dot{\phi}_0$，$\ddot{\phi}_0$）的进一步解耦。为了说明这一点，考虑式（6.88e）。明显地，在区间（0，1］内，使 $\dot{\phi}_0=0$ 成立的参数 κ_0 是不存在实数的。另外，依据式（6.135e），$\dot{\phi}_0$ 的行为是不同的。令 $\sigma_1^2\in[\sigma_2^2,\ 2\sigma_2^2)$，那么在区间（0，1］内满足 $\dot{\phi}_0=0$ 成立的实数值

$$\kappa_0=\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\sqrt{2-\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2} \tag{6.137}$$

总是存在的。

广义莱斯过程与一个对数正态过程的乘积得到参考文献［185］中提出的所谓广义 Suzuki 过程。广义 Suzuki 过程包含经典 Suzuki 过程[26]、修正 Suzuki 过程[70] 以及类型 Ⅰ[75] 和类型 Ⅱ[184] 的两个扩展 Suzuki 过程作为特例。这个乘积过程由概率密度函数［式（6.107c）］描述，其中对 ψ_0 不得不使用方程式（6.135a）。类似地，对于水平通过率，找到表达式（6.110）。但是，现在，不得不强调协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}$ 的项（ψ_0，$\dot{\psi}_0$，$\ddot{\psi}_0$，ϕ_0，$\dot{\phi}_0$，$\ddot{\phi}_0$）是由式（6.135a）~式(6.135f) 定义的。

对于我们的目的而言，广义莱斯过程或 Suzuki 过程的详细讨论是不必要的。相反，将继续确定性广义莱斯过程的设计。

6.3.2　确定性广义莱斯过程

首先同样以如下方式进行讨论，其中有色零均值高斯随机过程 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 中的每个过程都由如下形式的有限数量 N_i 个正弦曲线的和替代

$$\tilde{v}_i(t)=\sum_{n=1}^{N_i}c_{i,n}\cos(2\pi f_{i,n}t+\theta_{i,n}),i=1,2 \tag{6.138}$$

当设计确定性过程［式（6.138）］时，必须考虑到 $\tilde{v}_1(t)$ 和 $\tilde{v}_2(t)$ 是不相关的，即对于所有 $n=1,2,\cdots,N_1$ 和 $m=1,2,\cdots,N_2$，$f_{1,n}\neq f_{2,n}$ 一定成立。采用以这种方式设计的确定性过程和相应的希尔伯特变换，即

$$\check{\tilde{v}}_i(t)=\sum_{n=1}^{N_i}c_{i,n}\sin(2\pi f_{i,n}t+\theta_{i,n}),i=1,2 \tag{6.139}$$

可分别直接以相应的确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 替换随机过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$［分别参见式（6.128）和式（6.129）］。由此，这样的过程可表示为

$$\tilde{\mu}_1(t)=\sum_{n=1}^{N_1}c_{1,n}\cos(2\pi f_{1,n}t+\theta_{1,n})+\sum_{n=1}^{N_2}c_{2,n}\cos(2\pi f_{2,n}t+\theta_{2,n}) \tag{6.140}$$

$$\tilde{\mu}_2(t)=\sum_{n=1}^{N_1}c_{1,n}\cos(2\pi f_{1,n}t+\theta_{1,n}-\theta_0)+\sum_{n=1}^{N_2}c_{2,n}\cos(2\pi f_{2,n}t+\theta_{2,n}+\theta_0) \tag{6.141}$$

作为一个结果，确定性广义莱斯过程是完全确定的，且得到如图 6.29 所示连续时间表示形式的仿真系统。

现在，令 $\theta_0=\pi/2$，那么具有交叉相关的基本分量（见图6.9）的确定性莱斯过程的结构可由图6.29得到。而且，在特例 $\sigma_2^2=0$ 即 $N_2=0$ 中，得到如图6.23上部所示的确定性扩展莱斯过程。

下面将推导仿真模型的特征量，即对于 $n=0,1,2$，$\tilde{\psi}_0^{(n)}=\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}^{(n)}(0)=\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}^{(n)}(0)$ 和 $\tilde{\phi}_0^{(n)}=\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}^{(n)}(0)$。必要的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau)$ 和 $\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau)$ 可表示为

$$\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}(\tau)=\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}(\tau)=\sum_{n=1}^{N_1}\frac{c_{1,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{1,n}\tau)+\sum_{n=1}^{N_2}\frac{c_{1,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{2,n}\tau) \quad (6.142)$$

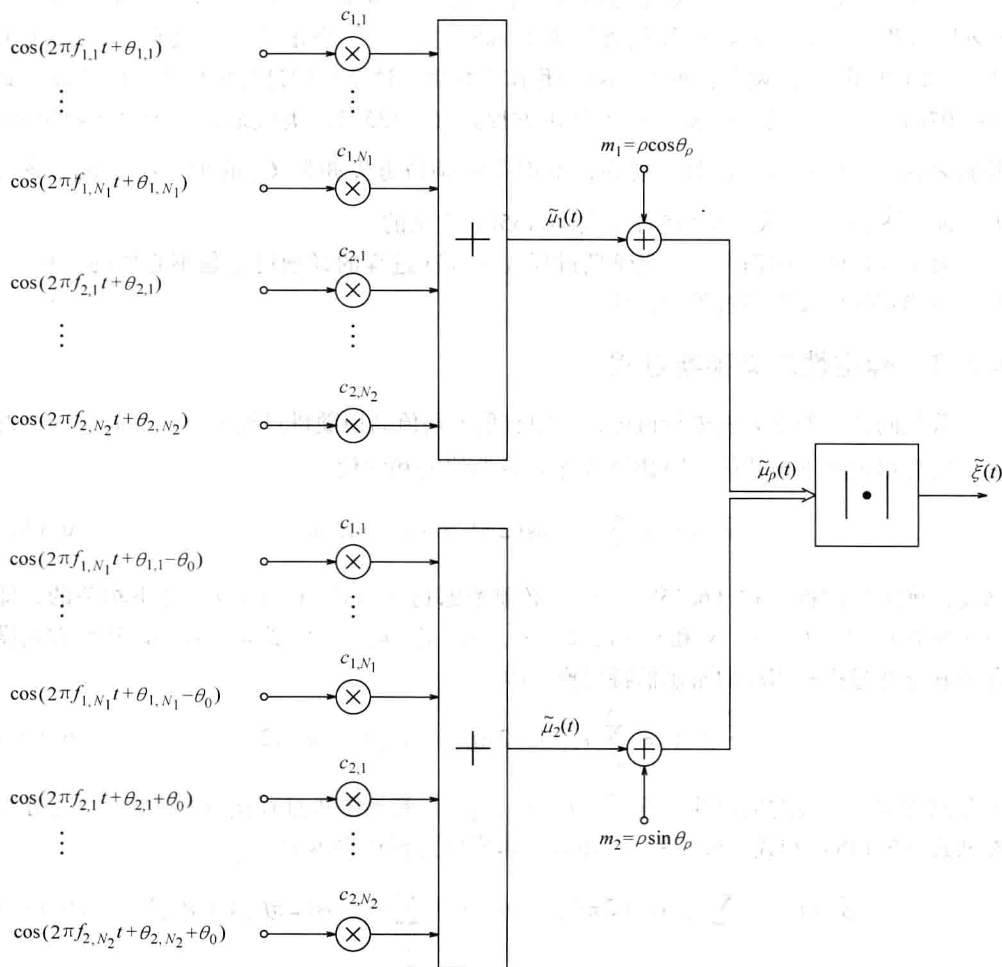


图6.29　广义莱斯过程的确定性仿真模型

且对于交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$，依据式（4.13），成立

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) &= \tilde{r}_{\mu_2\mu_1}(-\tau) \\ &= \sum_{n=1}^{N_1} \frac{c_{1,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{1,n}\tau - \theta_0) + \sum_{n=1}^{N_2} \frac{c_{2,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{2,n}\tau + \theta_0)\end{aligned} \tag{6.143}$$

由此，得到确定性仿真模型特征量的如下表达式：

$$\tilde{\psi}_0^{(0)} = \tilde{\psi}_0 = \sum_{n=1}^{N_1} \frac{c_{1,n}^2}{2} + \sum_{n=1}^{N_2} \frac{c_{2,n}^2}{2} \tag{6.144a}$$

$$\tilde{\psi}_0^{(1)} = \dot{\tilde{\psi}}_0 = 0 \tag{6.144b}$$

$$\tilde{\psi}_0^{(2)} = \ddot{\tilde{\psi}}_0 = -2\pi^2\left[\sum_{n=1}^{N_1}(c_{1,n}f_{1,n})^2 + \sum_{n=1}^{N_2}(c_{2,n}f_{2,n})^2\right] \tag{6.144c}$$

$$\tilde{\phi}_0^{(0)} = \tilde{\phi}_0 = \tilde{\psi}_0 \cdot \cos\theta_0 \tag{6.144d}$$

$$\tilde{\phi}_0^{(1)} = \dot{\tilde{\phi}}_0 = \pi\left[\sum_{n=1}^{N_1}(c_{1,n}^2 f_{1,n}) - \sum_{n=1}^{N_2}(c_{2,n}^2 f_{2,n})\right]\cdot\sin\theta_0 \tag{6.144e}$$

$$\tilde{\phi}_0^{(2)} = \ddot{\tilde{\phi}}_0 = \ddot{\tilde{\psi}}_0 \cdot \cos\theta_0 \tag{6.144f}$$

利用这些量，也可确定 $\tilde{\beta}$，因为

$$\tilde{\beta} = -\ddot{\tilde{\psi}}_0 - \frac{\dot{\tilde{\phi}}_0^2}{\tilde{\psi}_0 \sin^2\theta_0} \tag{6.145}$$

成立。

依据准确多普勒频散方法，实施模型参数$f_{i,n}$和$c_{i,n}$的计算。但是，如6.1.4 节所述，由于$\kappa_2 = \kappa_0 \in (0, 1]$，这个过程必须做出微小修正。因此，在当前情形中，式（6.72）对计算离散多普勒频率$f_{i,n}$也是有效的，其中应该注意的是，就有关式（6.73），必须理解式（6.72）。类似地，通过使用式（6.74）实施路径增益$c_{i,n}$的计算，其中σ_0以σ_i替换。最后，对于相位$\theta_{i,n}$，假定这些量是一个均匀分布在（0，2π］上随机变量的实现（输出）。

分析仿真模型的特征量，将讨论限制到 $\tilde{\psi}_0$和 $\tilde{\beta}/f_{max}^2$上。如果这些量是利用式（6.72）和式（6.74），依据式（6.144a）和式（6.145）计算得到的，那么以N_i($N_1 = N_2$）表示的收敛形状就会变得明显，如图 6.30a 和图 6.30b 所示。给出的结果是依据主要的模型参数σ_1^2，σ_2^2和κ_0计算得到的，这些参数在后面小节的表 6.4 列出。

因为对于实践中有关的所有情形（$N_i \geq 7$），$\tilde{\psi}_0$和ψ_0之间的偏差以及 $\tilde{\beta}/f_{max}^2$和β/f_{max}^2之间的偏差是可忽略的，则得出仿真模型的概率密度函数 $\tilde{p}_\xi(z)$、水平通过率 $\tilde{N}_\xi(r)$ 和衰落平均时长 $\tilde{T}_{\xi_-}(r)$ 是极其接近参考模型的相应量的。

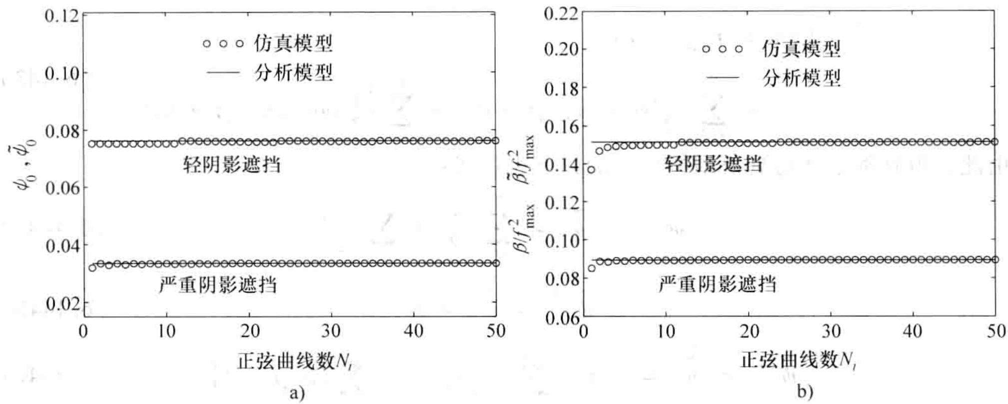


图6.30 ψ_0和$\tilde{\psi}_0$以及β/f_{max}^2和$\tilde{\beta}/f_{max}^2$的图示（MEDS，σ_i^2和κ_2取表6.4中的值）

6.3.3 应用和仿真结果

在本小节，将证明，即使在没有将莱斯过程与一个对数正态过程相乘的条件下，随机和确定性广义莱斯过程的统计性质也能良好地达到与真实世界测量结果的一致。因为我们的打算是不同信道模型之间性能的公平比较，所以同样使用参考文献［196］中$F_{\xi_+}^{\star}(r)$，$N_{\xi}^{\star}(r)$ 和 $T_{\xi_-}^{\star}(r)$ 的测量结果，这也是6.1.5节和6.2.4节所述试验的基础。

在当前情形中，参数向量$\boldsymbol{\Omega}$包含所有的六个主要模型参数。由此，$\boldsymbol{\Omega}$被定义为

$$\boldsymbol{\Omega}:=(\sigma_1,\sigma_2,\kappa_0,\theta_0,\rho,\theta_\rho) \tag{6.146}$$

采用Fletcher-Powell算法[162]，通过最小化误差函数$E_2(\boldsymbol{\Omega})$［参见式（6.76）］，如6.1.5节所述实施$\boldsymbol{\Omega}$各分量的优化。在表6.4中给出优化结果。

当前模型的莱斯因子c_R［见式（3.53）］，即

$$c_R=\frac{\rho^2}{2\psi_0}=\frac{\rho^2}{\sigma_2^2\left[\left(\dfrac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2+\dfrac{2}{\pi}\arcsin(\kappa_2)\right]} \tag{6.147}$$

取值$c_R=0.134\text{dB}$（严重遮挡）和$c_R=8.65\text{dB}$（轻微遮挡），这些值大约与类型Ⅱ扩展Suzuki模型确定得到的莱斯因子（参见6.2.4节）一样大。

图6.31a给出参考模型的互补累积分布函数$F_{\xi_+}(r/\rho)$和被测信道的累积分布补函数$F_{\xi_+}^{\star}(r/\rho)$。在图6.25a中画出结果的显著偏差明显是观察不到的。

另外，特别地当考虑具有严重遮挡的信道时，就将归一化的水平通过率$N_{\xi}(r/\rho)/f_{max}$拟合到被测信道的水平通过率$N_{\xi}^{\star}(r/\rho)/f_{max}$而言，能够取得进一步的改进。如果将图6.31b与图6.25b比较，则这种情况立刻变得明显了。特别对于水平通过率，似乎广义莱斯模型较高的灵活性具有正效应。

表6.4 对具有严重遮挡和轻微遮挡区域，参考模型的优化后的主要模型参数

遮 挡	σ_1	σ_2	κ_0	θ_0	ρ	θ_ρ
严重的	0.0894	0.7468	0.1651	0.3988	0.2626	30.3°
轻微的	0.1030	0.9159	0.2624	0.3492	1.057	53.1°

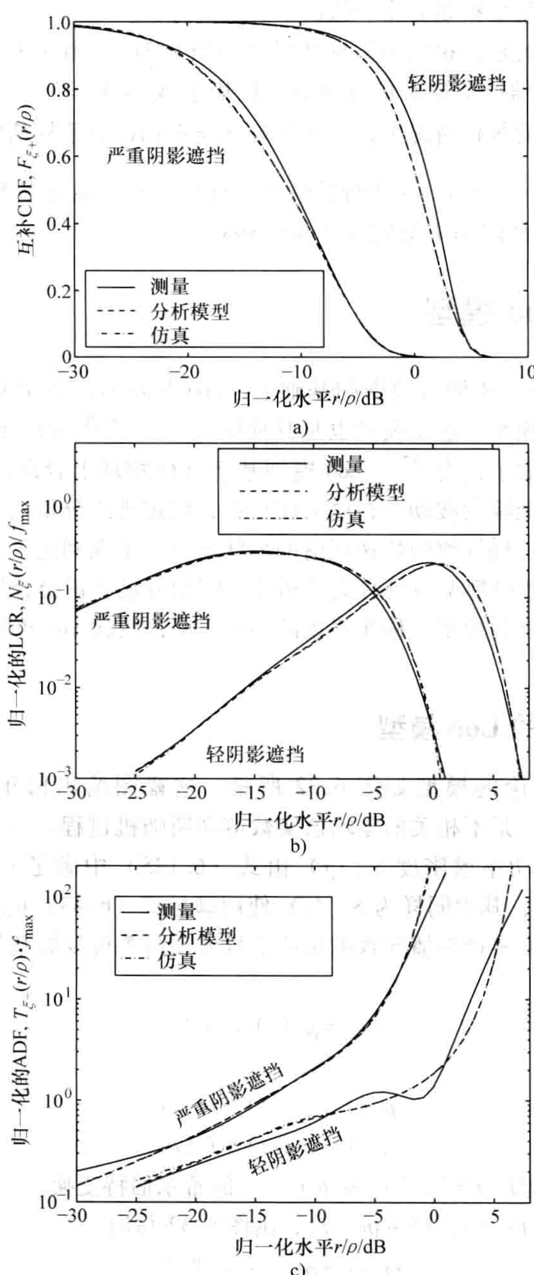


图 6. 31　具有严重遮挡和轻微遮挡区域的累积分布补函数 $F_{\xi_+}(r/\rho)$、归一化的水平通过率 $N_\xi(r/\rho)/f_{\max}$ 和归一化的衰落平均时长 $T_{\xi_-}(r/\rho)\cdot f_{\max}$。测量结果取自参考文献［196］

就归一化衰落平均时长 $T_{\xi_-}(r/\rho)\cdot f_{\max}$ 到 $T^{\star}_{\xi_-}(r/\rho)\cdot f_{\max}$ 的匹配，改进也是显著的。关于这个论断，可比较两幅图，即图 6. 31c 和图 6. 25c。比较表明，即使在低信号水平，

当前模型现在也与测量数据是非常一致的。

最后，应该指出的是，相应的仿真结果也在图6.31a～图6.31c中画出。对于具有严重（轻微）遮挡的信道实现和仿真而言，使用了 $N_1=N_2=7$（$N_1=N_2=15$）个正弦曲线。在这两种情况的每种情况中，产生具有 $N_s=3\times10^6$ 个采样值的一个信道输出序列 $\tilde{\xi}(kT_s)$（$k=1, 2, \cdots, N_s$），用于统计性质的评估。对于最大多普勒频率 $f_{\max}$，这些选择的值是91Hz，且采样间隔 T_s 规定为 $T_s=0.3\text{ms}$。

6.4 修正的Loo模型

在参考文献［178］中测量数据的基础上，Loo开发形成频率非选择陆地移动无线信道建模的一个随机模型。这个模型也是其他研究[179,186,187,201]的讨论专题，得到的结果在后来的一篇论文中做了汇总[202]。Loo模型基于这样物理上合理的假设，即视距分量服从遮挡效应导致的低幅度波动。在这个模型中，假定视距分量的低幅度波动是对数正态分布的，而由多径传播导致的快速衰落的形状就像一个瑞利过程。

在本节，将Loo随机模型与具有交叉相关的同相分量和正交分量的莱斯过程组合为一个高级的模型。得到的模型，称作修正的Loo模型，包含Loo提出的原模型和扩展莱斯过程作为特例。

6.4.1 随机修正的Loo模型

在本小节中将讨论的模型如图6.32所示。这幅图给出修正的Loo模型，其中 $v_1(t)$，$v_2(t)$ 和 $v_3(t)$ 是不相关的零均值实数值高斯随机过程。令 $i=1, 2$ 时高斯随机过程 $v_i(t)$ 的多普勒功率谱密度 $S_{v_iv_i}(f)$ 由式（6.125）中满足 $\kappa_i\in[0, 1]$ 的受限Jakes功率谱密度给定，其中同样为 $S_{v_3v_3}(f)$ 使用满足式（6.43）的高斯功率谱密度。

在这个模型中，由多径传播导致的快速信号波动由等价复数基带中的一个复数值高斯随机过程建模

$$\mu(t)=\mu_1(t)+\mathrm{j}\mu_2(t) \tag{6.148}$$

式中，其实部和虚部

$$\mu_1(t)=v_1(t)+v_2(t) \tag{6.149a}$$

$$\mu_2(t)=\check{v}_1(t)+\check{v}_2(t) \tag{6.149b}$$

是统计不相关的。这里 $\check{v}_i(i=1, 2)$ 表示 $v_i(t)$ 的希尔伯特变换。

对于视距分量 $m(t)=m_1(t)+\mathrm{j}m_2(t)$，由图6.32写出

$$m(t)=\rho(t)\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_\rho t+\theta_\rho)} \tag{6.150}$$

成立，式中 f_ρ 和 θ_ρ 同样分别表示视距分量的多普勒频率和相位，且

$$\rho(t)=\mathrm{e}^{\sigma_3 v_3(t)+m_3} \tag{6.151}$$

表示一个对数正态过程，采用该过程对视距分量的慢幅度波动进行建模。对于对数正态过程［式（6.151）］的谱性质和统计性质，6.1.2节的论断成立。假定相比于 $\mu(t)$ 的带宽，高斯随机过程 $v_3(t)$ 的带宽是非常小的，从而结果是，视距分量［式（6.150）］

的幅度 $\rho(t)$，相比于快速信号衰落，仅做相对慢速的变化。

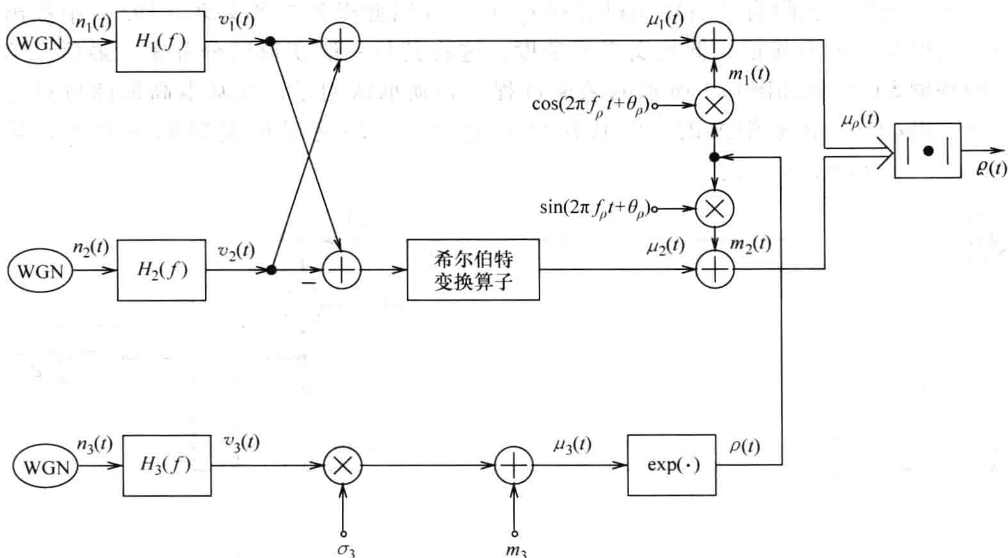


图 6.32　修正的 Loo 模型（参考模型）

散射分量和视距分量的和得到复数值高斯随机过程

$$\mu_\rho(t) = \mu(t) + m(t) \tag{6.152}$$

通过使用式（6.149a）、式（6.149b）和式（6.150），式（6.152）的实部和虚部表示为

$$\mu_{\rho_1}(t) = v_1(t) + v_2(t) + \rho(t)\cdot\cos(2\pi f_\rho t+\theta_\rho) \tag{6.153a}$$

$$\mu_{\rho_2}(t) = \check{v}_1(t) - \check{v}_2(t) + \rho(t)\cdot\sin(2\pi f_\rho t+\theta_\rho) \tag{6.153b}$$

式（6.152）的绝对值最后得到一个新的随机过程

$$\wp(t) = \sqrt{[\mu_1(t)+\rho(t)\cos(2\pi f_\rho t+\theta_\rho)]^2+[\mu_2(t)+\rho(t)\sin(2\pi f_\rho t+\theta_\rho)]^2} \tag{6.154}$$

称为修正的 Loo 过程。这个过程将用在下面作为描述频率非选择卫星移动无线信道衰落形状的一个随机模型。

这里介绍的修正 Loo 模型包括如下三个特例：

1）$$\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma_0^2,\kappa_1=\kappa_2=1 \text{ 和 } f_\rho=0 \tag{6.155a}$$

2）$$\sigma_2^2=0 \text{ 或 } \kappa_2=0 \tag{6.155b}$$

3）$$\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma_0^2,\kappa_1=1,\kappa_2=\kappa_0 \text{ 和 } \sigma_3^2=0 \tag{6.155c}$$

后面将看到在特例 1）中，复数值高斯随机过程 $\mu(t)$ ［见式（6.148）］的功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 等于 Jakes 功率谱密度。因为由于 Jakes 功率谱密度的对称性，高斯随机过程 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 是不相关的，所以修正 Loo 模型（见图 6.32）可简化为如图 6.33 所示的经典 Loo 模型[178,179]。也应该考虑到 $f_\rho=0$ 成立，从而在这个模型中视距分量

的功率谱密度不会经历频率偏移（多普勒频移）。对于第二种特例2），其中σ_2^2或κ_2等于零，则也可去除有色高斯随机过程$v_2(t)$，并因此得到参考文献［195］中提出的信道模型，由于其相当低的实现复杂度，这将其与一般变形区分开来。最后，第三种特例3）得到如图6.1所示的莱斯过程，必须承认的是，其基本高斯随机过程$\mu_1(t)$和$\mu_2(t)$也是相关的，但其视距分量$m(t)$的绝对值是时间独立的，即$|m(t)|=\rho(t)=\rho=e^{m_3}$成立。

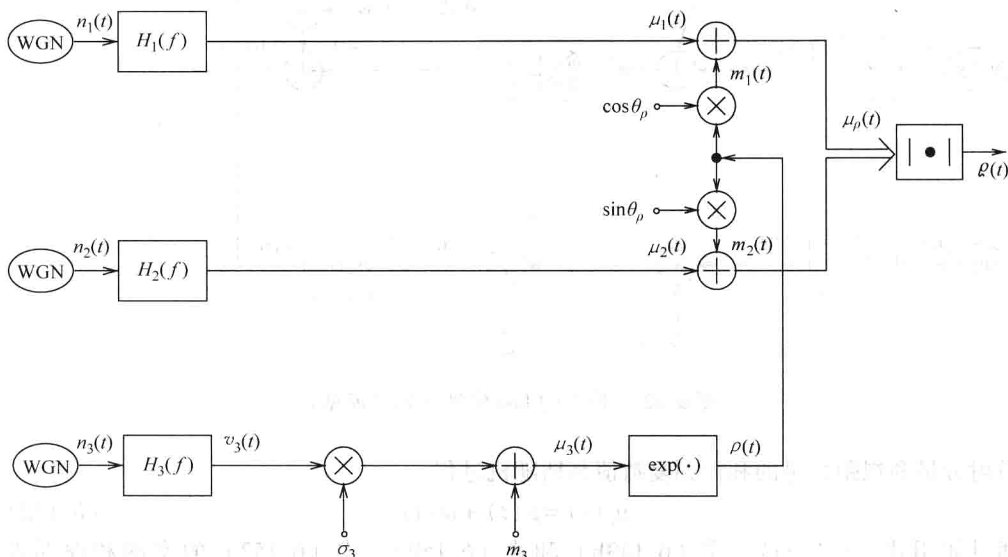


图6.33　经典Loo模型（参考模型）

1. 自相关函数和多普勒功率谱密度

现在关注式（6.152）引入的复数值随机过程$\mu_\rho(t)$的自相关函数$r_{\mu_\rho\mu_\rho}(\tau)$和相应的多普勒功率谱密度$S_{\mu_\rho\mu_\rho}(f)$。因此，首先计算过程$\mu_{\rho_i}(t)$的自相关函数$r_{\mu_{\rho_i}\mu_{\rho_i}}(\tau)(i=1,2)$以及过程$\mu_{\rho_1}(t)$和$\mu_{\rho_2}(t)$的交叉相关函数$r_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}}(\tau)$。通过使用式（6.153a）和式（6.153b），得到这些相关函数的如下关系：

$$r_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_1}}(\tau)=r_{\mu_{\rho_2}\mu_{\rho_2}}(\tau)=r_{v_1v_1}(\tau)+r_{v_2v_2}(\tau)+\frac{1}{2}r_{\rho\rho}(\tau)\cdot\cos(2\pi f_\rho\tau) \tag{6.156a}$$

$$r_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}}(\tau)=r^*_{\mu_{\rho_2}\mu_{\rho_1}}(-\tau)=r_{v_1\check{v}_1}(\tau)-r_{v_2\check{v}_2}(\tau)+\frac{1}{2}r_{\rho\rho}(\tau)\cdot\sin(2\pi f_\rho\tau) \tag{6.156b}$$

式中，$r_{v_iv_i}(\tau)(i=1,2)$描述高斯随机过程$v_i(t)$的自相关函数，且$r_{v_i\check{v}_i}(\tau)(i=1,2)$表示$v_i(t)$和$\check{v}_i(t)$的交叉相关函数。回顾一下，分别由式（6.131）和式（6.132），已知$r_{v_iv_i}(\tau)$和$r_{v_i\check{v}_i}(\tau)$。另外，$r_{\rho\rho}(\tau)$在式（6.156a）和式（6.156b）中描述了$\rho(t)$的自相关函数［见式（6.151）］。注意在本节中，$\rho(t)$是作为一个对数正态过程引入的。这就是为什么$\rho(t)$的自相关函数$r_{\rho\rho}(\tau)$直接以式（6.47）右侧表示的原因。因此，可直接写出

$$r_{\rho\rho}(\tau)=\mathrm{e}^{2m_3+\sigma_3^2(1+r_{v_3v_3}(\tau))} \tag{6.157}$$

依据式（6.5）中的关系，复数值过程 $\mu_\rho(t)=\mu_{\rho_1}(t)+\mathrm{j}\mu_{\rho_2}(t)$ 可以自相关函数以及 $\mu_{\rho_1}(t)$ 和$\mu_{\rho_2}(t)$ 的交叉相关函数表示为

$$r_{\mu_\rho\mu_\rho}(\tau)=r_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_1}}(\tau)+r_{\mu_{\rho_2}\mu_{\rho_2}}(\tau)+\mathrm{j}(r_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}}(\tau)-r_{\mu_{\rho_2}\mu_{\rho_1}}(\tau)) \tag{6.158}$$

当研究式（6.157）并考虑到式（6.44）时，注意到 $r_{\rho\rho}(\tau)$ 是一个实函数和 τ 的偶函数。另外，由式（6.132），得出结论，$r_{v_i\check{v}_i}(\tau)$ 是实函数和奇函数，从而由式（6.156b）得出关系 $r_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}}(\tau)=r^*_{\mu_{\rho_2}\mu_{\rho_1}}(-\tau)=-r_{\mu_{\rho_2}\mu_{\rho_1}}(\tau)$。

如果也考虑到 $r_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_1}}(\tau)=r_{\mu_{\rho_2}\mu_{\rho_2}}(\tau)$ 成立，那么式（6.158）简化为

$$r_{\mu_\rho\mu_\rho}(\tau)=2(r_{\mu_{\rho_i}\mu_{\rho_i}}(\tau)+\mathrm{j}r_{\mu_{\rho_i}\mu_{\rho_i}}(\tau)) \tag{6.159}$$

在这个关系中，进一步利用式（6.156a）和式（6.156b），从而最后找到期望自相关函数 $r_{\mu_\rho\mu_\rho}(\tau)$ 的如下关系

$$r_{\mu_\rho\mu_\rho}(\tau)=2(r_{v_1v_1}(\tau)+\mathrm{j}r_{v_1\check{v}_1}(\tau))+2(r_{v_2v_2}(\tau)-\mathrm{j}r_{v_2\check{v}_2}(\tau))+r_{\rho\rho}(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_\rho\tau} \tag{6.160}$$

在实施式（6.160）的傅里叶变换并利用关系 $S_{v_i\check{v}_i}(f)=-\mathrm{j}\,\mathrm{sgn}(f)\cdot S_{v_iv_i}(f)$ 之后，得到多普勒功率谱密度 $S_{\mu_\rho\mu_\rho}(f)$。$S_{\mu_\rho\mu_\rho}(f)$ 可表示为

$$S_{\mu_\rho\mu_\rho}(f)=2(1+\mathrm{sgn}(f))S_{v_1v_1}(f)+2(1-\mathrm{sgn}(f))S_{v_2v_2}(f)+S_{\rho\rho}(f-f_\rho) \tag{6.161}$$

式中，$S_{v_iv_i}(f)(i=1,2)$ 同样由式（6.126）给定，且如果频率变量 f 以 $f-f_\rho$ 替换，则 $S_{\rho\rho}(f-f_\rho)$ 可以式（6.48）的右侧表示，即

$$S_{\rho\rho}(f-f_\rho)=\mathrm{e}^{2m_3+\sigma_3^2}\cdot\left[\delta(f-f_\rho)+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sigma_3^{2n}}{n!}\cdot\frac{S_{v_3v_3}\left(\frac{f-f_\rho}{\sqrt{n}}\right)}{\sqrt{n}}\right] \tag{6.162}$$

式中，$S_{v_3v_3}(f)$ 表示式（6.43）的高斯功率谱密度。

图 6.34a ~ 图 6.34f 符号化地给出一般情况下非对称多普勒功率谱密度 $S_{\mu_\rho\mu_\rho}(f)$ 如何由各功率谱密度 $S_{v_1v_1}(f)$、$S_{v_2v_2}(f)$ 和 $S_{v_3v_3}(f)$ 组成的。所示的谱对如下参数是有效的：$\sigma_1^2=\sigma_2^2=1$、$\kappa_1=0.8$、$\kappa_2=0.6$、$\sigma_3^2=0.01$、$m_3=0$、$f_\rho=0.4f_{\max}$、$f_c=0.13f_{\max}$和$\sigma_c^2=100$。

由一般表示式（6.161），依据式（6.155a）~ 式(6.155c)，可容易地推导分别由特例 1）~3）确定的功率谱密度。例如，在式（6.155a）成立的条件下，经典 Loo 模型的多普勒功率谱密度 $S_{\mu_\rho\mu_\rho}(f)$（见图 6.33）可由式（6.161）推导得到，形式为

$$S_{\mu_\rho\mu_\rho}(f)=S_{\mu\mu}(f)+S_{\rho\rho}(f) \tag{6.163}$$

式中，$S_{\mu\mu}(f)$ 表示式（3.22）的 Jakes 功率谱密度，且 $S_{\rho\rho}(f)$ 表示对数正态过程 $\rho(t)$ 的功率谱密度。$S_{\rho\rho}(f)$ 形状的一个例子如图 6.34d 所示。对于由式（6.155b）确定的特例 2），对于如图 6.34f 中的负频率，多普勒功率谱密度 $S_{\mu_\rho\mu_\rho}(f)$ 就消失了。最后，在特例 3）中，$S_{\rho\rho}(f-f_\rho)$ 依据式（6.161）仅对 $S_{\mu_\rho\mu_\rho}(f)$ 有点贡献，由在点 $f=f_\rho$ 处的一个加权狄拉克函数所表征。

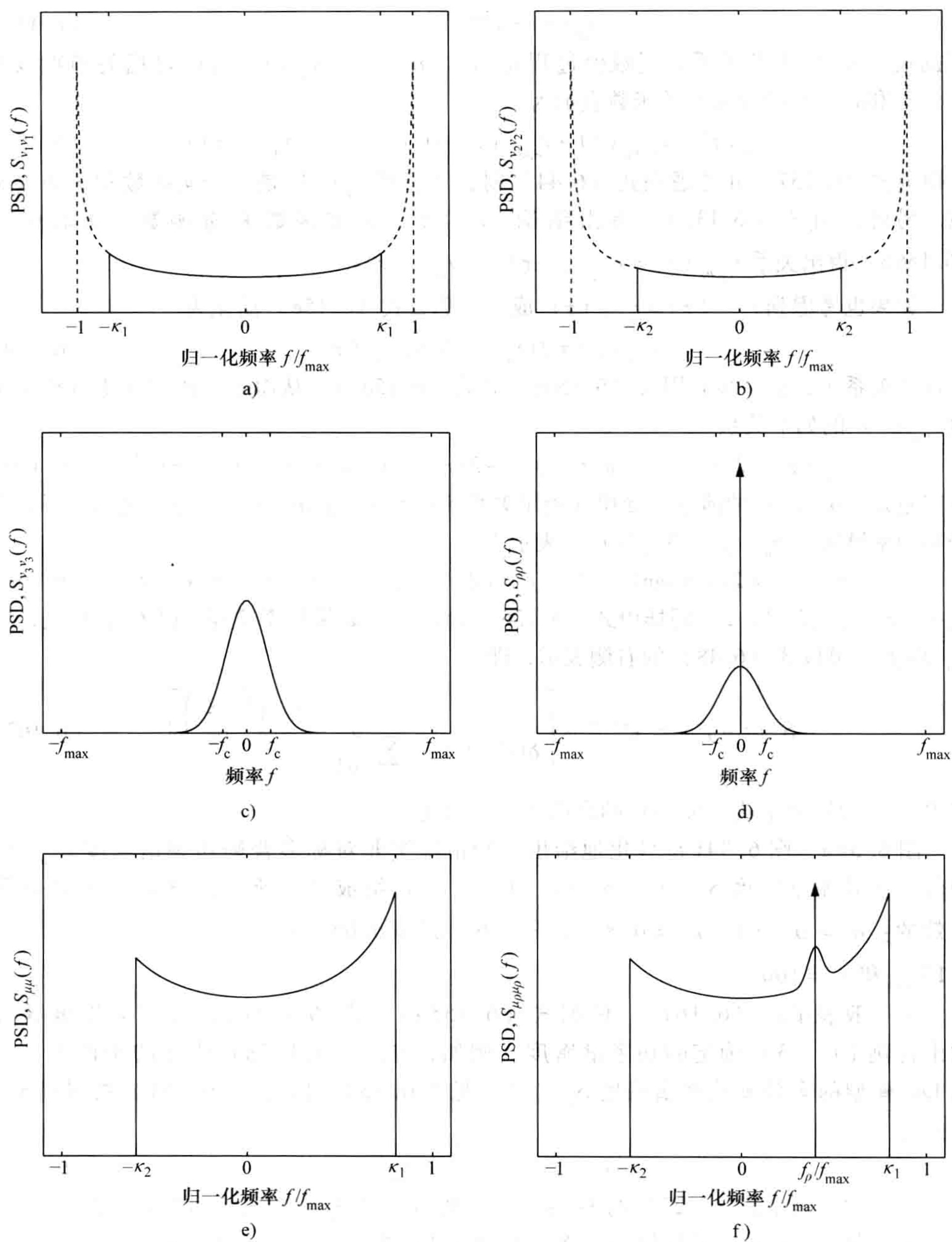


图 6.34　各种功率谱密度

a）受限的 Jakes 功率谱密度 $S_{v_1v_1}(f)$　b）受限的 Jakes 功率谱密度 $S_{v_2v_2}(f)$

c）高斯功率谱密度 $S_{v_3v_3}(f)$　d）对数正态过程 $\rho(t)$ 的功率谱密度 $S_{\rho\rho}(f)$

e）功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$　f）得到的非对称多普勒功率谱密度 $S_{\mu_\rho\mu_\rho}(f)$

接下来，计算对修正 Loo 模型有效的特征量 $\psi_0^{(n)}$ 和 $\phi_0^{(n)}$（$n=0$，1，2）。因此，将 $r_{\mu_1\mu_1}(\tau)=r_{v_1v_1}(\tau)+r_{v_2v_2}(\tau)$ 和 $r_{\mu_1\mu_2}(\tau)=r_{v_1\check{v}_1}(\tau)-r_{v_2\check{v}_2}(\tau)$ 分别代入式（6.11a）和式（6.11b），并使用式（6.131）和式（6.132）得到如下表达式

$$\psi_0^{(0)}=\psi_0=\frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{2}\sigma_i^2\arcsin(\kappa_i) \tag{6.164a}$$

$$\psi_0^{(1)}=\dot{\psi}_0=0 \tag{6.164b}$$

$$\psi_0^{(2)}=\ddot{\psi}_0=-(\pi f_{\max})^2\left[2\psi_0-\frac{1}{\pi}\sum_{i=1}^{2}\sigma_i^2\sin(2\arcsin(\kappa_i))\right] \tag{6.164c}$$

$$\phi_0^{(0)}=\phi_0=0 \tag{6.164d}$$

$$\phi_0^{(1)}=\dot{\phi}_0=-2f_{\max}\sum_{i=1}^{2}(-1)^i\sigma_i^2\left(1-\sqrt{1-\kappa_i^2}\right) \tag{6.164e}$$

$$\phi_0^{(2)}=\ddot{\phi}_0=0 \tag{6.164f}$$

式中，对 $i=1$，2，$0\leqslant\kappa_i\leqslant1$ 成立。在由式（6.155c）描述的特例3）中，可容易地确信式（6.164a）~式(6.164f）中的特征量分别等于式（6.12a）~式（6.12f）中描述的那些特征量。

2. 包络和相位的概率密度函数

和前面的情形一样，修正 Loo 过程 $\wp(t)=|\mu_\rho(t)|$的统计性质可利用联合概率密度函数 $p_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}(x_1,x_2,\dot{x}_1,\dot{x}_2)$ 或 $p_{\wp\dot{\wp}\vartheta\dot{\vartheta}}(z,\dot{z},\theta,\dot{\theta})$ 计算得到。由于 $\rho(t)$ 的时变性，在这种情形中数学复杂度要比以前分析的模型［其中 $\rho(t)=\rho$ 总是一个常量］复杂度要高得多。因此，将选择另一种更精巧的求解方法，这允许从6.1节中找到的结果受益而更快地达到目标。考虑图6.1所示的参考模型基本上是 $\rho(t)=\rho$ 成立条件下如图6.32所示修正 Loo 模型的一个特例，那么随机过程 $\wp(t)$（由式（6.154）定义）的条件概率密度函数 $p_\wp(z|\rho(t)=\rho)$ 一定等于式（6.30）。因此，可写出

$$p_\wp(z|\rho(t)=\rho)=p_\xi(z)=\begin{cases}\dfrac{z}{\psi_0}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+\rho^2}{2\psi_0}}I_0\left(\dfrac{z\rho}{\psi_0}\right), z\geqslant0\\ 0, z<0\end{cases} \tag{6.165}$$

式中，ψ_0描述式（6.164a）表示的$\mu_i(t)$（$i=1$，2）的均值功率。因为视距分量的幅度是对数正态分布于Loo模型中的，这意味着 $\rho(t)$ 的密度 $p_\rho(y)$ 由对数正态分布给定［见式（2.51）］

$$p_\rho(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_3 y}\mathrm{e}^{-\frac{(\ln y-m_3)^2}{2\sigma_3^2}}, y\geqslant0\\ 0, y<0\end{cases} \tag{6.166}$$

修正 Loo 过程 $\wp(t)$ 的概率密度函数 $p_\wp(z)$ 可由随机过程$\wp(t)$ 和 $\rho(t)$ 的联合概率密度函数 $p_{\wp\rho}$（z，y）推导为

$$p_{\wp}(z) = \int_0^\infty p_{\wp\rho}(z,y)\,\mathrm{d}y = \int_0^\infty p_{\wp}(z|\rho(t)=y)\cdot p_\rho(y)\,\mathrm{d}y = \int_0^\infty p_\xi(z;\rho=y)\cdot p_\rho(y)\,\mathrm{d}y, z \geqslant 0 \tag{6.167}$$

如果现在将式（6.30）［或式（6.165）］和式（6.166）代入式（6.167），那么得到修正 Loo 过程 $\wp(t)$ 的概率密度函数 $p_{\wp}(z)$ 的如下表达式

$$p_{\wp}(z) = \frac{z}{\sqrt{2\pi}\psi_0\sigma_3}\int_0^\infty \frac{1}{y}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+y^2}{2\psi_0}} I_0\left(\frac{zy}{\psi_0}\right)\mathrm{e}^{-\frac{(\ln y - m_3)^2}{2\sigma_3^2}}\mathrm{d}y, z \geqslant 0 \tag{6.168}$$

式中，ψ_0由式（6.164a）给出。注意到概率密度函数 $p_{\wp}(z)$ 取决于三个参数，即 ψ_0，σ_3和 m_3。考虑到式（6.155a），现在变得明显的是，如果不考虑参数 σ_i^2 和 κ_i对 ψ_0的影响，则式（6.168）对经典 Loo 模型也成立。对于由式（6.155b）引入的特例2），同样的论断也成立。因此，如果在参考文献［178，179，202］和参考文献［195］中发现式（6.168）形式的概率密度函数 $p_{\wp}(z)$，是丝毫不令人惊奇的。但是，对于水平通过率和衰落平均时长确实出现差异，将在下一部分“水平通过率和衰落平均时长”看到这一点。出于完备性考虑，也将简短地研究特例3）［见式（6.155c）］的影响。在极限 $\sigma_3^2 \to 0$ 中，对数正态分布（6.166）收敛到 $p_\rho(y) = \delta(y-\rho)$，其中 $\rho = \mathrm{e}^{m_3}$。在这种情形中，由式（6.167）可直接得到莱斯分布［式（6.165）］，其中必须考虑到ρ 等于 e^{m_3}。

为了说明修正 Loo 过程$\wp(t)$ 的概率密度函数 $p_{\wp}(z)$，研究图 6.35a 和图 6.35b，这分别使参数 σ_3和 m_3的影响突出出来。

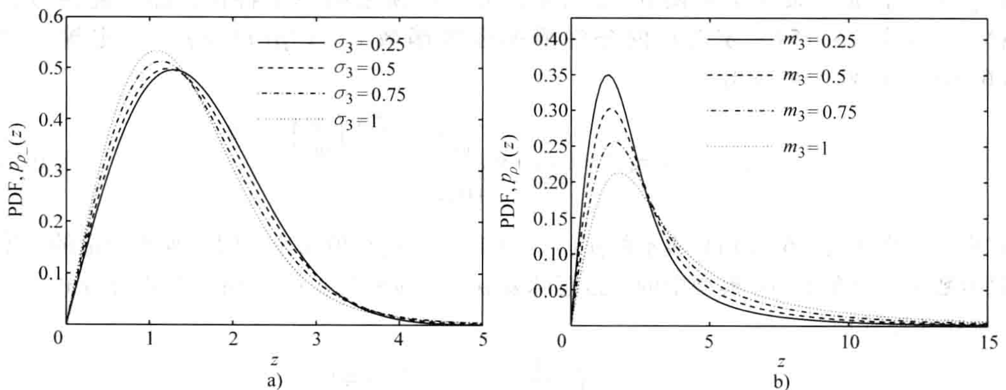


图 6.35　修正 Loo 过程和经典 Loo 过程的包络 $\wp(t)$ 的概率密度函数

a）$\sigma_3(\psi_0 = 1,\ m_3 = -\sigma_3^2)$　b）$m_3(\psi_0 = 1,\ \sigma_3^2 = 1)$

接下来，分析修正 Loo 模型相位 $\vartheta(t) = \arg\{\mu_\rho(t)\}$ 的概率密度函数 $p_\vartheta(\theta)$。这里，以计算 $p_{\wp}(z)$ 的类似方式进行计算。在当前情况下，这意味着利用如下事实，即如果

$\rho(t)=\rho=$ 常数，则概率密度函数 $p_{\vartheta}(\theta)$ 等于式（6.32）的右侧。因此，有

$$p_{\vartheta}(\theta;t|\rho(t)=\rho)=\frac{\mathrm{e}^{-\frac{\rho^2}{2\psi_0}}}{2\pi}\left\{1+\sqrt{\frac{\pi}{2\psi_0}}\rho\cos(\theta-2\pi f_\rho t-\theta_\rho)\mathrm{e}^{\frac{\rho^2\cos^2(\theta-2\pi f_\rho t-\theta_\rho)}{2\psi_0}}\left[1+\mathrm{erf}\left(\frac{\rho\cos(\theta-2\pi f_\rho t-\theta_\rho)}{\sqrt{2\psi_0}}\right)\right]\right\},\ -\pi\leqslant\theta\leqslant\pi \tag{6.169}$$

因为 $f_\rho\neq0$ 时相位 $\vartheta(t)$ 的条件概率密度函数总是依据上式的时间 t 的一个函数，所以首先对时间 t 求上式的平均。这得到均匀分布

$$\begin{aligned}p_{\vartheta}(\theta|\rho(t)=\rho)&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}p_{\vartheta}(\theta;t\mid\rho(t)=\rho)\mathrm{d}t\\&=\frac{1}{2\pi},\ -\pi\leqslant\theta\leqslant\pi\end{aligned} \tag{6.170}$$

相位 $\vartheta(t)=\arg\{\mu_\rho(t)\}$ 的期望概率密度函数 $p_{\vartheta}(\theta)$ 现在可利用 $\vartheta(t)$ 和 $\rho(t)$ 的联合概率密度函数 $p_{\vartheta\rho}(\theta,y)$ 确定为

$$\begin{aligned}p_{\vartheta}(\theta)&=\int_0^\infty p_{\vartheta\rho}(\theta,y)\mathrm{d}y\\&=\int_0^\infty p_{\vartheta}(\theta\mid\rho(t)=y)\cdot p_\rho(y)\mathrm{d}y\\&=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty p_\rho(y)\mathrm{d}y\\&=\frac{1}{2\pi}\quad-\pi\leqslant\theta\leqslant\pi\end{aligned} \tag{6.171}$$

因此，可以证明，如果视距分量 $m(t)$ 的多普勒频率 f_ρ 不等于零，则 $\mu_\rho(t)$ 的相位 $\vartheta(t)$ 均匀分布在区间 $[-\pi,\pi]$ 上。类似地，可对情形 $f_\rho=0$ 推导得到 $p_{\vartheta}(\theta)$ 的一个表达式。但是，此时还不想给出希望得到公式的表达式。

3. 水平通过率和衰落平均时长

利用基本关系式（6.33），进行修正 Loo 过程 $\wp(t)$ 的水平通过率 $N_{\wp}(r)$ 的推导。因为知道在同一时刻 t 时过程 $\wp(t)$ 和 $\dot{\wp}(t)$ 的联合概率密度函数同样是必要的，首先将推导这个量。因此，写出

$$\begin{aligned}p_{\wp\dot{\wp}}(z,\dot{z})&=\int_0^\infty\int_{-\infty}^\infty p_{\wp\dot{\wp}\rho\dot{\rho}}(z,\dot{z},y,\dot{y})\mathrm{d}\dot{y}\mathrm{d}y\\&=\int_0^\infty\int_{-\infty}^\infty p_{\wp\dot{\wp}}(z,\dot{z}\mid\rho(t)=y,\dot{\rho}(t)=\dot{y})\cdot p_{\rho\dot{\rho}}(y,\dot{y})\mathrm{d}\dot{y}\mathrm{d}y\end{aligned} \tag{6.172}$$

在后一表达式中，$p_{\rho\dot{\rho}}(y,\dot{y})$ 表示同一时刻 $\rho(t)$ 和 $\dot{\rho}(t)$ 的联合概率密度函数。因为过程 $\rho(t)$ 是对数正态分布于修正 Loo 模型中的，所以可以式（6.53）中的表达式容易地表示 $p_{\rho\dot{\rho}}(y,\dot{y})$，这时写出

$$p_{\rho\dot{\rho}}(y,\dot{y})=\frac{e^{-\frac{(\ln y-m_3)^2}{2\sigma_3^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_3 y}\cdot\frac{e^{-\frac{\dot{y}^2}{2\gamma(\sigma_3 y)^2}}}{\sqrt{2\pi\gamma}\sigma_3 y} \tag{6.173}$$

式中，$\gamma=-\ddot{r}_{v_3v_3}(0)=(2\pi\sigma_c)^2$。在6.4.1节开始处，假定视距分量的幅度$\rho(t)$仅非常缓慢地变化。因此$\dot{\rho}(t)\approx 0$必须近似地成立，从而$\dot{\rho}(t)$的概率密度函数$p_{\dot{\rho}}(\dot{y})$可近似为$p_{\dot{\rho}}(\dot{y})\approx\delta(\dot{y})$。因为如果$\gamma$足够小或如果频率比$\kappa_c=f_{max}/f_c$足够大，这总是成立的，在这种情形中以下式替换式（6.173）

$$p_{\rho\dot{\rho}}(y,\dot{y})\approx p_\rho(y)\cdot\delta(\dot{y}) \tag{6.174}$$

式中，$p_\rho(y)$同样表示式（6.166）的对数正态分布。考虑到狄拉克delta函数的过滤（sifting）性质，现在将式（6.174）代入式（6.172），并得到近似

$$\begin{aligned}p_{\wp\dot{\wp}}(z,\dot{z})&\approx\int_0^\infty\int_{-\infty}^\infty p_{\wp\dot{\wp}}(z,\dot{z}\,|\,\rho(t)=y,\dot{\rho}(t)=\dot{y})\cdot p_\rho(y)\delta(\dot{y})\,\mathrm{d}\dot{y}\mathrm{d}y\\&=\int_0^\infty p_{\wp\dot{\wp}}(z,\dot{z}\,|\,\rho(t)=y,\dot{\rho}(t)=0)\cdot p_\rho(y)\,\mathrm{d}y\end{aligned} \tag{6.175}$$

利用这个关系，现在可近似水平通过率$N_\wp(r)$［见式（6.33）］为

$$\begin{aligned}N_\wp(r)&=\int_0^\infty\dot{z}p_{\wp\dot{\wp}}(r,\dot{z})\,\mathrm{d}\dot{z}\\&\approx\int_0^\infty\int_0^\infty\dot{z}p_{\wp\dot{\wp}}(z,\dot{z}\,|\,\rho(t)=y,\dot{\rho}(t)=0)\cdot p_\rho(y)\,\mathrm{d}y\mathrm{d}\dot{z}\\&=\int_0^\infty N_\wp(r\,|\,\rho(t)=y,\dot{\rho}(t)=0)\cdot p_\rho(y)\,\mathrm{d}y\end{aligned} \tag{6.176}$$

这里，必须考虑到，出现在式（6.176）积分下的水平通过率$N_\wp(r\,|\,\rho(t)=y,\dot{\rho}(t)=0)$准确地对应于前面推导得到的关系式（6.37）。现在如果将这个方程和式（6.166）一起代入式（6.176），那么得到修正Loo过程的水平通过率的如下近似

$$\begin{aligned}N_\wp(r)\approx&\int_0^\infty\frac{e^{-\frac{(\ln y-m_3)^2}{2\sigma_3^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_3 y}\cdot\frac{r\sqrt{2\beta}}{\pi^{3/2}\psi_0}e^{-\frac{r^2+y^2}{2\psi_0}}\cdot\int_0^{\pi/2}\cosh\left(\frac{ry}{\psi_0}\cos\theta\right)\\&\cdot\left[e^{-(\alpha y\sin\theta)^2}+\sqrt{\pi}\alpha y\sin(\theta)\,\mathrm{erf}(\alpha y\sin\theta)\right]\mathrm{d}\theta\mathrm{d}y\end{aligned} \tag{6.177}$$

式中，如果式（6.164a）、式（6.164c）和式（6.164e）分别用于特征量ψ_0、$\ddot{\psi}_0$和$\dot{\phi}_0$，则关系式（6.27）和式（6.28）对α和β成立。

首先，对特例1）［见式（6.155a）］的深入研究给出$\alpha=0$。这得到这样的事实，即近似式（6.177）可得到相当的简化。因此，在$\alpha=0$成立的前提下，修正Loo模型的水平通过率$N_\wp(r)$简化为经典Loo模型的水平通过率，可做如下近似：

$$N_{\wp}(r)\big|_{\alpha=0} \approx \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \cdot \frac{r}{\psi_0}\int_0^{\infty} \frac{e^{-\frac{(\ln y - m_3)^2}{2\sigma_3^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_3 y} \cdot e^{-\frac{r^2+y^2}{2\psi_0}} I_0\left(\frac{ry}{\psi_0}\right)dy$$
$$= \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}}\int_0^{\infty} p_{\xi}(r;\rho = y) \cdot p_{\rho}(y)\,dy \tag{6.178}$$

式中在这种情形中，β 和 ψ_0 分别由 $\beta = -2(\pi\sigma_0 f_{\max})^2$ 和 $\psi_0 = \sigma_0^2$ 给定，且如果式（2.44）中的 ρ 被 y 替换，则 $p_{\xi}(r;\ \rho = y)$ 表示其中的莱斯分布。研究式（6.178）和式（6.167），则变得清晰的是，在 $\alpha = 0$ 成立的条件下，水平通过率 $N_{\wp}(r)$ 同样正比于概率密度函数 $p_{\wp}(r)$。如果多普勒功率谱密度是对称的（通常并不对应于现实情况），则情况总是这样。特例 2）［见式（6.155b）］不会得到式（6.177）的简化。但是，这里，特征量 ψ_0、$\ddot{\psi}_0$ 和 $\dot{\phi}_0$ 比较紧密地相互耦合，这限制了 $N_{\wp}(r)$ 的灵活性。最后，将深入研究特例 3）［见式（6.155c）］对水平通过率 $N_{\wp}(r)$ 的影响。在极限 $\sigma_3^2 \to 0$ 中，在 $\rho = e^{m_3}$ 时得到 $p_{\rho}(y) = \delta(y-\rho)$，从而同样可从式（6.176）右侧得到式（6.37）。顺便提一下，之后可准确地满足式（6.174），从而在没有丝毫犹豫的情况下，可将式（6.176）中的近似符号替换为等号。

为了能够计算修正 Loo 过程的衰落平均时长

$$T_{\wp_-}(r) = \frac{F_{\wp_-}(r)}{N_{\wp}(r)} \tag{6.179}$$

将需要随机过程 $\wp(t)$ 的累积分布函数 $F_{\wp_-}(r) = P\{\wp(t) \leq r\}$ 的一个表达式。对于 $F_{\wp_-}(r)$ 的导数，使用式（6.168），并得到

$$F_{\wp_-}(r) = \int_0^r p_{\wp}(z)\,dz$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\psi_0\sigma_3}\int_0^r\int_0^{\infty} \frac{z}{y} e^{-\frac{z^2+y^2}{2\psi_0}} I_0\left(\frac{zy}{\psi_0}\right) e^{-\frac{(\ln y - m_3)^2}{2\sigma_3^2}}\,dy\,dz \tag{6.180}$$
$$= 1 - \int_0^{\infty} Q_1\left(\frac{y}{\sqrt{\psi_0}}, \frac{r}{\sqrt{\psi_0}}\right) p_{\rho}(y)\,dy$$

式中，$Q_1(\cdot,\cdot)$ 是式（6.67）定义的广义 Marcum Q-函数。

为了形象地说明针对水平通过率 $N_{\wp}(r)$ 和衰落平均时长 $T_{\wp_-}(r)$ 得到的结果，研究如图 6.36a ~ 图 6.36d 所示的各幅图。在图 6.36a 和图 6.36b 中，依据式（6.177）计算得到的归一化水平通过率 $N_{\wp}(r)/f_{\max}$，分别给出了参数 m_3 和 σ_3 各种值时的情况。图 6.36c 和图 6.36d，给出相应归一化衰落时长 $T_{\wp_-}(r) \cdot f_{\max}$ 的形状。

6.4.2　确定性修正的 Loo 模型

针对修正 Loo 过程推导一个合适仿真模型，按照 6.1.4 节一样进行推导。这意味着，在式（6.68）的形式中，将三个随机高斯随机过程 $\nu_i(t)(i = 1, 2, 3)$ 替换为确定性高斯过程 $\tilde{\nu}_i(t)$。当构造集合 $\{f_{1,n}\}$、$\{f_{2,n}\}$ 和 $\{f_{3,n}\}$ 时，必须注意它们是相互不

交的（相互排斥的），这得到这样的事实，即得到的确定性高斯过程 $\tilde{\nu}_1(t)$、$\tilde{\nu}_2(t)$ 和 $\tilde{\nu}_3(t)$ 是两两不相关的。代换 $\nu_i(t) \to \tilde{\nu}_i(t)$ 得到 $\mu_i(t) \to \tilde{\mu}_i(t)$，其中在简单的辅助计算之后，确定性的高斯过程 $\tilde{\mu}_i(t)(i=1, 2, 3)$ 可表示为

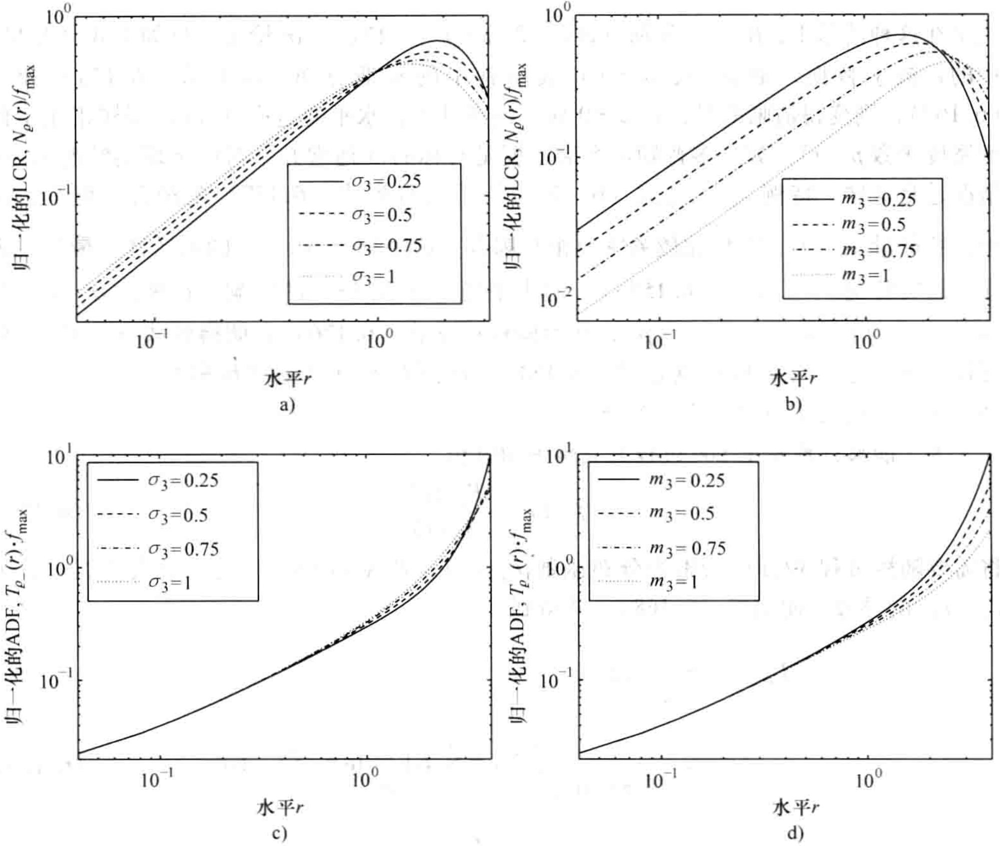


图6.36　$m_3(\sigma_3=1/2)$ 和 $\sigma_3(m_3=1/2)$ 各种值时修正Loo模型的归一化的水平通过率 $N_\wp(r)/f_{max}$ 以及相应的归一化衰落平均时长 $T_{\wp_}(r)\cdot f_{max}(\kappa_1=\kappa_2=1, \psi_0=1, f_\rho=0)$

$$\tilde{\mu}_1(t) = \sum_{n=1}^{N_1} c_{1,n}\cos(2\pi f_{1,n}t + \theta_{1,n}) + \sum_{n=1}^{N_2} c_{2,n}\cos(2\pi f_{2,n}t + \theta_{2,n}) \quad (6.181a)$$

$$\tilde{\mu}_2(t) = \sum_{n=1}^{N_1} c_{1,n}\sin(2\pi f_{1,n}t + \theta_{1,n}) - \sum_{n=1}^{N_2} c_{2,n}\sin(2\pi f_{2,n}t + \theta_{2,n}) \quad (6.181b)$$

$$\tilde{\mu}_3(t) = \sigma_3\sum_{n=1}^{N_3} c_{3,n}\cos(2\pi f_{3,n}t + \theta_{3,n}) + m_3 \quad (6.181c)$$

利用这些关系，随机参考模型（见图6.32）可直接变换为图6.37所示的确定性Loo模型。这个模型的输出过程 $\tilde{\wp}(t)$ 简记为确定性修正Loo过程。

对于式（6.155a）引入的特例1），所谓确定性的经典Loo过程的结果可由图6.37

得到。这里，分别由式（6.181a）和式（6.181b）给定的这两个确定性过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 中的每个过程，都由式（4.4）中引入的正弦曲线求和模型替换，这是模型的实现复杂度得以相当降低的结果。特例 2）［见式（6.155b）］也得到仿真模型结构的简化，原因是 $\sigma_2^2=0$ 等价于 $N_2=0$。在这个条件下，得到参考文献［195］中引入的仿真模型。最后，希望指出，在式（6.155c）描述的特例 3）中，由图 6.37 可得到具有交叉相关分量的确定性莱斯过程的结构，从图 6.9 上部已经知道了这一点。

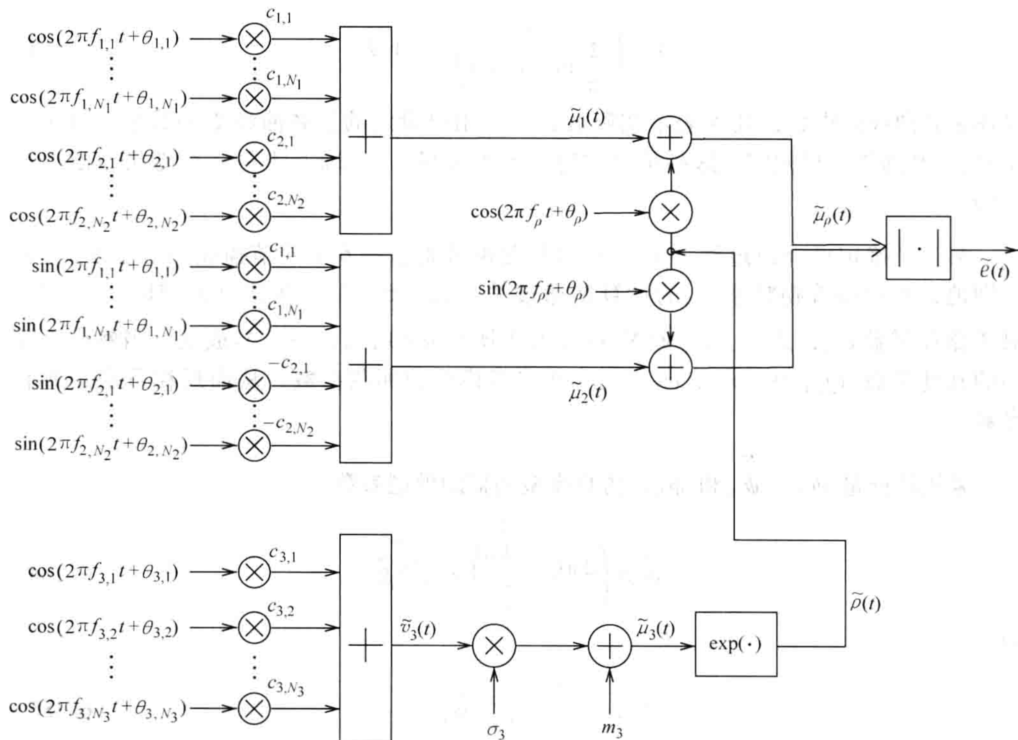


图 6.37　确定性修正 Loo 模型（仿真模型）

在 $N_i \geqslant 7$ 成立的条件下，如果在对应公式中实施替换 $\psi_0 \to \tilde{\psi}_0$、$\ddot{\psi}_0 \to \tilde{\ddot{\psi}}_0$ 和 $\dot{\phi}_0 \to \tilde{\dot{\phi}}_0$，则在 6.4.1 节针对参考模型推导的式（6.168）、式（6.177）和式（6.179）对确定性修正 Loo 过程 $\tilde{\wp}(t)$ 也近似成立。这里，仿真模型的特征量 $\tilde{\psi}_0$、$\tilde{\ddot{\psi}}_0$ 和 $\tilde{\dot{\phi}}_0$ 分别由 6.1.4 节推导的关系式（6.71a）、式（6.71b）和式（6.71c）给定。这是并不特别令人惊奇的，原因是这里和 6.1.4 节中一样，确定性高斯过程 $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 依据的是相同表达式。但是，仅在模型参数 $f_{i,n}$ 和 $c_{i,n}$（对于 $i=1，2$）的计算中存在差异。在当前情形中，由于 $\kappa_1 \in [0，1]$ 和 $\kappa_2 \in [0，1]$，必须考虑到 Jakes 功率谱密度一般而言是

左侧受限的和右侧受限的。如果考虑到这一点，则当采用准确多普勒扩展方法（MEDS）计算模型参数$f_{i,n}$和$c_{i,n}$时，如下表达式对确定性修正Loo模型成立：

$$f_{i,n}=f_{\max}\sin\left[\frac{\pi}{2N_i'}\left(n-\frac{1}{2}\right)\right],n=1,2,\cdots,N_i(i=1,2) \tag{6.182a}$$

$$c_{i,n}=\frac{\sigma_i}{\sqrt{N_i'}},\qquad n=1,2,\cdots,N_i(i=1,2) \tag{6.182b}$$

式中

$$N_i'=\left\lceil\frac{N_i}{\frac{2}{\pi}\arcsin(\kappa_i)}\right\rceil,i=1,2 \tag{6.183}$$

描述正弦曲线的虚数，且N_i表示实际数，即由用户设定的正弦曲线集的数量。对于相位$\theta_{i,n}$，和通常一样假定，这些量是均匀分布于区间（0，2π］上的一个随机数的产出（实现）。

第三个确定性高斯过程$\tilde{v}_3(t)$的设计是准确地依据6.1.4节描述的方法实施的。特别地，离散多普勒频率$f_{3,n}$的计算是通过关系式（6.75a）和式（6.75b）进行的，对于路径增益$c_{i,n}$，式$c_{3,n}=\sqrt{2/N_3}$同样对于所有$n=1$，2，…，N_3成立。当然仿真模型的其他参数（f_ρ，θ_ρ，m_3，σ_3）对应于参考模型的那些参数，从而现在可确定所有参数。

采用特征量$\tilde{\psi}_0$、$\ddot{\tilde{\psi}}_0$和$\dot{\tilde{\phi}}_0$，仿真模型的辅助模型参数

$$\tilde{\alpha}=\left(2\pi f_\rho-\frac{\dot{\tilde{\phi}}_0}{\tilde{\psi}_0}\right)\Big/\sqrt{2\tilde{\beta}} \tag{6.184}$$

和

$$\tilde{\beta}=-\ddot{\tilde{\psi}}-\dot{\tilde{\phi}}_0^2/\tilde{\psi}_0 \tag{6.185}$$

可类似于式（6.27）和式（6.28）进行显式计算。以N_i表示的$\tilde{\alpha}$和$\tilde{\beta}/f_{\max}^2$的收敛形状分别如图6.38a和图6.38b所示。依据在表6.5中给出的主要模型参数σ_1、σ_2、κ_1、κ_2和f_ρ的值画出各条曲线。

图6.39所示是确定性Loo过程$\tilde{\wp}(t)$的时间形状（连续线）的一个例子，其中值$N_1=N_2=N_3=13$是为正弦曲线选择的数$N_i(i=1，2，3)$，且最大多普勒频率$f_{\max}$同样是由$f_{\max}=91\text{Hz}$确定的。这幅图也形象地说明了确定性对数正态过程$\tilde{\rho}(t)$的形状（点线）。

参考模型的统计性质和仿真模型的那些统计性质之间的比较如图6.40a～图6.40c所示。除了参数$\kappa_c=f_{\max}/f_c$（这里将深入研究其影响）外，仿真模型的所有参数和参考模型的所有参数都完全和以前的例子相同。离散确定性Loo过程$\tilde{\wp}(kT_s)(k=1，2，\cdots，K)$的采样间隔$T_s$由$T_s=1/(36.63f_{\max})$给出。总共仿真了过程$\tilde{\wp}(kT_s)(k=1，2，\cdots，K)$的$K=3\times10^7$个采样值，用于确定仿真模型的概率密度函数$p_{\wp}(z)$（见图6.40a）、归

一化水平通过率 $\tilde{N}_{\rho}(r)/f_{\max}$（见图 6.40b）和归一化的衰落平均时长 $\tilde{T}_{\rho_}(r)\cdot f_{\max}$（见图 6.40c）。

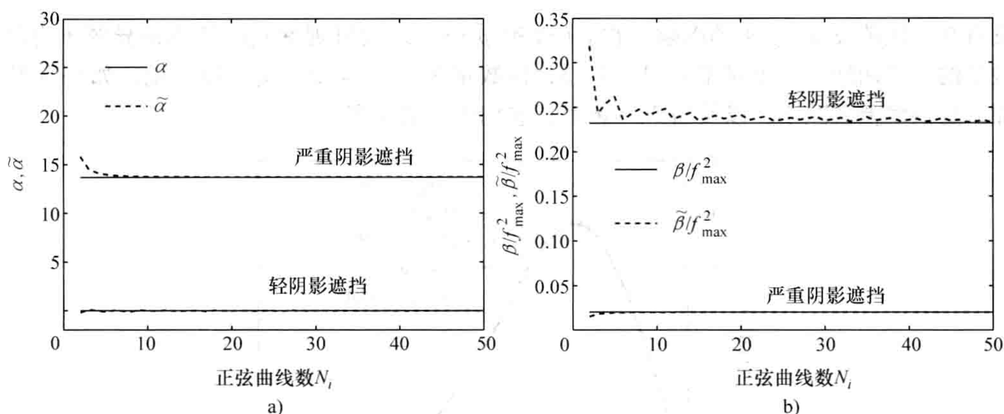


图 6.38　当使用满足 $N_1=N_2$ 但 $N'_1\neq N'_2$（依据表 6.5 选择 σ_i、κ_i 和 f_ρ）的 MEDS 时，α 和 $\tilde{\alpha}$ 以及 $\beta/f^2_{\max}$ 和 $\tilde{\beta}/f^2_{\max}$ 的图示

表 6.5　对于具有轻微遮挡和严重遮挡区域的修正 Loo 模型的优化后的主要模型参数

遮挡	σ_1	σ_2	κ_1	κ_2	σ_3	m_3	$f_\rho/f_{\max}$
严重的	0	0.3856	0	0.499	0.5349	−1.593	0.1857
轻微的	0.404	0.4785	0.6223	0.4007	0.2628	−0.0584	0.0795

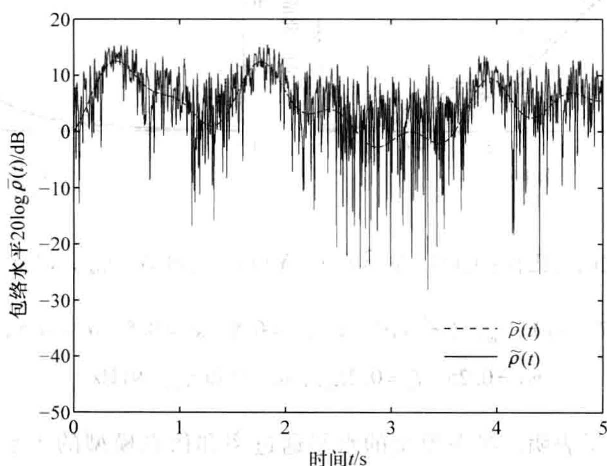


图 6.39　确定性过程 $\tilde{\wp}(t)$ 和 $\tilde{\rho}(t)$（$\sigma_1^2=\sigma_2^2=1$、$\kappa_1=0.8$、$\kappa_2=0.5$、$\sigma_3=0.5$、$m_3=0.25$、$f_\rho=0.2f_{\max}$、$\theta_\rho=0$、$\kappa_c=50$ 和 $f_{\max}=91\text{Hz}$）

图6.40a清晰地表明，概率密度函数 $\tilde{p}_{\wp}(z)$的形状不会受到量 κ_c的影响。这个结果是所预料的，因为依据式（6.168），$\tilde{p}_{\wp}(z)$独立于过程 $v_3(t)$的带宽，这完全地解释了没有频率比值 $\kappa_c=f_{max}/f_c$的影响。在 $p_{\wp}(z)$和 $\tilde{p}_{\wp}(z)$ 之间可观察到的微小差异源于有限数量的正弦曲线，这里对于 $i=1$，2，3，该数量等于 $N_i=13$。这并没有说，如果 N_i增加，这些偏差就减小，以及当 $N_i\to\infty$时，它们就收敛到零。

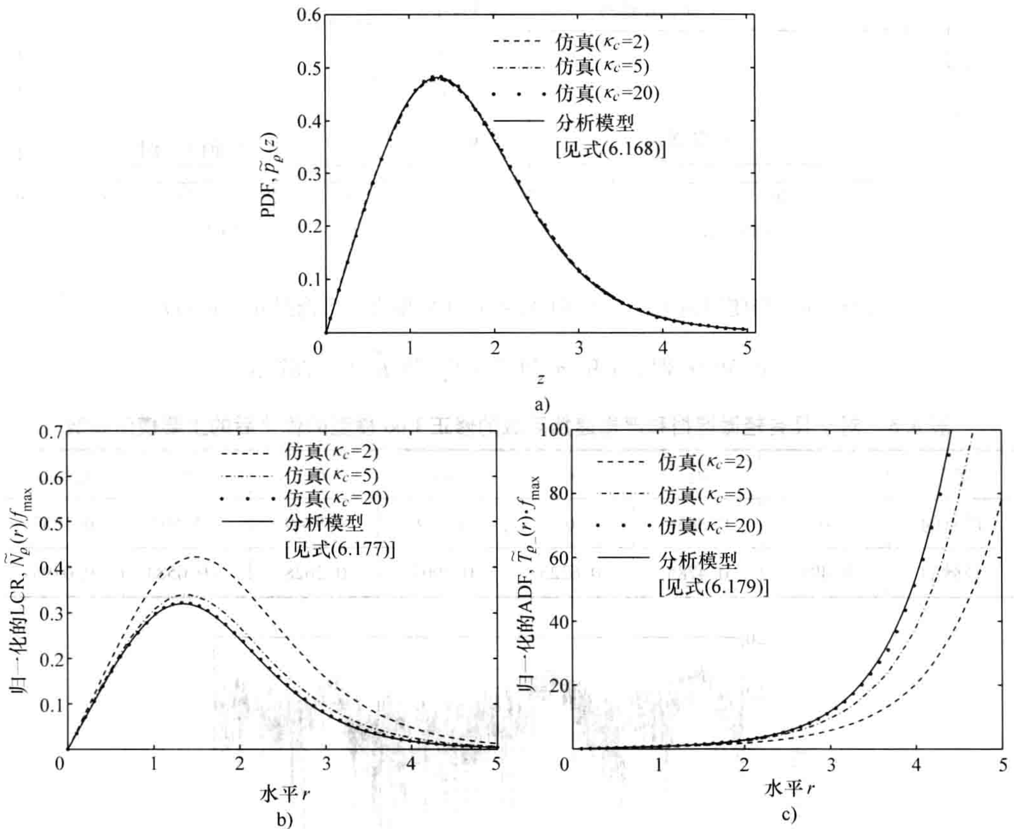


图6.40 两者之间的比较：$p_{\wp}(z)$ 和 $\tilde{p}_{\wp}(z)$、$N_{\wp}(r)/f_{max}$和 $\tilde{N}_{\wp}/f_{max}$，以及 $T_{\wp_}(r)\cdot f_{max}$和 $\tilde{T}_{\wp_}(r)\cdot f_{max}$（$\sigma_1^2=\sigma_2^2=1$、$\kappa_1=0.8$、$\kappa_2=0.5$、$\sigma_3=0.5$、$m_3=0.25$、$f_\rho=0.2f_{max}$、$\theta_\rho=0$和 $f_{max}=91\text{Hz}$）

图6.40b的结果表明，参考模型的水平通过率和仿真模型的水平通过率之间的偏差，仅对于 κ_c不真实的微小值（即 $\kappa_c\leqslant5$）时，才是相对较高的。相反，对于 $\kappa_c\geqslant20$，分析近似解（6.177）和相应仿真结果之间的差是可忽略不计的。

研究图6.40c，注意到，同样的论断对于衰落平均时长也是成立的。结果是，如果频率比 $\kappa_c=f_{max}/f_c$大于或等于20，即如果相比于散射分量的包络变化，视距分量的幅度

变化相对缓慢，则这个模型针对水平通过率和衰落平均时长推导得到的近似解是非常准确的。这也意味着对于所有实际相关的情形而言，没有必要担忧边界条件 $\kappa_c \geq 20$ 施加的限制，原因是在真实世界信道中 $\kappa_c >> 1$ 总是成立的。

6.4.3 应用和仿真结果

在本小节，希望将修正 Loo 模型的统计性质拟合到真实世界信道的统计性质。就像对类型Ⅰ和类型Ⅱ扩展的 Suzuki 过程以及广义莱斯过程一样，这里也使用参考文献 [196] 中给出的测量结果，作为累积分布补函数、水平通过率和衰落平均时长的基础。

下面将为频率比 $\kappa_c = f_{\max}/f_c$ 选择真实值 $\kappa_c = 20$，从而 Loo 模型的水平通过率 $N_\wp(r)$ 可非常好地由式（6.177）近似。不失一般性，也将视距分量的相位 θ_ρ 设置为任意值 $\theta_\rho = 0$。

修正 Loo 模型的其他自由模型参数是量 σ_1、σ_2、κ_1、κ_2、σ_3、m_3 和 f_ρ，这些是针对模型拟合过程而设置的。利用这些主要的模型参数，定义参数向量

$$\mathbf{\Omega} := (\sigma_1, \sigma_2, \kappa_1, \kappa_2, \sigma_3, m_3, f_\rho) \tag{6.186}$$

其分量是依据 6.1.5 节描述的方案进行优化的。为了最小化误差函数 $E_2(\mathbf{\Omega})$［见式(6.76)］，再次利用 Fletcher-Powell 算法[162]。针对轻微遮挡和严重遮挡区域，采用这种方式得到的参数向量 $\mathbf{\Omega}$ 的各优化后的分量在表 6.5 中给出。

对于修正 Loo 模型，莱斯因子 c_R 为

$$\begin{aligned} c_R &= \frac{E\{|m(t)|^2\}}{E\{|\mu(t)|^2\}} = \frac{E\{\wp^2(t)\}}{2E\{\mu_i^2(t)\}} \quad (i=1,2) \\ &= \frac{r_{\wp\wp}(0)}{2\psi_0} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{e^{2(m_3+\sigma_3^2)}}{\sum_{i=1}^{2} \sigma_i^2 \arcsin(\kappa_i)} \end{aligned} \tag{6.187}$$

由此，采用取自表 6.5 的参数，对于严重遮挡，莱斯因子 c_R 是 $c_R = 1.7\text{dB}$，对于轻微遮挡，$c_R = 8.96\text{dB}$。

在图 6.41a 中，修正 Loo 模型的累积分布补函数 $F_{\wp_+}(r) = 1 - F_\wp(r)$ 与具有轻微遮挡和严重遮挡区域的被测信道的累积分布补函数一起画出。图 6.41b 使如下方面变得清晰，即修正 Loo 模型的归一化水平通过率 $N_\wp(r)/f_{\max}$ 和这里使用的被测归一化水平通过率之间的差是可接受的。最后，图 6.41c 给出相应的归一化衰落平均时长。这里，再次观察到参考模型和被测信道之间的绝佳一致。

为了核验分析结果，在图 6.41a ~ 图 6.41c 也画出了相应的仿真结果。仿真模型依据的是如图 6.37 所示的结构，其中基本确定性的高斯过程 $\tilde{v}_1(t)$、$\tilde{v}_2(t)$ 和 $\tilde{v}_3(t)$ 是通过应用 6.4.2 节描述的方法使用 $N_1 = N_2 = N_3 = 15$ 个余弦函数设计得到的。

最后，分别在图 6.42a 和图 6.42b 中针对具有严重遮挡和轻微遮挡的区域画出了确定性的修正 Loo 过程 $\tilde{\wp}(t)$。

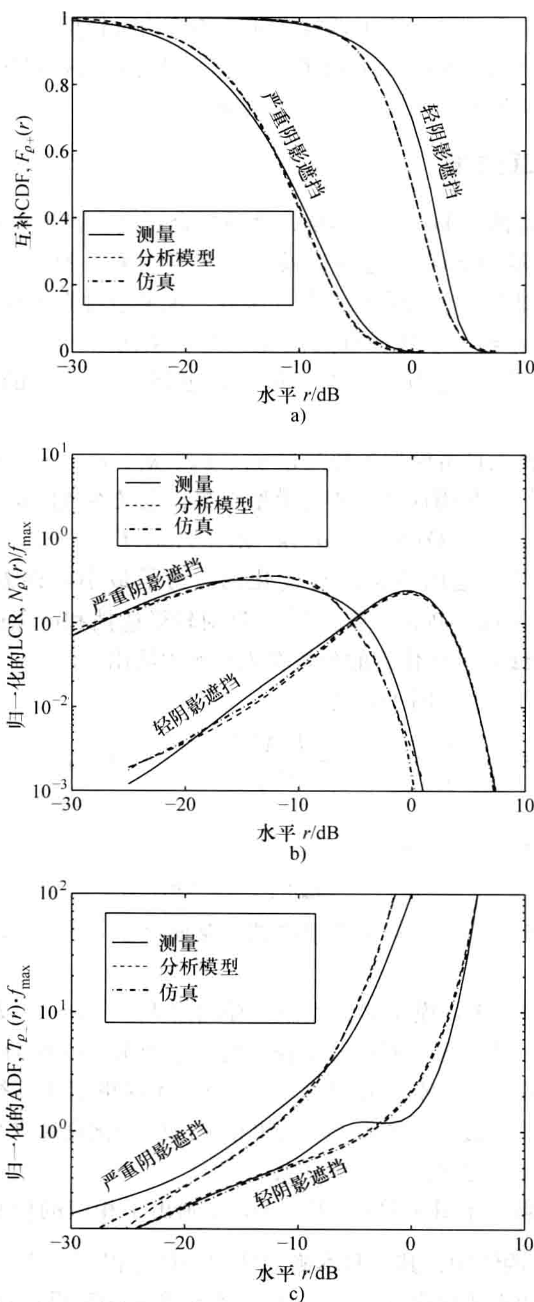


图6.41　累积分布补函数 $F_{\wp_+}(r)$、归一化的水平通过率 $N_\wp(r)/f_{max}$ 以及具有轻微遮挡和严重遮挡区域的归一化的衰落平均时长 $T_{\wp_-}(r/\rho)\cdot f_{max}$。测量结果取自参考文献［196］

6.5　非静态地面移动卫星信道的建模

由欧洲空间局（ESA）发起的一项测量活动（campaign），于1995年由德国宇航中心（DLR㊀）实施，目的是深入研究在典型环境中和不同海拔角度下地面移动卫星（LMS）信道的传播性质[203]。对大量测量数据的评估揭示了真实世界LMS信道的如下两个特性。第一，水平通过率一般而言并不正比于衰落包络的分布；第二，在多数情况下，水平通过率和概率密度函数有一个以上的最大值。

水平通过率和概率密度函数之间不存在比例关系，也许是如下事实的迹象，即散射分量的同相分量和正交分量是相关的，这等价于一个非对称多普勒功率谱密度。这个性质，明显的是，是真实世界LMS信道的典型情况，经常不被看作流行信道模型，如Loo模型[202]和Lutz等提出的模型[180]。类型Ⅰ和Ⅱ的扩展Suzuki过程的特定优势是它们的高灵活性和期望的特征，这种特征指水平通过率一般而言并不与衰落包络的概率密度成比例。但是，类型Ⅰ和Ⅱ的扩展Suzuki过程都是稳态的，原因是它们是由本质上为稳态的有色高斯噪声过程推导得到的。

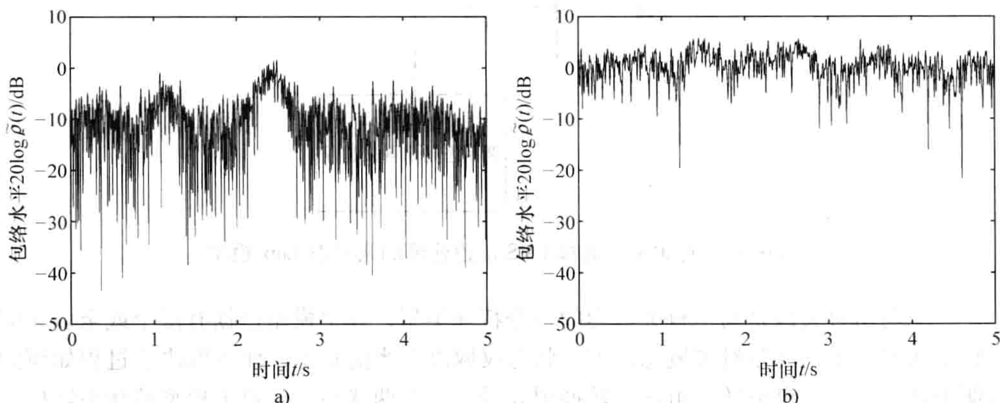


图6.42　对于具有严重遮挡和轻微遮挡的区域，确定性修正Loo过程的仿真$\tilde{\wp}(t)$（MEDS，$N_1=N_2=N_3=15$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\kappa_c=20$）

如果观察时间区间增加，则真实世界LMS信道总会变成非稳态的。结果是，通过使用稳态过程对真实世界信道建模，受限于如下那些情形，其中环境是极端同质的，或快照测量的时长不足够长来揭示非稳态信道的典型现象。下面各小节将引导我们走过非稳态LMS信道的建模和仿真过程。

6.5.1　Lutz的两状态信道模型

Lutz等[180]引入了一种非稳态模型。如图6.43所示的这个模型，对于非常大的区域

㊀ 德语是：Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt e. V.

是有效的，且特别是针对频率非选择 LMS 信道而开发的。要在存在视距分量的区域（良好的信道状态）和视距分量被遮挡的区域（不良的信道状态）之间做出区分。在良好信道状态和不良信道状态之间的切换是由一个两状态马尔科夫链控制的。在 Lutz 模型中，如果马尔科夫链处于良好信道状态，则衰落信号的包络由一个莱斯过程描述。否则，如果马尔科夫链处于不良的信道状态，那么衰落包络则由经典的 Suzuki 过程（瑞利—对数正态过程）建模。从中推导得到莱斯（瑞利）过程的基本复数高斯过程具有经典的 Jakes 多普勒谱。

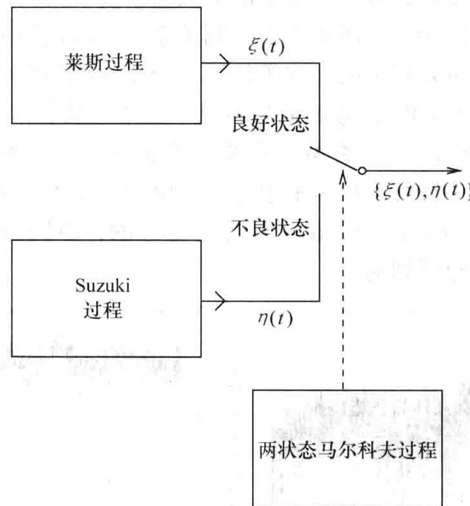


图 6.43　对频率非选择 LMS 信道建模的两状态 Lutz 模型

一个马尔科夫链是马尔科夫过程的一个特殊类型，其中模型占据有限个或至多无穷可数个状态。采用马尔科夫概念，下一状态仅取决于当前状态，而不取决于过程如何到达那个状态。马尔科夫链可由状态转换图表示。一个两状态马尔科夫模型的状态转换图如图 6.44 所示。

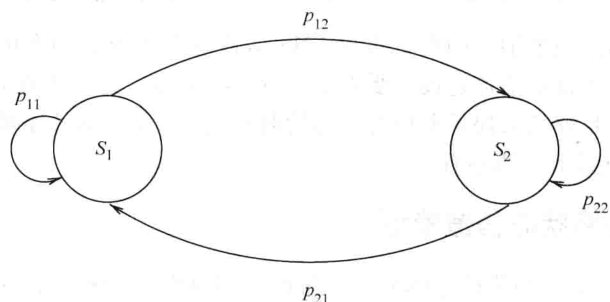


图 6.44　两状态马尔科夫模型的状态转换图

在 Lutz 模型中，假定不良信道状态和良好信道状态分别由 S_1 和 S_2 表示。在图 6.44 中给出的量 p_{ij}（$i, j=1, 2$）称为转换概率。对于 $i \neq j$，转换概率 p_{ij} 表示马尔科夫链从状态 S_i 转移到 S_j 的概率。类似地，对于 $i=j$，转换概率 p_{ii} 表示马尔科夫链留在状态 S_i 的概率。依据马尔科夫模型，离开一个状态的转换概率之和一定等于 1。由此

$$p_{11}=1-p_{12} \text{ 和 } p_{22}=1-p_{21} \tag{6.188a, b}$$

在数字传输系统中，每个状态转换具有等于符号时长的一个时长。在状态 S_i 停留大于 n 个数据符号的概率等于 p_{ii}^n（$i=1, 2$）。令 D_i 表示系统花费在状态 S_i（$i=1, 2$）的均值符号时长数。那么，均值符号时长数 D_i 可由下式与转换概率 p_{ij} 发生关系[180]

$$D_1=\frac{1}{p_{12}} \text{ 和 } D_2=\frac{1}{p_{21}} \tag{6.189a, b}$$

另外，令 A_1 为时间占有因子，它是信道处于状态 S_1（不良状态）的时间比，那么 A_1 可以用 D_1 和 D_2 表示[180]为

$$A_1=\frac{D_1}{D_1+D_2}=\frac{p_{21}}{p_{12}+p_{21}} \tag{6.190}$$

利用时间占有因子 A_1，Lutz 模型之包络的总概率密度函数 $p_{\text{Lutz}}(z)$ 可写为

$$p_{\text{Lutz}}(z)=A_1 p_\eta(z)+(1-A_1)p_\xi(z) \tag{6.191}$$

式中，$p_\eta(z)$ 表示 Suzuki 分布［见式（2.55）］，$p_\xi(z)$ 是莱斯分布［见式（2.44）］。

对于城市和高速环境，参数 A_1、D_1、D_2 以及表征莱斯过程和 Suzuki 过程的参数是使用参考文献［180］中的一种最小平方曲线拟合方法由不同卫星海拔角度在 1.54GHz（L-频带）处的测量数据确定的（见参考文献中的表Ⅱ）。在参考文献［204］中提出一种基于物理统计法的改进方法，用来由测量数据确定时间占有因子 A_1。

6.5.2　*M* 状态信道模型

Lutz 模型的概念可容易地做一般化处理，得到一个 M 状态马尔科夫过程，其中每个状态由一个特定的稳态随机过程表示。从这个意义上说，非稳态信道的衰落形状可由 M 稳态信道模型来近似[188,189]。试验测量表明，对多数信道而言，一个四状态马尔科夫模型是足够的[190]。

混合使用 M 个信道模型是一种方法，与此相反，使用与每个状态有关的不同参数设置的同一种稳态信道模型也是可能的[191]。所提出的针对非稳态 LMS 信道建模的具有 M 个状态的动态模型如图 6.45 所示。这种动态模型的有用性主要取决于内嵌随机过程的灵活性。一种高度灵活信道模型的一个正确选择是类型Ⅰ扩展的 Suzuki 过程（见 6.1 节）。

对于 M 个信道状态的每个状态，必须确定模型参数的一个特定集合——合并到参数向量 $\boldsymbol{\Omega}^{(m)}$（$m=1, 2, \cdots, M$），并正确地指派到信道模型。由此从一个状态到另一个状态的信道状态变化，得到内嵌稳态信道模型的一种新配置。如图 6.45 所示，参数向量的切换是由一个离散 M 状态马尔科夫过程控制的。

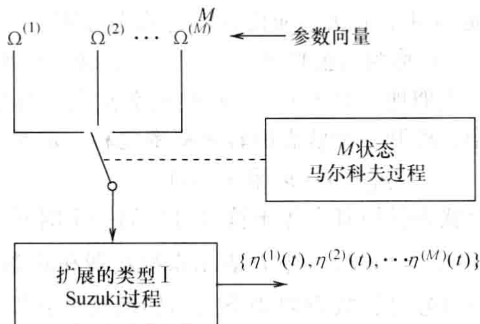


图 6.45　对非稳态 LMS 信道建模的具有 M 个状态的动态模型

采取这种方式，大量类型的真实世界（非稳态）LMS 信道可通过将一个稳态信道模型内嵌到一个 M 状态马尔科夫过程来近似，后者控制模型参数的动态交换（exchange）。动态 M 状态信道模型也可解释为 Lutz 的 LMS 信道模型的一般化处理。这允许产生由多达 M 个局部最大值的概率密度函数和水平通过率表征的衰落包络。

6.5.3　非稳态真实世界 LMS 信道的建模

本节讨论使用图 6.45 中给出的动态 M 状态模型，对非稳态 LMS 信道建模。表明这个信道模型的统计性质如何适应到不同环境中真实世界 LMS 信道的统计性质。类型Ⅰ扩展的 Suzuki 过程将被内嵌到一个 M 状态马尔科夫过程，从而使从一个状态到另一个状态的转移，对应于表征 Suzuki 过程统计性质的所有那些模型参数的一次交换（exchange）。这意味着在每个信道状态中，模型参数的一个特定集合必须被指派到类型Ⅰ扩展的 Suzuki 过程。在参考文献［191］中提出了这样一种动态 M 状态模型，作为一个通用模型，支持由一个以上最大值的概率密度函数和水平通过率表征的一大类非稳态 LMS 信道的建模。

对于 $M=2$ 的重要情形，将描述一个拟合过程，表明在不同环境中等价卫星信道的给定测量值情况下，所建议动态模型的主要统计性质（概率密度函数、水平通过率、衰落平均时长）近乎相同。而且，由动态 M 状态模型（这里被看作参考模型）开始，通过将所有着色高斯噪声过程替换为有限数量的正弦曲线，推导得到一个高效的仿真模型。为了产生状态间的柔和（gentle）转换目标，引入所谓的切换过程，作为在连续状态间插入仿真衰落包络的一项复杂技术。最后，通过几项理论结果和仿真结果说明，就衰落包络的概率密度函数、水平通过率和衰落平均时长而言，参考模型和对应的仿真模型的性能是绝佳的。

1. 回顾类型Ⅰ扩展的 Suzuki 过程

为了方便理解，将简短地回顾一下类型Ⅰ扩展的 Suzuki 过程，在 6.1 节详细地描述了该过程。以 $\eta(t)$ 表示的类型Ⅰ扩展的 Suzuki 过程，是具有基础交叉相关的同相分量和正交分量的莱斯过程 $\xi(t)$ 与对数正态过程 $\lambda(t)$ 的乘积过程，即

$$\eta(t)=\xi(t)\cdot\lambda(t) \tag{6.192}$$

由复数高斯噪声过程 $\mu(t)$ 和视距分量 $m(t)$，依据

$$\xi(t) = |\mu(t) + m(t)| \tag{6.193}$$

得到莱斯过程 $\xi(t)$。复数高斯噪声过程

$$\mu(t) = \mu_1(t) + j\mu_2(t) \tag{6.194}$$

的同相分量和正交分量可由两个零均值实数高斯噪声过程 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 如下推导得到

$$\mu_1(t) = v_1(t) + v_2(t) \tag{6.195}$$

$$\mu_2(t) = \check{v}_1(t) - \check{v}_2(t) \tag{6.196}$$

式中，$\check{v}_i(t)$ 表示 $v_i(t)$ $(i=1, 2)$ 的希尔伯特变换。复数高斯噪声过程 $\mu(t)$ 的多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 可表示为

$$S_{\mu\mu}(f) = 2[(1+\mathrm{sgn}(f))\cdot S_{v_1v_1}(f) + (1-\mathrm{sgn}(f))\cdot S_{v_2v_2}(f)] \tag{6.197}$$

式中

$$S_{v_1v_1}(f) = \frac{\sigma_0^2}{2\pi f_{\max}\sqrt{1-(f/f_{\max})^2}}, \quad |f| \leqslant f_{\max} \tag{6.198a}$$

和

$$S_{v_2v_2}(f) = \mathrm{rect}\left(\frac{f}{\kappa_0 f_{\max}}\right)\cdot S_{v_1v_1}(f), \quad 0 \leqslant \kappa_0 \leqslant 1 \tag{6.198b}$$

分别是 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$ 的多普勒功率谱密度。在上面的表达式中，$f_{\max}$ 表示最大多普勒频率，$\sigma_0^2/2$ 是 $v_1(t)$ 的方差。应该观察到，如果 $\kappa_0 < 1$，则多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 有一个非对称的形状。在这种情形中，同相分量和正交分量［见式（6.195）和式（6.196）］是相关的。另外，如果 $\kappa_0 = 1$，则 $S_{\mu\mu}(f)$ 的形状是对称的，结果是 $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 是不相关的。

式（6.193）中的视距分量 $m(t)$ 是一个时变函数，具有形式

$$m(t) = \rho e^{j(2\pi f_\rho t + \theta_\rho)} \tag{6.199}$$

式中，参数 ρ、f_ρ 和 θ_ρ 分别称作视距分量的幅度、多普勒频率和相位。式（6.192）中引入的对数正态过程 $\lambda(t)$ 是由具有高斯功率谱密度特征和单位方差的第三个零均值实数高斯噪声过程 $v_3(t)$ 依据下式推导得到的

$$\lambda(t) = e^{\sigma_3 v_3(t) + m_3} \tag{6.200}$$

式中，σ_3 和 m_3 是描述局部均值变化（variation）程度的参数。

接下来，将上面介绍的主要模型参数合并为一个参数向量

$$\boldsymbol{\Omega} := (\sigma_0, \kappa_0, \sigma_3, m_3, \rho, f_\rho, f_{\max}) \tag{6.201}$$

式（6.192）~式（6.201）将类型 I 扩展的 Suzuki 过程 $\eta(t)$ 描述为单一状态过程。如果这样一个过程内嵌在一个 M 状态马尔科夫模型（见图 6.45）中，那么将对所有 $m=1, 2, \cdots, M$，使用诸如 $\eta^{(m)}(t)$ 和 $\boldsymbol{\Omega}^{(m)}$ 的表示法。特别地，为了强调只要马尔科夫过程在状态 S_m 中，参数向量 $\boldsymbol{\Omega}^{(m)}$ 被指派到扩展的 Suzuki 过程 $\eta^{(m)}(t)$，写出 $\boldsymbol{\Omega}^{(m)} \longmapsto \eta^{(m)}(t)$。在时间 $t=t_0$ 处由状态 S_m 到 S_n 的一个变换得到 $\boldsymbol{\Omega}^{(m)} \to \boldsymbol{\Omega}^{(n)}$，且由此得到 $\eta^{(m)}(t) \to \eta^{(n)}(t)$。因此，要求在 $t=t_0$ 处所产生的输出过程满足稳定性条件

$\eta^{(m)}(t)=\eta^{(n)}(t)$。

2. 仿真模型

通过将实数值高斯噪声过程 $v_i(t)$ 替换为如下 N_i 个正弦曲线之和

$$\tilde{v}_i(t) = \sum_{n=1}^{N_i} c_{i,n}\cos(2\pi f_{i,n}t+\theta_{i,n}),\quad i=1,2,3 \tag{6.202}$$

可得到类型Ⅰ扩展的Suzuki过程 $\boldsymbol{\eta}(t)$ 的高效仿真模型，式（6.202）中 $c_{i,n}$、$f_{i,n}$ 和 $\theta_{i,n}$ 分别称作增益、离散多普勒频率和相位。这些参数可容易地进行计算，如通过使用准确的多普勒频散修正方法（MEDS）计算。依据这种方法，对于所有 $n=1,2,\cdots,N_i$，正弦曲线求和 $\tilde{v}_i(t)$ 的增益 $c_{i,n}$ 和离散多普勒频率 $f_{i,n}$ 为

$$c_{i,n}=\begin{cases}\dfrac{\sigma_0}{\sqrt{N_1}}, & i=1\\[2ex] \dfrac{\sigma_0}{\sqrt{N_2'}}, & i=2\end{cases} \tag{6.203a}$$

$$f_{i,n}=\begin{cases}f_{\max}\sin\left[\dfrac{\pi\left(n-\dfrac{1}{2}\right)}{2N_1}\right], & i=1\\[3ex] f_{\max}\sin\left[\dfrac{\pi\left(n-\dfrac{1}{2}\right)}{2N_2'}\right], & i=2\end{cases} \tag{6.203b}$$

式中，N_2' 表示正弦曲线的虚数，由 $N_2'=\left[\dfrac{N_2}{\dfrac{2}{\pi}\arcsin(\kappa_0)}\right]$ 定义。

对于所有 $n=1,2,\cdots,N_3-1$，第三个正弦曲线之和 $\tilde{v}_3(t)$ 的离散多普勒频率 $f_{3,n}$ 数值上可通过计算

$$\frac{2n-1}{2N_3}-\operatorname{erf}\left(\frac{f_{3,n}}{\sqrt{2}\sigma_c}\right)=0 \tag{6.204}$$

的零值得到，其中 erf（·）表示误差函数，且 $\sigma_c=f_{\max}/(20\sqrt{2\ln 2})$。相应的增益 $c_{3,n}$ 由 $c_{3,n}=\sqrt{2/N_3}$ 给定。

对于所有 $n=1,2,\cdots,N_i$（$i=1,2,3$），相位 $\theta_{i,n}$ 是均匀分布于（0，2π］之上的一个随机产生器的输出。仿真模型的其他参数，即 σ_3、m_3、ρ、f_ρ 和 θ_ρ 与本节第1部分“回顾类型Ⅰ扩展的Suzuki过程”引入的参考模型的那些参数相同。

通过与参考模型的类比，将仿真模型的主要参数组合成一个参数向量，该向量定义为

$$\tilde{\boldsymbol{\Omega}}:=(f_{1,1},\cdots,c_{1,1},\cdots,\theta_{1,1},\cdots,m_3,\sigma_3,\rho,f_\rho) \tag{6.205}$$

使用前一小节中引入的表示法，写出单状态仿真模型的 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}\longmapsto\tilde{\eta}(t)$，表示如下事

实，即对于所有时间 t，仿真模型的包络 $\tilde{\eta}(t)$ 完全由参数向量 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}$ 定义。在仿真模型内嵌于一个 M 状态马尔科夫模型的情形中，可写出 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(m)}$ 和 $\tilde{\eta}^{(m)}(t)(m=1, 2, \cdots, M)$，且因此 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(m)} \longmapsto \tilde{\eta}^{(m)}(t)$。重要的是指出，在其当前形式中，针对动态 M 状态参考模型得到的仿真模型违反了稳定性条件，因为由 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(m)} \neq \tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(m)}$ $(m \neq n)$，得到在$t=t_0$处，$\tilde{\eta}^{(m)} \neq \tilde{\eta}^{(n)}(t)$成立。幸运的是，如将在下面看到的，不稳定性问题可通过使用切换过程进行求解。

3. 切换过程

在上面考虑的动态 M 状态模型中，从状态 S_m到另一个状态 S_n的转换是在随机时刻 $t=t_0$瞬时得到的。但是，在实际中并不是这样，因为测量表明，从遮挡到非遮挡情形的转换及相反情形的转换都是平滑的[205]。为了避免由瞬时转换导致的不连续衰落包络，引入所谓的切换状态 S_0，从而使 S_m通过 S_0到 S_n，即 $S_m \to S_0 \to S_n$。对于 $M=2$ 的重要情形，图 6.46 给出得到的修正 M 状态信道模型的一个例子。

如果动态模型从状态 S_m移动到切换状态 S_0，在时间 Δ_0长度内它仍然在那个状态。一个合理的假定是，称作转换时间间隔的量 Δ_0是一个随机变量，它均匀地分布在区间 $[\Delta_{\min}, \Delta_{\max}]$ 上。请参考下一部分“拟合过程”，在那里详细地解释了量如何由测量数据确定 $\Delta_{\min}$和 $\Delta_{\max}$。

如果修正马尔科夫模型处在切换状态 S_0，那么仿真模型的包络 $\tilde{\eta}^{(0)}(t)$是由具有时变分量的参数向量 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(0)}$确定的，即 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(0)} = \tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(0)}(t)$。通过与式（6.205）类比，形式上可写出

$$\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(0)}(t) := (f_{1,1}^{(0)}(t), \cdots, c_{1,1}^{(0)}(t), \cdots, \theta_{1,1}^{(0)}(t), \cdots, m_3^{(0)}(t), \sigma_3^{(0)}(t), \rho^{(0)}(t), f_\rho^{(0)}(t)) \tag{6.206}$$

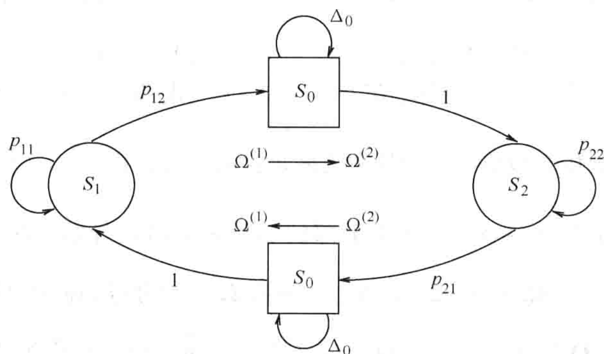


图 6.46　通过使用切换状态 S_0的修正（2+2）状态马尔科夫模型的状态转换图

$\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(0)}(t)$ 的时变分量是直接与参数向量 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(m)}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(n)}$ 的固定分量有关的。通过例子，考虑视距分量 $\rho^{(0)}(t)$ 的幅度，对于 $t\in[t_0,\ t_0+\Delta_0]$，利用下式它在状态 S_0 中在常量 $\rho^{(m)}$ 和 $\rho^{(n)}$ 之间插值

$$\rho^{(0)}(t)=\frac{\rho^{(m)}+\rho^{(n)}}{2}+\frac{\rho^{(m)}-\rho^{(n)}}{2}\cos\left(\pi\frac{t-t_0}{\Delta_0}\right) \tag{6.207}$$

由上面的表达式，得到 $\rho^{(0)}(t_0)=\rho^{(m)}$ 和 $\rho^{(0)}(t_0+\Delta_0)=\rho^{(n)}$。如果信道通过切换状态 S_0 从状态 S_1 移动到状态 S_2，图 6.47 给出视距分量 $\rho^{(m)}(t)$ 的幅度的形状。

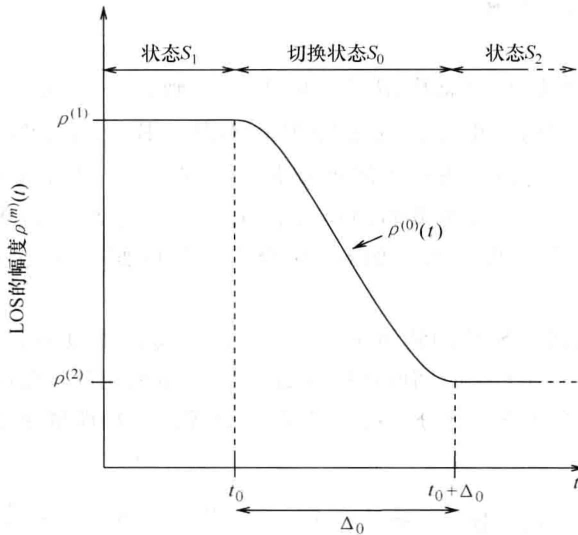


图 6.47 如果信道处在状态 S_m（$m=0,\ 1,\ 2$）时视距分量 $\rho^{(m)}(t)$ 的幅度的形状

以一种类似方式，处理式（6.206）中 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(0)}(t)$ 的所有其他分量。结果，在时刻 $t=t_0$ 和 $t=t_0+\Delta_0$，分别有 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(0)}(t_0)=\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(m)}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(0)}(t_0+\Delta_0)=\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(n)}$。由这些方程和映射 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(0)}(t)\longmapsto\tilde{\eta}^{(0)}(t)$，现在得到 $\tilde{\eta}^{(0)}(t_0)=\tilde{\eta}^{(m)}(t_0)$ 和 $\tilde{\eta}^{(0)}(t_0+\Delta_0)=\tilde{\eta}^{(m)}(t_0+\Delta_0)$，即修正 M 状态仿真模型的包络在 $t=t_0$ 和 $t=t_0+\Delta_0$ 处满足稳态条件。另外，由式（6.207），可证明被仿真包络的时间导数也满足稳态条件，即 $\dot{\tilde{\eta}}^{(0)}(t_0)=\dot{\tilde{\eta}}^{(m)}(t_0)$ 和 $\dot{\tilde{\eta}}^{(0)}(t_0+\Delta_0)=\dot{\tilde{\eta}}^{(n)}(t_0+\Delta_0)$，其中上部的点号表示时间导数。时变参数向量 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(0)}(t)$ 的作用是在时间间隔 $\Delta_0\in[\Delta_{\min},\ \Delta_{\max}]$ 内将 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(m)}$ 的分量切换到 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(n)}$ 的分量。出于那个原因，由映射 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(0)}(t)\longmapsto\tilde{\eta}^{(0)}(t)$ 定义的过程 $\tilde{\eta}^{(0)}(t)$ 被称作切换过程。通过使用一个切换过程求解非稳态问题的例子如图 6.48 所示。这幅图说明了，当修正（2+2）状态马尔科夫模型从良好信道状态 S_1 通过切换状态 S_0 移动到不良信道状态 S_2 时，被仿

真包络进行平滑变换。应该指出，在实际中，相比于处于状态 S_1 或 S_2 中的平均时长而言，时间间隔 Δ_0 的均值是相对短的，从而 $\tilde{\eta}^{(0)}(t)$ 对动态信道模型的整体统计性质的影响是可忽略的。

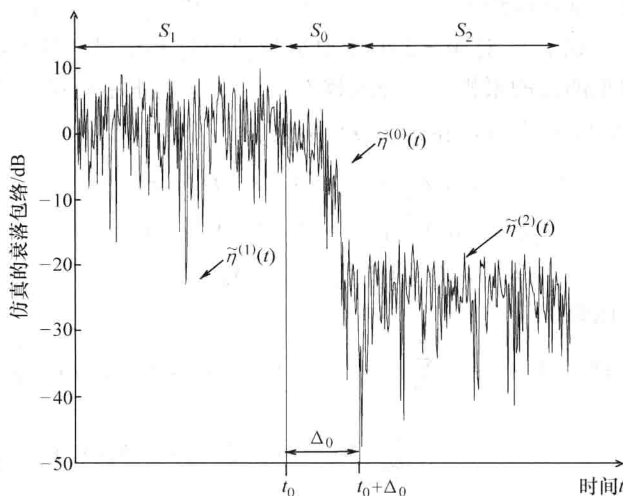


图 6.48　通过使用切换过程 $\tilde{\eta}^{(0)}(t)$ 求解非稳态问题

如在参考文献［205］提出的一种替代方法，对从一个状态到另一个状态的连续变换进行建模，该方法引入额外状态，其中已经证明，为了对平滑变换进行准确建模，至少需要三个状态。允许在不同信道状态之间产生平滑变换的其他技术采用立方（三次）样条插值技术[206]。

4. 拟合过程

在本节，给出一个拟合过程，这使我们可将动态 M 状态参考模型和仿真模型的有关统计性质（概率密度函数、水平通过率、衰落平均时长）非常密切地拟合到真实世界卫星信道的那些统计性质。所提出过程可组织为三个步骤。在步骤Ⅰ，确定状态数 M。在步骤Ⅱ中确定参数向量 $\mathbf{\Omega}^{(m)}$ 和 $\tilde{\mathbf{\Omega}}^{(m)}$。最后，在步骤Ⅲ计算动态 M 状态模型的转换概率。

（1）步骤Ⅰ：状态数的确定

由包络（以 $\eta^{\star}(t)$ 表示）的测量数据，计算水平通过率 $N_{\eta}^{\star}(r)$，它是在 1s 内包络 $\eta^{\star}(t)$ 穿过具有正（或负）斜率的一个给定信号水平 r 的期望通过次数。状态数 M 被选择等于 $N_{\eta}^{\star}(r)$ 的局部极大值的数量。对在不同区域各种海拔角度下收集的大量测量数据[203]的评估揭示出，所有被测水平通过率 $N_{\eta}^{\star}(r)$ 的绝大多数都给出两个局部极大值。仅在一些情形中，被测量 $N_{\eta}^{\star}(r)$ 给出一个最大值或三个局部极大值。因此，如果 $N_{\eta}^{\star}(r)$ 揭示出仅有一个最大值，那么设 $M=1$。这意味着具有固定参数的单一灵活信道模型是足够的，且采用 6.1.5 节的拟合过程进行讨论。否则，如果被测水平通过率 $N_{\eta}^{\star}(r)$ 具有两个局部极大值，那么具有 $M=2$ 个状态的动态信道模型就够了。

（2）步骤Ⅱ：参数向量的确定

当对于 $m \in \{1, 2, \cdots, M\}$，$M$ 状态模型处于状态 S_m 中时，参数向量 $\boldsymbol{\Omega}^{(m)}$ 的各分量就确定了该模型的累积分布补函数 $F_{\eta_+}^{(m)}(r)$ 的形状和水平通过率 $N_\eta^{(m)}(r)$。在6.1.3节已经针对单状态模型推导得到 $F_{\eta_-}^{(m)}(r) = 1 - F_{\eta_+}^{(m)}(r)$ 和 $N_\eta^{(m)}(r)$ 的准确公式［分别见式（6.66）和式（6.61）］。对 $M=2$ 的重要情形使用这些结果，并忽略切换过程的影响，可将2-状态模型的总的累积分布补函数 $F_{\eta_+}(r)$、总的水平通过率 $N_\eta(r)$ 和总的衰落平均时长 $T_{\eta_-}(r)$ 以 $F_{\eta_+}^{(m)}(r)$ 和 $N_\eta^{(m)}(r)$ 表示为

$$F_{\eta_+}(r) = A_1 F_{\eta_+}^{(1)}(r) + (1 - A_1) F_{\eta_+}^{(2)}(r) \tag{6.208a}$$

$$N_\eta(r) = A_1 N_\eta^{(1)}(r) + (1 - A_1) N_\eta^{(2)}(r) \tag{6.208b}$$

$$T_{\eta_-}(r) = [1 - F_{\eta_+}(r)] / N_\eta(r) \tag{6.208c}$$

必须通过最小化误差函数

$$E_2(\boldsymbol{\Omega}^{(1)}, \boldsymbol{\Omega}^{(2)}, A_1) := \left\{ \sum_{m=1}^{M_r} [W_1(r_m)(F_{\eta_+}^{\star}(r_m) - F_{\eta_+}(r_m))]^2 \right\}^{1/2} + \left\{ \sum_{m=1}^{M_r} [W_2(r_m)(N_\eta^{\star}(r_m) - N_\eta(r_m))]^2 \right\}^{1/2} \tag{6.209}$$

数值上计算参数向量 $\boldsymbol{\Omega}^{(1)}$ 和 $\boldsymbol{\Omega}^{(2)}$ 以及时间占有因子 A_1，其中 M_r 是信号水平数 r_m（在这里进行测量），$W_1(\cdot)$ 和 $W_2(\cdot)$ 是合适的加权函数，$F_{\eta_+}^{\star}(\cdot)$ 表示被测包络的累积分布补函数 $\boldsymbol{\eta}^{\star}(t)$，$N_\eta^{\star}(\cdot)$ 表示 $\boldsymbol{\eta}^{\star}(t)$ 的水平通过率。通过使用任何精巧的数值优化技术，如著名的Fletcher-Powell算法[162,207]，可进行式（6.209）中误差型 $E_2(\cdot)$ 的最小化。一旦确定参考模型的参数向量 $\boldsymbol{\Omega}^{(1)}$ 和 $\boldsymbol{\Omega}^{(2)}$，则必须为正弦曲线数 N_i（$i=1, 2, 3$）选择合适的值，之后可应用本节第2部分“仿真模型”和本节第3部分“切换过程”中描述的过程，直接计算仿真模型的相应量 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(1)}$、$\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(2)}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\Omega}}^{(0)}$。

（3）步骤Ⅲ：转换概率的确定

首先，确定变换时间间隔 Δ_0。因此考虑图6.49a，其中给出一个LMS信道的被测水平通过率 $N_\eta^{\star}(r)$ 的一个典型例子。可观察到 $N_\eta^{\star}(r)$ 有两个局部极值，所以选择 $M=2$。接下来，搜索 $N_\eta^{\star}$ 的拐点，它们位于图6.49a所示的信号水平 r_1 和 r_2 处。这些信号水平定义了图6.49b所示的两个阈值，在该图中给出一小段被测包络 $\boldsymbol{\eta}^{\star}(t)$。向下交叉的转换时间间隔 $\Delta_0^{(j)}$ 是在时间 $t_0 + \Delta_0^{(j)}$ 处通过信号水平 r_1 的 $\boldsymbol{\eta}^{\star}(t)$ 之第一次向下穿过和 t_0 处通过信号水平 r_2 的 $\boldsymbol{\eta}^{\star}(t)$ 之上次向下穿过之间的时长。类似地，可定义向上穿过的转换时间间隔，如图6.49b所示。被测数据的评估计算最后得到集合 $\{\Delta_0^{(1)}, \Delta_0^{(2)}, \cdots, \Delta_0^{(\mathcal{J})}\}$，其中 $\mathcal{J}$ 是由从状态 S_1 到 S_2 的转换数和相反情况所定义的观测事件数量。由这个集合，确定 $\Delta_{\min} = \min\{\Delta_0^{(j)}\}_{j=1}^{\mathcal{J}}$ 和 $\Delta_{\max} = \max\{\Delta_0^{(j)}\}_{j=1}^{\mathcal{J}}$。在得到的动态（2+2）-状态仿真模型中，假定转换时间间隔 Δ_0 是一个随机变量，出于简单性考虑，假定它均匀分布在区间［$\Delta_{\min}$，$\Delta_{\max}$］上。

利用所观察事件数 $\mathcal{J}$，并考虑到离开一个状态的转换概率之和一定等于1，现在转换概率 p_{11}、p_{12}、p_{21} 和 p_{22} 可计算如下[191]：

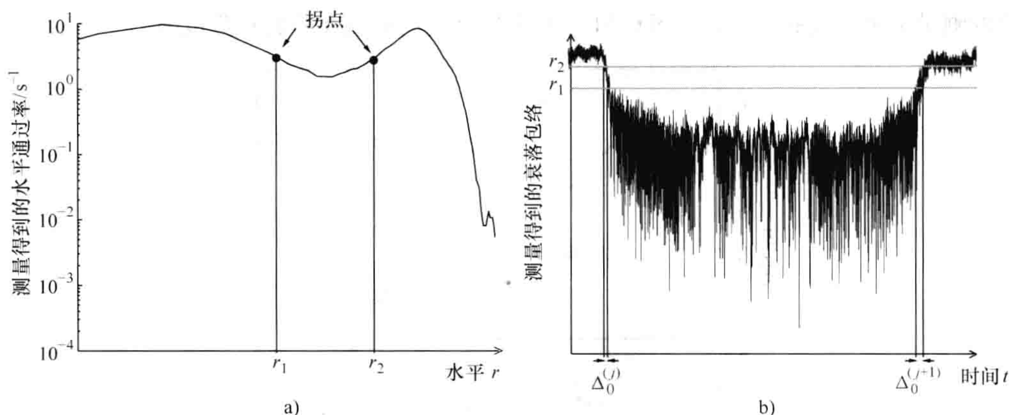


图 6.49 定义两个阈值 r_1 和 r_2 位置的拐点，以及针对 $j=1, 2, \cdots, \mathcal{J}$，确定变换时间间隔 $\Delta_0^{(j)}$

$$p_{11}=1-p_{12} \tag{6.210a}$$

$$p_{11}=\frac{\mathcal{J}}{2A_1K}\frac{T_s}{T_s^\star} \tag{6.210b}$$

$$p_{21}=p_{12}\frac{A_1}{1-A_1} \tag{6.210c}$$

$$p_{22}=1-p_{21} \tag{6.210d}$$

式中，T_s（$T_s^\star$）是仿真模型（被测信号）的采样间隔，K 表示被测样本 $\eta^*(kT_s^*)$（$k=1, 2, \cdots, K$）的数量，A_1是时分因子，表示信道处于信道状态 S_1的时间比例。

5. 应用到被测 LMS 信道

在本节，将上一部分“拟合过程”中描述的建议采用的拟合过程应用到一个等价的（飞机）LMS 模型的测量结果[203]。测量活动是由 DLR 在 1.82GHz 处实施的。这里考虑的衰落包络 $\eta^\star(t)$ 的测量数据是分别在海拔角度 15°和 25°的郊区和城区采集的。有关累积分布补函数 $F_{\eta_+}^\star(r)$、水平通过率 $N_\eta^\star(r)$和衰落平均时长 $T_{\eta_-}^\star(r)$ 的被测包络 $\eta^\star(t)$ 的评估结果分别如图 6.50a ~ 图 6.50c 所示。由图 6.50b，可观察到在两种场景（郊区和城区）中水平通过率 $N_\eta^\star(r)$ 有两个局部极值，因此，由拟合过程的步骤 Ⅰ 得到，状态数 M 等于 2。在步骤 Ⅱ，使用 $F_{\eta_+}^\star(r)$ 和 $N_\eta^\star(r)$ 作为式（6.209）中的目标函数。误差范数 E_2的最小化给出参数向量 $\mathbf{\Omega}^{(m)}$（$m=1, 2$）和时分因子 A_1。得到的参考模型参数在表 6.6 中列出，同时时分因子 A_1包括在表 6.7 中。最后，在步骤 Ⅲ，由被测包络 $\eta^\star(t)$，确定动态 2 状态模型的转换概率 $p_{ij}(i, j=1, 2)$，并计算转换时间间隔 $\Delta_{\min}$ 和 $\Delta_{\max}$。表 6.7 给出得到的各量。

得到的参考模型的累积分布补函数 $F_{\eta_+}(r)$、水平通过率 $N_\eta(r)$ 和衰落平均时长 $T_{\eta_-}(r)$分别如图 6.50a ~ 图 6.50c 所示。这些图也给出相应的仿真结果，是使用 $N_1=N_2=N_3=15$ 个正弦曲线的修正 MEDS（见本节第 2 部分“仿真模型”）设计仿真模型得到这些结果的。针对郊区和城区，仿真模型的采样频率 f_s 由 $f_s=40\cdot\max\{f_{\max}^{(m)}\}$ 定义，其中 $f_{\max}^{(m)}$ 在表 6.6 中给出。图 6.50a ~ 图 6.50c 清晰地表明，理论结果和仿真结果是与相

应的测量结果一致的。最后，图6.51给出郊区环境的被测和仿真衰落包络。

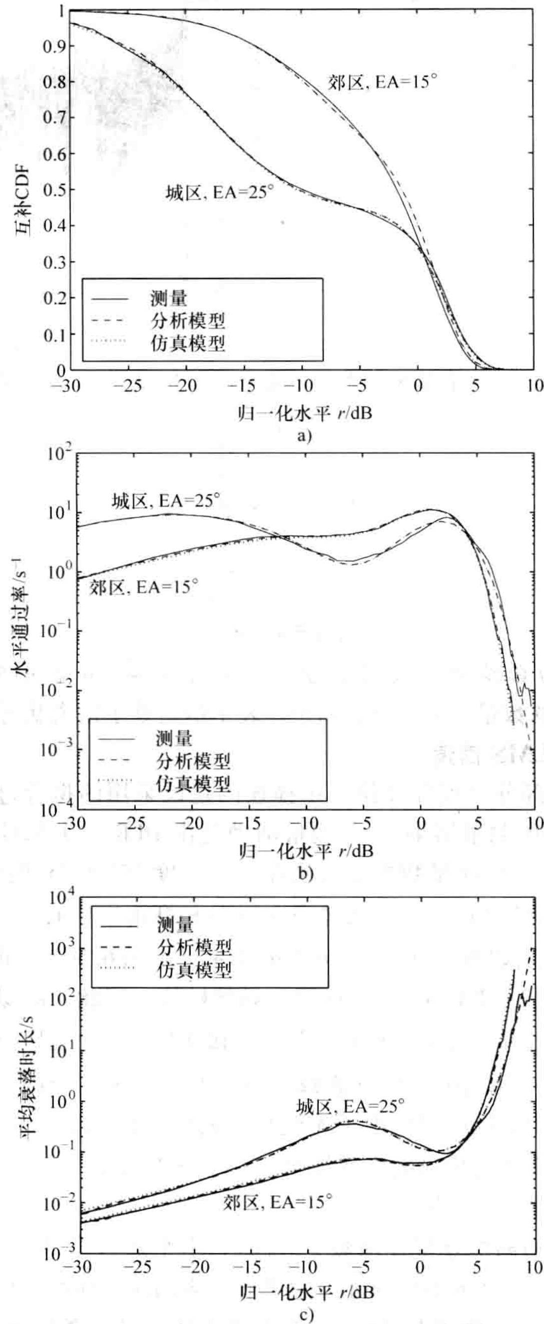


图6.50 通过将类型Ⅰ扩展的Suzuki过程内嵌到动态（2+2）状态模型，在郊区（EA=15°）和城区（EA=25°）得到的衰落包络的累积分布补函数、水平通过率和衰落平均时长［EA：海拔角度（elevation angle）］。测量结果取自参考文献［203］

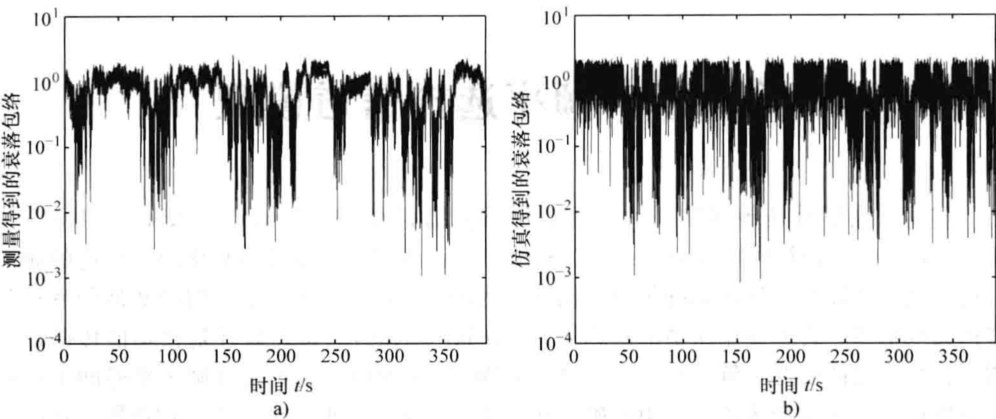


图6.51 在郊区（15°海拔角度）一个等价LMS信道的被测衰落包络，以及通过使用内嵌类型Ⅰ扩展Suzuki过程的动态（2+2）状态模型得到的相应仿真衰落包络

表6.6 对于郊区和城区的一个等价卫星信道，参考模型的参数向量 $\Omega^{(m)}$ （m=1，2）的各优化分量[191]

区域	m	$\sigma_0^{(m)}$	$\kappa_0^{(m)}$	$\sigma_3^{(m)}$	$m_3^{(m)}$	$\rho^{(m)}$	$f_\rho^{(m)}$/Hz	$f_{\max}^{(m)}$/Hz
郊区	1	1.1133	0.5976	0.37967	-1.3428	0.75684	7.3062	14.175
	2	0.2717	0.7305	0.00833	0.3826	0.73937	1.9173	30.1185
城区	1	0.1392	0.9997	0.52197	-0.3438	0.0631	6.3	20.1323
	2	0.43121	0.9934	0.09586	-0.2033	1.4767	3.9359	23.6614

表6.7 对于郊区和城区的一个等价卫星信道的动态（2+2）状态模型的各参数[191]

区域	$\Delta_{\min}$/s	$\Delta_{\max}$/s	A_1	p_{11}	p_{12}	p_{21}	p_{22}
郊区	0.016	1.066	0.40	0.99873	0.00127	0.000847	0.99915
城区	0.02	1.082	0.55	0.99931	0.00069	0.000843	0.99916

第 7 章　频率选择信道模型

移动无线信道是传播路径的组合，每条传播路径都有其自己的衰减、相位偏差（distortion）和时间色散（dispersion），这将其自己表现为频率选择衰落的。信道的频率可选择性对传输信号的影响随传输数据速率的增加而增加。为了表征时间离散的室外和室内无线信道，普遍使用所谓的延迟展开（delay spread）。延迟展开是在均值传播延迟周围传播延迟的展开。例如在时分多址（TDMA）系统中，这个量在确定符号间干扰程度方面扮演一个关键角色，并由此确定在接收器处是否要求一个自适应均衡器。在码分多址（CDMA）系统中，延迟展开也确定了可解析（resolvable）路径数和 RAKE 接收器的有效性。换句话说，对于无线系统设计人员而言，理解频率选择信道的形状是具有重要意义的，原因是信道的时间色散对无线通信系统的性能具有极大影响。

到此为止，一直只关注于频率非选择移动无线信道的建模，这种信道是由这样的事实表征的，即接收多径分量的延迟扩展相比于符号时长是较小的。这个条件越来越小，则证明了符号时长越短或数据速率变得越高的合理性。延迟扩展在符号时长量级或甚至更大的信道代表了另一个重要的信道类，即频率选择信道类，也常称作宽带信道。频率选择信道的随机建模和确定性建模是本章的专题。

Bello[18] 广义稳态不相关散射（WSSUS）模型被广泛接受为时变无线信道的一个合适随机模型。对多数无线信道有效的这个模型，在广义上假定信道是稳态的，且具有不同传播延迟的散射分量是统计上不相关的。对 WSSUS 信道的描述是本章的主要目标。

另一个目标是为频率选择移动无线信道设计高效仿真模型。将看到，通过使用分支延迟线（tapped-delay-line）结构[65]实现频率选择信道仿真器。分支延迟线结构可解释为具有时变分支增益的 L 阶的横波滤波器。这里的主要问题是确定仿真模型的参数，从而使对于给定的阶 L，信道仿真器的统计性质尽可能地接近一个指定的或被测信道的统计性质。本章将讨论这个问题的几种解决方法。另外，给出完美信道建模的概念。这个概念使信道仿真器的设计成为可能，信道仿真器完美地拟合被测宽带移动无线信道。因此它方便了在一台计算机上或一个可重配置硬件平台上基于测量的移动无线信道的仿真，使在特定环境中真实传播条件下移动通信系统的性能分析成为可能。

第 7 章的结构如下。为了说明具有不同传播延迟的多径衰落信道的路径几何特征，将首先在 7.1 节中给出最初由 Parsons 和 Bajwa[208] 引入的椭圆模型。在 7.2 节，关注于频率选择信道的系统理论描述。在这个语境中，将讨论最初由 Bello[18] 引入的四个系统函数。将指出，这些系统函数将如何得到线性时变系统之输入—输出形状的具体深入见解。7.3 节包含频率选择随机信道模型理论的描述，这也归功于 Bello[18]。这里，著名的 WSSUS 信道模型是最重要的。特别地，将介绍随机系统函数以及由这些函数推导得到的特征量，以此表征 WSSUS 信道模型的统计性质。这些模型特别适合于由欧洲工作组 COST 207[19] 规范的移动无线信道的建模。COST 207 信道模型的描述是 7.3.3 节的专

题。近些年来，HIPERLAN/2 信道模型［20］吸引了人们的关注，因此将在 7.3.4 节讨论。7.4 节专门讨论频率选择正弦曲线之和信道模型的设计。那里使用的数学工具可被看作第 4 章介绍的正弦曲线之和理论的扩展。这里说明了这些技术如何应用于频率选择信道的基于分支延迟线的确定性仿真模型的设计。7.5 节讨论了给定（指定的或被测的）功率延迟剖面建模的五种随机和确定性的参数计算方法。7.6 节介绍完美信道建模的概念。最后，第 7 章以扩展阅读部分结尾。

7.1 Parsons 和 Bajwa 的椭圆模型

在数据传输过程中，发射电磁波受到大量的各种障碍物的影响。取决于这些障碍物的几何尺寸和电磁性质，可区分出反射波、散射波、衍射波和吸收波。出于我们的目的，在反射、散射和衍射之间做出严格区分，并不像每个个体障碍物的位置和一致性的准确知识来得有用。这里，仅讨论散射就足够了，且出于简单性，介绍椭圆散射区，这使我们得到如图 7.1 所示的 Parsons 和 Bajwa 的椭圆模型[208]（也参见参考文献［209］和参考文献［65］）。所有椭圆是共焦的，即它们有共同的焦点（foci）Tx 和 Rx，这在我们的情形中，与发送器（Tx）和接收器（Rx）的位置重合。在几何中，一个椭圆是一个平面图中所有点的集合，使椭圆上任何点到两个焦点 Tx 和 Rx 的距离之和是一个正常数。参见图 7.1，这意味着传播路径 Tx-A-Rx 和 Tx-C-Rx 具有相同的路径长度。但是，相应的到达角度是不同的，且结果是，由发送器（接收器）运动导致的对应多普勒频率也是不同的。对于（多径）传播路径 Tx-A-Rx 和 Tx-B-Rx，正好相反的论断成立，其中路径长度是不同的，但到达角度是相等的，因此多普勒频率是相等的。

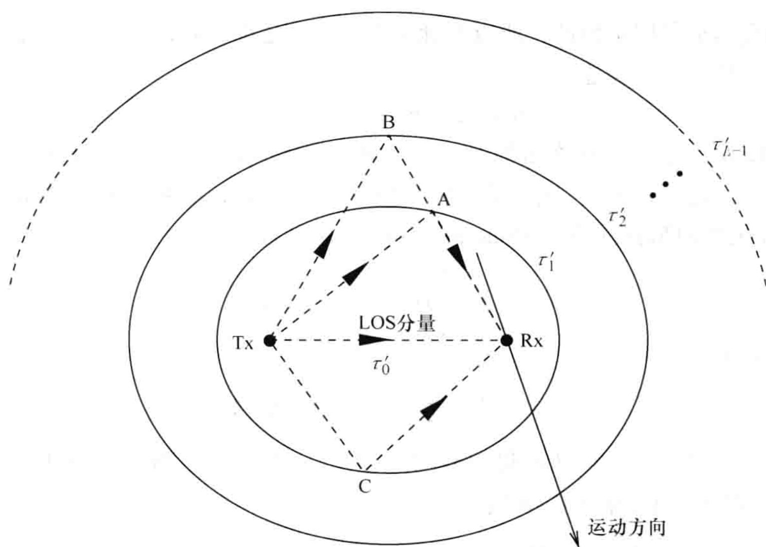


图 7.1　依据 Parsons 和 Bajwa[208] 描述路径几何特征的椭圆模型

每个波的路径长度确定了在接收天线处的传播延迟，且本质上也确定了波的平均功率。由第 ℓ 个椭圆表征的散射区中的每个波经历相同的离散传播延迟

$$\tau'_{\ell} = \tau'_{0} + \ell\Delta\tau', \ell = 0, 1, \cdots, \mathcal{L} - 1 \tag{7.1}$$

式中，τ'_0是视距（LOS）分量的传播延迟，$\Delta\tau'$是一个无穷小传播延迟，且$\mathcal{L}$表示具有不同传播延迟的路径数。明显的是，如果$\mathcal{L}$增加，且 $\Delta\tau'$变得较小，则椭圆模型在精度上增加。在极限$\mathcal{L}\to\infty$ 和 $\Delta\tau'\to 0$ 中，离散传播延迟 τ'_{ℓ}得到受限于区间［τ'_0，τ'_{max}］的连续传播延迟 τ'。这里，τ'_{max}表征最大传播延迟，它取决于环境。最大传播延迟 τ'_{max}是这样选择的，使传播延迟 τ'大于 τ'_{max}的波分量的能量贡献是可忽略地小的。

在下面的讨论中，将看到，某种程度上椭圆模型形成频率选择信道建模的物理基础。特别地，具有不同传播延迟的路径数$\mathcal{L}$正好对应于时变滤波器的分支延迟线结构所要求的延迟单元数，该滤波器用于频率选择信道的建模。为了得到低复杂度实现，$\mathcal{L}$应该保持尽可能地小。

7.2 频率选择信道的系统理论描述

使用 Bello[18]引入的系统函数，频率选择信道的输入和输出信号可以不同方式而相互相关。推导系统函数的起点是基于这样的假定的，即信道可建模为等价复数基带中的一个线性时变系统。在时变系统中，脉冲响应［以 $h_0(t_0, t)$ 表示］是信道由脉冲 $\delta(t-t_0)$激励时的时间 t_0和在信道输出处观察到脉冲效应时的时间 t 的函数。因此脉冲 $\delta(t-t_0)$ 和对应的脉冲响应 $h_0(t_0, t)$ 之间的关系可表示为

$$\delta(t-t_0) \to h_0(t_0, t) \tag{7.2}$$

因为每个物理信道是因果性的，所以在脉冲激励信道之前，脉冲不能产生效应。这是所谓的因果律，数学上可表述为

$$h_0(t_0, t) = 0 \qquad t < t_0 \tag{7.3}$$

使用脉冲响应 $h_0(t_0, t)$，现在希望对于任意输入信号 $x(t)$，计算信道的输出信号 $y(t)$。出于这个目的，首先将 $x(t)$ 表示为无穷个加权狄拉克 delta 函数的密集叠加。通常应用狄拉克 delta 函数的筛查性质（sifting property），这可写出

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t_0)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t_0 \tag{7.4}$$

另外，也可使用表达式

$$x(t) = \lim_{\Delta t_0 \to 0} \sum_{t_0} x(t_0)\delta(t-t_0)\Delta t_0 \tag{7.5}$$

因为假定信道是线性的，所以可利用叠加原理[210]。结果是，通过使用式（7.2）中的关系，对式（7.5）中和的响应可写为

$$\sum_{t_0} x(t_0)\delta(t-t_0)\Delta t_0 \to \sum_{t_0} x(t_0)h_0(t_0, t)\Delta t_0 \tag{7.6}$$

因此，对于期望的关系

$$x(t) \to y(t) \tag{7.7}$$

由式（7.6），在极限 $\Delta t_0 \to 0$ 时，得到如下结果

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t_0)\delta(t-t_0)\,\mathrm{d}t_0 \to \int_{-\infty}^{\infty} x(t_0)h_0(t_0,t)\,\mathrm{d}t_0 \tag{7.8}$$

现在如果利用因果性质［式（7.3）］，那么输出信号为

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(t_0)h_0(t_0,t)\,\mathrm{d}t_0 \tag{7.9}$$

接下来，以传播延迟

$$\tau' = t - t_0 \tag{7.10}$$

替换变量 t_0，式（7.10）定义了信道由脉冲激励的时刻开始到在信道输出处观察到响应的时刻间消逝的时间。在式（7.9）中以 $t-\tau'$ 替换 t_0，得到

$$y(t) = \int_{0}^{\infty} x(t-\tau')h(\tau',t)\,\mathrm{d}\tau' \tag{7.11}$$

为了简化表示，时变脉冲响应 $h_0(t-\tau',\ t)$ 被替换为 $h(\tau',\ t):=h_0(t-\tau',\ t)$。物理上来说，时变脉冲响应 $h(\tau',\ t)$ 可解释为在时刻 t 处信道对一个狄拉克 delta 脉冲的响应，这仿真了在时间 $t-\tau'$ 时的信道。考虑到式（7.10），因果性质［式（7.3）］可表示为

$$h(\tau',t)=0 \qquad \tau'<0 \tag{7.12}$$

这意味着，对于负的传播延迟，脉冲响应等于零。

由式（7.11），现在直接得到具有时变脉冲响应 $h(\tau',\ t)$ 的频率选择信道的分支延迟线模型，如图 7.2 所示。注意分支延迟线模型可解释为具有时变系数的一个横波滤波器。

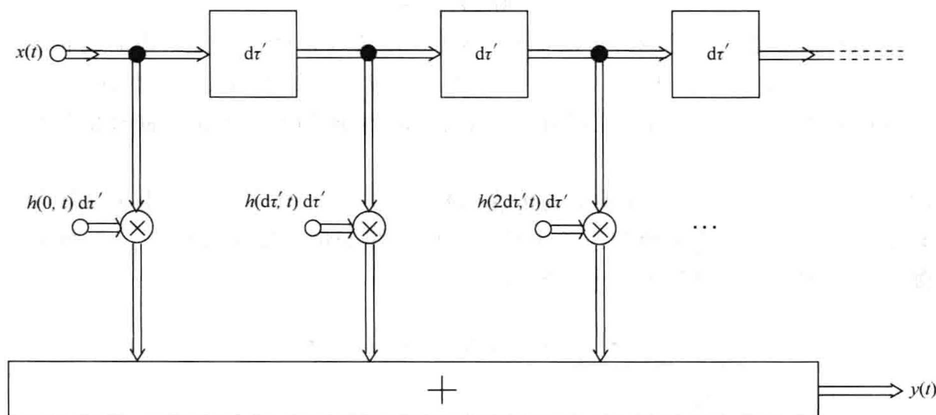


图 7.2　在等价复数基带中频率选择和时变信道的分支延迟线表示

通过使用具有时变系数的分支延迟线结构，对移动无线信道建模的做法，给出了由散射分量（具有不同传播延迟）导致信道变形（distortion）的深入了解。例如，认识到，接收到的信号是由发送信号的无穷个延迟的和加权的副本信号（replicas）组成的。

在数字数据传输中，这导致相邻接收到的符号间的干扰。这种效应，称作符号间干扰（ISI），在接收器处要尽可能地加以消除［如通过使用一个均衡器（equalizer）］。另外，信道模型和几何椭圆模型（在前一节描述）的分支延迟线结构之间的密切关系就变得明显了。

信道的时变传递函数 $H(f', t)$ 可以传播延迟变量 τ'表示的时变脉冲响应 $h(\tau', t)$ 的傅里叶变换加以定义，即

$$H(f',t) := \int_{0}^{\infty} h(\tau',t)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f'\tau'}\mathrm{d}\tau' \tag{7.13}$$

这个关系可符号化地表示为 $h(\tau', t) \overset{\tau' \quad f'}{\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet} H(f', t)$。注意如果 $h(\tau', t)$ 是一个实值函数，$H(f', t)$ 才满足条件 $H^*(f', t) = H(-f', t)$。由式（7.11）开始并使用 $H(f', t)$，现在可建立输入—输出关系为

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f')H(f',t)\,e^{\mathrm{j}2\pi f't}\mathrm{d}f' \tag{7.14}$$

式中，$X(f')$ 是输入信号 $x(t)$ 在 $f=f'$处的傅里叶变换。

对于 $x(t)$ 是形式为

$$x(t) = A\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f't} \tag{7.15}$$

的一个复数正弦曲线函数的特殊情形，其中 A 表示一个复数值常数，由式（7.11）得到

$$y(t) = A\int_{0}^{\infty} h(\tau',t)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f'(t-\tau')}\mathrm{d}\tau' \tag{7.16}$$

使用式（7.13），也可写出

$$y(t) = AH(f',t)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f't} \tag{7.17}$$

因此，在这种情形中信道的响应可由 $x(t)$ 表示，由式（7.15）给定，由时变传递函数 $H(f', t)$ 加权，即 $y(t) = H(f', t)\ x(t)$。式（7.17）中的关系使如下情况清晰的是，时变传递函数 $H(f', t)$ 可直接通过有关频率范围持续地扫过一个正弦曲线信号进行测量得到。

时变脉冲响应 $h(\tau', t)$ 和相应的传递函数 $H(f', t)$ 都不能给出由多普勒效应所导致现象的深入理解。为了消除这项劣势，对以时间变量 t 表示的 $h(\tau', t)$ 实施傅里叶变换。以这种方式，得到另一个系统函数

$$s(\tau',f) := \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau',t)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi ft}\mathrm{d}t \tag{7.18}$$

该式称作多普勒变化的脉冲响应。

除式（7.18）外，也可写出 $h(\tau', t) \overset{\tau \quad f}{\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet} s(\tau', f)$。以 $s(\tau', f)$ 的傅里叶反变换表示时变脉冲响应 $h(\tau', t)$，将式（7.11）表示为形式

$$y(t) = \int_{0}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau')s(\tau',f)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ft}\mathrm{d}f\mathrm{d}\tau' \tag{7.19}$$

这个关系表明，输出信号 $y(t)$ 可被输入信号 $x(t)$ 的延迟的、加权的和多普勒频移的

副本信号的一个无穷和。在区间范围 $[\tau', \tau'+\mathrm{d}\tau']$ 中传输过程中被延迟并在 $[f, f+\mathrm{d}f)$ 内受一个多普勒频移影响的信号被微分部分 $s(\tau', f)\ \mathrm{d}f\mathrm{d}\tau'$ 加权。因此多普勒变化的脉冲响应 $s(\tau', f)$ 可将信道的分散性表示为传播延迟 τ' 和多普勒频率 f 的一个函数。结果是，$s(\tau', f)$ 的物理解释直接得到如图 7.1 所示的椭圆模型。

另一个系统函数，所谓的多普勒变化传递函数 $T(f', f)$，是由时变脉冲响应 $h(\tau', t)$ 的二维傅里叶变换依据下式定义的

$$T(f', f) := \int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} h(\tau', t)\, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(ft+f'\tau')}\, \mathrm{d}\tau'\mathrm{d}t \tag{7.20}$$

由式（7.13）和式（7.18），针对式（7.20），也可写出 $T(f', f) \overset{f\ \ t}{\circ\!\!-\!\!-\!\!\bullet} H(f', t)$ 或 $T(f', f) \overset{f'\ \ \tau'}{\circ\!\!-\!\!-\!\!\bullet} s(\tau', f)$。

以时间变量 t 表示的式（7.11）的傅里叶变换的计算，得到如下形式的输出信号 $y(t)$ 的谱 $Y(f)$ 表示

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f-f')\, T(f-f', f')\, \mathrm{d}f' \tag{7.21}$$

最后，交换频率变量 f 和 f'，并得到

$$Y(f') = \int_{-\infty}^{\infty} X(f'-f)\, T(f'-f, f)\, \mathrm{d}f \tag{7.22}$$

该式说明，通过利用多普勒变化的传递函数 $T(f', f)$，如何建立输出信号谱和输入信号谱之间的关系。就式（7.22）而言，明显的是，输出信号谱可解释为输入信号谱的无穷数量的多普勒频移的和经过滤波的副本信号的叠加。

在本节末，要记住，四个系统函数 $h(\tau', t)$、$H(f', t)$、$s(\tau', f)$ 和 $T(f', f)$ 可以傅里叶变换成对地发生关系。上面建立的傅里叶变换关系如图 7.3 所示。

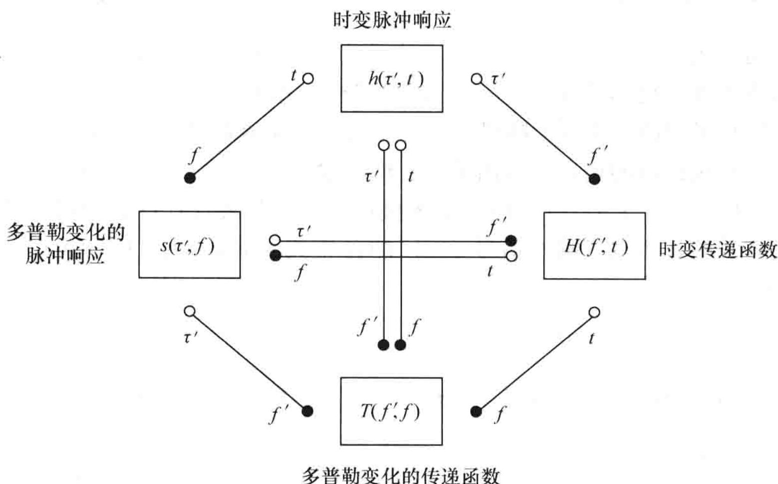


图 7.3　依据 Bello[18]，系统函数之间的傅里叶变换关系

7.3　频率选择随机信道模型

7.3.1　相关函数

下面将信道看作一个随机系统。在这种情形中，四个函数 $h(\tau', t)$、$H(f', t)$、$s(\tau', f)$ 和 $T(f', t)$ 是随机系统函数。一般而言，这些随机系统函数可由如下自相关函数描述：

$$r_{hh}(\tau'_1,\tau'_2;t_1,t_2):=E\{h^*(\tau'_1,t_1)h(\tau'_2,t_2)\} \tag{7.23a}$$

$$r_{HH}(f'_1,f'_2;t_1,t_2):=E\{H^*(f'_1,t_1)H(f'_2,t_2)\} \tag{7.23b}$$

$$r_{ss}(\tau'_1,\tau'_2;f_1,f_2):=E\{s^*(\tau'_1,f_1)s(\tau'_2,f_2)\} \tag{7.23c}$$

$$r_{TT}(f'_1,f'_2;f_1,f_2):=E\{T^*(f'_1,f_1)T(f'_2,f_2)\} \tag{7.23d}$$

因为系统函数是以傅里叶变换发生关系的，所以毫不令人惊奇的是，对于自相关函数也可推到出类似关系。例如，式（7.23a）和式（7.23b）通过下式发生关系

$$\begin{aligned} r_{HH}(f'_1,f'_2;t_1,t_2) :&= E\{H^*(f'_1,t_1)H(f'_2,t_2)\} \\ &= E\left\{\int_{-\infty}^{\infty} h^*(\tau'_1,t_1)e^{j2\pi f'_1\tau'_1}d\tau'_1\int_{-\infty}^{\infty} h^*(\tau'_2,t_2)e^{j2\pi f'_2\tau'_2}d\tau'_2\right\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} E\{h^*(\tau'_1,t_1)h(\tau'_2,t_2)\}e^{j2\pi(f'_1\tau'_1-f'_2\tau'_2)}d\tau'_1d\tau'_2 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} r_{hh}(\tau'_1,\tau'_2;t_1,t_2)e^{j2\pi(f'_1\tau'_1-f'_2\tau'_2)}d\tau'_1d\tau'_2 \end{aligned} \tag{7.24}$$

最后，在最后一个方程的两侧将变量 f'_1 替换为 $-f'_1$，则 $r_{HH}(-f'_1,f'_2;\ t_1,\ t_2)$ 是以两个传播延迟变量 τ'_1 和 τ'_2 表示的 $r_{hh}(\tau'_1,\ \tau'_2;\ t_1,\ t_2)$ 的二维傅里叶变换，就变得清晰了。这可符号化地由表示法 $r_{hh}(\tau'_1,\ \tau'_2;\ t_1,\ t_2)\ \overset{\tau'_1,\tau'_2,f'_1,f'_2}{\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet}\ r_{HH}(-f'_1,f'_2;\ t_1,\ t_2)$ 表示。可以一种类似方式推导得到式（7.23a）~式（7.23d）所有其他各对之间的傅里叶变换关系。结果，发现了如图7.4所示随机系统函数的自相关函数之间的关系。

为了描述随机信道的输入—输出关系，假定输入信号 $x(t)$ 是具有已知自相关函数 $r_{xx}(t_1,\ t_2):=E\ \{x^*(t_1)\ x(t_2)\}$ 的一个随机过程。因为式（7.11）对确定性系统和随机系统都是有效的，所以将输出信号 $y(t)$ 的自相关函数 $r_{yy}(t_1,\ t_2)$ 以 $r_{xx}(t_1,\ t_2)$ 和 $r_{hh}(\tau'_1,\ \tau'_2;\ t_1,\ t_2)$ 表示为：

$$\begin{aligned} r_{yy}(t_1,t_2) :&= E\{y^*(t_1)y(t_2)\} \\ &= E\left\{\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} x^*(t_1-\tau'_1)x(t_2-\tau'_2)h^*(\tau'_1,t_1)h(\tau'_2,t_2)d\tau'_1d\tau'_2\right\} \\ &= \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} E\{x^*(t_1-\tau'_1)x(t_2-\tau'_2)\}E\{h^*(\tau'_1,t_1)h(\tau'_2,t_2)\}d\tau'_1d\tau'_2 \end{aligned} \tag{7.25}$$

$$= \int_0^\infty \int_0^\infty r_{xx}(t_1 - \tau'_1; t_2 - \tau'_2) r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2) \mathrm{d}'\tau_1 \mathrm{d}\tau'_2$$

在上面的推导中，隐含地假定信道的时变脉冲响应 $h(\tau', t)$ 和输入信号 $x(t)$ 是统计上独立的。

通过假定在广义上对 t 而言，时变脉冲响应 $h(\tau', t)$ 是稳态的，以及具有不同传播延迟的散射分量是统计上独立的，就可做出重大简化。依据这些假定，Bello 在其基础性的工作[18]中引入了有关随机时变线性系统的所谓 WSSUS 模型。WSSUS 模型的描述是下一小节的专题。

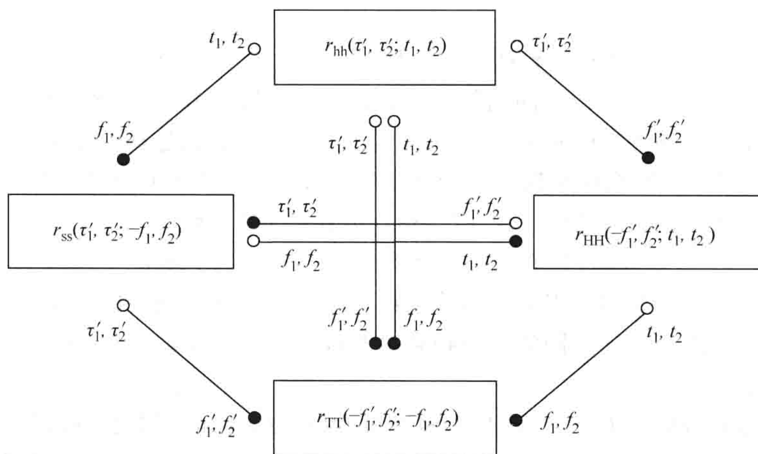


图 7.4　随机系统函数的自相关函数之间的傅里叶变换关系

7.3.2　Bello 的 WSSUS 模型

WSSUS 模型使移动无线信道的输入—输出关系的统计描述成为可能，该信道用于在广义上确保信道稳态性的观察时段内等价复数基带中带通信号的传输。依据经验型研究工作[208]，只要移动单元覆盖的距离在载波信号数十个波长量级上，该信道可被看作广义上稳态的。

1. WSS 模型

具有广义稳态脉冲响应的一个信道模型称作 WSS 信道模型（WSS：广义稳态）。除了使用术语"WSS 信道模型"外，也使用短术语"WSS 模型"，因为明显的是，这个模型仅用于对信道建模。广义稳态的假定得到这样的事实，式（7.23a）和式（7.23b）中的两个自相关函数就时间中的变换而言是不变的，即自相关函数 $r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2)$ 和 $r_{HH}(f'_1, f'_2; t_1, t_2)$ 仅取决于时间差 $\tau := t_2 - t_1$。利用 $t_1 = t$ 和 $t_2 = t + \tau$，因此在 WSS 模型的情形中可写出

$$r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2) = r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; \tau) \tag{7.26a}$$

$$r_{HH}(f'_1, f'_2; t_1, t_2) = r_{HH}(f'_1, f'_2; \tau) \tag{7.26b}$$

当然这两个自相关函数的受限性对式（7.23c）和式（7.23d）中的其他自相关函数具

有影响。为了澄清这一点，考察 $r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2)$ 和 $r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f_1, f_2)$ 之间的傅里叶变换关系，这可通过考虑图7.4而公式化如下

$$r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2) e^{j2\pi(t_1 f_1 - t_2 f_2)} dt_1 dt_2 \tag{7.27}$$

在式（7.26a）中实施变量替换 $t_1 \to t$ 和 $t_2 \to t+\tau$，得到

$$r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi(f_2 - f_1)t} dt \int_{-\infty}^{\infty} r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; \tau) e^{-j2\pi f_2 \tau} d\tau \tag{7.28}$$

式（7.28）右侧的第一项积分可等于狄拉克 delta 函数 $\delta(f_2 - f_1)$。结果是，$r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f_1, f_2)$ 可表示为

$$r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f_1, f_2) = \delta(f_2 - f_1) S_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f_1) \tag{7.29}$$

式中，$S_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f_1)$ 是以时间间隔变量 τ 表示的自相关函数 $r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; \tau)$ 的傅里叶变换。因此时变脉冲响应 $h(\tau', t)$ 是广义稳态的假定得到这样的事实，即如果多普勒频率 f_1 和 f_2 不同，则系统函数 $s(\tau'_1, f_1)$ 和 $s(\tau'_2, f_2)$ 是统计上不相关的。

可以一种类似的方式证明，式（7.23d）可表示为如下形式

$$r_{TT}(f'_1, f'_2; f_1, f_2) = \delta(f_2 - f_1) S_{TT}(f'_1, f'_2; f) \tag{7.30}$$

式中，符号 $S_{TT}(f'_1, f'_2; f)$ 表示自相关函数 $r_{HH}(f'_1, f'_2; \tau)$ 的 τ 的傅里叶变换。由式（7.30），得出结论，对于不同的多普勒频率 f_1 和 f_2，系统函数 $T(f'_1, f_1)$ 和 $T(f'_2, f_2)$ 是统计上不相关的。

因为时变脉冲响应 $h(\tau', t)$ 是由多个散射分量的叠加得到的，所以一般可断言，WSS 假定得到如下事实，即具有不同多普勒频率或不同到达角度的散射分量是统计上不相关的。

2. US 模型

通过假定具有不同传播延迟的散射分量是统计上不相关的，得到第二种重要的信道模型类。这些信道模型被称作 US 信道模型或 US 模型（US：不相关散射）。首先，US 模型的自相关函数 $r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2)$ 和 $r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f_1, f_2)$ 形式上描述为

$$r_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t_1, t_2) = \delta(\tau'_2 - \tau'_1) S_{hh}(\tau'_1; t_1, t_2) \tag{7.31a}$$

$$r_{ss}(\tau'_1, \tau'_2; f_1, f_2) = \delta(\tau'_2 - \tau'_1) S_{ss}(\tau'_1; f_1, f_2) \tag{7.31b}$$

自相关函数［式（7.31a）］的奇异性对图7.2所示的分支延迟线模型具有严重影响，原因是作为 US 假定的结果，这个模型的时变系数现在是不相关的。实际上，分支延迟线模型的系数是几乎单单通过使用有色高斯随机过程实现的。回顾一下，不相关高斯随机过程也是统计上独立的。

通过使用图7.4所示的关系，可容易地确定其他系统函数 $H(f', t)$ 和 $T(f', f)$ 自相关函数的形式化表达式。采用替换 $f'_1 \to f'$ 和 $f'_2 \to f' + \upsilon'$，得到如下方程：

$$r_{HH}(f', f' + \upsilon'; t_1, t_2) = r_{HH}(\upsilon'; t_1, t_2) \tag{7.32a}$$

$$r_{TT}(f', f' + \upsilon'; f_1, f_2) = r_{TT}(\upsilon'; f_1, f_2) \tag{7.32b}$$

明显地，系统函数 $H(f', t)$ 和 $T(f', f)$ 的自相关函数仅取决于频率差 $\upsilon' := f'_2 - f'_1$。作为 US 假定的一个结果，现在可得出结论，即 US 模型是有关频率 f' 广义稳态的。

通过将 US 模型的上述自相关函数与针对 WSS 模型推导得到的自相关函数比较，发现它们是相互对偶的。因此，可以说，US 模型类与 WSS 模型类成对偶关系。

3. WSSUS 模型

随机时变线性信道的最重要类型由属于 WSS 模型类和 US 模型类的模型表示。具有广义稳态脉冲响应和不相关散射分量的这些信道模型被称作 WSSUS 信道模型或简称为 WSSUS 模型。由于它们的简单性，它们具有极大的实践重要性，且如今几乎被排他地用于频率选择移动无线信道的建模。

在 WSSUS 假定下，时变脉冲响应 $h(\tau', t)$ 的自相关函数必须满足式（7.26a）和式（7.31a）中的条件。因此，形式上写出

$$r_{hh}(\tau_1',\tau_2';t,t+\tau)=\delta(\tau_2'-\tau_1')S_{hh}(\tau_1',\tau) \tag{7.33}$$

式中，$S_{hh}(\tau_1', \tau)$ 称作延迟交叉功率谱密度。采用这种表示，变得明显的是，WSSUS 模型的时变脉冲响应 $h(\tau', t)$ 一方面显示出对传播延迟 τ' 的不相关白噪声的特征性质，另一方面也显示出对时间 t 的广义稳态。

由类比，通过将式（7.30）和式（7.32b）中的性质组合，可直接得到 $T(f', f)$ 的自相关函数。由此，对于 WSSUS 模型，成立

$$r_{TT}(f',f'+\upsilon';f_1,f_2)=\delta(f_2-f_1)S_{TT}(\upsilon',f_1) \tag{7.34}$$

式中，$S_{TT}(\upsilon', f_1)$ 被称作多普勒交叉功率谱密度。这个结果表明，WSSUS 模型的系统函数的形状像有关多普勒频率 f 的不相关白噪声以及有关频率 f' 的一个广义稳态随机过程。

另外，可组合关系式（7.29）和式（7.31b），并得到如下形式的 $s(\tau', f)$ 的自相关函数

$$r_{ss}(\tau_1',\tau_2';f_1,f_2)=\delta(f_2-f_1)\delta(\tau_2'-\tau_1')S(\tau_1',f_1) \tag{7.35}$$

由这个结果，得出结论，WSSUS 模型的系统函数 $s(\tau', f)$ 具有有关 τ' 和 f 的不相关白噪声特征性质。在参考文献［18］中，Bello 称式（7.35）中出现的函数 $S(\tau_1', f_1)$ 为散射函数。

最后，通过组合式（7.26b）和式（7.32a），对 $H(f', t)$ 的自相关函数得到关系

$$r_{HH}(f',f'+\upsilon';t,t+\tau)=r_{HH}(\upsilon',\tau) \tag{7.36}$$

自相关函数 $r_{HH}(\upsilon', \tau)$ 称作时间—频率相关函数。就式（7.36）来说，明显的是，WSSUS 模型的系统函数 $H(f', t)$ 具有有关 f' 和 t 的广义稳态随机过程的性质。

图 7.4 给出四个系统函数的自相关函数之间通用的有效关系。采用式（7.33）~式（7.36），现在为 WSSUS 模型推导有效的特定关系就是可能的。因此可研究图 7.5，其中给出延迟交叉功率谱密度 $S_{hh}(\tau', \tau)$、时间—频率相关函数 $r_{HH}(\upsilon', \tau)$、多普勒交叉功率谱密度 $S_{TT}(\upsilon', f)$ 和散射函数 $S(\tau', f)$ 之间的关系。注意到，实施替换 $f_1 \to f$ 和 $\tau_1' \to \tau'$，可简化表示。

图 7.5 清晰地表明，知道四个所示函数之一就足以计算其他三个函数。例如，由散射函数 $S(\tau', f)$，通过计算有关多普勒频率 f 的傅里叶反变换，可直接计算延迟交叉功率谱密度 $S_{hh}(\tau', \tau)$，即

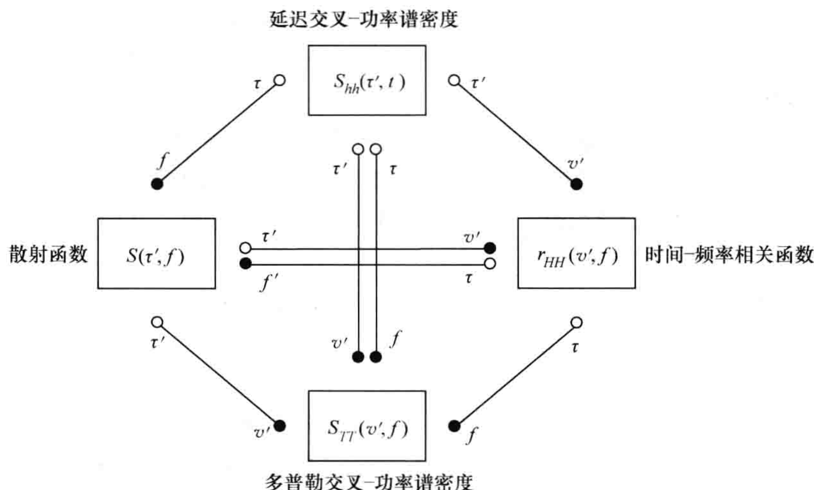


图7.5 WSSUS模型的延迟交叉功率谱密度 $S_{hh}(\tau',\tau)$、时间—频率相关函数 $r_{HH}(v',\tau)$、多普勒交叉功率谱密度 $S_{TT}(v',f)$ 和散射函数 $S(\tau',f)$ 之间的傅里叶变换关系

$$S_{hh}(\tau',\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}f \tag{7.37}$$

式中，$\tau = t_2 - t_1$。

（1）延迟功率谱密度

在 $\tau = 0$ 处的延迟交叉功率谱密度 $S_{hh}(\tau',\tau)$ 定义了所谓的延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$，它更普遍地被称作功率延迟剖面。由式（7.37），延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$ 与散射函数 $S(\tau',f)$ 依据下式发生关系

$$S_{\tau'}(\tau') := S_{hh}(\tau',0) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f)\,\mathrm{d}f \tag{7.38}$$

延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$ 是在区间 $[\tau', \tau'+\mathrm{d}\tau']$ 与传播延迟 τ' 关联的多路径分量平均功率的一个度量。可容易地证明，$S_{\tau'}(\tau')$ 是与传播延迟 τ' 的概率密度函数 $p_{\tau'}(\tau')$ 成正比的，即 $p_{\tau'}(\tau') \sim S_{\tau'}(\tau')$。由延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$，可推导得到WSSUS模型特征的两个重要特征量：平均延迟和延迟扩展。

（2）平均延迟

平均延迟 $B_{\tau'}^{(1)}$ 由 $S_{\tau'}(\tau')$ 的一阶矩定义，即

$$B_{\tau'}^{(1)} := \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \tau' S_{\tau'}(\tau')\,\mathrm{d}\tau'}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\tau'}(\tau')\,\mathrm{d}\tau'} \tag{7.39}$$

可将之解释为延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$ 的重心。平均延迟 $B_{\tau'}^{(1)}$ 是在一条多径衰落信道之上传输过程中一个载波信号经历的统计均值延迟。

（3）延迟扩展

延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}$ 定义为 $S_{\tau'}(\tau')$ 的二阶中心矩的平方根，即

$$B_{\tau'}^{(2)} := \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty}(\tau' - B_{\tau'}^{(1)})^2 S_{\tau'}(\tau')\mathrm{d}\tau'}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{\tau'}(\tau')\mathrm{d}\tau'}} \tag{7.40}$$

延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}$ 提供了一个脉冲传输通过一条多径衰落信道的时间扩展的一个度量。

由图 7.5，认识到，多普勒交叉功率谱密度 $S_{TT}(v', f)$ 是散射函数 $S(\tau', f)$ 有关传播延迟 τ' 的傅里叶变换，即关系

$$S_{TT}(v', f) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v'\tau'}\mathrm{d}\tau' \tag{7.41}$$

成立，其中 $v' = f_2' - f_1'$。

（4）多普勒功率谱密度

对于 $v' = 0$，由多普勒交叉功率谱密度 $S_{TT}(v', f)$ 可得到已知的多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$，原因是

$$S_{\mu\mu}(f) := S_{TT}(0, f) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f)\mathrm{d}\tau' \tag{7.42}$$

成立。多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 是与多普勒频率 f 关联的散射分量平均功率的一个度量。在附录 3. A 中，已经证明了 $S_{\mu\mu}(f)$ 正比于多普勒频率 f 的概率密度函数。记住，由多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 可推导得到两个重要的特征量，即平均多普勒频移 $B_{\mu\mu}^{(1)}$ [见式（3.28a）] 和多普勒频散 $B_{\mu\mu}^{(2)}$ [见式（3.28b）]。

依据图 7.5，可由散射函数 $S(\tau', f)$ 计算得到时间—频率相关函数 $r_{HH}(v', \tau)$ 为

$$r_{HH}(v', \tau) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(v'\tau' - f\tau)}\mathrm{d}\tau'\mathrm{d}f \tag{7.43}$$

式中，$v' = f_2' - f_1'$ 和 $\tau = t_2 - t_1$。另外，可将有关传播延迟 τ' 的傅里叶变换应用到 $S_{hh}(\tau', \tau)$ 或通过有关多普勒频率 f 的 $S_{TT}(v', f)$ 的傅里叶反变换，计算 $r_{HH}(v', \tau)$。

由时间—频率相关函数 $r_{HH}(v', \tau)$，可推导得到另外两个相关函数。它们称作频率相关函数和时间相关函数。由每个这样的函数，可推导得到另一个重要的特征量：相干带宽（coherence bandwidth）和相干时间（coherence time）。

（5）频率相关函数

频率相关函数 $r_{\tau'}(v')$ 定义为 $\tau = t_2 - t_1 = 0$ 处的时间—频率相关函数 $r_{HH}(v', \tau)$，即

$$\begin{aligned} r_{\tau'}(v') &:= r_{HH}(v', 0) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v'\tau'}\mathrm{d}\tau'\mathrm{d}f \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{\tau'}(\tau')\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v'\tau'}\mathrm{d}\tau' \end{aligned} \tag{7.44}$$

明显地，频率相关函数 $r_{\tau'}(\upsilon')$ 是延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$ 的傅里叶变换。因为延迟功率谱密度是一个实数值函数，所以频率相关函数展示出赫尔米特对称性质，即 $r_{\tau'}(\upsilon')=r_{\tau'}^*(-\upsilon')$。进而，因为对于 $\tau'<0$ 时，$S_{\tau'}(\tau')=0$，所以由希尔伯特变换，$r_{\tau'}(\upsilon')$ 的实部和虚部可相互发生关系，即 $\mathrm{Re}\{r_{\tau'}(\upsilon')\}=H\{\mathrm{Im}\{r_{\tau'}(\upsilon')\}\}$，其中 $H\{\cdot\}$ 表示希尔伯特变换算子。通过引用式（7.23b）和式（7.36），发现也可通过使用定义 $r_{\tau'}(\upsilon'):=E\{H^*(f',t)H(f'+\upsilon',t)\}$，计算 $r_{\tau'}(\upsilon')$。这个定义支持如下物理解释：频率相关函数将信道的时变传递函数 $H(f_1',t)$ 和 $H(f_2',t)$ 的统计相关性度量为频率间隔变量 $\upsilon'=f_2'-f_1'$ 的一个函数。

（6）相干带宽

满足条件

$$|r_{\tau'}(B_C)|=\frac{1}{2}|r_{\tau'}(0)| \tag{7.45}$$

的频率间隔变量 $\upsilon'=B_C$ 称作相干带宽。相干带宽是信道的频率响应没有显著变化的频率间隔的一个度量。

参见式（7.44），因为频率相关函数 $r_{\tau'}(\upsilon')$ 和延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$ 形成一个傅里叶变换对，所以依据通信工程的不确定性原理[210]，相干带宽 B_C 近似反比于延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}$，即 $B_C\approx 1/B_{\tau'}^{(2)}$。如果信号带宽与相干带宽的比增加，那么在接收器处的信道均衡器的复杂度增长，原因是 ISI 效应变得更加严重。如果相干带宽 B_C 远远大于符号率 f_{sym}，即如果

$$B_C \gg f_{\mathrm{sym}} \text{或} B_{\tau'}^{(2)} \ll T_{\mathrm{sym}} \tag{7.46a, b}$$

成立，就出现了一个重要的特例，其中 $T_{\mathrm{sym}}=1/f_{\mathrm{sym}}$ 表示符号间隔。在这种情形中，脉冲色散（dispersion）效应是可忽略不计的，且信道的时变脉冲响应 $h(\tau',t)$ 可近似表示为

$$h(\tau',t)=\delta(\tau')\cdot\mu(t) \tag{7.47}$$

式中，$\mu(t)$ 是一个合适的复数随机过程。使用式（7.11），输出信号 $y(t)$ 可表示为

$$y(t)=\mu(t)\cdot x(t) \tag{7.48}$$

由于 $\mu(t)$ 和 $x(t)$ 之间的乘积关系，称乘积性衰落，并在这个语境中称信道为一条乘积性信道。在式（7.13）中代入式（7.47）之后，得到信道的时变传递函数 $H(f',t)$ 的如下关系

$$H(f',t)=\mu(t) \tag{7.49}$$

在这种情形中，时变传递函数明显地独立于频率 f'。因此，称信道为频率非选择的，原因是被传输信道的频率分量都受到相同时间变化的影响。如果延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}$ 不超过符号间隔 T_{sym} 的 10%～20%，则移动无线信道的频率非选择建模总是足够用的。否则，如果式（7.46a，b）中的条件不满足，则认为信道是频率选择性的。

（7）时间相关函数

时间相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 定义为 $\upsilon'=f_2'-f_1'$ 处的时间—频率相关函数 $r_{HH}(\upsilon',\tau)$，即

$$\begin{aligned} r_{\mu\mu}(\tau) &:= r_{HH}(0,\tau) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} S(\tau', f)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\tau}\,\mathrm{d}\tau'\mathrm{d}f \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{\mu\mu}(f)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\tau}\,\mathrm{d}f \end{aligned} \tag{7.50}$$

这个相关函数描述了作为时间差 $\tau = t_2 - t_1$ 函数的所接收散射分量的相关性性质。

（8）相干时间

满足条件

$$|r_{\mu\mu}(T_C)| = \frac{1}{2}|r_{\mu\mu}(0)| \tag{7.51}$$

的 $\tau = T_C$ 称为相干时间。

依据式（7.50），时间相关函数 $r_{HH}(0, \tau)$ 和多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 形成一个傅里叶变换对。结果是，相干时间 T_C 的性状近似反比于多普勒频散 $B_{\mu\mu}^{(2)}$，即 $T_C \approx B_{\mu\mu}^{(2)}$。相干时间 T_C 和符号间隔 T_{sym} 的比越小，则对接收器中信道估值器的跟踪能力的要求就越高。如果相干时间 T_C 远远大于符号间隔 T_{sym}，即

$$T_C >> T_{\mathrm{sym}} \text{或} B_{\mu\mu}^{(2)} << f_{\mathrm{sym}} \tag{7.52a, b}$$

那么信道的包络和相位变化在一个数据符号时长之上可被看作近似恒定的。在这种情形中，称慢衰落。相反，如果相比于符号间隔，相干时间 T_C 相对较小，即 $T_C < T_{\mathrm{sym}}$，则发生快速衰落。在这种情势下，在一个数据符号传输期间，信道的包络和相位的变化会相当大。

图 7.6 再次给出本小节针对 WSSUS 模型特征量推导得到的相关函数和功率谱密度之间的关系。这幅图形象地显示出，知道散射函数 $S(\tau', f)$ 就足以使 WSSUS 模型确定所有的相关函数和功率谱密度以及诸如延迟扩展和多普勒频散的各特征量。

7.3.3　COST 207 信道模型

1984 年，CEPT㊀成立了欧洲工作组 COST㊁ 207。那时，这个工作组为规划的泛欧移动通信系统 GSM㊂的典型传播环境开发了合适的信道模型。典型的传播环境被分类为具有农村特征的区域（RA：农村区域）、城市和郊区典型的区域（TU：典型城区）、具有不良传播条件的密集建筑城区（BU：不良城区）和山区陆地（HT：山区陆地）。基于 WSSUS 假定，工作组 COST 207 为这四种类型的传播环境的延迟功率谱密度和多普勒功率谱密度开发了规范[19]。将陆续地给出主要结果。

典型的延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$ 规范基于如下假定，即相应的概率密度函数 $p_{\tau'}(\tau')$（正比于 $S_{\tau'}(\tau')$）可由一个或几个负指数函数表示。依据 COST 207，信道模型的延迟功率谱密度函数 $S_{\tau'}(\tau')$ 在表 7.1 中给出，其图形在图 7.7 中画出。在表 7.1 中引入的

㊀ CEPT：欧洲邮政电信管理会议。

㊁ COST：在科学和技术领域的欧洲合作。

㊂ GSM：全球移动通信系统。

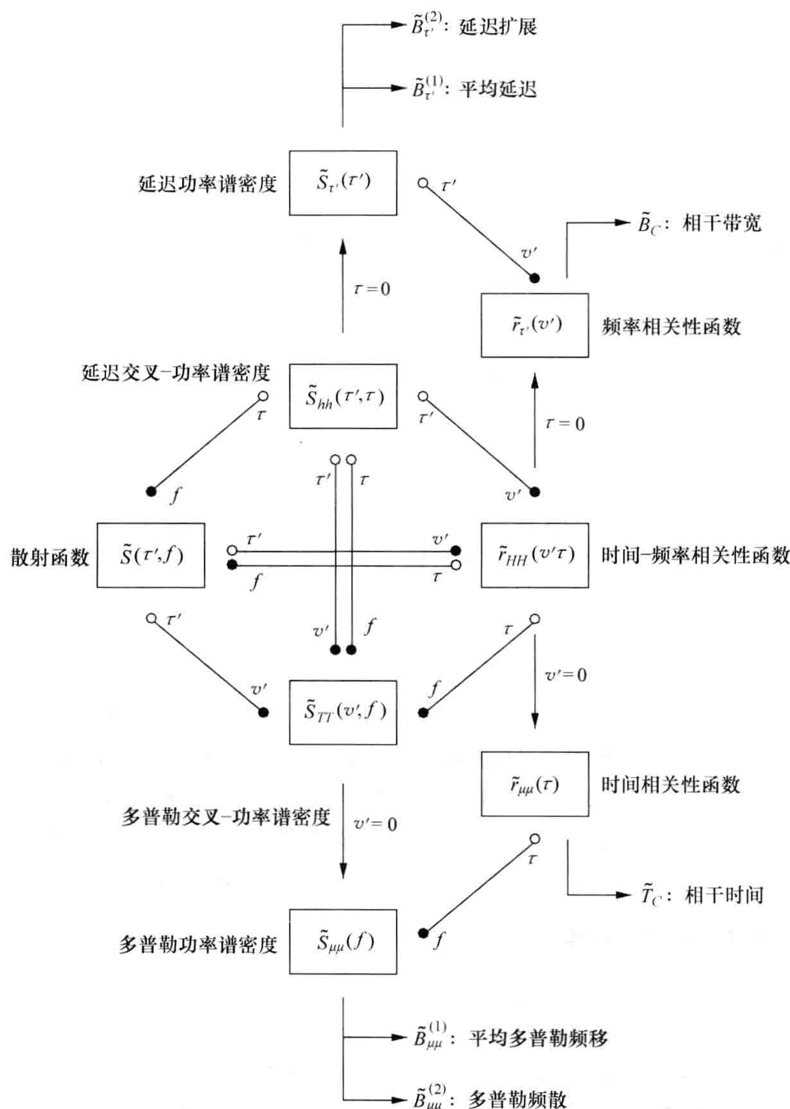


图7.6 WSSUS模型的相关函数、功率谱密度和特征量之间的关系

实数值常量c_{RA}、c_{TU}、c_{BU}和c_{HT}原则上而言可任意选择。因此，它们可这样确定，使平均延迟功率等于1，即$\int_0^\infty S_{\tau'}(\tau')\mathrm{d}\tau'=1$。在这种情形中，成立：

$$c_{RA}=\frac{9.2}{1-\mathrm{e}^{-6.44}},c_{TU}=\frac{1}{1-\mathrm{e}^{-7}} \tag{7.53a, b}$$

$$c_{BU}=\frac{2}{3(1-\mathrm{e}^{-5})},c_{HT}=\frac{1}{(1-\mathrm{e}^{-7})/3.5+(1-\mathrm{e}^{-5})/10} \tag{7.53c, d}$$

在GSM系统中，符号间隔T_{sym}定义为$T_{sym}=3.7\mu s$。如果使T_{sym}与延迟扩展$B_{\tau'}^{(2)}$（在表7.1最

后一列列出）发生关系，那么认识到，式（7.46b）中的条件仅对 RA 信道是满足的。结果是，RA 信道属于频率非选择信道类，而其他信道（TU、BU、HT）是频率选择信道类。

表 7.1　依据 COST 207[19] 的典型延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$ 规范

传播区域	延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$		延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}/\mu s$
农村区域（RA）	$c_{RA}e^{-9.2\tau'/\mu s}$	$0\leqslant\tau'<0.7\mu s$	0.1
	0	其他	
典型城区（TU）	$c_{TU}e^{-\tau'/\mu s}$	$0\leqslant\tau'<0.7\mu s$	0.98
	0	其他	
不良城区（BU）	$c_{BU}e^{-\tau'/\mu s}$	$0\leqslant\tau'<5\mu s$	2.53
	$c_{BU}\frac{1}{2}e^{(5-\tau'/\mu s)}$	$5\mu s\leqslant\tau'<10\mu s$	
	0	其他	
山区陆地（HT）	$c_{HT}e^{-3.5\tau'/\mu s}$	$0\leqslant\tau'<2\mu s$	6.88
	$c_{HT}0.1e^{(15-\tau'/\mu s)}$	$15\mu s\leqslant\tau'<20\mu s$	
	0	其他	

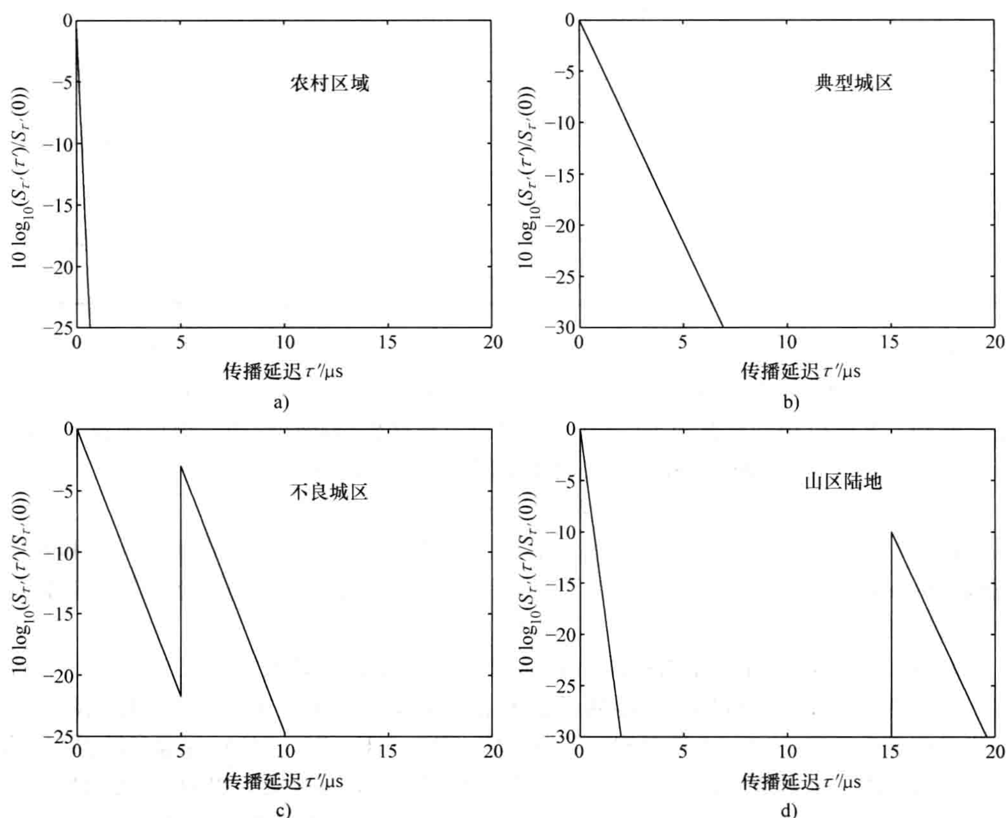


图 7.7　依据 COST 207[19]，信道模型的延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$

表7.2给出COST 207规范的四种类型的多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$。为了较佳的可视化效果，图7.8中也画出了这些类型。对于实数值常量 A_1 和 A_2，首选值为 $A_1=50/(\sqrt{2\pi}3f_{max})$ 和 $A_2=10^{1.5}/[\sqrt{2\pi}(\sqrt{10}+0.15)f_{max}]$，因为这样可确保 $\int_{-\infty}^{\infty}S_{\mu\mu}(f)\mathrm{d}f$ 归一化为1。经典的Jakes功率谱密度仅发生在非常短的传播延迟（$\tau'\leq0.5\mu s$）的情形中（见图7.8a和图7.8d）。仅在这种情形中，散射分量的幅度为齐次的（homogeneous）且到达角度均匀分布在0和2π之间的假定才是合理的。但是，对于具有中等和长传播延迟 τ' 的散射分量而言，假定相应的多普勒频率是正态分布的，这得到具有高斯形状的多普勒功率谱密度（见图7.8b和图7.8c）。在一个非常早期的阶段，在评估城区实施的信道测量数据之后，Cox[74]就已经指出了这一点。

表7.2 依据COST 207，典型多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 规范[19]，其中 $G(A_i, f_i, s_i)$ 定义为 $G(A_i, f_i, s_i):=A_i\exp\{-(f-f_i)^2/(2s_i^2)\}$

类　型	多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$	传播延迟 τ'	多普勒扩展 $B_{\mu\mu}^{(2)}$
"Jakes"	$\dfrac{1}{\pi f_{max}\sqrt{1-(f/f_{max})^2}}$	$0\leq\tau'\leq0.5\mu s$	$f_{max}/\sqrt{2}$
"高斯Ⅰ"	$G(A_1, -0.8f_{max}, 0.05f_{max})$ $+G(A_1/10, 0.4f_{max}, 0.1f_{max})$	$0.5\mu s\leq\tau'\leq2\mu s$	$0.45f_{max}$
"高斯Ⅱ"	$G(A_2, 0.7f_{max}, 0.1f_{max})$ $+G(A_2/10^{1.5}, -0.4f_{max}, 0.15f_{max})$	$\tau'\geq2\mu s$	$0.25f_{max}$
"莱斯"	$\dfrac{0.41^2}{\pi f_{max}\sqrt{1-(f/f_{max})^2}}$ $+0.91^2\delta(f-0.7f_{max})$	$\tau'=0\mu s$	$0.39f_{max}$

由表7.1和表7.2，可看出，延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$ 独立于多普勒频率 f，但传播延迟 τ' 对多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$ 的形状具有决定性的影响。但是，这对于农村区域是无效的，其中仅用到经典的Jakes功率谱密度。在这种特殊情形中，散射函数 $S(\tau', f)$ 可表示为延迟功率谱密度和多普勒功率谱密度的乘积，即

$$S(\tau', f)=S_{\tau'}(\tau')\cdot S_{\mu\mu}(f) \tag{7.54}$$

具有式（7.54）形式的一个散射函数的信道被称作独立时间色散（dispersive）和频率色散（dispersive）信道。对于这类信道，导致传播延迟的物理机制独立于导致多普勒效应的机制[211]。

就频率选择信道的硬件或软件仿真模型的设计而言，必须实施延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$ 的离散化处理。特别地，传播延迟 τ' 必须做离散化处理并适应于采样间隔。这也许是在参考文献［19］中针对四种传播区域（RA、TU、BU、HT）规范离散 $\mathcal{L}$ 路径信道模型的原因。针对情形 $\mathcal{L}=4$ 和 $\mathcal{L}=6$，表7.3列出一些这样规范的 $\mathcal{L}$ 路径信道模型。得到的散射函数 $S(\tau', f)$ 如图7.9a～图7.9d所示。另外，在参考文献［19］中，规范了其他的6路径信道模型以及更复杂的但因此也更准确的12路径信道模型。出于完备性

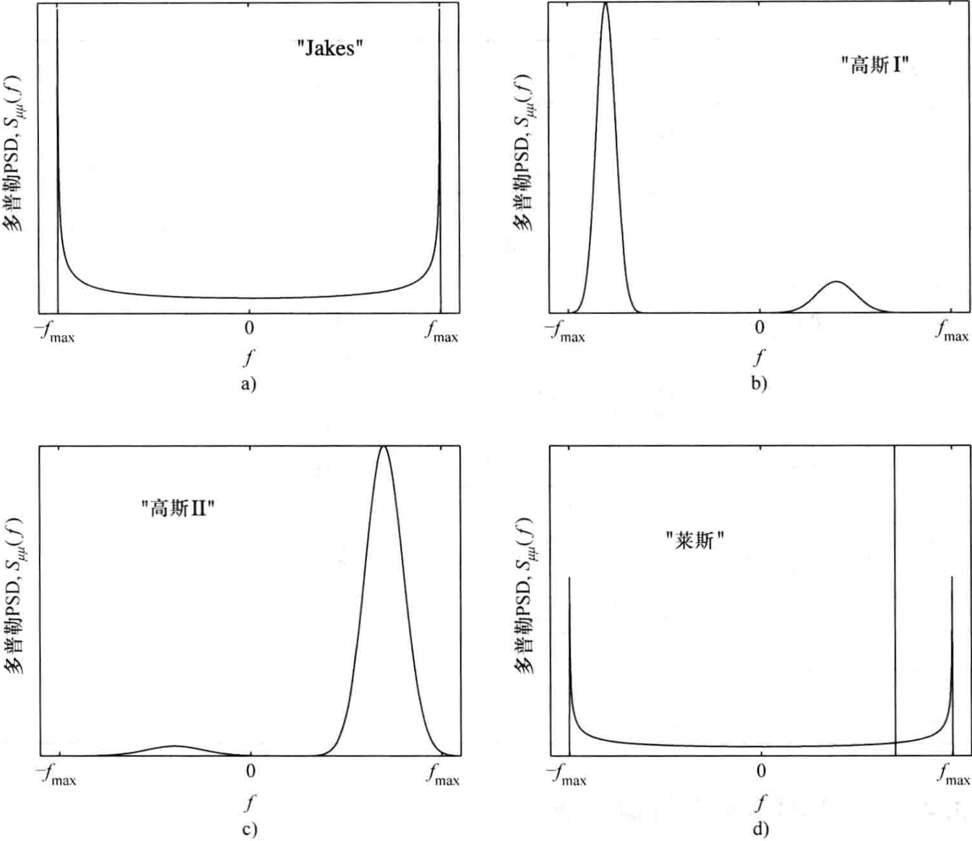


图 7.8　依据 COST 207[19]，信道模型的多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$

考虑，在附录 7. A 中给出。

表 7.3　依据 COST 207[19]，$\mathcal{L}$路径信道的规范，其中$\mathcal{L}=4$（RA）和$\mathcal{L}=6$（TU、BU、HT）

路径数 ℓ	传播延迟 $\tau'_\ell/\mu s$	路径功率		多普勒功率谱密度的分类	延迟扩展 $B^{(2)}_{\tau'}/\mu s$
		（线性的）	（dB）		
a）农村区域（RA）					
0	0.0	1	0	“莱斯”	0.1
1	0.2	0.63	−2	“Jakes”	
2	0.4	0.1	−10	“Jakes”	
3	0.6	0.01	−20	“Jakes”	
b）典型城区（TU）					
0	0.0	0.5	−3	“Jakes”	1.1
1	0.2	1	0	“Jakes”	
2	0.6	0.63	−2	“高斯 I ”	

（续）

路径数 ℓ	传播延迟 $\tau'_\ell/\mu s$	路径功率（线性的）	路径功率（dB）	多普勒功率谱密度的分类	延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}/\mu s$
3	1.6	0.25	-6	"高斯Ⅰ"	1.1
4	2.4	0.16	-8	"高斯Ⅱ"	
5	5.0	0.1	-10	"高斯Ⅱ"	
c）不良区域（BU）					
0	0.0	0.5	-3	"Jakes"	2.4
1	0.4	1	0	"Jakes"	
2	1.0	0.5	-3	"高斯Ⅰ"	
3	1.6	0.32	-5	"高斯Ⅰ"	
4	5.0	0.63	-2	"高斯Ⅱ"	
5	6.6	0.4	-4	"高斯Ⅱ"	
d）山区陆地（HT）					
0	0.0	1	0	"Jakes"	5.0
1	0.2	0.63	-2	"Jakes"	
2	0.4	0.4	-4	"Jakes"	
3	0.6	0.2	-7	"Jakes"	
4	15.0	0.25	-6	"高斯Ⅱ"	
5	17.2	0.06	-12	"高斯Ⅱ"	

7.3.4 HIPERLAN/2 信道模型

HIPERLAN㊀是欧洲电信标准协会（ETSI）定义的一个无线 LAN（局域网）标准，作为 IEEE 802.11 标准集的欧洲替代标准。其第二版，称作 HIPERLAN/2，使用 5GHz 频带，并使数据率达到 54Mbit/s[212]。HIPERLAN/2 系统可部署在广大范围的环境之中，如办公室、展厅和工业建筑大楼。为了考虑各种环境，ETSI 在宽带无线接入网（BRAN）[20]的一个标准化项目中开发了总共五种不同的信道模型。依据 ETSI BRAN[20]的 HIPERLAN/2 信道模型规范包括在附录 7.B 中。其中，在表 7.B.1 到 7.B.3 中列出 5 GHz 处不同室内和室外环境下 HIPERLAN/2 信道模型的功率延迟剖面和多普勒谱密度。

通过使用分支延迟线方法，形成 HIPERLAN/2 信道模型。为了降低所要求的分支数量，延迟间隔是非均匀的。功率延迟剖面随增加的传播延迟而成指数性降低，导致较短传播延迟的较密间隔。除了第一个分支（是由具有莱斯因子 c_R 为 10 的一个莱斯过程表征的情形）外，所有其他分支具有瑞利衰落统计性质（$c_R = 0$）。对于所有分支，假定经典（Jakes）多普勒谱，终端速度设定为 3m/s。

㊀ HIPERLAN：高性能无线局域网。

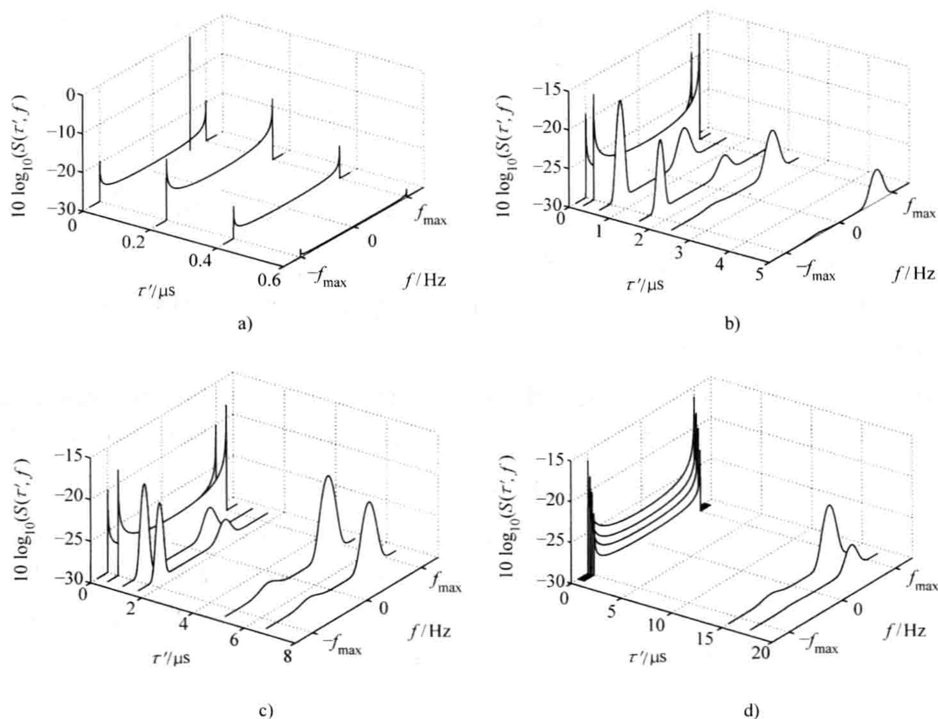


图 7.9　依据 COST 207[19]，$\mathcal{L}$路径信道模型的散射函数 $S(\tau', f)$，其中$\mathcal{L}=4$（RA）和$\mathcal{L}=6$（TU、BU、HT）

7.4　频率选择正弦曲线求和信道模型

在本节，将处理频率选择确定性正弦曲线求和（SOS）信道模型的推导和分析。出于这个目的，针对频率选择性，扩展 4.1 节引入的确定性信道建模原理。

7.4.1　正弦曲线求和不相关散射（SOSUS）模型的系统函数

频率选择确定性 SOS 信道模型的系统函数的推导过程起点是时变脉冲响应，它由$\mathcal{L}$个离散传播路径的和组成

$$\tilde{h}(\tau', t) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_\ell \tilde{\mu}_\ell(t) \delta(\tau' - \tilde{\tau}'_\ell) \tag{7.55}$$

式（7.55）的符号 $\tilde{a}_\ell$和 $\tilde{\tau}'_\ell$是实数值常量，分别称作路径增益和离散传播延迟。如将在后面看到的，路径增益 $\tilde{a}_\ell$和离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$确定了频率选择确定性信道模型的延迟功率谱密度。严格来说，路径增益 $\tilde{a}_\ell$是与第 ℓ 条离散传播路径关联的平均路径功率的平方根的一个度量。一般而言，称路径增益 $\tilde{a}_\ell$和离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$确定了信道的频率选择行为，这可产生多路径效应。在当前情况下，假定具有不同轴的椭圆散射区是多径传

播的原因。信道衰落，是接收器（发送器）运动导致的多普勒效应的一个结果，依据由如下复数确定性 SOS 过程建模的确定性信道建模原理，在式（7.55）中进行了建模

$$\tilde{\mu}_{\ell}(t)=\tilde{\mu}_{1,\ell}(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_{2,\ell}(t),\ell=0,1,\cdots,\mathcal{L}-1 \tag{7.56a}$$

式中

$$\tilde{\mu}_{i,\ell}(t)=\sum_{n=1}^{N_{i,\ell}}c_{i,n,\ell}\cos(2\pi f_{i,n,\ell}t+\theta_{i,n,\ell}),i=1,2 \tag{7.56b}$$

式中，$N_{i,\ell}$表示指派到第 ℓ 条传播路径的实部（$i=1$）或虚部（$i=2$）的正弦曲线数。在式（7.56b）中，$c_{i,n,\ell}$是第 ℓ 条传播路径的第 n 个分量的增益，而剩下的模型参数 $f_{i,n,\ell}$和 $\theta_{i,n,\ell}$分别称作多普勒频率和相位。

图7.10给出连续时间表示中复数确定性 SOS 过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 的结构。为了确保下面推导得到的频率选择信道仿真器具有与 US 模型相同的突出性质（striking property），对于不同的传播路径，复数确定性 SOS 过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 必须是不相关的。因此，不可避免的是，确定性 SOS 过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_{\lambda}(t)$ 的设计要满足，对于 $\ell\neq\lambda$，其中 ℓ，$\lambda=0$，1，…，$\mathcal{L}-1$，两个过程是不相关的。这个要求可容易地得到满足。仅需要确保离散多普勒频率$f_{i,n,\ell}$的设计要满足，对于不同传播路径，得到的 $\{\pm f_{i,n,\ell}\}$ 是不相交的（两两互斥的）。因此就仿真模型而言，US 模型的要求可表示为如下三个等价条件：

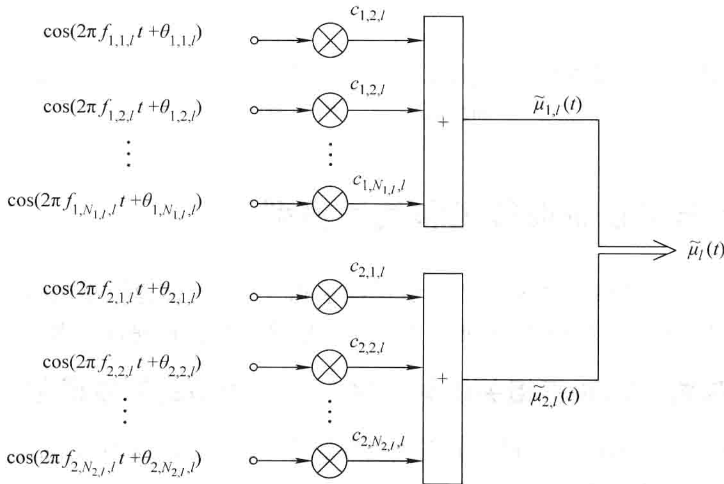


图7.10 复数确定性 SOS 过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 的仿真模型

1）US⇔对于 $\ell\neq\lambda$，$\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_{\lambda}(t)$ 是不相关的 (7.57a)

2）US⇔对于 $\ell\neq\lambda$，$\{f_{i,n,\ell}\}\cap\{\pm f_{k,m,\lambda}\}=\phi$ (7.57b)

3）US⇔对于 $\ell\neq\lambda$，$f_{i,n,\ell}\neq\pm f_{k,m,\lambda}$ (7.57c)

式中 i，$k=1$，2，$n=1$，2，…，$N_{i,\ell}$，$m=1$，2，…，$N_{k,\lambda}$和 ℓ，$\lambda=0$，1，…，$\mathcal{L}-1$。

在下面，假定式（7.57）中的 US 条件总是满足的。在这种情形中，在式（7.56a）中引入的复数确定性 SOS 过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 的相关性质可描述为

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{\mu}_{\ell}^{*}(t)\tilde{\mu}_{\lambda}(t+\tau)\mathrm{d}t = \begin{cases}\tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(\tau), & \ell=\lambda\\ 0, & \ell\neq\lambda\end{cases} \tag{7.58}$$

式中

$$\tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(\tau) = \sum_{i=1}^{2}\tilde{r}_{\mu_{i,\ell}\mu_{i,\ell}}(\tau) \tag{7.59a}$$

$$\tilde{r}_{\mu_{i,\ell}\mu_{i,\ell}}(\tau) = \sum_{i=1}^{N_{i,\ell}}\frac{c_{i,n,\ell}^{2}}{2}\cos(2\pi f_{i,n,\ell}\tau) \tag{7.59b}$$

对 $i=1$，2 和 ℓ，$\lambda=0$，1，…，$\mathcal{L}-1$ 成立。

在这个阶段，应该提到，确定时变脉冲响应 $\tilde{h}$ (τ', t) 统计行为的所有参数可以如下方式计算，使确定性系统的散射函数逼近一个给定指定的或测量得到的散射函数。7.4.4 节将介绍实施这种情况的一个过程。因此可假定，上面引入的所有参数不仅是已知的，而且是常量，在仿真运行中将不会改变。在这种情形中，时变脉冲响应 $\tilde{h}$ (τ', t) 是一个确定性过程（样本函数），后面将称之为时变确定性的脉冲响应。这种脉冲响应为频率选择移动无线信道定义了一种重要的仿真模型类。在下面，具有依据式 (7.55) 的脉冲响应的信道模型将被称作 SOSUS㊀模型。SOSUS 模型可被看作有关频率选择性的 SOS 模型扩展。它也可被解释为 Bello[18] 随机 WSSUS 模型的确定性对应模型。

因为式 (7.55) 中的离散传播延迟 $\tilde{\tau}_\ell'$不能变为负的，所以 $\tilde{h}$ (τ', t) 满足因果性条件，即成立

$$\tilde{h}(\tau',t)=0, \text{对于 } \tau'<0 \tag{7.60}$$

通过与式 (7.11) 类比，应用

$$y(t) = \int_{0}^{\infty}x(t-\tau')\tilde{h}(\tau',t)\mathrm{d}\tau' \tag{7.61}$$

可为任何给定输入信号 $x(t)$ 计算输出信号 $y(t)$。如果现在为时变确定性脉冲响应 $\tilde{h}$ (τ', t)利用式 (7.55)，则得到

$$y(t) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_\ell\tilde{\mu}_\ell(t)x(t-\tilde{\tau}_\ell') \tag{7.62}$$

因此，信道仿真器的输出信号 $y(t)$ 可解释为输入信号 $x(t-\tilde{\tau}_\ell')$ 的$\mathcal{L}$个延迟副本信号的叠加，其中每个延迟副本信号由一个常数路径增益 $\tilde{a}_\ell$和一个时变复数确定性 SOS 过程 $\tilde{\mu}_\ell(t)$ 加权。不失一般性，在这个模型中可忽略视距分量的传播延迟。为了简化原因，定义 $\tilde{\tau}_0':=0$。这不会导致任何问题，原因是对于系统形状，有关的仅有传播延迟差$\Delta\tilde{\tau}_\ell'=\tilde{\tau}_\ell'-\tilde{\tau}_{\ell-1}'$ ($\ell=1$, 2, …, $\mathcal{L}-1$)。由式 (7.62) 得到图 7.11 所示的连续时间表示的一个频率选择移动无线信道的确定性仿真模型的分支延迟线结构。

㊀ 这里引入的 SOSUS 是“正弦曲线求和不相关散射”的缩写。

对于计算机仿真要求的离散时间仿真模型，可由连续时间结构得到，例如通过替换$\tilde{\tau}'_\ell \to \ell T'_s$、$x(t) \to x(kT'_s)$、$y(t) \to y(kT'_s)$ 和 $\tilde{\mu}_\ell(t) \to \tilde{\mu}_\ell(kT_s)$ 得到，其中T_s和T'_s表示采样间隔，k是一个整数，且ℓ指第ℓ条传播路径（$\ell=0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$）。对于传播延迟差$\Delta\tilde{\tau}'_\ell = \tilde{\tau}'_\ell - \tilde{\tau}'_{\ell-1}$，对所有$\ell=1, 2, \cdots, \mathcal{L}-1$，得到$\Delta\tilde{\tau}'_\ell \to T'_s$。采样间隔$T_s$和$T'_s$必须足够小，但不必相等。在$T_s$和$T'_s$之间，可建立一般关系$T_s = m'_s T'_s$，其中$m'_s \in \mathbf{N}$在下面称作采样率比。由于$\tilde{\mu}_\ell(t)$的离散化，所选择的采样率比$m'_s$越大（越小），则信道仿真器的仿真速度就越高（越低），且发生的误差就越大（越小）。采样率比m'_s使用户可在仿真速度和信道模型的精度之间找到一个良好的折中。作为一条准则，m'_s应该这样选择，使对于任意给定的符号间隔T_{sym}，采样间隔T_s满足条件$T'_s \leqslant T_s \leqslant T_{sym}$。上限$T_s = T_{sym}$对应于经常做出的假定，即在一个数据符号过程中，脉冲响应是常数。但是，这个准稳态假定仅在乘积$f_{max}T_{sym}$足够小时才是合理的。

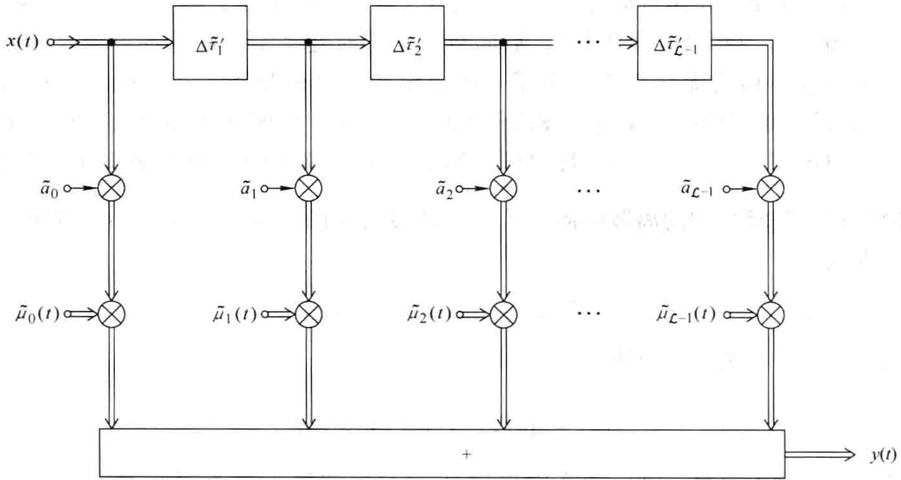


图7.11　在等价复数基带中频率选择移动无线信道的确定性仿真模型

由一般关系式（7.62），可推导得到两个重要的特例。这些特例表征为

1）
$$\tilde{a}_0 \neq 0, \tilde{a}_1 = \tilde{a}_2 = \cdots = \tilde{a}_{\mathcal{L}-1} = 0 \tag{7.63a}$$
和

2）
$$\tilde{\mu}_\ell(t) = \tilde{\mu}_\ell = 常数, \forall \ell = 0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1 \tag{7.63b}$$
第一个特例1）描述这样一个信道，其中由相对远离于接收器的障碍物导致的所有散射分量可忽略不计。在这种情形中，使用$\tilde{\mu}(t) := \tilde{a}_0\tilde{\mu}_0(t)$，可将时变确定性脉冲响应表示为

$$\tilde{h}(\tau', t) = \delta(\tau') \cdot \tilde{\mu}(t) \tag{7.64}$$
与式（7.47）的比较表明，这里正在处理的是一个频率非选择信道模型。这也解释了乘积关系

$$y(t) = \tilde{\mu}(t) \cdot x(t) \tag{7.65}$$

由式（7.61）得到的事实。

如果发送器和接收器都不移动，则第二个特例2）总会发生。结果是，多普勒效应消失，且对于所有的离散路径 $\ell=0,1,\cdots,\mathcal{L}-1$，确定性 SOS 过程 $\tilde{\mu}_\ell(t)$ 变为复数值常数 $\tilde{\mu}_\ell$。由式（7.55），得到具有$\mathcal{L}$个复数值系数的一个时变有限脉冲响应（FIR）滤波器的脉冲响应

$$\tilde{h}(\tau') = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} a_\ell \delta(\tau' - \tilde{\tau}'_\ell) \tag{7.66}$$

其中对于 $\ell=0,1,\cdots,\mathcal{L}-1$，$a_\ell := \tilde{a}_\ell \tilde{\mu}_\ell$。

接下来，比较详细地考虑一般情形。通过与式（7.13）的类比，将时变传递函数 $\tilde{H}(f',t)$ 定义为有关传播延迟变量 τ'的时变确定性脉冲响应 $\tilde{h}(\tau',t)$ 的傅里叶变换，这可符号化地表示为 $\tilde{h}(\tau',t) \overset{\tau' \quad f'}{\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet} \tilde{H}(f',t)$。如果在式（7.13）中将脉冲响应$h(\tau',t)$ 替换为确定性脉冲响应 $\tilde{h}(\tau',t)$，并考虑式（7.55），那么可容易地找到 SOSUS 模型的时变传递函数 $\tilde{H}(f',t)$ 如下封闭形式的解

$$\tilde{H}(f',t) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_\ell \tilde{\mu}_\ell(t) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f' \tilde{\tau}'_\ell} \tag{7.67}$$

明显的是，$\tilde{H}(f',t)$ 是确定性的，原因是一个确定性函数的傅里叶变换同样得到一个确定性函数。对于 SOSUS 模型输入—输出关系的描述，可参考式（7.14），当然其中的时变传递函数 $H(f',t)$ 必须替换为 $\tilde{H}(f',t)$。注意，式（7.62）中的输入—输出关系，在将 $H(f',t)$ 替换为 $\tilde{H}(f',t)$ 之后，可直接由式（7.14）推导得到，其中 $\tilde{H}(f',t)$ 由式（7.67）给定。

由多普勒变化的脉冲响应 $\tilde{s}(\tau',f)$，可得到对多普勒效应现象的深入了解。这个函数定义为有关时间变量t的 $\tilde{h}(\tau',t)$ 的傅里叶变换，即 $\tilde{h}(\tau',t) \overset{t \quad f}{\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet} \tilde{s}(\tau',f)$。使用表达式（7.55），得到SOS 模型的多普勒变化的脉冲响应 $\tilde{s}(\tau',f)$ 的如下封闭形式的解

$$\tilde{s}(\tau',f) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_\ell \tilde{\Xi}_\ell(f) \delta(\tau' - \tilde{\tau}'_\ell) \tag{7.68}$$

式中，$\tilde{\Xi}_\ell(f)$ 表示 $\tilde{\mu}_\ell(t)$ 的傅里叶变换，为

$$\tilde{\Xi}_\ell(f) = \tilde{\Xi}_{1,\ell}(f) + \mathrm{j}\,\tilde{\Xi}_{2,\ell}(f), \ell=0,1,\cdots,\mathcal{L}-1 \tag{7.69a}$$

$$\tilde{\Xi}_{i,\ell}(f) = \sum_{n=1}^{N_{i,\ell}} \frac{c_{i,n,\ell}}{2}[\delta(f-f_{i,n,\ell})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_{i,n,\ell}} + \delta(f+f_{i,n,\ell})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_{i,n,\ell}}], i = 1,2 \tag{7.69b}$$

因此，$\tilde{s}(\tau',f)$ 是一个二维离散线谱，其中谱线位于离散位置 $(\tau',f) = (\tilde{\tau}'_\ell, \pm f_{i,n,\ell})$，且由复数值因子 $\tilde{a}_\ell(c_{i,n,\ell}/2)\mathrm{e}^{\pm \mathrm{j}\theta_{i,n,\ell}}$加权。对于以 $\tilde{s}(\tau',f)$ 表示的输入—输出形状的描述，如果多普勒变化的脉冲响应$s(\tau',f)$ 由 $\tilde{s}(\tau',f)$ 替换，那么关系式

(7.19) 是有用途的。也应该观察到由式 (7.10) 可得到式 (7.62)，如果在后一方程式中 $s(\tau', f)$ 为式 (7.68) 替换的话。

最后，考虑SOSUS模型的多普勒变化的传递函数 $\tilde{T}(f', f)$，定义为时变确定性脉冲函数 $\tilde{h}(\tau', t)$ 的二维傅里叶变换，即 $\tilde{h}(\tau', t) \overset{\tau',t \quad f',f}{\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet} \tilde{T}(f', f)$。由于 $\tilde{h}(\tau', t) \overset{\tau' \quad f'}{\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet} \tilde{H}(f', t)$ 和 $\tilde{h}(\tau', t) \overset{t \quad f}{\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet} \tilde{s}(\tau', f)$，所以通过一维傅里叶变换 $\tilde{H}(f', t) \overset{t \quad f}{\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet} \tilde{T}(f', f)$ 或 $\tilde{s}(\tau', f) \overset{t \quad f}{\circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet} \tilde{T}(f', f)$，也可实施表达式 $\tilde{T}(f', f)$ 的计算。无论决定依据的是哪个过程，在任何情形中都可得到确定性系统的多普勒变化的传递函数 $\tilde{T}(f', f)$ 的如下封闭形式表达式

$$\tilde{T}(f', f) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_{\ell}\, \tilde{\Xi}_{\ell}(f)\, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f' \tilde{\tau}'_{\ell}} \tag{7.70}$$

总之，如果模型参数 $\{c_{i,n,\ell}\}$、$\{f_{i,n,\ell}\}$、$\{\theta_{i,n,\ell}\}$、$\{\tilde{a}_{\ell}\}$、$\{\tilde{\tau}'_{\ell}\}$、$\{N_{i,\ell}\}$ 和$\mathcal{L}$已知且为常量，则称四个系统函数 $\tilde{h}(\tau', t)$、$\tilde{H}(f', t)$、$\tilde{s}(\tau', f)$ 和 $\tilde{T}(f', f)$ 可进行显式分析。通过与图7.3类比，确定性信道模型的系统函数是依傅里叶变换成对发生关系的。得到的关系如图7.12所示。

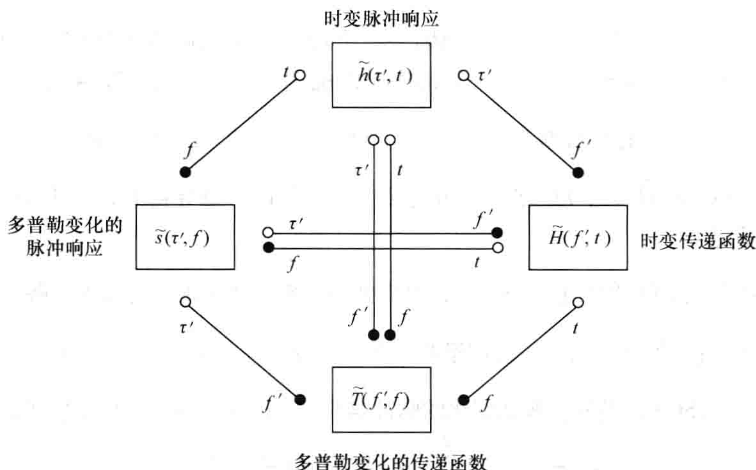


图7.12 频率选择确定性信道模型的系统函数间的傅里叶变换关系

7.4.2 SOSUS模型的相关函数和功率谱密度

参考WSSUS模型，在一般意义上，可为频率选择确定性信道模型（SOSUS模型）的相关函数和功率谱密度建立类似关系。特别地，四个系统函数 $\tilde{h}(\tau', t)$、$\tilde{H}(f', t)$、$\tilde{s}(\tau', f)$ 和 $\tilde{T}(f', f)$ 的相关函数可依如下关系加以表示：

$$\tilde{r}_{hh}(\tau'_1, \tau'_2; t, t+\tau) = \delta(\tau'_2 - \tau'_1)\, \tilde{S}_{hh}(\tau'_1, \tau) \tag{7.71a}$$

$$\tilde{r}_{HH}(f', f'+v'; t, t+\tau) = \tilde{r}_{HH}(v', \tau) \tag{7.71b}$$

$$\tilde{r}_{ss}(\tau_1', \tau_2'; f_1, f_2) = \delta(f_2 - f_1)\delta(\tau_2' - \tau_1')\tilde{S}(\tau_1', f_1) \tag{7.71c}$$

$$\tilde{r}_{TT}(f', f'+v'; f_1, f_2) = \delta(f_2 - f_1)\tilde{S}_{TT}(v', f_1) \tag{7.71d}$$

在这些方程中，$\tilde{S}_{hh}(\tau_1', \tau)$ 表示延迟交叉功率谱密度，$\tilde{r}_{HH}(v', \tau)$ 表示时间—频率相关函数，$\tilde{S}(\tau_1', f_1)$ 是散射函数，$\tilde{S}_{TT}(v', f_1)$ 称作确定性系统的多普勒交叉功率谱密度。

就像 WSSUS 模型一样的方式，在某个时间的这样两个量形成一个傅里叶变换对。通过与图 7.5 类比，得到频率选择确定性信道模型的如图 7.13 所示的关系。为了简化表示，变量 τ_1'和 f_1 同样分别由 τ'和 f 替换。

将 $\tilde{h}(\tau', t)$ 解释为一个时变确定性过程，这使我们能够推导得到相关函数式（7.71a）~式（7.71d）（且由此得到如图 7.13 所示的系统函数）的封闭形式解。这为解析性地分析确定性信道模型的统计性质提供了基础。下面将处理这项任务。

首先，通过使用时间平均，定义时变确定性脉冲响应 $\tilde{h}(\tau', t)$ 的自相关函数

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{hh}(\tau_1', \tau_2'; t, t+\tau) &:= \langle \tilde{h}^*(\tau_1', t)\tilde{h}(\tau_2', t+\tau) \rangle \\ &= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{h}^*(\tau_1', t)\tilde{h}(\tau_2', t+\tau)\mathrm{d}t\end{aligned} \tag{7.72}$$

应该考虑到，相比于式（7.23a）中的定义，这里突出了时间平均，在式（7.23a）中随机脉冲响应 $h(\tau', t)$ 的自相关函数的推导是通过计算统计平均（总体平均）得到的。在上式中，使用了 $\tilde{h}(\tau', t)$ 表达式（7.55），从而可写出

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{hh}(\tau_1', \tau_2'; t, t+\tau) &= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left[\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_\ell\tilde{\mu}_\ell^*(t)\delta(\tau_1' - \tau_\ell')\right] \\ &\quad\cdot\left[\sum_{\lambda=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_\lambda\tilde{\mu}_\lambda(t+\tau)\delta(\tau_2' - \tau_\lambda')\right]\mathrm{d}t \\ &= \lim_{T\to\infty}\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\sum_{\lambda=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_\ell\tilde{a}_\lambda\delta(\tau_1' - \tau_\ell')\delta(\tau_2' - \tau_\lambda') \\ &\quad\cdot\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{\mu}_\ell^*(t)\tilde{\mu}_\lambda(t+\tau)\mathrm{d}t\end{aligned} \tag{7.73}$$

使用式（7.58），得到

$$\tilde{r}_{hh}(\tau_1', \tau_2'; t, t+\tau) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_\ell^2\tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(\tau)\delta(\tau_1' - \tilde{\tau}_\ell')\delta(\tau_2' - \tilde{\tau}_\ell') \tag{7.74}$$

一般而言，不会定义两个狄拉克 delta 函数的乘积。但在当前情形中，第一个狄拉克 delta 函数取决于变量 τ_1'，第二个取决于 τ_2'。因为 τ_1'和 τ_2'是独立变量，所以在二维

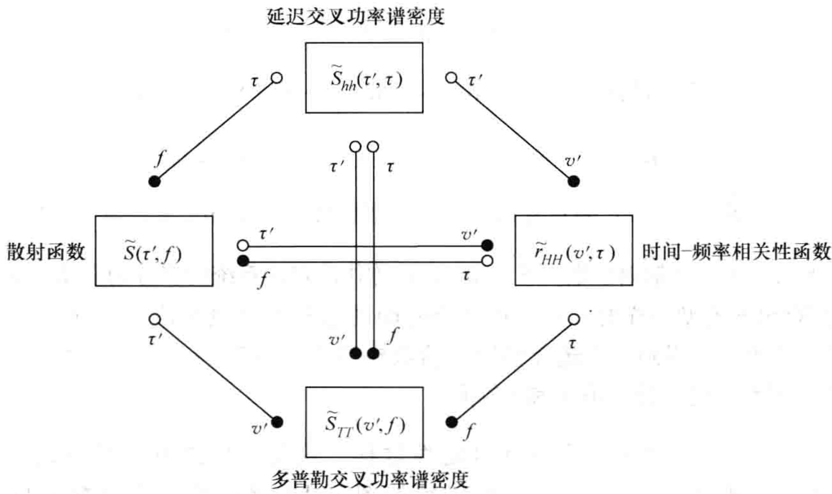


图7.13　SOSUS模型的延迟交叉功率谱密度 $\tilde{S}_{hh}(\tau',\tau)$、时间—频率相关函数 $\tilde{r}_{HH}(v',\tau)$、散射函数 $\tilde{S}(\tau',f)$、多普勒交叉功率谱密度 $\tilde{S}_{TT}(v',f)$ 之间的傅里叶变换关系

(τ_1',τ_2') 平面中乘积将不会导致任何问题。进而，$\delta(\tau_1'-\tilde{\tau}_\ell')\,\delta(\tau_2'-\tilde{\tau}_\ell')$ 等价于 $\delta(\tau_1'-\tilde{\tau}_\ell')\,\delta(\tau_2'-\tilde{\tau}_1')$，从而式（7.74）可表示为

$$\tilde{r}_{hh}(\tau_1',\tau_2';t,t+\tau)=\delta(\tau_2'-\tilde{\tau}_1')\tilde{S}_{hh}(\tau_1',\tau) \tag{7.75}$$

式中

$$\tilde{S}_{hh}(\tau_1',\tau)=\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_\ell^2\,\tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(\tau)\delta(\tau'-\tilde{\tau}_\ell') \tag{7.76}$$

表示频率选择确定性信道模型的延迟交叉功率谱密度。注意式（7.75）与式（7.33）具有相同形式。如果所有模型参数 $\{c_{i,n,\ell}\}$、$\{f_{i,n,\ell}\}$、$\{\tilde{a}_\ell\}$、$\{\tilde{\tau}_\ell'\}$、$\{N_{i,\ell}\}$ 和$\mathcal{L}$已知，则可以用式（7.59a）和式（7.59b）中的自相关函数显式计算延迟交叉功率谱密度 $\tilde{S}_{hh}(\tau',\tau)$。

有关传播延迟变量 τ' 的延迟交叉功率谱密度 $\tilde{S}_{hh}(\tau',\tau)$ 的傅里叶变换得到确定性系统的时间—频率相关函数

$$\tilde{r}_{HH}(v',\tau)=\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_\ell^2\,\tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v'\tau_\ell'} \tag{7.77}$$

为了计算散射函数的解析表达式，也倾向于参考延迟交叉功率谱密度 $\tilde{S}_{hh}(\tau',\tau)$。式（7.76）有关 τ 的傅里叶变换直接得到表达式

$$\tilde{S}(\tau',f)=\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_\ell^2\,\tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)\delta(\tau'-\tilde{\tau}_\ell') \tag{7.78}$$

它描述了频率选择确定性信道模型的散射函数。在这个方程式中，

$$\tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f) = \sum_{i=1}^{2}\sum_{n=1}^{N_{i,\ell}} \frac{c_{i,n,\ell}^2}{4}[\delta(f-f_{i,n,\ell}) + \delta(f+f_{i,n,\ell})] \tag{7.79}$$

表示第 ℓ 条传播路径（$\ell=0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$）的多普勒功率谱密度。注意多普勒功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)$ 是由式（7.59a）给定的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(\tau)$ 的傅里叶变换。现在变得明显的是，确定性信道模型的散射函数 $\tilde{S}(\tau', f)$ 可表示为加权狄拉克 delta 函数的有限和。狄拉克 delta 函数位于二维（τ', f）平面位置（$\tilde{\tau}'_\ell$，$\pm f_{i,n,\ell}$）处，并由常数 $(\tilde{a}_\ell c_{i,n,\ell})^2/4$ 加权。不失一般性，下面假定散射函数 $\tilde{S}(\tau', f)$ 归一化到一个单位，从而在 $\tilde{S}(\tau', f)$ 下的体积等于 1，即

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} \tilde{S}(\tau', f)\mathrm{d}\tau'\mathrm{d}f = 1 \tag{7.80}$$

为了确保式（7.80）一定得到满足，增益 $c_{i,n,\ell}$ 和路径增益 $\tilde{a}_\ell$ 必须满足边界条件

$$\sum_{n=1}^{N_{i,\ell}} c_{i,n,\ell}^2 = 1 \text{ 和 } \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_\ell^2 = 1 \tag{7.81a, b}$$

第一个条件隐含着 $\tilde{\mu}_\ell(t)$ 的均值功率等于 1，即 $\tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(0)=1$。第二个条件表示总路径功率的统计平均等于 1。将这两个条件组合，可确保信道的输出信号 $y(t)$ 与输入信号 $x(t)$ 具有相同的均值功率。

最后，为了得到频率选择确定性信道模型的多普勒交叉功率谱密度

$$\tilde{S}_{TT}(v', f) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_\ell^2 \tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v' \tilde{\tau}'_\ell} \tag{7.82}$$

确定以 τ' 表示的散射函数 $\tilde{S}(\tau', f)$ 的傅里叶变换。可容易地使自己确信，也会得到给出形式（7.82）的多普勒交叉功率谱密度 $\tilde{S}_{TT}(v', f)$，如果另一种方法［通过有关 τ 的时间—频率相关函数 $\tilde{r}_{HH}(v', \tau)$ 的傅里叶变换］（在这种情形中）必须为 $\tilde{r}_{HH}(v', \tau)$ 所用，利用了关系式（7.77）。

因此，已经表明，如果给出相关的模型参数 $\{c_{i,n,\ell}\}$、$\{f_{i,n,\ell}\}$、$\{\tilde{a}_\ell\}$、$\{\tilde{\tau}'_\ell\}$、$\{N_{i,\ell}\}$ 和 $\mathcal{L}$，四个系统函数 $\tilde{S}_{hh}(\tau', \tau)$、$\tilde{r}_{HH}(v', \tau)$、$\tilde{S}(\tau, f)$ 和 $\tilde{S}_{TT}(v', f)$ 可给出封闭形式，这可解析性地研究确定性系统。系统函数的封闭形式解披露了哪些模型参数强烈地影响信道特征。

7.4.3 SOSUS 模型的延迟功率谱密度、多普勒功率谱密度和特征量

在本小节，将针对 SOSUS 模型的本征特征函数和量（如延迟功率谱密度、多普勒功率谱密度和延迟扩展）推导简单的封闭形式解。出于这个目的，这里将针对确定性信道模型（SOSUS 模型）讨论 7.3.2 节第 3 部分针对随机信道模型（WSSUS 模型）引入的术语。

1. 延迟功率谱密度

令 $\tilde{S}(\tau', f)$ 是一个确定性信道模型的散射函数，那么通过与式（7.38）的类比，相应的延迟功率谱密度 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$（也称作功率延迟剖面）定义为

$$\tilde{S}_{\tau'}(\tau') := \tilde{S}_{hh}(\tau', 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(\tau', f) \mathrm{d}f \tag{7.83}$$

在利用式（7.78）并考虑式（7.81a）中的边界条件之后，得到

$$\tilde{S}_{\tau'}(\tau') = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_{\ell}^{2} \delta(\tau' - \tilde{\tau}'_{\ell}) \tag{7.84}$$

因此，延迟功率谱密度 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 是一个离散线谱，其中线谱位于离散位置 $\tau' = \tilde{\tau}'_{\ell}$处，且由常数 $\tilde{a}_{\ell}^{2}$加权。结果是，$\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 的形状完全由模型参数 $\tilde{a}_{\ell}$、$\tilde{\tau}'_{\ell}$和$\mathcal{L}$确定。应该指出，由于式（7.81b），在延迟功率谱密度 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 下的面积等于1，即$\int_{0}^{\infty} \tilde{S}_{\tau'}(\tau') \mathrm{d}\tau' = 1$。

2. 平均延迟

令 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 是一个确定性信道模型的延迟功率谱密度，那么 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 的一阶矩被称作平均延迟 $\tilde{B}_{\tau'}^{(1)}$。因此，通过与式（7.39）类比，定义

$$\tilde{B}_{\tau'}^{(1)} := \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \tau' \tilde{S}_{\tau'}(\tau') \mathrm{d}\tau'}{\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{\tau'}(\tau') \mathrm{d}\tau'} \tag{7.85}$$

成立。在将式（7.84）代入式（7.85）之后，得到封闭形式的平均延迟 $\tilde{B}_{\tau'}^{(1)}$为

$$\tilde{B}_{\tau'}^{(1)} = \frac{\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{\tau}'_{\ell} \tilde{a}_{\ell}^{2}}{\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_{\ell}^{2}} \tag{7.86}$$

式中，如果式（7.81b）中的条件满足，则分母等于1。

3. 延迟扩展

$\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 的二阶中心矩的平方根称作延迟扩展 $\tilde{B}_{\tau'}^{(2)}$，通过与式(7.40)类比，定义为

$$\tilde{B}_{\tau'}^{(2)} := \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\tau' - \tilde{B}_{\tau'}^{(1)})^{2} \tilde{S}_{\tau'}(\tau') \mathrm{d}\tau'}{\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{\tau'}(\tau') \mathrm{d}\tau'}} \tag{7.87}$$

使用式（7.84），可推导得到封闭形式表达式

$$\tilde{B}_{\tau'}^{(2)} = \sqrt{\frac{\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} (\tilde{\tau}'_{\ell} \tilde{a}_{\ell})^{2}}{\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_{\ell}^{2}} - (\tilde{B}_{\tau'}^{(1)})^{2}} \tag{7.88}$$

式中，$\tilde{B}_{\tau'}^{(1)}$是依据式（7.86）的平均延迟。

4. 多普勒功率谱密度

令 $\tilde{S}(\tau',f)$ 是一个确定性信道模型的散射函数时，那么［通过与式（7.42）类比］通过关系

$$\tilde{S}_{\mu\mu}(f) := \tilde{S}_{TT}(0,f) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(\tau',f)\,\mathrm{d}\tau' \tag{7.89}$$

可确定相应的多普勒功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$。利用式（7.78）给定的散射函数 $\tilde{S}(\tau',f)$，现在可推导确定系统的多普勒功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$ 的封闭形式解。结果，得到

$$\tilde{S}_{\mu\mu}(f) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_{\ell}^{2} \tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f) \tag{7.90}$$

式中，$\tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)$ 表示由式（7.79）确定的第 ℓ 个散射分量的多普勒功率谱密度。这个方程表明，频率选择确定性信道模型的多普勒功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$ 可由所有传播路径 $\ell=0,1,\cdots,\mathcal{L}$的多普勒功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)$ 之和给出，其中每个个体多普勒功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)$ 必须以相应路径增益的平方加权。这里，路径增益的平方 $\tilde{a}_{\ell}^{2}$表示路径功率，这是与第 ℓ 条传播路径 $\tilde{\tau}'_{\ell}$关联的所有散射分量的均值（平均）功率。

知道多普勒功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$ 或 $\tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)$，就可计算平均多普勒频移 $\tilde{B}_{\mu\mu}^{(1)}$ 和多普勒频散 $\tilde{B}_{\mu\mu}^{(2)}$。在4.2 节已经介绍了 $\tilde{B}_{\mu\mu}^{(1)}$ 和 $\tilde{B}_{\mu\mu}^{(2)}$ 的定义，在那里也可找到这些特征量的封闭形式解和物理解释。此时将仅扼要重述这些结果。

5. 频率相关函数

令 $\tilde{r}_{HH}(v',\tau)$ 为一个确定性信道模型的时间—频率相关函数。那么，通过与式（7.44）类比，频率相关函数 $\tilde{r}_{\tau'}(v')$ 定义为 $\tau=t_2-t_1=0$ 处的时间—频率相关函数 $\tilde{r}_{HH}(v',\tau)$，即

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{\tau'}(v') &:= \tilde{r}_{HH}(v',0) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(\tau',f)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v'\tau'}\,\mathrm{d}\tau'\,\mathrm{d}f \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{\tau'}(\tau')\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v'\tau'}\,\mathrm{d}\tau'\end{aligned} \tag{7.91}$$

这个结果将频率相关函数 $\tilde{r}_{\tau'}(v')$ 等同为延迟功率谱密度 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 的傅里叶变换。通过在式（7.77）设置 $\tau=0$，可以一种简单的方式得到 $\tilde{r}_{\tau'}(v')$ 的一个封闭形式的表达式。将式（7.81a）中的边界条件［意味着对所有 $\ell=0,1,\cdots,\mathcal{L}-1$，$\tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(0)=1$ 成立］考虑在内，那么得到

$$\tilde{r}_{\tau'}(v') = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_{\ell}^{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v'\tilde{\tau}'_{\ell}} \tag{7.92}$$

在将式（7.84）代入式（7.91）并求解积分之后，得到相同的封闭形式表达式。

在下面，重点突出了频率相关函数 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$ 的一些性质。函数 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$ 是周期的，具有如下给定的周期Υ'

$$\Upsilon' = 1/\text{gcd}\{\tilde{\tau}'_0, \tilde{\tau}'_1, \cdots, \tilde{\tau}'_{\mathcal{L}-1}\} \tag{7.93}$$

式中，gcd{·}表示最大公因数㊀。由此，可写出 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon') = \tilde{r}_{\tau'}(\upsilon' + k \cdot \Upsilon')$，其中$k$是一个整数。注意当 gcd $\{\tilde{\tau}'_0, \tilde{\tau}'_1, \cdots, \tilde{\tau}'_{\mathcal{L}-1}\} \to 0$ 时，$\Upsilon' \to \infty$。进而，由式（7.91）得到，频率相关函数展示出赫尔米特对称性质，即

$$\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon') = \tilde{r}^*_{\tau'}(-\upsilon') \tag{7.94}$$

由这个关系和 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon') = \tilde{r}_{\tau'}(\upsilon' + k \cdot \Upsilon')$，也得到 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon') = \tilde{r}^*_{\tau'}(k \cdot \Upsilon' - \upsilon')$ 和 $\tilde{r}_{\tau'}([2k+1]/2 \cdot \Upsilon' - \upsilon') = \tilde{r}^*_{\tau'}([2m+1]/2 \cdot \Upsilon' + \upsilon')$，其中$k$和$m$是整数。因此，频率相关函数的实部和虚部分别是偶函数和奇函数，且频率相关函数是有关半周期（即有关频率 $\upsilon' = \Upsilon'/2$）赫尔米特对称的。结果是，有关频率相关函数的完全信息被包含在频率相关函数的半个周期内。最后，因为对于 $\tau' < 0$，$\tilde{S}_{\tau'}(\tau') = 0$，所以 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$ 的实部和虚部是由希尔伯特变换相互发生关系的

$$\text{Re}\{\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')\} = \mathcal{H}\{\text{Im}\{\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')\}\} \tag{7.95}$$

式中，$\mathcal{H}\{\cdot\}$ 表示希尔伯特变换算子。回顾一下，式（7.94）和式（7.95）也适用于 WSSUS 模型的频率相关函数。

6. 相干带宽

令 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$ 是由式（7.92）给定的频率相关函数，那么

$$|\tilde{r}_{\tau'}(\tilde{B}_C)| = \frac{1}{2}|\tilde{r}_{\tau'}(0)| \tag{7.96}$$

成立的频率间隔变量 $\upsilon' = \tilde{B}_C$ 称作确定性信道模型的相干带宽。利用式（7.92），并考虑边界条件（7.81b），得到超越方程

$$\left|\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_\ell^2 e^{-j2\pi \tilde{B}_C \tau'_\ell}\right| - \frac{1}{2} = 0 \tag{7.97}$$

满足上面方程的 $\tilde{B}_C$ 最小正值定义了相干带宽。除了简单的特例外，一般而言，必须采用数值寻根技术求解式（7.97）。牛顿（或牛顿-Raphson）法是求解寻根问题[213]的最强大的和著名的数值方法之一。

7. 时间相关函数

令 $\tilde{r}_{HH}(\upsilon', \tau)$ 是一个确定性信道模型的时间—频率相关函数。那么，通过与式（7.50）类比，时间相关函数 $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 定义为 $\upsilon' = f'_2 - f'_1 = 0$ 处的时间—频率相关函数

㊀ 这里，最大公因数 gcd $\{\tilde{\tau}'_0, \tilde{\tau}'_1, \cdots, \tilde{\tau}'_{\mathcal{L}-1}\}$ 如下定义。令 $\tilde{\tau}'_\ell = q_\ell \cdot \Delta\tau'$，其中对于 $\ell = 0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$，$q_\ell$ 是整数，且 $\Delta\tau'$ 是一个实数值常数，那么 gcd $\{\tilde{\tau}'_0, \tilde{\tau}'_1, \cdots, \tilde{\tau}_{\mathcal{L}-1}\} = \Delta\tau'$。

$\tilde{r}_{HH}(\upsilon', \tau)$，即

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau) &:= \tilde{r}_{HH}(0,\tau)\\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{S}(\tau', f)\,e^{j2\pi f\tau}d\tau' df \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\tilde{S}_{\mu\mu}(f)\,e^{j2\pi f\tau}df\end{aligned} \tag{7.98}$$

这个结果再次表明，时间相关函数和多普勒功率谱密度形成一个傅里叶变换对。考虑 $\upsilon'=0$ 处的式（7.77），因此得到

$$\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_\ell^2\,\tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(\tau) \tag{7.99}$$

式中，$\tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(\tau)$ 由式（7.59a）给定。

8. 相干时间

令 $\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 是由式（7.99）给定的时间相关函数，那么对于时间间隔 $\tau=\tilde{T}_C$

$$|\tilde{r}_{\mu\mu}(\tilde{T}_C)| = \frac{1}{2}|\tilde{r}_{\mu\mu}(0)| \tag{7.100}$$

成立，它称作确定性信道模型的相干时间。将式（7.99）代入式（7.100），并考虑式（7.59a）和式（7.59b），得到超越方程式

$$\left|\sum_{i=1}^{2}\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\sum_{n=1}^{N_{i,\ell}}\frac{(\tilde{a}_\ell c_{i,n,\ell})^2}{2}\cos(2\pi f_{i,n,\ell}\tilde{T}_C)\right| - \frac{1}{2} = 0 \tag{7.101}$$

通过应用数值根寻找技术，从式（7.101）可计算相干时间 $\tilde{T}_C$。求解式（7.101）得到的 $\tilde{T}_C$最小正值定义了相干时间。

为了方便概览，上面推导的频率选择确定性信道模型的相关函数和功率谱密度之间以及特征之间的关系如图 7.14 所示。

7.4.4 SOSUS 模型的模型参数确定

在本小节，关注于图 7.11 所示仿真模型的模型参数 $\tilde{\tau}'_\ell$、$\tilde{a}_\ell$、$f_{i,n,\ell}$、$c_{i,n,\ell}$和 $\theta_{i,n,\ell}$的确定，仿真模型表示了由式（7.55）确定的 SOSUS 模型。这里描述的过程起点是一个给定随机信到模型的散射函数 $S(\tau', f)$。因为过程是通用的，所以原理上来说，$S(\tau', f)$ 可以是任意给定的散射函数。如果 $S(\tau', f)$ 是从一个真实世界信道得到的单一快照测量数据的评估结果，那么也可应用这种方法。

由散射函数 $S(\tau', f)$，下面假定为已知的，则可首先确定相应的延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$和多普勒功率谱密度 $S_{\mu\mu}(f)$。出于这个目的，使用关系

$$S_{\tau'}(\tau') = \int_{-\infty}^{\infty}S(\tau', f)\,df \text{ 和 } S_{\mu\mu}(f) = \int_{-\infty}^{\infty}S(\tau', f)\,d\tau' \tag{7.102a, b}$$

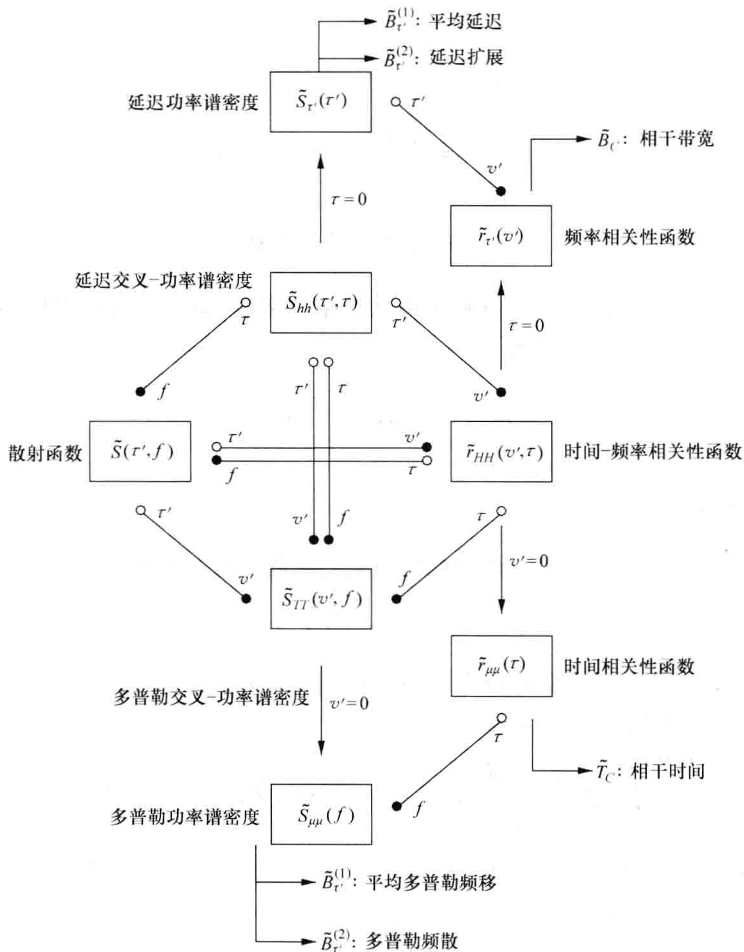


图 7.14 SOSUS 模型的相关函数、功率谱密度和特征量之间的关系

上两式已经分别在式（7.38）和式（7.42）引入。式（7.12）中的因果条件得到，如果 $\tau'<0$，则 $S_{\tau'}(\tau')$。进而，假定可忽略满足传播延迟 $\tau'>\tau'_{max}$ 的所有散射分量。那么延迟功率谱密度被限制在区间 $I=[0,\ \tau'_{max}]$ 内，且可写出

$$S_{\tau'}(\tau')=0, \text{对于 } \tau'\notin I=[0,\tau'_{max}] \tag{7.103}$$

接下来，实施区间 $I=[0,\ \tau'_{max}]$ 的分割，分割成许多$\mathcal{L}$个不相交子区间 I_ℓ，对于 $\ell\neq\lambda$，满足 $I=\cup_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}I_\ell$ 和 $I_\ell\cap I_\lambda=0$。这个分割是以这样的方式实现的，使我们将属于 I_ℓ 的延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$ 和多普勒功率密度 $S_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)$ 看作在每个子区间 I_ℓ 内是独立的。由此，得到以 $S_{\tau'}(\tau')$ 和 $S_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)$ 表示的散射函数 $S(\tau',f)$ 可表示为

$$S(\tau',f)=\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}S_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)S_{\tau'}(\tau')\mid_{\tau'\in I_\ell} \tag{7.104}$$

从这种形式继续，现在将确定确定性系统的模型参数。

1. 离散传播延迟和路径增益的确定

离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$是整数多个采样间隔 T'_s，即

$$\tilde{\tau}'_\ell = \ell \cdot T'_s, \ell = 0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1 \tag{7.105}$$

其中具有不同传播延迟的离散传播路径数$\mathcal{L}$为

$$\mathcal{L} = \left\lfloor \frac{\tau'_{\max}}{T'_s} \right\rfloor + 1 \tag{7.106}$$

由此，比 $\tau'_{\max}/T'_s$确定了图 7.11 所示的延迟元素数量。注意当 $T'_s \to 0$ 时，$\mathcal{L}\to\infty$ 。

采用由式（7.105）给定的离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$和采样间隔 T'_s，可确定区间 $I=[0, \tau'_{\max}] = \cup_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} I_\ell$所需的子区间 I_ℓ为

$$I_\ell := \begin{cases} [0, T'_s/2) & \ell = 0 \\ [\tilde{\tau}'_\ell - T'_s/2, \tilde{\tau}'_\ell + T'_s/2) & \ell = 1, 2, \cdots, \mathcal{L}-2 \\ [\tilde{\tau}'_\ell - T'_s/2, \tilde{\tau}'_{\max}) & \ell = \mathcal{L}-1 \end{cases} \tag{7.107}$$

接下来，要求在每个子区间 I_ℓ内延迟功率谱密度 $S_{\tau'}(\tau')$ 和 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 下的面积相等，即要求

$$\int_{\tau' \in I_\ell} S_{\tau'}(\tau')\mathrm{d}\tau' = \int_{\tau' \in I_\ell} \tilde{S}_{\tau'}(\tau')\mathrm{d}\tau' \tag{7.108}$$

对所有 $\ell=0$，1，…，$\mathcal{L}-1$ 成立。以表达式（7.84）替换上式中右侧的 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$，并应用狄拉克 delta 函数的筛查（sifting）性质，直接得到路径增益的如下显式公式

$$\tilde{a}_\ell = \sqrt{\int_{\tau' \in I_\ell} S_{\tau'}(\tau')\mathrm{d}\tau'}, \ell = 0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1 \tag{7.109}$$

式中，I_ℓ是式（7.107）中定义的子区间。这个结果表明，第 ℓ 条传播路径的路径增益 $\tilde{a}_\ell$是在子区间 I_ℓ内平均路径功率的平方根。

上面的方法称作等距离方法（MED），这在 7.5.2 节详细描述。其中证明了当$\mathcal{L}\to\infty$时，$\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 收敛到 $S_{\tau'}(\tau')$。由式（7.85）和式（7.87）中的定义，得到这个性质一定对模型的平均延迟 $\tilde{B}^{(1)}_{\tau'}$ 和延迟扩展 $\tilde{B}^{(2)}_{\tau'}$ 也成立。但是，对$\mathcal{L}<\infty$（$T'_s>0$），一般而言，不得不写作 $\tilde{B}^{(1)}_{\tau'} \approx B^{(1)}_{\tau'}$ 和 $\tilde{B}^{(2)}_{\tau'} \approx B^{(2)}_{\tau'}$ 。通过针对 COST 207 指定的信道模型的延迟功率谱密度的例子［示于图 7.7（也见表 7.1）］，对于 $i=1$，2 在图 7.15a～图 7.15d 中给出的 $\tilde{B}^{(i)}_{\tau'} \approx B^{(i)}_{\tau'}$ 的近似质量，是离散延迟路径数$\mathcal{L}$的一个函数。

2. 离散多普勒频率和增益的确定

通过应用 5.1 节描述的方法，可确定离散多普勒频率 $f_{i,n,\ell}$和增益 $c_{i,n,\ell}$。除了准确的多普勒频散方法（MEDS）外，也倾向于使用 L_p范数方法（LPNM）。提到的第一种方法

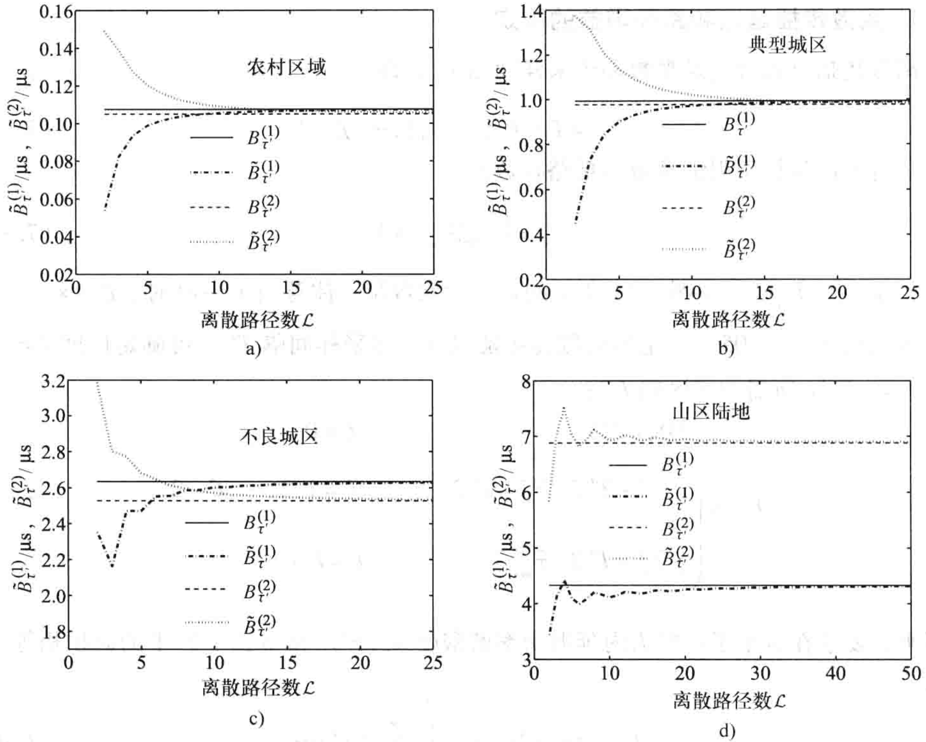


图 7.15 当使用 COST 207[19]规范的延迟功率谱密度：农村区域、典型城区、不良城区和山区陆地时，SOSUS 模型的平均延迟 $\tilde{B}_{\tau'}^{(1)}$ 和延迟扩展 $\tilde{B}_{\tau'}^{(2)}$

是特别建议用于 Jakes 功率谱密度的。但是，为了满足 US 条件，必须考虑到复数确定性 SOS 过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 的设计要满足对于 $\ell \neq \lambda$（ℓ，$\lambda = 0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$），$\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_{\lambda}(t)$是不相关的。回顾一下，如果离散多普勒频率$f_{i,n,\ell}$满足式（7.57b）中的条件，上述情况总是得到满足的。使用 MEDS，在正弦曲线数 $N_{i,\ell}$的选择满足如下条件的情况下，这个条件总是得到满足的，即对于 $n=1, 2, \cdots, N_{i,\ell}$和 $m=1, 2, \cdots, N_{k,\lambda}$，不等式 $N_{i,\ell}/N_{k,\lambda} \neq (2n-1)/(2m-1)$ 成立，其中 i，$k=1$，2 和 ℓ，$\lambda=0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$（$i=k$ 和$\ell=\lambda$不同时成立）[214]。但是，当使用 LPNM 方法时，不考虑这个不等式，因为即使对于 $N_{i,\ell}=N_{k,\lambda}$，满足 $\ell \neq \lambda$ 的不交集合 $\{f_{i,n,\ell}\}$ 和 $\{f_{k,m,\lambda}\}$ 也是容易找到的，从而保障对于 $\ell \neq \lambda$，得到的确定性过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_{\lambda}(t)$ 是不相关的。出于这个目的，通过使用参数 p 的不同值，足以最小化式（5.74）中的 L_p范数；或通过为式（5.74）中的积分定义上限的量 $\tau_{\max}$选择不同值，足以实施离散多普勒频率的每个集合 $\{f_{i,n,\ell}\}$ 的最小化。记住这一点，自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_{i,\ell}\mu_{i,\ell}}(\tau)$ ［见式（7.59b）］的数值最优化保障了对于所有 i，$k=1$，2，$n=1, 2, \cdots, N_{i,\ell}$，$m=1, 2, \cdots, N_{k,\lambda}$和 ℓ，$\lambda=0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$，期望条件

$$\{f_{i,n,\ell}\} \cap \{\pm f_{k,m,\lambda}\} = \phi \Leftrightarrow \ell \neq \lambda \tag{7.110}$$

通常总是得到满足的。

3. 相位的确定

在7.4.2节和7.4.3节，发现相位$\theta_{i,n,\ell}$对图7.14所示的系统函数没有影响。因此，可得出结论，SOSUS模型的基本统计性质独立于相位$\theta_{i,n,\ell}$的选择。对于频率选择情形，在5.2节做出的论断仍然有效。所以，再次假定相位$\theta_{i,n,\ell}$是一个随机变量的实现，该变量是均匀分布在区间（0，2π］上的。另外，$\theta_{i,n,\ell}$也可通过应用5.2节描述的确定性过程加以确定。在两种情形中，不同事件（集合）$\{\theta_{i,n,\ell}\}$总是得到时变脉冲响应$\tilde{h}(\tau', t)$的不同实现（样本函数），但尽管如此，所有的脉冲响应都具有相同的统计性质。换句话说：脉冲响应$\tilde{h}(\tau', t)$的每个实现都包含了完全的统计信息。

7.4.5　COST 207信道模型的仿真模型

在本节，将再次依据COST 207[19]，选取信道模型，并将表明如何为它们开发高效的仿真模型。出于这个目的，将关注点放在表7.3确定的4路径和6路径信道模型（RA，TU，BU，HT）。因为这些模型已经给出有关τ'的离散形式，所以离散传播延迟$\tilde{\tau}'_\ell$直接等于表7.3中列出的τ'_ℓ的值，即$\tilde{\tau}'_\ell=\tau'_\ell$。将采样间隔$T'_s$调节适应于离散传播延迟$\tilde{\tau}'_\ell$，是通过$\tilde{\tau}'_\ell=q_\ell\cdot T'_s$取得的，其中$q_\ell$表示一个整数，$T'_s$是$\tau'_1$，$\tau'_2$，…，$\tau'_{\mathcal{L}-1}$的最大公因数，即$T'_s=\gcd\{\tau'_\ell\}_{\ell=1}^{\mathcal{L}-1}$。相应的路径增益$\tilde{a}_\ell$等于表7.3中列出的路径功率的平方根。

在表7.2中可找到多普勒功率谱密度的规格。在Jakes功率谱密度的情形中，确定模型参数$f_{i,n,\ell}$和$c_{i,n,\ell}$，方法是考虑到满足式（7.110）时，应用5.1.5节描述的L_p范数方法。通过使用Jakes功率谱密度，得到的复数确定性SOS过程$\tilde{\mu}_\ell(t)$的仿真模型等于图7.10中的模型。对于高斯功率谱密度（高斯Ⅰ和高斯Ⅱ），L_p范数方法（LPNM Ⅲ）的第三种变形是有优势的。对于当前问题的求解，建议以具有如下形式的对称高斯功率谱密度的高斯随机过程$v_{i,\ell}(t)$开始求解

$$S_{v_{i,\ell}v_{i,\ell}}(f)=A_{i,\ell}\mathrm{e}^{-\frac{f^2}{2s_{i,\ell}^2}}, i=1,2 \tag{7.111}$$

且之后实施$f_{i,0,\ell}$的一次频率偏移，这最后得到

$$S_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)=\sum_{i=1}^{2}S_{v_{i,\ell}v_{i,\ell}}(f-f_{i,0,\ell}) \tag{7.112}$$

式中，$A_{i,\ell}$、$s_{i,\ell}$和$f_{i,0,\ell}$表示表7.2中指定的参数。式（5.78）中误差函数的最小化所要求的自相关函数，在目前情形中，由式（7.111）中的高斯功率谱密度的傅里叶反变换给定，即

$$r_{v_{i,\ell}v_{i,\ell}}(\tau)=\sigma_{i,\ell}^2\mathrm{e}^{-2(\pi s_{i,\ell}\tau)^2} \tag{7.113}$$

式中，$\sigma_{i,\ell}^2=\sqrt{2\pi}A_{i,\ell}s_{i,\ell}$表示高斯随机过程$v_{i,\ell}(t)$的方差。对于仿真模型，这意味着必须通过使用LPNM Ⅲ，首先确定确定性过程

$$\tilde{v}_{i,\ell}(t)=\sum_{n=1}^{N_{i,\ell}}c_{i,n,\ell}\cos(2\pi f_{i,n,\ell}+\theta_{i,n,\ell}) \tag{7.114}$$

的模型参数$f_{i,n,\ell}$和$c_{i,n,\ell}$。之后应用傅里叶变换的频率偏移定理，给出如下形式的期望复数确定性 SOS 过程

$$\begin{aligned}\tilde{\mu}_{\ell}(t) &= \sum_{i=1}^{2} \tilde{v}_{i,\ell}(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_{i,0,\ell}t} \\ &= \sum_{i=1}^{2} \tilde{v}_{i,\ell}(t)\cos(2\pi f_{i,0,\ell}t) - \mathrm{j}\sum_{i=1}^{2} \tilde{v}_{i,\ell}(t)\sin(2\pi f_{i,0,\ell}t)\end{aligned} \tag{7.115}$$

为复数确定性过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 得到的仿真模型如图 7.16 所示。最后，通过将图 7.10 和图 7.16 所示结构以及图 7.11 中给出结构进行积分，得到 COST 207 信道模型的总仿真模型。

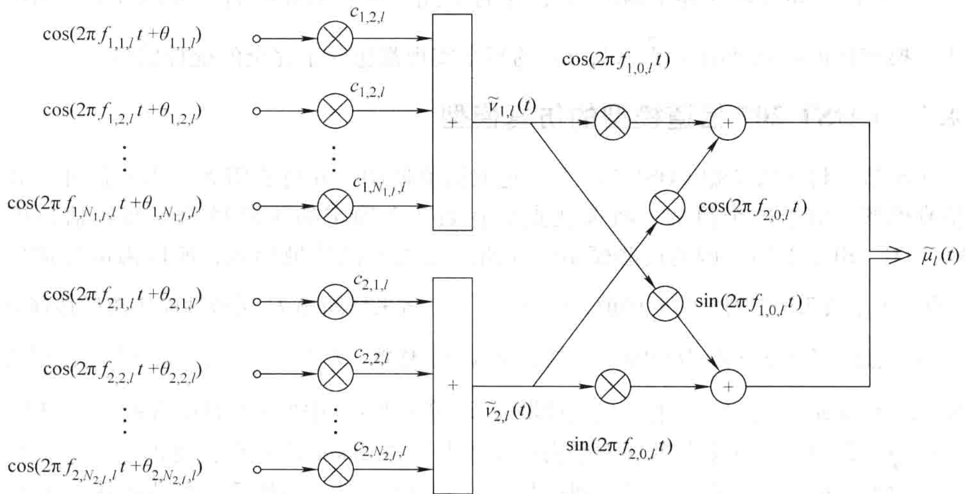


图 7.16 使用 COST 207 规范的频率偏移高斯功率谱密度（见表 7.2），为复数确定性 SOS 过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 得到的仿真模型

使用L_p范数方法，在不违背式（7.110）中条件的情况下，具有不仅为所有传播路径，而且为相应的实部和虚部，选择相等数量$N_{i,\ell}$个正弦曲线的机会。作为一个例子，对于$\mathcal{L}$路径信道模型依据 COST 207 固定$N_{i,\ell}$为$N_{i,\ell}=10$（$\forall i=1$，2 和 $\ell=0$，1，…，$\mathcal{L}-1$）。对于最大多普勒频率$f_{\max}$，选择值 91Hz。现在遵循上面描述的过程，计算其他的模型参数。知道了模型参数，就可分析性地确定多种量，不仅有散射函数 $\tilde{S}(\tau',f)$ [见式（7.78）]，而且还有所有其他相关函数、功率谱密度和图 7.14 所示的特征量。例如，对于表 7.3 指定的 COST 207 信道模型，得到的确定性仿真模型的散射函数 $\tilde{S}(\tau',f)$ 如图 7.17a～图 7.17d 所示。

注意到，离散输入信号 $x(kT'_s)$ 和相应输出信号 $y(kT'_s)$ 的处理是利用采样率$f'_s=1/T'_s$实施的，其中复数确定性 SOS 过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(\ell=0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1)$ 的采样发生在离散时刻 $t=kT_s=km'_sT'_s$。回顾一下，在 7.4.1 节做出的论断必须考虑到采样率比 $m'_s=T_s/T'_s$ 的选择。

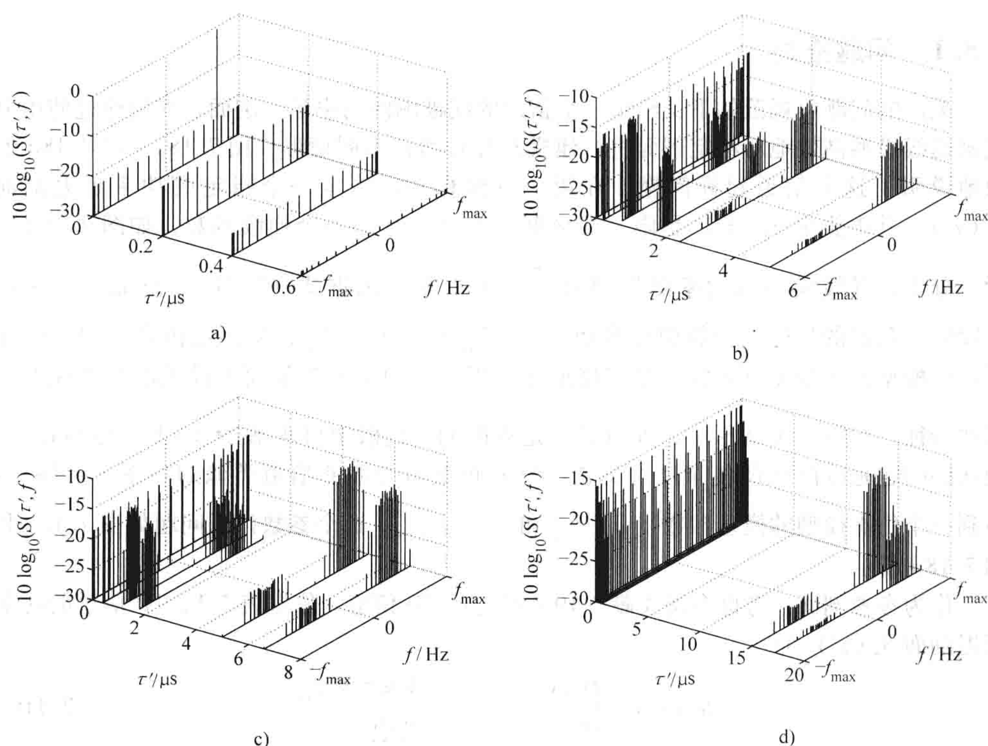


图 7.17 在 COST 207[19] 指定的$\mathcal{L}$-路径信道

模型基础上所设计的确定性信道模型的散射函数 $\tilde{S}(\tau', f)$

a）农村区域 b）典型城区 c）不良城区 d）山区陆地

7.5 给定功率延迟剖面建模方法

在本节，为频率选择信道的功率延迟剖面建模总共提出五种基本方法。利用了正弦曲线求和模型的多普勒功率谱密度和分支延迟线模型的功率延迟剖面之间的对偶关系。这种特征使我们从第 5 章引入的参数计算方法得到收益。这里针对给定功率延迟剖面建模提出的方法有等距离方法（MED）、均值平方误差方法（MSEM）、等面积方法（MEA）、蒙特卡洛方法（MCM）和 L_p 范数方法（LPNM）。这些方法有不同的复杂度，其中的四种是纯粹的确定性方法，即 MED、MSEM、MEA 和 LPNM，而 MCM 是一种统计方法。所有方法都是通用的，从而它们可被应用到任何指定的或被测的功率延迟剖面。但是，为了了解所建议方法的强项和弱项，将每种方法用到参考文献［19］中典型城区（TU）信道的负指数功率延迟剖面。将就频率相关函数（FCF）、平均延迟和延迟扩展，解析性地评估每种方法的性能。数值结果表明，LPNM 具有最佳性能，而 MCM 具有最差性能。

7.5.1 问题描述

关注的问题可规范如下：给定一个指定的或被测的功率延迟剖面。如何通过使用分支延迟线模型高效地对给定剖面进行建模？针对两种不同情形，图7.18a～图7.18d形象地说明了这个信道建模问题。在第一种情形中，给定一个指定的功率延迟剖面$S_{\tau'}(\tau')$，其中假定$S_{\tau'}(\tau')$是限定在区间$[0, \tau'_{max}]$的一个连续函数，如图7.18a所示。分支延迟线模型的功率延迟剖面$\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$是［依据式（7.84）］离散的（见图7.18b）。我们的目标是计算模型参数$\{\tilde{a}_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$和$\{\tilde{\tau}'_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$，从而使仿真模型（分支延迟线模型）的功率延迟特征足够接近于由指定的功率延迟剖面所描述的参考模型的那些特征。在第二种情形中，$\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$是离散的，且假定可求解$\mathcal{L}^\star \gg 1$个传播路径。现在的问题是以降低的复杂度（即$\mathcal{L} < \mathcal{L}^\star$）但具有与被测信道类似的功率延迟特征，找到一个仿真模型的模型参数$\{\tilde{a}_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$和$\{\tilde{\tau}'_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$。这个参数计算问题如图7.18c和图7.18d所示。

作为参考剖面，考虑参考文献［19］确定的TU信道。依据表7.1，TU信道的功率延迟剖面$S_{\tau'}(\tau')$为

$$S_{\tau'}(\tau') = \begin{cases} c_{TU}e^{-b\tau'}, & 0 \leq \tau' \leq \tau'_{max} \\ 0, & 其他 \end{cases} \tag{7.116}$$

式中，$b = 1\text{MHz}$和$\tau'_{max} = 7\mu\text{s}$。这里已经引入实数值常数$c_{TU} = 1/(1-e^{-7})$将剖面的功率归一化到1，即$\int_0^\infty S_{\tau'}(\tau')\mathrm{d}\tau' = 1$。TU信道的平均延迟$B_{\tau'}^{(1)}$和延迟扩展$B_{\tau'}^{(2)}$分别由$B_{\tau'}^{(1)} = 0.993\mu\text{s}$和$B_{\tau'}^{(2)} = 0.977\mu\text{s}$。使用关系式（7.44），得到的对应于TU信道的频率相关函数为

$$r_{\tau'}(\upsilon') = c_{TU}\frac{1-e^{-\tau'_{max}(b+j2\pi\upsilon')}}{b+j2\pi\upsilon'} \tag{7.117}$$

最后，应该提到，针对TU信道推导的式（7.116）和式（7.117）也可容易地修正用来描述参考文献［19］中指定的RA信道，方法是仅改变常数c_{TU}、τ'_{max}和b的数值即可。

通过参照式（7.84），分支延迟线信道仿真器的功率延迟剖面$\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$可表示为

$$\tilde{S}_{\tau'}(\tau') = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_\ell^2\delta(\tau'-\tilde{\tau}'_\ell) \tag{7.118}$$

因此，$\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$是由$\mathcal{L}$个加权狄拉克delta函数的有限和确定的离散函数，其中delta函数位于$\tilde{\tau}'_\ell$，且相应的加权系数由路径增益的平方$\tilde{a}_\ell^2(\ell=0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1)$给定。取式（7.118）的傅里叶变换，得到仿真模型的频率相关函数$\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$。因此

$$\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon') = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_\ell^2 e^{-j2\pi\upsilon'\tilde{\tau}'_\ell} \tag{7.119}$$

考虑式（7.118）和式（7.119）中的表达式，认识到，在已知参数集$\{\tilde{a}_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$和

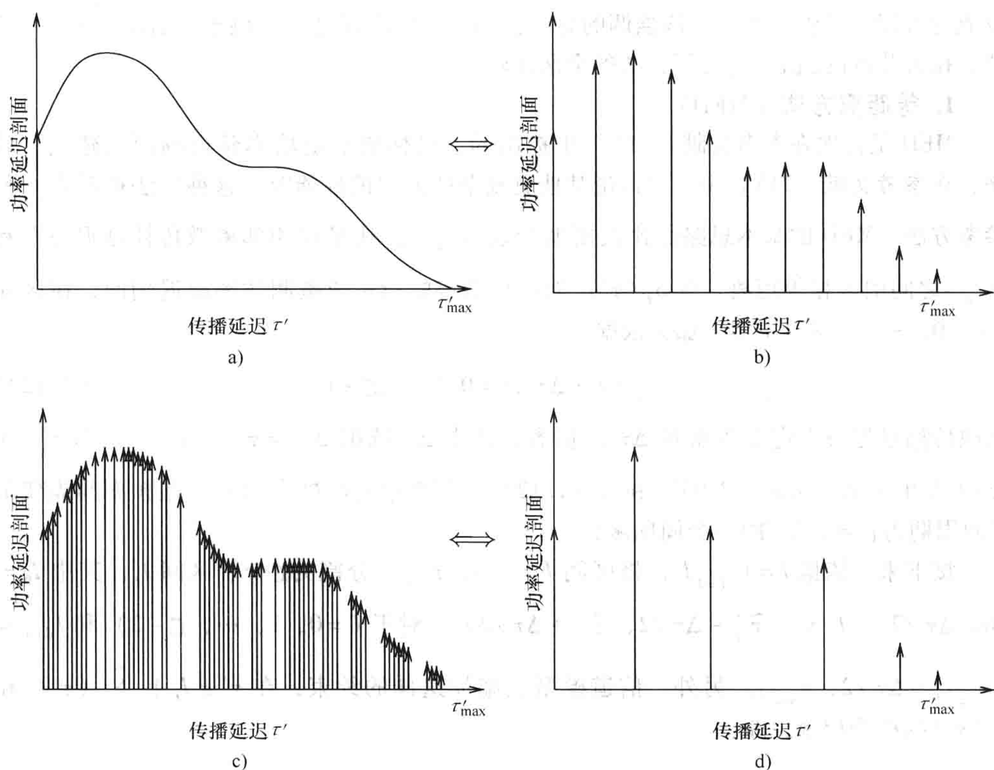


图 7.18　假想的图形

a）特定连续功率延迟曲线　b）仿真模型的等效离散功率延迟曲线　c）降低复杂度的仿真模型的测量后的离散功率延迟曲线　d）降低复杂度的仿真模型的等效离散功率延迟曲线

$\{\tilde{\tau}'_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$的条件下，可解析性地研究仿真模型的功率延迟特征。

将式（7.118）与式（4.18）中的表达式（针对正弦曲线之和模型的多普勒功率谱密度得到的）比较发现，功率延迟剖面和多普勒功率谱密度是互为对偶的。由于这个对偶关系，第 5 章中针对多普勒功率谱密度建模引入的多数方法，也是功率延迟剖面建模的合适候选方法。不能应用的方法有 Jakes 方法（JM）和准确多普勒频散方法（MEDS）。这两种方法是太受约束的，因为它们是专门针对经典 Jakes 多普勒功率谱密度的建模构造形成的。有用的方法有 MED、MSEM、MEA、MCM、LPNM[215]。下面将表明如何应用这些方法求解上面描述的参数计算问题。

7.5.2　离散传播延迟和路径增益的计算方法

本节的任务是以这样一种方法计算集合 $\{\tilde{a}_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$和 $\{\tilde{\tau}'_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$，使仿真模型的功率延迟特征接近于参考模型的那些特征。为离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$和路径增益 $\tilde{a}_\ell$的计算，总共给出五种不同方法。首先将每种方法以通用可行的术语加以表述，之后通过将传播路径数$\mathcal{L}$设定为 12 进行示例说明，这种做法使与 12 路径 COST 207 模型的性能进行公平比

较成为可能。尽管如此，应该强调的是，$\mathcal{L}=12$ 的情形仅是一个例子。后续地在 7.5.3 节，在大范围的$\mathcal{L}$值上进行了方法的全面比较。

1. 等距离方法（MED）

MED 是首次在参考文献［216］中提出的，目标是给定功率延迟剖面的建模。后来，在参考文献［215］中，当讨论其他更复杂的方法的性能时，这种方法被看作一种参考方法。MED 的基本思路是比较模型参数 $\tilde{\tau}'_\ell$，方法是在相邻离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$和$\tilde{\tau}'_{\ell-1}$之间引入相等距离。令 $S_{\tau'}(\tau')$ 为任意给定的指定或被测功率延迟剖面，在区间 $I=[0,\tau'_{max}]$ 它等于零。那么依据

$$\tilde{\tau}'_\ell=\ell\cdot\Delta\tau',\ell=0,1,\cdots,\mathcal{L}-1 \tag{7.120}$$

离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$定义为常量 $\Delta\tau'$的倍数，其中 $\Delta\tau'$依据 $\Delta\tau'=\tau'_{max}/(\mathcal{L}-1)$ 与 τ'_{max} 和 $\mathcal{L}>1$ 发生关系。由式（7.93）和式（7.120），频率相关函数 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$ 是频率间隔变量 υ'的周期为$\Upsilon'=1/\Delta\tau'$的一个周期函数。

接下来，依据 $I=\cup_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}I_\ell$，将区间 $I=[0,\tau'_{max}]$ 分割为$\mathcal{L}$个子区间 I_ℓ，其中 $I_0=[0,\Delta\tau'/2)$，$I_\ell=[\tilde{\tau}'_\ell-\Delta\tau'/2,\tilde{\tau}'_\ell+\Delta\tau'/2)$（对于 $\ell=0,1,\cdots,\mathcal{L}-2$）和 $I_{\mathcal{L}-1}=[\tilde{\tau}'_{\mathcal{L}-1}-\Delta\tau'/2,\tau'_{max}]$。另外，信道模型上施加这样的约束，在 $\tau'\in I_\ell$上 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 和 $S_{\tau'}(\tau')$的积分相等，即

$$\int_{\tau'\in I_\ell}S_{\tau'}(\tau')\mathrm{d}\tau'=\int_{\tau'\in I_\ell}\tilde{S}_{\tau'}(\tau')\mathrm{d}\tau',\ell=0,1,\cdots,\mathcal{L}-1 \tag{7.121}$$

由此，在将式（7.118）代入式（7.121）右侧之后，得到路径增益的如下方程式

$$\tilde{a}_\ell=\sqrt{\int_{\tau'\in I_\ell}S_{\tau'}(\tau')\mathrm{d}\tau'},\ell=0,1,\cdots,\mathcal{L}-1 \tag{7.122}$$

注意第 ℓ 条离散传播路径的路径增益的二次方 $\tilde{a}^2_\ell$是在子区间 I_ℓ内平均路径功率 $S_{\tau'}(\tau')$ 的一个度量。

在这个语境中，有意义的是当$\mathcal{L}\to\infty$ 和 $\Delta\tau'\to 0$ 时，研究功率延迟剖面 $S_{\tau'}(\tau')$ 的极限。出于这个目的，将式（7.22）代入式（7.84），得到

$$\begin{aligned}\lim_{\substack{\mathcal{L}\to\infty\\ \Delta\tau'\to 0}}\tilde{S}_{\tau'}(\tau') &= \lim_{\substack{\mathcal{L}\to\infty\\ \Delta\tau'\to 0}}\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\left[\int_{\tau'\in I_\ell}S_{\tau'}(\tau')\mathrm{d}\tau'\right]\delta(\tau'-\tilde{\tau}'_\ell)\\ &= \lim_{\mathcal{L}\to\infty}\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}S_{\tau'}(\tilde{\tau}'_\ell)\delta(\tau'-\tilde{\tau}'_\ell)\Delta\tilde{\tau}'_\ell\\ &= \int_0^\infty S_{\tau'}(\tilde{\tau}'_\ell)\delta(\tau'-\tilde{\tau}'_\ell)\mathrm{d}\tilde{\tau}'_\ell\\ &= S_{\tau'}(\tau')\end{aligned} \tag{7.123}$$

明显的是，如果离散传播路径数$\mathcal{L}$趋于无穷，那么 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 逼近于 $S_{\tau'}(\tau')$。结果是，

对仿真模型的平均延迟 $\tilde{B}_{\tau'}^{(1)}$ 和延迟扩展 $\tilde{B}_{\tau'}^{(2)}$，这个性质也是成立的，即当$\mathcal{L}\to\infty$（$\Delta\tau'\to 0$）时，得到 $\tilde{B}_{\tau'}^{(1)}\to B_{\tau'}^{(1)}$ 和 $\tilde{B}_{\tau'}^{(2)}\to B_{\tau'}^{(2)}$。但是对于$\mathcal{L}<\infty$（$\Delta\tau'>0$），一般可写作 $\tilde{B}_{\tau'}^{(1)}\approx B_{\tau'}^{(1)}$ 和 $\tilde{B}_{\tau'}^{(2)}\approx B_{\tau'}^{(2)}$。

图7.19a给出参考功率延迟剖面 $S_{\tau'}(\tau')$，通过对$\mathcal{L}=12$应用MED，依据的是式（7.116）与仿真模型的功率延迟剖面 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 比较结果画出的。取式（7.117）中给定的频率相关函数 $\tilde{r}_{\tau'}(v')$ 的绝对值，得到如图7.19b所示的结果。出于比较目的，在同一幅图中也给出了仿真模型的相应解析结果。通过将式（7.120）和式（7.122）代入式（7.119），之后取 $\tilde{r}_{\tau'}(v')$ 的绝对值，得到这些结果。另外，图7.19c给出以离散路径数$\mathcal{L}$表示的平均延迟 $\tilde{B}_{\tau'}^{(1)}$ ［见式（7.86）］和延迟扩展 $\tilde{B}_{\tau'}^{(2)}$ ［见式（7.88）］的收敛形状。

2. 均方误差方法（MSEM）

MSEM的基本思路是确定集合 $\{\tilde{\tau}'_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$ 和 $\{\tilde{a}_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$，从而使仿真模型的频率相关函数的均方误差

$$E_{r_{\tau'}}:=\frac{1}{v'_{\max}}\int_0^{v'_{\max}}|r_{\tau'}(v')-\tilde{r}_{\tau'}(v')|^2\mathrm{d}v' \tag{7.124}$$

在一个给定频率区间 $[0,\ v'_{\max}]$ 内是最小的。这个区间的上限，这里以 $v'_{\max}$ 表示，将如下定义。当且仅当离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$ 由式（7.120）给定时，这个问题存在一个封闭形式的解。因此，得到的集合 $\{\tilde{\tau}'_\ell\}$ 为 $\{\tilde{\tau}'_\ell \mid \tilde{\tau}'_\ell:=\ell\Delta\tau',\ \ell=0,\ 1,\ \cdots,\ \mathcal{L}-1\}$，其中$\Delta\tau'=\tau'_{\max}/(\mathcal{L}-1)$。作为等间距离散传播延迟的结果，得到，频率相关函数 $\tilde{r}'_{\tau}(v')$ 是一个周期函数，周期为$\Upsilon'=1/\Delta\tau'$。因此这个周期的1/2是式（7.124）中积分上界的一个合适值。由此，选择 $v'_{\max}=1/(2\Delta\tau')$。只要周期$\Upsilon'$大于或等于系统带宽$B$的两倍，即$\Upsilon'=1/\Delta\tau'\geqslant 2B$，$\tilde{r}_{\tau'}(v')$ 的周期性就不会成为任何担忧的原因。通过选择$\mathcal{L}=\lceil 2B\tau'_{\max}\rceil+1$，就可容易地满足这个条件，其中$\lceil x\rceil$表示大于或等于$x$的最小整数。

将式（7.119）插入式（7.124），并将均方误差 $E_{r_{\tau'}}$ 对路径增益 $\tilde{a}_\ell$ 的偏导数设置等于零，即$\partial E_{r_{\tau'}}/\partial\tilde{a}_\ell=0$，得到路径增益的封闭形式的表达式

$$\tilde{a}_\ell=\sqrt{\mathrm{Re}\left\{\frac{1}{v'_{\max}}\int_0^{v'_{\max}}r_{\tau'}(v')\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi v'\tilde{\tau}'_\ell}\mathrm{d}v'\right\}},\ell=0,1,\cdots,\mathcal{L}-1 \tag{7.125}$$

式中，$v'_{\max}=1/(2\Delta\tau')$。通过将表达式（7.125）代入式（7.118），可证明，如果离散路径数$\mathcal{L}$趋于无穷，仿真模型的功率延迟剖面 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 逼近于期望的剖面 $S_{\tau'}(\tau')$，即如果$\mathcal{L}\to\infty$（$\Delta\tau'\to 0$）时，$\tilde{S}_{\tau'}(\tau')\to S_{\tau'}(\tau')$。但是，对于有限的$\mathcal{L}$值，只好写作 $\tilde{r}_{\tau'}(v')\approx r_{\tau'}(v')$（其中$v'\in[0,\ v'_{\max}]$）和 $\tilde{B}_{\tau'}^{(i)}\approx B_{\tau'}^{(i)}(i=1,\ 2)$。

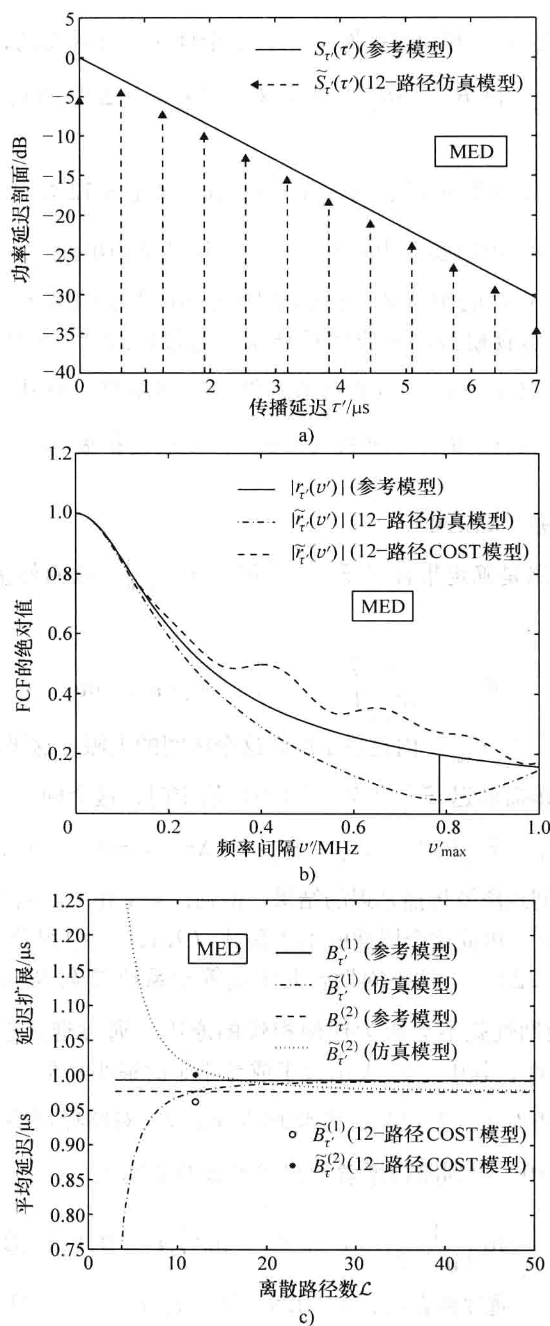


图7.19　当使用MED时，与仿真模型相应量比较结果

a）TU信道的功率延迟剖面$S_{\tau'}(\tau')$　b）频率相关函数的绝对值$|r_{\tau'}(\upsilon')|$

c）平均延迟$B_{\tau'}^{(1)}$和延迟扩展$B_{\tau'}^{(2)}$

作为一个例子，将 MSEM 应用到式（7.116）中定义的 TU 功率延迟剖面。为仿真模型的功率延迟剖面 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 和频率相关函数的绝对值 $|\tilde{r}_{\tau'}(v')|$ 得到的结果分别如图 7.20a 和图 7.20b 所示。这里，离散路径数$\mathcal{L}$被设置为 12。这使与图 7.19a 和图 7.19b 所示结果的直接比较成为可能。这个比较揭示出，在区间 $[0, v'_{\max}]$ 上 $r_{\tau'}(v') \approx \tilde{r}_{\tau'}(v')$的近似质量，MSEM 稍好于 MED。以离散路径数$\mathcal{L}$的仿真模型的平均延迟 $\tilde{B}_{\tau'}^{(1)}$ 和延迟扩展 $\tilde{B}_{\tau'}^{(2)}$ 如图 7.20c 所示。

对 MSEM 和 MED 的比较深入的考察表明，两个相邻离散传播延迟之间的等间距，限制了这两种方法的性能和效率。

3. 等面积方法（MEA）

在参考文献［148］中首次推导得到的 MEA，目标是对给定多普勒功率谱密度进行建模。由于正弦曲线之和模型的多普勒功率谱密度和分支延迟线模型的功率延迟剖面之间的对偶关系，MEA 也是路径增益和离散传播延迟计算的一个合适候选方法。MEA 的基本思路是为所有路径增益 $\tilde{a}_\ell$选择相同的常量

$$\tilde{a}_\ell = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{L}}}, \ell = 0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1 \tag{7.126}$$

并确定离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$，从而使对所有 ℓ，在区间 $[\tilde{\tau}'_\ell, \tilde{\tau}'_{\ell-1})$ 上功率延迟剖面 $S_{\tau'}(\tau')$ 之下的面积等于路径增益（平均路径功率）值的二次方 $\tilde{a}_\ell^2$，即在 $\tilde{\tau}'_0 := 0$ 时

$$\int_{\tilde{\tau}'_\ell}^{\tilde{\tau}'_{\ell+1}} S_{\tau'}(\tau')\,\mathrm{d}\tau' = \tilde{a}_\ell^2 = \frac{1}{\mathcal{L}}, \ell = 0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1 \tag{7.127}$$

为了求解这个问题，首先引入一个辅助函数 $G(x)$，定义为

$$G(x) := \int_0^x S_{\tau'}(\tau')\,\mathrm{d}\tau' \tag{7.128}$$

使用式（7.127），那么可写出

$$G(\tilde{\tau}'_\ell) = \sum_{\lambda=0}^{\ell-1} \int_{\tilde{\tau}'_\lambda}^{\tilde{\tau}'_{\lambda+1}} S_{\tau'}(\tau')\,\mathrm{d}\tau' = \frac{\ell}{\mathcal{L}} \tag{7.129}$$

如果 G 的反函数 G^{-1}存在，那么得到离散传播延迟的一个通用表达式为

$$\tilde{\tau}'_\ell = G^{-1}\left(\frac{\ell}{\mathcal{L}}\right) \tag{7.130}$$

现在，通过将式（7.116）代入式（7.129），将这种方法应用到选中的参考模型。在求解得到的 $\tilde{\tau}'_\ell$方程式后，最后得到封闭形式的解

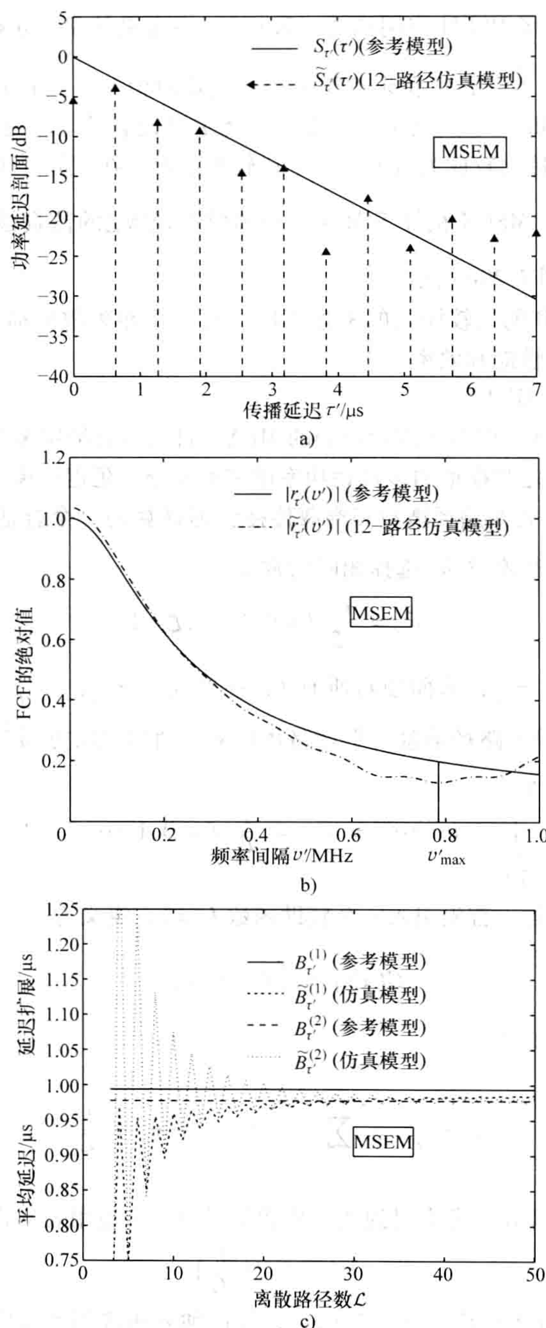


图 7.20 与使用 MSEM 时仿真模型的相应量比较图

a）TU 信道的功率延迟剖面 $S_{\tau'}(\tau')$　b）频率相关函数的绝对值 $|r_{\tau'}(\upsilon')|$

c）平均延迟 $B_{\tau'}^{(1)}$ 和延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}$

$$\tilde{\tau}'_{\ell} = -\frac{1}{b}\cdot\ln\left(1-\frac{b\cdot\ell}{c_{\mathrm{TU}}\cdot\mathcal{L}}\right) \tag{7.131}$$

重要的是要注意到，在一台计算机上实现$\mathcal{L}$-路径分支延迟线模型要求对离散传播延迟进行量化，从而使最大公因数 $\Delta\tau' = \gcd\{\tilde{\tau}'_0, \tilde{\tau}'_1, \cdots, \tilde{\tau}'_{\mathcal{L}-1}\}$ 等于所得到的数字信道仿真器的采样间隔。但是，如果采样间隔足够小，那么频率相关函数的周期（由$\Upsilon' = 1/\Delta\tau'$给定）一般而言，要远远大于通过使用 MED 或 MSEM 得到的周期。在本节第 5 部分"L_p-范数方法（LPNM）"讨论离散传播延迟的量化对仿真模型性能的影响。

类似于图 7.19 和图 7.20，图 7.21a 和图 7.21b 分别给出功率延迟剖面和频率相关函数的结果。为具有非量化离散传播延迟的仿真模型给出的结果，是通过将式 (7.126) 和式 (7.131) 描述的各参数代入到封闭形式表达式 (7.118) 和式 (7.119) 得到的。特别地，如图 7.21c 所示，相比于通过应用 MED（见图 7.19c）和 MSEM（见图 7.20c）得到的相应结果，这里的平均延迟和延迟扩展收敛得相对缓慢。

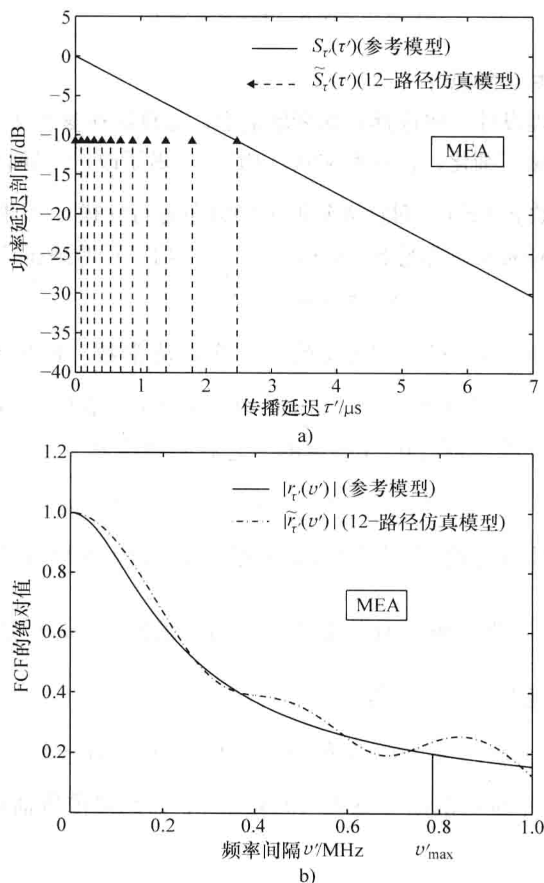


图 7.21　与使用 MEA 时仿真模型的相应量比较图

a）TU 信道的功率延迟剖面 $S_{\tau'}(\tau')$　b）频率相关函数的绝对值 $|r_{\tau'}(\upsilon')|$

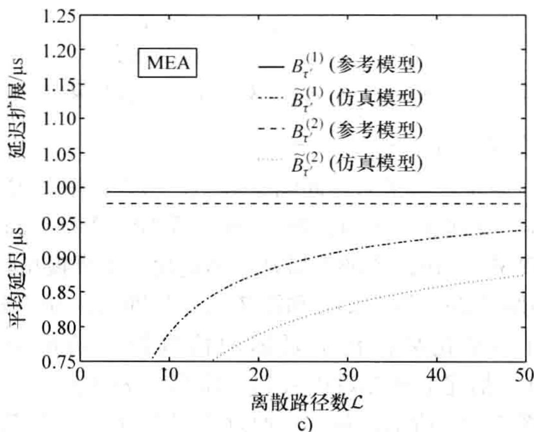


图 7.21 与使用 MEA 时仿真模型的相应量比较图（续）

c）平均延迟 $B_{\tau'}^{(1)}$ 和延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}$

4. 蒙特卡洛方法（MCM）

使用蒙特卡洛原理设计频率选择移动衰落信道，是首次在参考文献［100］中引入的，在参考文献［99］中做了细化，在参考文献［101］中做了改进。MCM 的基本思路是依据一个给定概率密度函数 $p_{\tau'}(\tau')$（对传播延迟 τ' 的分布进行建模）产生离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$。可以证明，在没有任何困难的情况下，$p_{\tau'}(\tau')$ 正比于功率延迟剖面 $S_{\tau'}(\tau')$，即

$$p_{\tau'}(\tau') = c_{\tau'} \cdot S_{\tau'}(\tau') \tag{7.132}$$

式中，$c_{\tau'}$ 是由 $c_{\tau'} := 1/\int_0^\infty S_{\tau'}(\tau')\,\mathrm{d}\tau'$ 定义的一个实数值常数。依据参考文献［99］，可方便地从一个随机数产生器开始，该产生器产生 i. i. d（独立同分布）的随机数 u_ℓ，每个随机数都是均匀分布在区间［0，1］上的，之后实施映射

$$g_{\tau'}:[0,1]\to[0,\tau'_{\max}],\ u_\ell \longmapsto \tilde{\tau}'_\ell = g_{\tau'}(u_\ell) \tag{7.133}$$

从而使离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$ 的累积分布函数等于期望的累积分布函数 $F_{\tau'}(\tilde{\tau}'_\ell) = \int_0^{\tilde{\tau}'_\ell} p_{\tau'}(\tau')\,\mathrm{d}\tau'$。如在参考文献［41］中所证明的，函数 $g_{\tau'}(u_\ell)$ 是 $F_{\tau'}(\tilde{\tau}'_\ell) = u_\ell$ 的反函数，从而离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$ 可计算为

$$\tilde{\tau}'_\ell = g_{\tau'}(u_\ell) = F_{\tau'}^{-1}(u_\ell),\ \ell = 0,1,\cdots,\mathcal{L}-1 \tag{7.134}$$

将 MCM 应用到 TU 功率延迟剖面［见式（7.116）］，得到离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$ 和路径增益 $\tilde{a}_\ell$ 的公式为

$$\tilde{\tau}'_\ell = -\frac{1}{b}\ln\left(1 - \frac{b \cdot u_\ell}{c_{\mathrm{TU}}}\right) \tag{7.135a}$$

$$\tilde{a}_\ell = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{L}}} \tag{7.135b}$$

式中，对于 $\ell=0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$，$u_\ell \sim U[0, 1]$。为$\mathcal{L}=12$ 计算集合 $\{\tilde{\tau}'_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$ 和 $\{\tilde{a}_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$，并将得到的系数代入式（7.118）和式（7.119），分别得到如图 7.22a 和图 7.22b 所示的结果。

因为集合 $\{u_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$ 的元素是随机变量，所以有映射 $\{u_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \longmapsto \{\tilde{\tau}'_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$，得到 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 和 $\tilde{r}_{\tau'}(v')$ 的特征强烈依赖于集合 $\{\tilde{\tau}'_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$ 元素的实际实现。但是，对于 $i=1, 2$，近似 $\tilde{r}_{\tau'}(v') \approx r_{\tau'}(v')$ 和 $\tilde{B}_{\tau'}^{(i)} \approx B_{\tau'}^{(i)}$（见图 7.22c）是不好的，即使对于$\mathcal{L}$的大型值也是如此。尽管如此，可证明，在极限$\mathcal{L}\to\infty$ 时，$\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 趋于 $S_{\tau'}(\tau')$，且由此得到 $\tilde{r}_{\tau'}(v') \to r_{\tau'}(v')$和 $\tilde{B}_{\tau'}^{(i)} \to B_{\tau'}^{(i)}$（$i=1, 2$）。MCM 的另一个特征是以随机变量 $\tilde{\tau}'_\ell$的分布表示的 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$的统计平均得到期望的结果 $E\{\tilde{S}_{\tau'}(\tau')\}=S_{\tau'}(\tau')$，不管为$\mathcal{L}$选择的值为何，即即使$\mathcal{L}$等于 1 时也如此。结果是，可写出 $E\{\tilde{r}_{\tau'}(v')\}=r_{\tau'}(v')$ 和 $E\{\tilde{B}_{\tau'}^{(i)}\}=B_{\tau'}^{(i)}$（$i=1, 2$）。

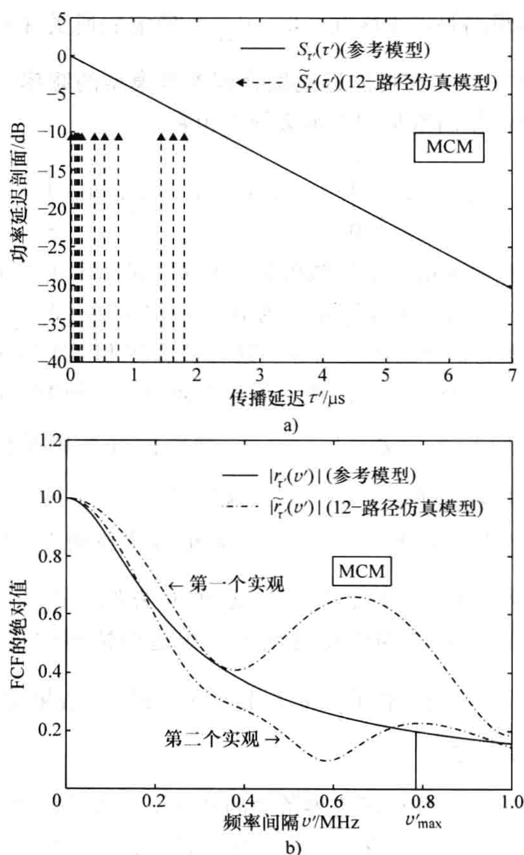


图 7.22　与使用 MCM 时仿真模型的相应量比较图

a）TU 信道的功率延迟剖面 $S_{\tau'}(\tau')$　b）频率相关函数的绝对值 $|r_{\tau'}(v')|$

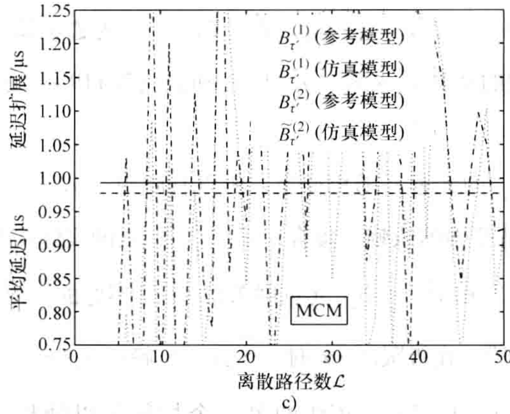


图7.22 与使用MCM时仿真模型的相应量比较图（续）

c）平均延迟 $B_{\tau'}^{(1)}$ 和延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}$

5. L_p范数方法（LPNM）

LPNM[215]的基本思路是在由区间［0，$v'_{\max}$］确定的所关注频率范围上，将仿真模型的频率相关函数 $\tilde{r}_{\tau'}(v')$ 尽可能近地拟合到参考模型的频率相关函数 $r_{\tau'}(v')$。出于这个目的的一个合适误差函数是如下定义的L_p范数

$$E_{r_{\tau'}}^{(p)} := \left[\int_0^{v'_{\max}} \left| r_{\tau'}(v') - \tilde{r}_{\tau'}(v') \right|^p \mathrm{d}v' \right]^{1/p} \tag{7.136}$$

式中，p 表示满足 $1 \leqslant p \leqslant \infty$ 的一个实数值数，且 $v'_{\max}$ 是一个足够大的量，它定义了所关注的频率范围的上界。这里，将 $v'_{\max}$ 定义为 $v'_{\max} = (\mathcal{L}-1)/(2\tau'_{\max})$，从而使式（7.124）和式（7.136）中出现的积分的上限相等。这可被看作 LPNM 和 MSEM 性能公平比较的一个前提条件。但是，针对不同类型功率延迟剖面的详细研究，已经揭示，如果 $v'_{\max}$ 大于这个值的两倍，即 $v'_{\max} \geqslant (\mathcal{L}-1)/\tau'_{\max}$。面临的任务则是优化集合 $\{\tilde{\tau}'_\ell\}_\ell^{\mathcal{L}-1}$ 和 $\{\tilde{a}_\ell\}_\ell^{\mathcal{L}-1}$ 的元素，这些集合确定了频率相关函数 $\tilde{r}_{\tau'}(v')$ ［见式（7.92）］的形状，从而使式（7.136）中的 L_p 范数 $E_{r_{\tau'}}^{(p)}$ 最小。可以数值方式找到 $E_{r_{\tau'}}^{(p)}$ 的一个局部最小值，例如通过使用 Fletcher-Powell 优化算法[162,207]。这种方法要求量 $\tilde{\tau}'_\ell$ 和 $\tilde{a}_\ell$ 的合适初始值，这些值是可通过使用 MED 或 MSEM 得到的。在这种情形中得到，在极限$\mathcal{L}\to\infty$ 时，$\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$收敛到 $S_{\tau'}(\tau')$，且由此 $\tilde{r}_{\tau'}(v')$ 趋于 $r_{\tau'}(v')$。结果是，当$\mathcal{L}\to\infty$，可写出 $\tilde{B}_{\tau'}^{(i)} = B_{\tau'}^{(i)}$，其中 $i=1$，2。

应该明确指出，在不施加任何边界条件的情况下，离散传播延迟 $\tilde{\tau}'_\ell$是包括在优化方法中的。所以，一般而言，优化算法得到实数值量，它们是不等间距的。但是，为了支持在一台计算机上分支延迟线模型的实现，有必要量化得到的优化值 $\tilde{\tau}'_\ell$，从而使它

们具有一个最大公因数（由 $\Delta\tau'$表示），它定义了信道仿真器的采样间隔。当然 $\tilde{\tau}'_\ell$的量化对 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon') \approx r_{\tau'}(\upsilon')$ 的近似质量以及周期$\Upsilon' = 1/\Delta\tau'$的长度具有影响。但是，如果$\Delta\tau'$足够小，则量化效应的影响可以忽略不计。这是可以做到的，例如通过选择 $\Delta\tau' \leqslant \tau'_{\max}/(50\,\mathcal{L})$。在这样的情形中，$\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$ 的周期等于$\Upsilon' = 1/\Delta\tau' \geqslant 50\,\mathcal{L}/\tau'_{\max}$。注意，通过保持相同的离散路径数$\mathcal{L}$，这比通过 MED 和 MSEM 得到的周期的 50 倍还大。一般而言，相比于 MED 和 MSEM，LPNM 得到频率相关函数的一个大得多的周期。

为了说明 LPNM 的能力，通过选择 $p=2$、$\mathcal{L}=12$ 和 $\Delta\tau' = \tau'_{\max}(50\,\mathcal{L})$，将这种方法应用到 TU 功率延迟剖面［见式（7.116）］。得到的结果如图 7.23a ~ 图 7.23c 所示。特别地，通过将如图 7.23b 所示的频率相关函数 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$ 与图 7.19b ~ 图 7.22b 中给出的那些函数相比较，可认识到，LPNM 比以前各小节描述的四种方法具有优越得多的性能。图 7.23c 揭示，如果$\mathcal{L}\geqslant 8$，则近似 $\tilde{B}^{(i)}_{\tau'} \approx B^{(i)}_{\tau'}$（$i=1$，2）近乎完美。

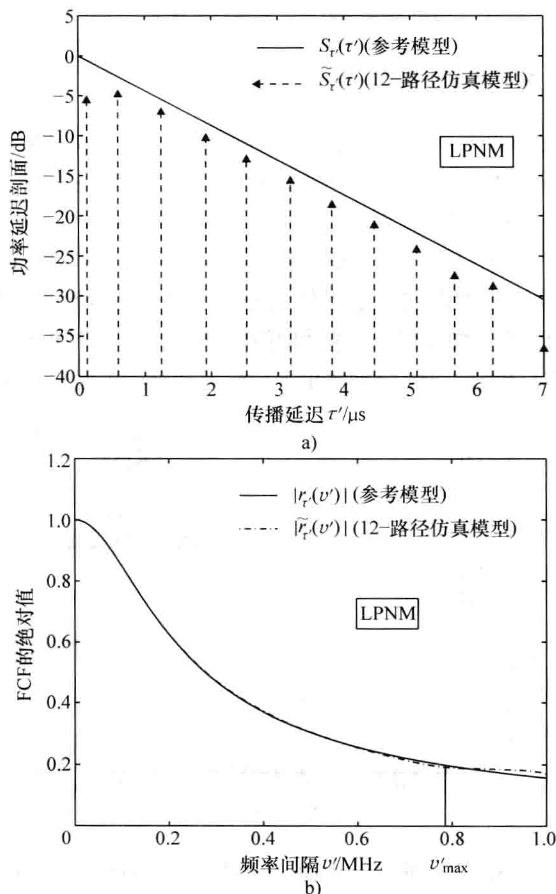


图 7.23　与使用 $p=2$ 的 MCM 时仿真模型的相应量比较图

a）TU 信道的功率延迟剖面 $S_{\tau'}(\tau')$　b）频率相关函数的绝对值 $|r_{\tau'}(\upsilon')|$

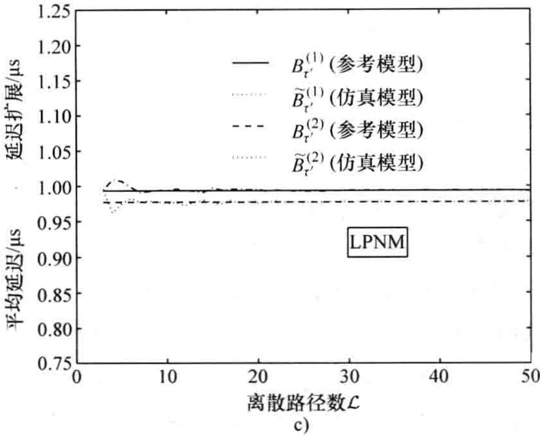


图 7.23 与使用 $p=2$ 的 MCM 时仿真模型的相应量比较图（续）

c）平均延迟 $B_{\tau'}^{(1)}$ 和延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}$

7.5.3 参数计算方法的比较

在本小节，比较前面一节描述的参数计算方法（MED、MSEM、MEA、MCM 和 LPNM）的性能。作为性能度量，研究以离散路径数$\mathcal{L} \in \{3, 4, \cdots, 50\}$ 表示的频率相关函数 $E_{r_{\tau'}}$ ［见式（7.24）］的均方误差。另外，评估平均延迟和延迟扩展。图 7.24a 汇总了频率相关函数的均方误差结果，是通过选择 $\upsilon'_{\max}=(\mathcal{L}-1)/(2\tau'_{\max})$，针对五种参数计算方法评估得到的。而且，这幅图包括了当使用原始和替代 12 路径 COST 207 TU 模型［采用表 7. A. 2 中指定的模型参数（路径增益和离散传播延迟）］时得到的结果。注意 $\upsilon'_{\max}$ 是$\mathcal{L}$的一个函数。图 7.24b 和图 7.24c 分别画出平均延迟和延迟扩展。在这些图中，也给出了

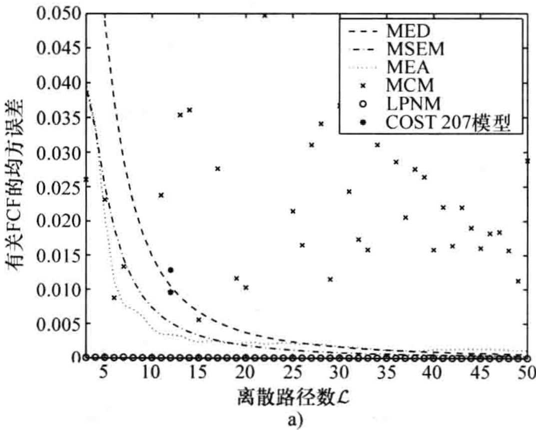


图 7.24 使用 MED、MSEM、MEA、MCM、LPNM 以及 COST 207 指定的离散 6 路径和 12 路径 TU 信道模型时仿真模型的相应量与连续 TU 信道的比较图

a）频率相关函数的均方误差

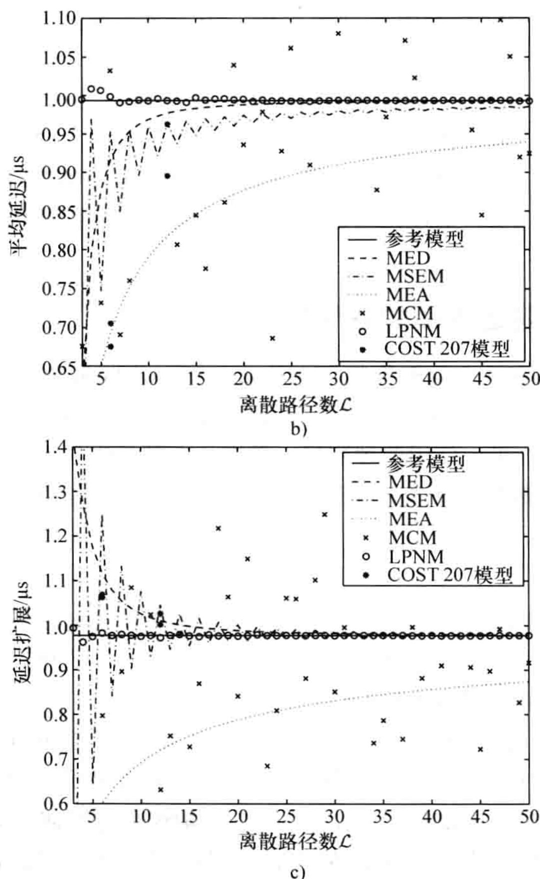


图 7.24　使用 MED、MSEM、MEA、MCM、LPNM 以及 COST 207 指定的离散 6 路径和 12 路径 TU 信道模型时仿真模型的相应量与连续 TU 信道的比较图（续）

b）平均延迟 $B_{\tau'}^{(1)}$　c）延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}$

每个$\mathcal{L}$值有两个点的 6 路径和 12 路径 COST 207 TU 模型的结果，即一个是原始 COST 207 TU 模型的结果，一个是替代 COST 207 TU 模型的结果（见表 7.3 和表 7.A.2）。

汇总这些结果，可以说，$\mathcal{L}$阶分支延迟线模型的功率延迟剖面，是完全由两种不同的参数确定的：离散传播延迟和路径增益。讨论了五种基本方法（MED、MSEM、MEA、MCM 和 LPNM），可计算这些参数，从而使所设计信道模型的功率延迟特征接近于一个给定（指定的或被测的）参考模型的那些特征。MED、MSEM、MEA 和 LPNM 是完全确定性的方法，而 MCM 是一种统计方法。由于封闭形式的解，可就频率相关函数、平均延迟和延迟扩展，而解析性地研究所给方法的性能。人们发现，就三个所考虑的性能度量而言，所有确定性的方法的性能都优于蒙特卡洛方法的性能。具有最佳性能的方法一定是 LPNM。这种方法性能如此之好的原因（甚至当路径数$\mathcal{L}$较小时）在于这样的事实，即 LPNM 通过优化 2$\mathcal{L}$个参数，利用了分支延迟线模型的全部灵活性。这与所有其他方法

形成对比，这些方法中$\mathcal{L}$个参数是预定义的，其他$\mathcal{L}$个参数不得不依据一种方法特定的准则来确定。就LPNM来说，也应该指出，这种最佳性能方法的计算复杂度要高于其他四种方法。但是，当使用如今的高速计算机时，这项劣势就不太重要了。

通过例子，将在下面将性能卓越的LPNM方法应用到在不同传播环境中收集的功率延迟剖面的测试数据。目标有两方面。第一，将展示，对于真实世界信道建模，LPNM的用途。第二，意图说明，通过使用这种方法，分支延迟线信道仿真器的实现复杂度可得到相当降低。

7.5.4 被测功率延迟剖面的各种应用

本小节讨论将LPNM应用到等价卫星信道的两种不同被测功率延迟剖面。测量活动是由ESA㊀发起的，并由DLR㊁在不同传播环境和1.82 GHz[203]载波频率处各种海拔角度下实施测量的。这里，使用两种测量，是在一个开放农村区域和一个城区环境中以范围从10°到20°的海拔角度下实施测量的。对于开放的农村区域，平均延迟$B_{\tau'}^{(1)}$和延迟扩展$B_{\tau'}^{(2)}$由$B_{\tau'}^{(1)}=54\text{ns}$和$B_{\tau'}^{(2)}=17\text{ns}$给定，对于城区环境，由$B_{\tau'}^{(1)}=90\text{ns}$和$B_{\tau'}^{(2)}=106\text{ns}$给定。

图7.25a给出对于开放农村区域，被测信道的功率延迟剖面与仿真模型的相应离散剖面比较的情况。图7.25b给出对应于被测信道和仿真模型的相应频率相关函数的绝对值。对于仿真模型，应用LPNM时$\mathcal{L}=20$和$\upsilon'_{max}=(\mathcal{L}-1)/(2\tau'_{max})$，其中$\tau'_{max}$由$\tau'_{max}=412.5\text{ns}$给定。在图7.26a和图7.26b中，给出了城区环境的相应函数。再次应用LPNM，采用$\mathcal{L}=20$和$\upsilon'_{max}=(\mathcal{L}-1)/(2\tau'_{max})$，其中在这种情形中$\tau'_{max}$由$\tau'_{max}=612.5\text{ns}$给定。注意在图7.25b和图7.26b中，以高达1/2的被测信号周期（等于80MHz）表示频率相关函数。对于这两种测量，平均延迟和延迟扩展的相对误差都小于5×10^{-4}。因此，可以说，仿真模型和被测信道的特征量几乎是相同的。图7.25b和图7.26b明确了这样的事实，即仿真模型的频率相关函数，在区间$[0,\upsilon'_{max}]$上非常密切地逼近被测信道的相应函数。

这里，选择阶$\mathcal{L}=20$的一个分支延迟线模型。依据$\upsilon'_{max}=(\mathcal{L}-1)/(2\tau'_{max})$，这得到$\upsilon'_{max}=23.03\text{MHz}$（见图7.25b）和$\upsilon'_{max}=15.51\text{MHz}$（见图7.26b）。但是，对于系统研究或实践应用，υ'_{max}应该适应于被仿真系统的传递信号的（总）带宽B，即通过定义$\upsilon'_{max}:=B$完成适应。在这种情形中，所要求的分支数$\mathcal{L}$为

$$\mathcal{L}=\lceil 2B\tau'_{max}\rceil+1 \tag{7.137}$$

实施一些主要的蜂窝标准，并假定功率延迟剖面由式（7.116）给定，那么所需分支数，对于GSM（$B=200\text{kHz}$），$\mathcal{L}=4$；对于IS-95（$B=1.25\text{MHz}$），$\mathcal{L}=19$；对于W-CDMA（$B=5\text{MHz}$），$\mathcal{L}=71$。

㊀ ESA：欧洲空间局。

㊁ DLR：德国宇航中心（德语：Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt e. V.）。

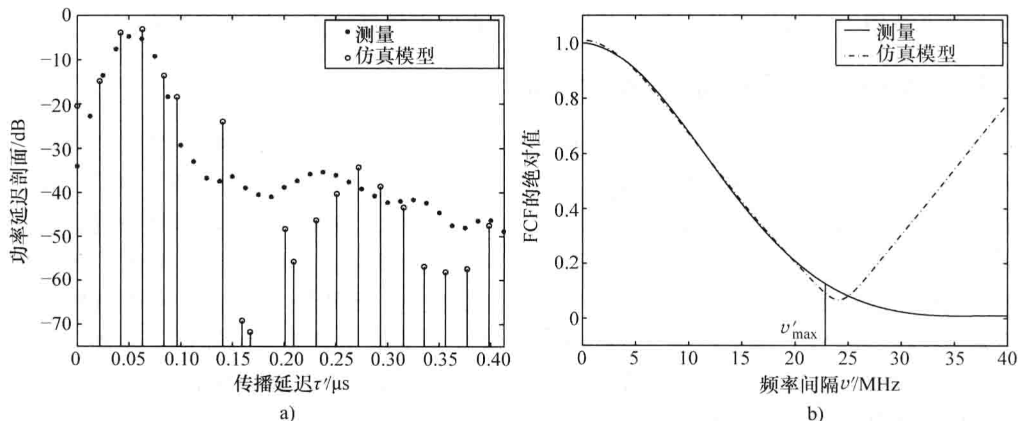


图7.25　当使用$\mathcal{L}=20$的LPNM时，在一个开放农村区域，与仿真模型相应系统函数比较时，一个被测卫星信道的功率延迟剖面$S_{\tau'}(\tau')$和频率相关函数的绝对值$|r_{\tau'}(\upsilon')|$

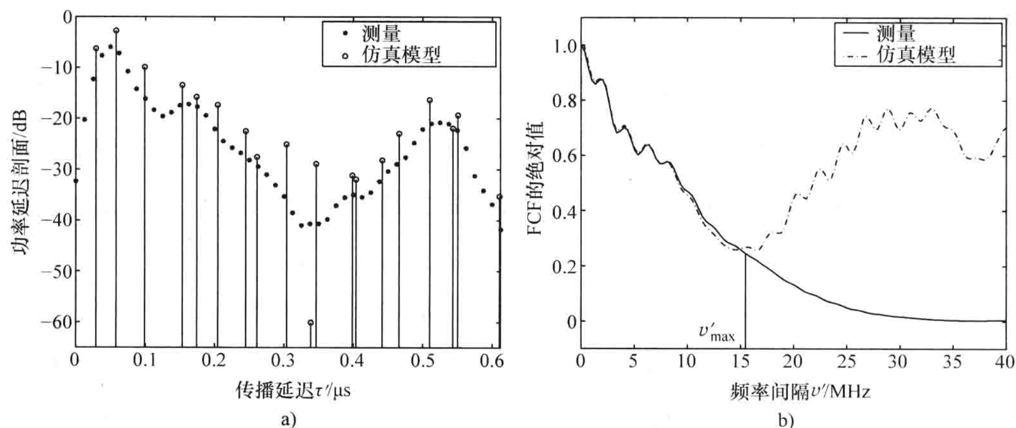


图7.26　当使用$\mathcal{L}=20$的LPNM时，在一个城区区域，与仿真模型相应系统函数比较时，一个被测卫星信道的功率延迟剖面$S_{\tau'}(\tau')$和频率相关函数的绝对值$|r_{\tau'}(\upsilon')|$

7.6　被测宽带移动无线信道的完美建模和仿真

近些年来，开发了各种类型的信道探测器，目的是测量和深入研究室内和室外环境中宽带移动无线信道的传播特征。在对收集数据进行后处理之后，经常将信道的被测输出功率作为传播延迟和多普勒频率的一个函数给出。这样的一个函数称作散射函数。那么一个重要问题是找到一个解析信道模型和/或一个仿真模型，它具有这样的性质，即其散射函数尽可能地逼近被测量的信道。本节的目的是说明，存在这个问题的一个准确的通用解法。这个解法称作完美信道建模方法，最初是在参考文献［121］中针对宽带信道引入的，后来在参考文献［122］中扩展到空间—时间—频率信道。在本节中提出

的方法可被用于宽带信道仿真器的开发，支持真实世界移动无线信道的仿真。

7.6.1 Cisoids 求和不相关散射模型

在本小节，简短地描述 Cisoids 求和不相关散射（SOSUS）模型的一个微小修正版本。相比于7.4节讨论的 SOSUS 模型，在当前情形中以一个 cisoids 求和（SOC）而不是正弦曲线求和（SOS）来描述多普勒效应。回顾一下，如果多普勒功率谱密度具有一个非对称形状［在真实世界（被测）信道中总是这种情况］，则 SOC 模型优于 SOS 模型。这种新的模型过程类称作 cisoids 求和不相关散射（SOCUS）模型。它可解释为有关频率选择性的 SOC 模型扩展。SOCUS 模型为完美的信道建模方法提供了基础。对这种方法的理解要求有关 SOCUS 模型统计性质的一些基本知识，这将在下一小节提供。

1. SOCUS 模型的系统函数

（1）时变脉冲响应

SOCUS 模型的时变脉冲响应 $\tilde{h}(\tau', t)$ 由具有不同传播延迟的$\mathcal{L}$条离散路径之和依据下式给定

$$\tilde{h}(\tau',t) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_{\ell}\tilde{\mu}_{\ell}(t)\delta(\tau' - \tilde{\tau}'_{\ell}) \tag{7.138}$$

其中实数值量 $\tilde{a}_{\ell}$表示路径增益，$\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 表示 SOC 过程，且量 $\delta(\tau' - \tilde{\tau}'_{\ell})$ 是离散传播延迟，出于因果关系假定 $\delta(\tau' - \tilde{\tau}'_{\ell})$ 是非负实数，即 $\forall \ell=0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$ 时，$\tilde{\tau}'_{\ell} \geqslant 0$。

这里由多普勒效应导致的信道变化由具有如下形式的 SOC 过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 建模

$$\tilde{\mu}_{\ell}(t) = \sum_{n=1}^{N_{\ell}} c_{n,\ell} e^{j(2\pi f_{n,\ell}t+\theta_{n,\ell})} \tag{7.139}$$

式中，$\ell=0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$。因此，$N_{\ell}$表示指派到第 ℓ 条传播路径的复数正弦曲线（cisoids）数，$c_{n,\ell}$是第 ℓ 条传播路径的第 n 个分量的增益，且$f_{n,\ell}$和$\theta_{n,\ell}$分别是相应的离散多普勒频率和相位。图7.27给出连续时间表示的 SOC 过程 $\tilde{\mu}_{\ell}$的结构。频率选择移动无线信道的仿真模型的总体结构与图7.11中的相同，如果将其中的 SOS 过程替换为 SOC 过程的话。在7.6.2节，将证明出现在式（7.138）和式（7.139）中的模型参数如何由被测信道确定。下面假定这些参数是已知的且为常量。在这个条件下，时变脉冲响应 $\tilde{h}(\tau', t)$ 和 SOC 过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 是完全确定的。因此，$\tilde{h}(\tau', t)$ 的相关性质必须通过时间平均而不是统计平均的方法加以推导。

由具有不同传播延迟的散射分量为不相关这个假定，得到，对于不同离散传播延迟，SOC 过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 一定是不相关的，即确定性过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_{\lambda}(t)$ 必须这样设计，使对于 $\ell \neq \lambda$（其中 $\ell, \lambda=0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$），这两个过程是不相关的。如果离散多普勒频率$f_{n,\ell}$的选择满足对于不同传播延迟，集合 $\{f_{n,\ell}\}$ 和 $\{f_{m,\lambda}\}$ 是互斥不相交的，则这个 US 条件可容易得到满足。由此，US 条件可表述为如下三个等价论断：

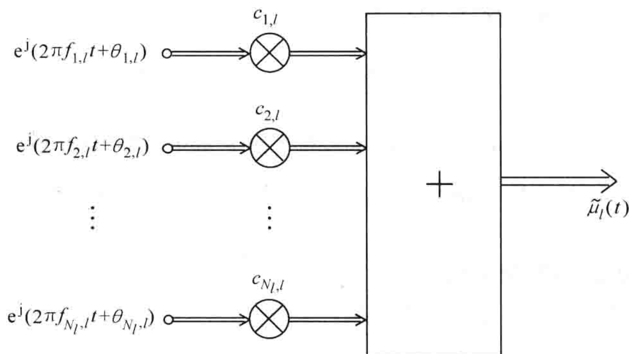


图 7.27　确定性 SOC 过程 $\tilde{\mu}_\ell(t)$ 的仿真模型

US⇔对于 $\ell \neq \lambda$，$\tilde{\mu}_\ell(t)$ 和 $\tilde{\mu}_\lambda(t)$ 是不相关的　(7.140a)

US⇔对于 $\ell \neq \lambda$，$\{f_{n,\ell}\} \cap \{f_{m,\lambda}\} = \phi$　(7.140b)

US⇔对于 $\ell \neq \lambda$，$f_{n,\ell} \neq f_{m,\lambda}$　(7.140c)

式中，$n=1, 2, \cdots, N_\ell$，$m=1, 2, \cdots, N_\lambda$ 和 $\ell, \lambda = 0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$。

因此，假定 SOCUS 模型满足 US 条件。在这种情形中，通过使用

$$\tilde{r}_{\mu_\ell \mu_\lambda}(\tau) := \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} \tilde{\mu}_\ell^*(t)\,\tilde{\mu}_\lambda(t+\tau)\,\mathrm{d}t \tag{7.141}$$

式（7.139）中的 SOC 过程 $\tilde{\mu}_\ell(t)$ 的相关性质可表示为如下的封闭形式

$$\tilde{r}_{\mu_\ell \mu_\ell}(\tau) = \sum_{n=1}^{N_\ell} c_{n,\ell}^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_{n,\ell}\tau}, \qquad \ell = \lambda \tag{7.142a}$$

$$\tilde{r}_{\mu_\ell \mu_\lambda}(\tau) = 0, \qquad \ell \neq \lambda \tag{7.142b}$$

式中 $\ell, \lambda = 0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$。注意 $\tilde{r}_{\mu_\ell \mu_\ell}(\tau)$ 是 $\tilde{\mu}_\ell(t)$ 的自相关函数，$\tilde{r}_{\mu_\ell \mu_\lambda}(\tau)$ 表示 $\tilde{\mu}_\ell(t)$ 和 $\tilde{\mu}_\lambda(t)$ 的交叉相关函数。

（2）时变传递函数

SOCUS 模型的时变传递函数 $\tilde{H}(f', t)$ 定义为以 τ' 表示的时变脉冲响应 $\tilde{h}(\tau', t)$ 的傅里叶变换，即

$$\begin{aligned}\tilde{H}(f',t) &:= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(\tau',t)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f'\tau'}\,\mathrm{d}\tau' \\ &= \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_\ell \tilde{\mu}_\ell(t)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f' \tilde{\tau}'_\ell}\end{aligned} \tag{7.143}$$

（3）时变—频率相关函数

时变传递函数 $\tilde{H}(f',t)$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{HH}(f', f'+v'; t, t+\tau)$ 定义为

$$\tilde{r}_{HH}(f', f'+v'; t, t+\tau) := \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} \tilde{H}^*(f',t)\,\tilde{H}(f'+v', t+\tau)\,\mathrm{d}t \tag{7.144}$$

称为时间—频率相关函数。将式（7.143）代入式（7.144），并考虑US条件，得到

$$\tilde{r}_{HH}(v',\tau) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_{\ell}^{2} \tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(\tau) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi v' \tilde{\tau}'_\ell} \tag{7.145}$$

上面的结果表明，$\tilde{r}_{HH}(v', \tau)$ 仅是频率间隔变量 v' 和时间间隔变量 τ 的一个函数。结果是，SOCUS过程的时变传递函数 $\tilde{H}(f', t)$ 具有（有关变量 f' 和 t）像一个广义稳态过程的类似性质。

2. SOCUS模型的散射函数

SOCUS模型的散射函数通过二维傅里叶变换

$$\tilde{S}(\tau', f) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{r}_{HH}(v',\tau) \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(v'\tau'-\tau f)} \mathrm{d}v\mathrm{d}\tau \tag{7.146}$$

与时间—频率相关函数 $\tilde{r}_{HH}(v', \tau)$ 发生关系。将式（7.145）代入式（7.146），得到封闭形式的散射函数 $\tilde{S}(\tau', f)$ 为

$$\begin{aligned}\tilde{S}(\tau', f) &= \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_{\ell}^{2} \tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)\delta(\tau' - \tilde{\tau}'_\ell) \\ &= \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\sum_{n=1}^{N_\ell} (\tilde{a}_\ell c_{n,\ell})^2\delta(f - f_{n,\ell})\delta(\tau' - \tilde{\tau}'_\ell)\end{aligned} \tag{7.147}$$

式中使用了函数

$$\tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f) = \sum_{n=1}^{N_\ell} c_{n,\ell}^{2}\delta(f - f_{n,\ell}) \tag{7.148}$$

上式恒等于第 ℓ 条传播路径的多普勒功率谱密度。注意 $\tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)$ 是自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(\tau)$ 的傅里叶变换［见式（7.142a）］。不失一般性，通常假定散射函数 $\tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)$ 被归一化，从而使 $\tilde{S}(\tau', f)$ 之下的面积等于1。通过对路径增益 $\tilde{a}_\ell$ 和增益 $c_{n,\ell}$ 施加如下条件

$$\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_{\ell}^{2} = 1 \text{ 和 } \sum_{n=1}^{N_\ell} c_{n,\ell}^{2} = 1 \tag{7.149a, b}$$

可得到这样的一个归一化散射函数，其中对于所有 $\ell=0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$，上式中的后者成立。

式（7.147）中的封闭形式表达式揭示出，SOCUS模型的散射函数是完全由基本模型参数和决定延迟功率谱密度的参数确定的。这个性质为7.6.2节做出的论断提供了基础，即给定（被测的或指定的）移动无线信道的所有离散型散射函数可完美地由SOCUS过程进行建模。

3. SOCUS模型的其他系统函数和特征量

在本节，描述SOCUS模型的其他重要特征函数和量，如延迟功率谱密度、频率相关函数、延迟扩展等。可以随机WSSUS模型的相应函数和量定义的类似方式，定义这些函数和量。

（1）延迟功率谱密度

通过

$$\tilde{S}_{\tau'}(\tau') = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(\tau', f)\,\mathrm{d}f \tag{7.150}$$

延迟功率谱密度 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 与散射函数 $\tilde{S}(\tau', f)$ 发生关系。使用散射函数 $\tilde{S}(\tau', f)$ 的表达式［见式（7.147)］，使我们可依据下式给出 SOCUS 模型的延迟功率谱密度 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$

$$\tilde{S}_{\tau'}(\tau') = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_\ell^2 \delta(\tau' - \tilde{\tau}'_\ell) \tag{7.151}$$

由此，延迟功率谱密度 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 由位于 $\tau' = \tilde{\tau}'_\ell$ 处的 $\mathcal{L}$ 个狄拉克 delta 函数组成，并由路径增益的二次方 $\tilde{a}_\ell^2$ 加权。因此，$\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 的形状完全由模型参数 $\mathcal{L}$、$\tilde{a}_\ell^2$ 和 $\tilde{\tau}'_\ell$ 决定。

（2）平均延迟

SOCUS 模型的平均延迟 $\tilde{D}_{\tau'}^{(1)}$ 由 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 的一阶矩定义

$$\tilde{D}_{\tau'}^{(1)} := \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \tau' \tilde{S}_{\tau'}(\tau')\,\mathrm{d}\tau'}{\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{\tau'}(\tau')\,\mathrm{d}\tau'} = \frac{\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{\tau}'_\ell \tilde{a}_\ell^2}{\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_\ell^2} \tag{7.152}$$

（3）延迟扩展

SOCUS 模型的延迟扩展 $\tilde{D}_{\tau'}^{(2)}$ 由 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 二阶中心矩的平方根定义，即

$$\begin{aligned}\tilde{D}_{\tau'}^{(2)} &:= \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\tau' - \tilde{D}_{\tau'}^{(1)})^2 \tilde{S}_{\tau'}(\tau')\,\mathrm{d}\tau'}{\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{\tau'}(\tau')\,\mathrm{d}\tau'}} \\ &= \sqrt{\frac{\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} (\tilde{\tau}'_\ell \tilde{a}_\ell)^2}{\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_\ell^2} - (\tilde{D}_{\tau'}^{(1)})^2}\end{aligned} \tag{7.153}$$

（4）多普勒功率谱密度

SOCUS 模型的多普勒功率谱密度 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$ 可由散射函数 $\tilde{S}(\tau', f)$ 确定，即

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{\mu\mu}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(\tau', f)\,\mathrm{d}\tau' \\ &= \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \tilde{a}_\ell^2 \tilde{S}_{\mu_\ell \mu_\ell}(f)\end{aligned} \tag{7.154}$$

式中，对于所有 $\ell = 0, 1, \cdots, \mathcal{L}-1$，$\tilde{S}_{\mu_\ell \mu_\ell}(f)$ 由式（7.148）给定。

（5）平均多普勒频移

SOCUS 模型的平均多普勒频移 $\tilde{D}_{\mu\mu}^{(1)}$ 由 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$ 的一阶矩定义，即

$$\tilde{D}_{\mu\mu}^{(1)} := \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f\tilde{S}_{\mu\mu}(f)\,\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{S}_{\mu\mu}(f)\,\mathrm{d}f} = \frac{\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\left[\tilde{a}_{\ell}^{2}\sum_{n=1}^{N_\ell} f_{n,\ell}c_{n,\ell}^{2}\right]}{\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\left[\tilde{a}_{\ell}^{2}\sum_{n=1}^{N_\ell} c_{n,\ell}^{2}\right]} \tag{7.155}$$

（6）多普勒频散

SOCUS 模型的多普勒频散 $\tilde{D}_{\mu\mu}^{(2)}$ 由 $\tilde{S}_{\mu\mu}(f)$ 二阶中心矩的平方根定义，即

$$\tilde{D}_{\mu\mu}^{(2)} := \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty}(f-D_{\mu\mu}^{(1)})^{2}\tilde{S}_{\mu\mu}(f)\,\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{S}_{\mu\mu}(f)\,\mathrm{d}f}} = \sqrt{\frac{\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\left[\tilde{a}_{\ell}^{2}\sum_{n=1}^{N_\ell}(f_{n,\ell}c_{n,\ell})^{2}\right]}{\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\left[\tilde{a}_{\ell}^{2}\sum_{n=1}^{N_\ell}c_{n,\ell}^{2}\right]}-(\tilde{D}_{\mu\mu}^{(1)})^{2}} \tag{7.156}$$

（7）频率相关函数

通过设置 $\tau=0$，SOCUS 模型的频率相关函数 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$ 可由时间—频率相关函数 $\tilde{r}_{HH}(\upsilon',\tau)$ ［见式（7.145）］得到，即

$$\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon') := \tilde{r}_{HH}(\upsilon',0) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_{\ell}^{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\upsilon'\tilde{\tau}'_{\ell}} \tag{7.157}$$

注意频率相关函数 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$ 是延迟功率谱密度 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 的傅里叶变换。也应该观察到 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$是一个连续函数，这与 $\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$ 不同，后者是一个离散线谱。

（8）相干带宽

满足条件

$$|\tilde{r}_{\tau'}(\tilde{B}_C)| = \frac{1}{2}|\tilde{r}_{\tau'}(0)| \tag{7.158}$$

的频率间隔变量的最小值称作 SOCUS 模型的相干带宽。使用上面 $\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$ 的表达式，得到如下超越方程

$$\left|\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}\tilde{a}_{\ell}^{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\tilde{B}_C\tau'_{\ell}}\right| - \frac{1}{2} = 0 \tag{7.159}$$

一般而言，可对 $\widetilde{B}_C$以数值方式求解。

（9）时间相关函数

通过设置$v'=0$，SOCUS 模型的时间相关函数 $\widetilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 可由时间—频率相关函数 $\widetilde{r}_{HH}(v', \tau)$［见式（7.145）］确定，即

$$\widetilde{r}_{\mu\mu}(\tau) := \widetilde{r}_{HH}(0,\tau) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \widetilde{a}_{\ell}^{2} \widetilde{r}_{\mu_\ell \mu_\ell}(\tau) \tag{7.160}$$

式中，$\widetilde{r}_{\mu_\ell \mu_\ell}(\tau)$ 是 $\widetilde{\mu}_{\ell}(t)$ 的自相关函数，由式（7.142a）给定。

（10）相干时间

满足条件

$$|\widetilde{r}_{\mu\mu}(\widetilde{T}_C)| = \frac{1}{2} |\widetilde{r}_{\mu\mu}(0)| \tag{7.161}$$

的时间间隔变量$\tau = \widetilde{T}_C$的最小值称作 SOCUS 模型的相干时间。使用上面推导的自相关函数 $\widetilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ 表达式，得到如下超越方程

$$\left| \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} \sum_{n=1}^{N_\ell} (\widetilde{a}_{\ell} c_{n,\ell})^2 e^{j2\pi f_{n,\ell} \widetilde{T}_C} \right| - \frac{1}{2} = 0 \tag{7.162}$$

一般而言，可利用数值方法求解 $\widetilde{T}_C$。

7.6.2　完美信道建模原理

本小节描述完美信道建模原理。目的是将SOCUS 模型的散射函数 $\widetilde{S}(\tau',f)$ 拟合到具有一个任意形状的给定（被测或指定的）散射函数 $\boldsymbol{S}^{\star}(\tau', f)$。施加在散射函数 $\boldsymbol{S}^{\star}(\tau', f)$的唯一条件是以变量$\tau'$和$f$表示的这个函数必须是离散的。这种方法的基本思路是，在没有任何近似或减少参数数量的条件下，直接由给定的离散散射函数$\boldsymbol{S}^{\star}(\tau', f)$确定 SOCUS 模型的模型参数。散射函数 $\widetilde{S}(\tau',f)$ 等于被测散射 $\boldsymbol{S}^{\star}(\tau', f)$，即

$$\widetilde{S}(\tau',f) = \boldsymbol{S}^{\star}(\tau',f) \tag{7.163}$$

的信道模型称作一个完美信道模型。其软件或硬件实现称作完美信道仿真器。一个完美信道仿真器使在没有任何模型或近似误差的条件下被测宽带移动无线信道的仿真成为可能。

接下来，描述从一个给定被测散射函数 $\boldsymbol{S}^{\star}(\tau', f)$ 确定 SOCUS 模型的模型参数 $\{c_{n,\ell}\}$、$\{f_{n,\ell}\}$、$\{\widetilde{a}_{\ell}\}$、$\{\widetilde{\tau}'_{\ell}\}$、$\{N_\ell\}$ 和$\mathcal{L}$的方法。因为假定被测散射函数 $S^{\star}(\tau', f)$ 是离散的，所以 $S^{\star}(\tau', f)$ 可等价地表示为尺寸为 $N \times L$ 的所谓散射矩阵

$$\boldsymbol{S}^{\star}=\begin{pmatrix} s_{1,0} & s_{1,1} & \cdots & s_{1,L-1} \\ s_{2,0} & s_{2,1} & \cdots & s_{2,L-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N,0} & s_{N,1} & \cdots & s_{N,L-1} \end{pmatrix} \begin{matrix} -f_{\max} \\ \downarrow f \\ f_{\max} \end{matrix} \qquad (7.164)$$

$$0 \qquad \overrightarrow{\tau'} \qquad \tau'_{\max}$$

式中，行数 N 和列数 L 分别直接与最大多普勒频率 $f_{\max}$ 和最大被测传播延迟 $\tau'_{\max}$ 有关。SOCUS 模型的离散传播路径数 $\mathcal{L}$ 等于 $\boldsymbol{S}^{\star}$ 的列数 L，即 $\mathcal{L}=L$。进而，cisoids 求和过程 $\tilde{\mu}_{\ell}(t)$ [见式（7.139）] 的复数正弦曲线数 N_{ℓ} 是由 $\boldsymbol{S}^{\star}$ 的列数确定的，即对所有 $\ell=0$，1，…，$\mathcal{L}-1$，选择 $N_{\ell}=N$。SOCUS 模型的其他模型参数 $\{\tilde{a}_{\ell}\}$、$\{\tilde{\tau}'_{\ell}\}$、$\{c_{n,\ell}\}$ 和 $\{f_{n,\ell}\}$ 可容易地从被测散射矩阵（函数）计算得到。通过使 $\tilde{S}(\tau',f)$ [见式（7.147）]，如式（7.163）所表示的，直接得到

$$\tilde{a}_{\ell}=\sqrt{\sum_{n=1}^{N}s_{n,\ell}} \qquad (7.165a)$$

$$\tilde{\tau}'_{\ell}=\ell\cdot\Delta\tau' \qquad (7.165b)$$

$$c_{n,\ell}=\frac{\sqrt{s_{n,\ell}}}{\tilde{a}_{\ell}} \qquad (7.165c)$$

$$f_{n,\ell}=-f_{\max}+(n-1)\cdot\Delta f \qquad (7.165d)$$

式中，$n=1$，2，…，N_{ℓ} 和 $\ell=0$，1，…，$\mathcal{L}-1$。式（7.165a）可由这样的事实得到，即 SOCUS 模型的第 ℓ 条传播路径的均值路径功率 $\tilde{a}_{\ell}^{2}$ 一定等于被测散射矩阵 $\boldsymbol{S}^{\star}$ 的第 ℓ 列各项的和。进而，由式（7.163），可直接将出现在 SOCUS 模型的散射函数 $\tilde{S}(\tau',f)$ 中的加权系数 $(\tilde{a}_{\ell}c_{n,\ell})^2$ 等于散射矩阵 $\boldsymbol{S}^{\star}$ 的项 $s_{n,\ell}$，即 $(\tilde{a}_{\ell}c_{n,\ell})^2=s_{n,\ell}$，这就解释了式（7.165c）中的表达式。式（7.165b）中的符号 $\Delta\tau'$ 表示 τ' 方向信道测量器的分辨率，且式（7.165d）中的 Δf 是 f 方向信道测量器的分辨率。这些参数与量 L、N、$f_{\max}$ 和 $\tau'_{\max}$ 如下发生关系

$$\Delta\tau'=\frac{\tau'_{\max}}{L-1},\ \Delta f=\frac{2f_{\max}}{N-1} \qquad (7.166a,\ b)$$

不能从式（7.163）推导得到的唯一模型参数是相位 $\theta_{n,\ell}$，原因是 $\tilde{S}(\tau',f)$ 独立于相位 [见式（7.147）]。因此，假定相位 $\theta_{n,\ell}$ 是独立同分布变量的实现，每个变量是均匀分布在区间 [0，2π) 上的。采用以那种方式确定的模型参数，描述 SOCUS 模型的所有相关函数和特征量可通过使用 7.6.1 节给定的方程容易地加以评估。另外，在将得到的模型参数代入式（7.138）和式（7.139）之后，可直接地仿真被测宽带移动无线信道的时变脉冲响应的样本函数。注意不同的相位集合 $\{\theta_{n,\ell}^{(k)}\}$ 得到时变脉冲响应 $\tilde{h}^{(k)}(\tau',t)$ $(k=1,2,\cdots)$ 的不同样本函数。所有样本函数的全体构成随机时变脉冲响应 $\hat{h}(\tau',$

$t) = \{\tilde{h}^{(1)}(\tau', t), \tilde{h}^{(2)}(\tau', t), \cdots\}$。应该变得明显的是，所有样本函数 $\tilde{h}^{(k)}(\tau', t)$ 对于 $k=1, 2, \cdots$，具有相同的相关性质，原因是 SOCUS 模型是相关遍历的，如果仅有相位 $\theta_{n,\ell}$ 是随机变量且所有其他模型参数是常数的话。

7.6.3　应用到一个被测宽带室内信道

接下来，将完美信道建模方法应用到一个真实世界的被测散射函数，该函数是从德国 Ilmenau 理工大学实施的一个室内测量活动[217,218]得到的。信道测量器的中心频率和带宽分别是 5.2GHz 和 120MHz。为了降低测量噪声的影响，忽略了就视距分量而言小于 −35dB 的被测散射函数值。延迟分辨率 $\Delta\tau'$ 和多普勒频率分辨率 Δf 分别是 $\Delta\tau' = 6.25\text{ns}$ 和 $\Delta f = 0.945\text{Hz}$。由于多普勒分辨率域的有限分辨率，不能排除这样的可能性，即对于不同传播延迟，一些被测多普勒频率是相同的。在这样的情况下，违背了式 (7.140a) 中的 US 条件。为了得到一个 US 模型，将原多普勒频率 $f_{n,\ell}$ 替换为 $f^{us}_{n,\ell}$ 是合适的，其中 $f^{us}_{n,\ell}$ 定义为映射

$$f_{n,\ell} \longmapsto f^{us}_{n,\ell} = f_{n,\ell} + \left(u_{n,\ell} - \frac{1}{2}\right)\Delta f \tag{7.167}$$

在上式中，符号 $u_{n,\ell}$ 表示独立同分布随机变量，每个变量在区间 [0, 1) 上具有一个均匀分布。注意，多普勒频率分辨率 Δf 的一个大值得到 $\tilde{\mu}_\ell(t)$ 的一个小周期 T_ℓ，因为 $T_\ell = 1/\gcd\{f_{n,\ell}\} = 1/\Delta f$。依据式 (7.167)，通过随机化离散多普勒频率 $f_{n,\ell}$，也可求解这个问题。

作为一个例子，考虑图 7.28，展示说明了一个室内移动无线信道的测量得到的散射函数 $\boldsymbol{S}^\star(\tau', f)$。相应的散射矩阵 $\boldsymbol{S}^\star$ 的尺寸为 $N \times L = 128 \times 129$。不同于零的项数 $s_{n,\ell}$

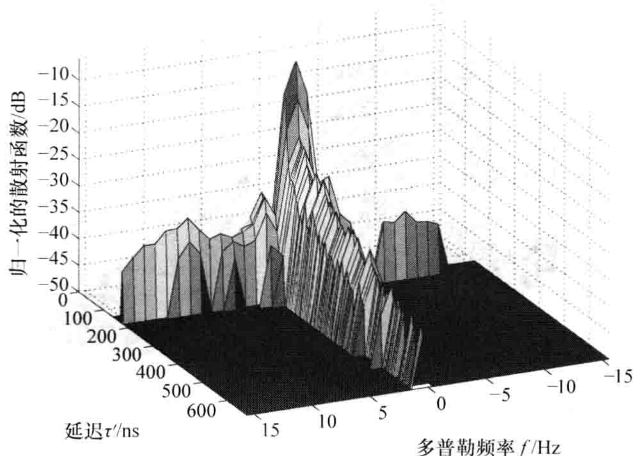


图 7.28　一个室内无线信道的测量得到的散射函数 $\boldsymbol{S}^\star(\tau', f)$

等于 261 << 16512 (= 128 × 129)。这意味着 cisoids 的总数 $\sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} N_\ell$ 等于 261。依据完美

信道建模方法由 $S^{\star}$ 确定模型参数，并将得到的参数代入式（7.147）中，得到图7.29所示的SOCUS模型的散射函数 $\tilde{S}(\tau', f)$。通过使用7.6.1节推导得到的封闭形式表达式，使用抽取得到的模型参数，可容易地计算SOCUS模型的所有系统函数和相关函数以及特征量。通过例子，图7.30给出时变脉冲响应的幅度 $|\tilde{h}(\tau', t)|$，是通过以从式（7.165a）~式（7.165d）得到的参数计算评估式（7.138）得到的。

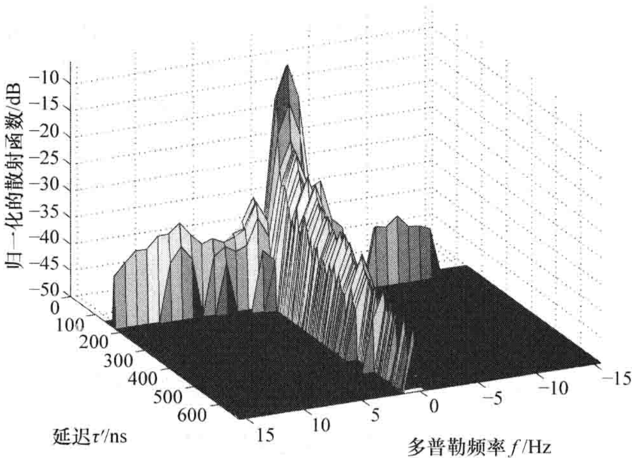


图7.29　信道仿真器（SOCUS模型）的散射函数 $\tilde{S}(\tau', f)$

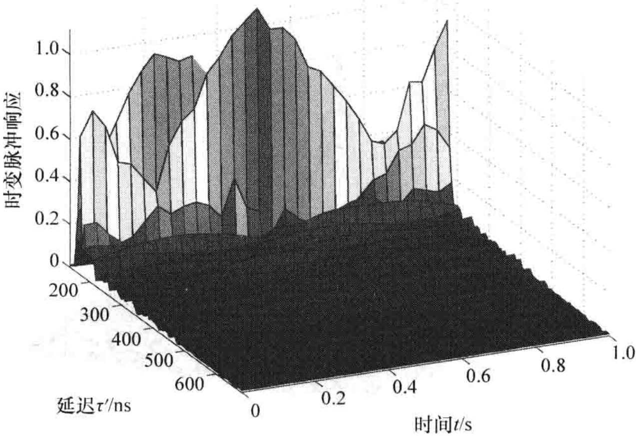


图7.30　SOCUS模型的时变脉冲响应 $|\tilde{h}(\tau', t)|$ 的幅度（仿真结果）

7.7 扩展阅读

在参考文献方面，仅讨论频率选择移动无线信道的论文数已经增长到这样的程度，即使在这个领域的全职科学家也正在面临迷失方向的风险。因此，在这里要提到对这个专题有所贡献的每位作者是不可能的，特别地因为这项概述仅给出少量精选的论文情况下更是如此。为了系统地将这组主题进行组织，将论文进行粗略分类是合理的，将论文分成如下各类：理论、仿真和测量。

第一类由移动无线信道的描述和分析方面主要以理论方法讨论的工作。在这类中的最重要论文是无争议的[18]。在这项有关随机时变线性系统的基础工作中，Bello 引入 WSSUS 模型，该模型几乎排他性地被用于频率选择移动无线信道的描述方面。采用这个模型，移动无线信道的输入—输出形状可以一种相对简单的方式在等价复数基带中加以描述，原因是假定信道在观察时间区段过程中是准稳态的。当移动单元以小于载波信号波长数十倍量级的距离移动时，经验性的实测论断表明[208]准稳态的假定是合理的。多篇论文[64,208,219]给出了时变信道最重要特征的不错概述，移动无线信道自然也属于这类信道。讨论这个主题的书籍有参考文献［11，118，220，221］和参考文献［222］。由参考文献［211，223］的研究可得到 WSSUS 模型系统理论描述的深入了解。WSSUS 模型的分析也是参考文献［224］中深入研究的主题，其中在假定非均匀分布到达角度的条件下，推导得到相关函数和散射函数。在参考文献［225］中给出使用正交技术对宽带移动无线信道建模的一种方法。参考文献［226］给出信道建模领域中研究状态的一个综述，这些研究是 1996 年前由欧洲研究项目实施的，如 COST 207、RACE CODIT 和 RACE ATDMA。自此以后，对于具有自适应天线的未来移动无线系统，有关空间—时间信道模型的大量研究进行了实施[227]。涉及这个主题的以许多参考文献给出综述的详细论文是参考文献［228-231］。WSSUS 假定有效的最大时段被称作稳态间隔。如果观察时间间隔大于稳态间隔，则真实世界频率选择移动无线信道不满足 WSSUS 条件。因此，对于自相关函数和其他特征量的估计而言，确定稳态间隔是重要的。在参考文献［232］中，形成针对多径信道的广义稳态性的测试方法，并应用到被测的多输入多输出（MIMO）移动无线信道。这篇论文的目的是确定一条被测信道的时间序列是否可被看作是广义稳态的，且如果是的话，稳态和非稳态间隔的典型时长是多少。在参考文献［233］中可找到有关城区环境中移动无线信道稳态性质的一项经验研究。在参考文献［234］中给出非 WSSUS 无线衰落信道的统计特征的一个框架。

第二类包括强调频率选择移动无线信道的仿真模型的开发方面的工作。就正常用于这些类型的信道仿真器的实现方法而言，可区分为硬件实现和软件实现。硬件实现可进一步分为模拟仿真器和数字仿真器。模拟信道仿真器（如参考文献［235，236］）高频带或中频带中的信道进行建模，其中将表面声波（SAW）滤波器应用实现不同的路径传播延迟。一般而言，数字信道仿真器实施所有的算数运算，这在使用数字信号处理器[128]或向量处理器（如参考文献［237，238］）实时处理的复数基带中成为必要的。但是，在多数应用中，信道仿真器并不是在真实条件下工作的，而是在一台工作站或一

台个人计算机上进行的。作为所需算法的合适设计方法，原理上而言可使用滤波器方法（如参考文献［129，131］）和莱斯方法（如参考文献［99-102，156，216］）。巧合的是，对于具有跳频能力的移动通信系统的信道仿真器的设计而言，这两种方法都是非常合适的，这通过参考文献［239］中使用滤波器和参考文献［240］中应用莱斯方法得到了证明。

第三类也是最后一类涵盖报告有关移动无线信道的试验测量结果的工作以及描述支持这些测量的设备的文章。当然，Young[61]、Nylund[62]、Cox[74,241]、Nielson[242]以及Bajwa和Parsons[243]的研究工作属于信道测量领域的先驱性工作。在Andersen等[244]撰写的综述论文中，测量移动无线信道的主题是以一种清晰的和容易理解的方式讨论的。在这篇论文中，移动无线信道是依据环境进行分类的；给出了不同传播场景的典型被测特征量。就移动无线信道的系统函数测量而言，参考文献［245］和参考文献［246］是特别引人关注的。参考文献［247］报告了室内宽带无线局域网（WLAN）的宽带传播测量结果，该WLAN运行在无许可证的60GHz频带，并给出高于2Mbit/s高达150Mbit/s的数据速率[248]。对于移动无线信道传播性质的测量，需要特殊的测量设备，称作信道测量器。在参考文献［249］和参考文献［250］中可找到介绍各种信道测量技术原理的综述文章。在德国Erlangen-Nuremberg大学电信研究所，开发了三种信道测量器RUSK 400、RUSK 5000和RUSK X[251]。在参考文献［130，251，252］中可找到有关信道测量器应用测量方法原理的详细信息。采用设备类型RUSK 5000进行测量活动的结果在参考文献［253-255］中做了报告。信道测量器RUSK 400和RUSK 5000仅作为原型进行了生产，而RUSK X和后续型号RUSK SX和RUSK WLL曾经由MEDAV GmbH进行了商务销售。RUSK ATM是成为RUSK信道测量器家族成员的另一个设备。这个设备源于ATMmobil项目，由BMFT与MEDAV GmbH合作资助开发[217,256]。采用这种向量信道测量器，特别是移动无线信道的有向解析测量可在1.8～2.5GHz（UMTS）和5～6GHz（WLAN/HIPERLAN）频带实施，测量带宽高达240MHz。在参考文献［257］中给出使用RUSK ATM信道测量器在5.2GHz实施的不同测量范例。本文也给出信道测量器测量各种应用的综述。最近，RUSK信道测量器硬件概念已经扩展到支持MIMO信道的测量。已经引入RUSK ATM的后续产品作为RUSK MIMO信道测量器。另一个商用系统是Elektrobit Propsound CS™ MIMO信道测量器，在参考文献［258］中做了描述。SIMOCS 2000信道测量器由德国慕尼黑的西门子公司生产。在参考文献［259］和参考文献［260］中描述了在SIMOCS 2000中所用测量配置的原理。进而，应该提到，Zollinger[261]在瑞士苏黎世的瑞士苏黎世理工大学（ETH）开发了一种信道测量器。信道测量器ECHO 24（运行在24GHz的ETH信道测量器）也可找到来自ETH的印迹。采用这种信道测量器，复数信道脉冲响应可以2ns的时间分辨率在室内环境中进行测量[262]。在赫尔辛基理工大学（HUT）[263]、Aalborg大学（AAU）[264]和Durham大学[265]也开发了非商用宽带信道测量器，这里仅列出一些。

从移动通信初期，人们做出各种努力，尝试找出功率延迟剖面及由之可推导得到的特征量（频率相关函数）的真实模型。在参考文献［266］中讨论了从移动无线信道的测量数据估计频率相关函数的问题。有关功率延迟剖面和延迟扩展测量结果的材料可在

参考文献［243］和参考文献［267］找到。人们进行了有关这个专题的理论研究，如参考文献［268］和参考文献［224］。在参考文献［19］中给出900MHz处GSM信道的连续功率延迟剖面的规范。ETSI BRAN[20]规范了典型室内和室外环境中HIPERLAN/2信道的离散功率延迟剖面和多普勒谱密度。对于HIPERLAN/2和IEEE 802.11a系统的比较性能研究，在参考文献［269］中采用了HIPERLAN/2信道模型。

附录 7.A　$\mathcal{L}$路径 COST 207 信道模型的规范

除了表7.3中给出的4路径和6路径信道模型，其他的$\mathcal{L}$路径信道模型由COST 207[19]进行了规范。出于完备性考虑，在本附录加以引用，如表7.A.1～表7.A.4所示。

表 7.A.1　依据 COST 207[19] 的 6 路径 RA 信道模型的规范

路径数 ℓ	传播延迟 $\tau'_\ell/\mu s$	相对路径功率（线性）	相对路径功率（dB）	多普勒 PSD$S_{\tau'}(\tau')$	延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}/\mu s$
农村区域（RA）：6 路径信道模型（替代型）					
0	0	1	0	“莱斯”	0.1
1	0.1	0.4	−4	“Jakes”	
2	0.2	0.16	−8	“Jakes”	
3	0.3	0.06	−12	“Jakes”	
4	0.4	0.03	−16	“Jakes”	
5	0.5	0.01	−20	“Jakes”	

表 7.A.2　依据 COST 207[19] 的 12 路径和 6 路径 TU 信道模型的规范

路径数 ℓ	传播延迟 $\tau'_\ell/\mu s$	相对路径功率（线性）	相对路径功率（dB）	多普勒 PSD$S_{\tau'}(\tau')$	延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}/\mu s$
典型城区（TU）：12 路径信道模型					
0	0.0	0.4	−4	“Jakes”	1.0
1	0.2	0.5	−3	“Jakes”	
2	0.4	1	0	“Jakes”	
3	0.6	0.63	−2	“高斯Ⅰ”	
4	0.8	0.5	−3	“高斯Ⅰ”	
5	1.2	0.32	−5	“高斯Ⅰ”	
6	1.4	0.2	−7	“高斯Ⅰ”	
7	1.8	0.32	−5	“高斯Ⅰ”	
8	2.4	0.25	−6	“高斯Ⅱ”	
9	3.0	0.13	−9	“高斯Ⅱ”	
10	3.2	0.08	−11	“高斯Ⅱ”	
11	5.0	0.1	−10	“高斯Ⅱ”	

（续）

路径数 ℓ	传播延迟 $\tau'_\ell/\mu s$	相对路径功率		多普勒 PSD $S_{\tau'}(\tau')$	延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}/\mu s$
		（线性）	（dB）		
典型城区（TU）：12路径信道模型（替代型）					
0	0.0	0.4	-4	"Jakes"	1.0
1	0.1	0.5	-3	"Jakes"	
2	0.3	1	0	"Jakes"	
3	0.5	0.55	-2.6	"Jakes"	
4	0.8	0.5	-3	"高斯Ⅰ"	
5	1.1	0.32	-5	"高斯Ⅰ"	
6	1.3	0.2	-7	"高斯Ⅰ"	
7	1.7	0.32	-5	"高斯Ⅰ"	
8	2.3	0.22	-6.5	"高斯Ⅱ"	
9	3.1	0.14	-8.6	"高斯Ⅱ"	
10	3.2	0.08	-11	"高斯Ⅱ"	
11	5.0	0.1	-10	"高斯Ⅱ"	
典型城区（TU）：6路径信道模型（替代型）					
0	0.0	0.5	-3	"Jakes"	1.0
1	0.2	1	0	"Jakes"	
2	0.5	0.63	-2	"Jakes"	
3	1.6	0.25	-6	"高斯Ⅰ"	
4	2.3	0.16	-8	"高斯Ⅱ"	
5	5.0	0.1	-10	"高斯Ⅱ"	

表7.A.3 依据COST 207[19]的12路径和6路径BU信道模型的规范

路径数 ℓ	传播延迟 $\tau'_\ell/\mu s$	相对路径功率		多普勒 PSD $S_{\tau'}(\tau')$	延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}/\mu s$
		（线性）	（dB）		
不良城区（BU）：12路径信道模型					
0	0.0	0.2	-7	"Jakes"	2.5
1	0.2	0.5	-3	"Jakes"	
2	0.4	0.79	-1	"Jakes"	
3	0.8	1	0	"高斯Ⅰ"	
4	1.6	0.63	-2	"高斯Ⅰ"	
5	2.2	0.25	-6	"高斯Ⅱ"	
6	3.2	0.2	-7	"高斯Ⅱ"	

（续）

路径数 ℓ	传播延迟 $\tau'_\ell/\mu s$	相对路径功率		多普勒 PSD $S_{\tau'}(\tau')$	延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}/\mu s$
		（线性）	（dB）		
7	5.0	0.79	−1	"高斯Ⅱ"	2.5
8	6.0	0.63	−2	"高斯Ⅱ"	
9	7.2	0.2	−7	"高斯Ⅱ"	
10	8.2	0.1	−10	"高斯Ⅱ"	
11	10.0	0.03	−15	"高斯Ⅱ"	
不良城区（BU）：12 路径信道模型（替代型）					
0	0.0	0.17	−7.7	"Jakes"	2.5
1	0.1	0.46	−3.4	"Jakes"	
2	0.3	0.74	−1.3	"Jakes"	
3	0.7	1	0	"高斯Ⅰ"	
4	1.6	0.59	−2.3	"高斯Ⅰ"	
5	2.2	0.28	−5.6	"高斯Ⅱ"	
6	3.1	0.18	−7.4	"高斯Ⅱ"	
7	5.0	0.72	−1.4	"高斯Ⅱ"	
8	6.0	0.69	−1.6	"高斯Ⅱ"	
9	7.2	0.21	−6.7	"高斯Ⅱ"	
10	8.1	0.1	−9.8	"高斯Ⅱ"	
11	10.0	0.03	−15.1	"高斯Ⅱ"	
不良城区（BU）：6 路径信道模型（替代型）					
0	0.0	0.56	−2.5	"Jakes"	2.5
1	0.3	1	0	"Jakes"	
2	1.0	0.5	−3	"高斯Ⅰ"	
3	1.6	0.32	−5	"高斯Ⅰ"	
4	5.0	0.63	−2	"高斯Ⅱ"	
5	6.6	0.4	−4	"高斯Ⅱ"	

表 7.A.4　依据 COST 207[19] 的 12 路径和 6 路径 HT 信道模型的规范

路径数 ℓ	传播延迟 $\tau'_\ell/\mu s$	相对路径功率		多普勒 PSD $S_{\tau'}(\tau')$	延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}/\mu s$
		（线性）	（dB）		
山区陆地（HT）：12 路径信道模型					
0	0.0	0.1	−10	"Jakes"	5.0
1	0.2	0.16	−8	"Jakes"	
2	0.4	0.25	−6	"Jakes"	

（续）

路径数 ℓ	传播延迟 $\tau'_\ell/\mu s$	相对路径功率		多普勒 PSD $S_{\tau'}(\tau')$	延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}/\mu s$
		（线性）	（dB）		
3	0.6	0.4	-4	"高斯Ⅰ"	5.0
4	0.8	1	0	"高斯Ⅰ"	
5	2.0	1	0	"高斯Ⅰ"	
6	2.4	0.4	-4	"高斯Ⅱ"	
7	15.0	0.16	-8	"高斯Ⅱ"	
8	15.2	0.13	-9	"高斯Ⅱ"	
9	15.8	0.1	-10	"高斯Ⅱ"	
10	17.2	0.06	-12	"高斯Ⅱ"	
11	20.0	0.04	-14	"高斯Ⅱ"	
山区陆地（HT）：12路径信道模型（替代型）					
0	0.0	0.1	-10	"Jakes"	5.0
1	0.1	0.16	-8	"Jakes"	
2	0.3	0.25	-6	"Jakes"	
3	0.5	0.4	-4	"Jakes"	
4	0.7	1	0	"高斯Ⅰ"	
5	1.0	1	0	"高斯Ⅰ"	
6	1.3	0.4	-4	"高斯Ⅰ"	
7	15.0	0.16	-8	"高斯Ⅱ"	
8	15.2	0.13	-9	"高斯Ⅱ"	
9	15.7	0.1	-10	"高斯Ⅱ"	
10	17.2	0.06	-12	"高斯Ⅱ"	
11	20.0	0.04	-14	"高斯Ⅱ"	
山区陆地（HT）：6路径信道模型（替代型）					
0	0.0	1	0	"Jakes"	5.0
1	0.1	0.71	-1.5	"Jakes"	
2	0.3	0.35	-4.5	"Jakes"	
3	0.5	0.18	-7.5	"Jakes"	
4	15	0.16	-8.0	"高斯Ⅱ"	
5	17.2	0.02	-17.7	"高斯Ⅱ"	

附录 7. B $\mathcal{L}$路径 HIPERLAN/2 信道模型的规范

该附录给出 5 个$\mathcal{L}$路径 HIPERLAN/2 信道模型集合，这是由 ETSI BRAN[20] 规范确定的，如表 7. B. 1 ~ 表 7. B. 3 所示。第一个信道模型，称作模型 A，是在非视距（NLOS）传播条件的假定下针对典型办公室环境开发的。模型 B 是假定 NLOS 传播条件下针对具有较大延迟扩展的大型开放空间和办公室环境建议的模型。模型 C 和 E 也假定 NLOS 传播条件，并对应于具有较大延迟扩展的典型大型开发空间室内和室外环境。除了视距（LOS）分量外，模型 D 基本上与模型 C 相同，视距分量为零延迟处的功率延迟剖面贡献 10dB 的尖峰。在所有 HIPERLAN/2 信道模型中，离散传播路径数$\mathcal{L}$等于 18。

表 7. B. 1 依据 ETSI BRAN[20]，18 路径 HIPERLAN/2 信道模型 A 规范

路径数 ℓ	传播延迟 τ'_ℓ/ns	相对路径功率		莱斯因子 c_R	多普勒 PSD $S_{\tau'}(\tau')$	延迟扩展 $B^{(2)}_{\tau'}$/ns
		（线性的）	（dB）			
模型 A：典型办公室环境（NLOS）						
1	0	1.0000	0.0	0	"Jakes"	
2	10	0.1259	−0.9	0	"Jakes"	
3	20	0.6761	−1.7	0	"Jakes"	
4	30	0.5495	−2.6	0	"Jakes"	
5	40	0.4467	−3.5	0	"Jakes"	
6	50	0.3715	−4.3	0	"Jakes"	
7	60	0.3020	−5.2	0	"Jakes"	
8	70	0.2455	−6.1	0	"Jakes"	50
9	80	0.2042	−6.9	0	"Jakes"	
10	90	0.1660	−7.8	0	"Jakes"	
11	110	0.3388	−4.7	0	"Jakes"	
12	140	0.1862	−7.3	0	"Jakes"	
13	170	0.1023	−9.9	0	"Jakes"	
14	200	0.0562	−12.5	0	"Jakes"	
15	240	0.0427	−13.7	0	"Jakes"	
16	290	0.0159	−18.0	0	"Jakes"	
17	340	0.0058	−22.4	0	"Jakes"	
18	390	0.0021	−26.7	0	"Jakes"	

表 7.B.2 依据 ETSI BRAN[20]，18 路径 HIPERLAN/2 信道模型 B 和 C 规范

路径数 ℓ	传播延迟 τ'_ℓ/ns	相对路径功率		莱斯因子 c_R	多普勒 PSD $S_{\tau'}(\tau')$	延迟扩展 $B^{(2)}_{\tau'}$/ns
		（线性的）	（dB）			
模型 B：典型的大型开放空间和办公室环境（NLOS）						
1	0	0.5495	−2.6	0	“Jakes”	100
2	10	0.5012	−3.0	0	“Jakes”	
3	20	0.4467	−3.5	0	“Jakes”	
4	30	0.4074	−3.9	0	“Jakes”	
5	50	1.0000	0.0	0	“Jakes”	
6	80	0.7413	−1.3	0	“Jakes”	
7	110	0.5495	−2.6	0	“Jakes”	
8	140	0.4074	−3.9	0	“Jakes”	
9	180	0.4571	−3.4	0	“Jakes”	
10	230	0.2754	−5.6	0	“Jakes”	
11	280	0.1698	−7.7	0	“Jakes”	
12	330	0.1023	−9.9	0	“Jakes”	
13	380	0.0617	−12.1	0	“Jakes”	
14	430	0.0372	−14.3	0	“Jakes”	
15	490	0.0288	−15.4	0	“Jakes”	
16	560	0.0145	−18.4	0	“Jakes”	
17	640	0.0085	−20.7	0	“Jakes”	
18	730	0.0035	−24.6	0	“Jakes”	
模型 C：大型开放空间室内和室外环境（NLOS）						
1	0	0.4677	−3.3	0	“Jakes”	150
2	10	0.4365	−3.6	0	“Jakes”	
3	20	0.4074	−3.9	0	“Jakes”	
4	30	0.3802	−4.2	0	“Jakes”	
5	50	1.0000	0.0	0	“Jakes”	
6	80	0.8128	−0.9	0	“Jakes”	
7	110	0.6761	−1.7	0	“Jakes”	
8	140	0.5495	−2.6	0	“Jakes”	
9	180	0.7080	−1.5	0	“Jakes”	
10	230	0.5012	−3.0	0	“Jakes”	
11	280	0.3631	−4.4	0	“Jakes”	
12	330	0.2570	−5.9	0	“Jakes”	
13	400	0.2951	−5.3	0	“Jakes”	
14	490	0.1622	−7.9	0	“Jakes”	
15	600	0.1148	−9.4	0	“Jakes”	
16	730	0.0479	−13.2	0	“Jakes”	
17	880	0.0234	−16.3	0	“Jakes”	
18	1050	0.0076	−21.2	0	“Jakes”	

表 7. B. 3　依据 ETSI BRAN[20]，18 路径 HIPERLAN/2 信道模型 D 和 E 规范

路径数 ℓ	传播延迟 τ'_ℓ/ns	相对路径功率 (线性的)	相对路径功率 (dB)	莱斯因子 c_R	多普勒 PSD $S_{\tau'}(\tau')$	延迟扩展 $B_{\tau'}^{(2)}$/ns
模型 D：大型开放空间室内和室外环境（LOS）						
1	0	1. 0000	0. 0	10	“莱斯”	140
2	10	0. 1000	-10. 0	0	“Jakes”	
3	20	0. 0933	-10. 3	0	“Jakes”	
4	30	0. 0871	-10. 6	0	“Jakes”	
5	50	0. 2291	-6. 4	0	“Jakes”	
6	80	0. 1906	-7. 2	0	“Jakes”	
7	110	0. 1549	-8. 1	0	“Jakes”	
8	140	0. 1259	-9. 0	0	“Jakes”	
9	180	0. 1622	-7. 9	0	“Jakes”	
10	230	0. 1148	-9. 4	0	“Jakes”	
11	280	0. 0832	-10. 8	0	“Jakes”	
12	330	0. 0589	-12. 3	0	“Jakes”	
13	400	0. 0676	-11. 7	0	“Jakes”	
14	490	0. 0372	-14. 3	0	“Jakes”	
15	600	0. 0263	-15. 8	0	“Jakes”	
16	730	0. 0110	-19. 6	0	“Jakes”	
17	880	0. 0054	-22. 7	0	“Jakes”	
18	1050	0. 0017	-27. 6	0	“Jakes”	
模型 E：大型开放室内和室外环境（LOS）						
1	0	0. 3236	-4. 9	0	“Jakes”	250
2	10	0. 3090	-5. 1	0	“Jakes”	
3	20	0. 3020	-5. 2	0	“Jakes”	
4	40	0. 8318	-0. 8	0	“Jakes”	
5	70	0. 7413	-1. 3	0	“Jakes”	
6	100	0. 6457	-1. 9	0	“Jakes”	
7	140	0. 9333	-0. 3	0	“Jakes”	
8	190	0. 7586	-1. 2	0	“Jakes”	
9	240	0. 6166	-2. 1	0	“Jakes”	
10	320	1. 0000	0. 0	0	“Jakes”	
11	430	0. 6457	-1. 9	0	“Jakes”	
12	560	0. 5248	-2. 8	0	“Jakes”	
13	710	0. 2884	-5. 4	0	“Jakes”	
14	880	0. 1862	-7. 3	0	“Jakes”	
15	1070	0. 0871	-10. 6	0	“Jakes”	
16	1280	0. 0457	-13. 4	0	“Jakes”	
17	1510	0. 0182	-17. 4	0	“Jakes”	
18	1760	0. 0081	-20. 9	0	“Jakes”	

第 8 章　MIMO 信道模型

多单元（multielement）天线系统的开发受到有限可用带宽和对高数据率传输系统日益增长需求的驱动。如在开创性论文（参考文献［115，270］）中所说明的，在丰富散射环境中信道容量可极大地增加，方法是在发送器侧和接收器侧都使用多单元天线阵列。在参考文献［271］中已经表明，多输入多输出（MIMO）信道可被看作由许多并行空分的亚信道组成的一个系统，这使并行符号数据流的传输成为可能。取决于传播环境，亚信道数可达到接收器和发送器天线单元数的最小值。假定丰富散射传播条件，则一个 MIMO 信道的容量随空分亚信道数而线性增加。

一般而言，MIMO 信道模型对于空间—时间编码技术[21]以及空间—时间处理系统[22]的优化、测试和性能评估是重要的。因为传播条件确定信道特征，并由此确定一个 MIMO 系统的信道容量，因此同样重要的是开发 MIMO 信道模型，支持研究在不同传播环境下信道参数对 MIMO 信道容量的影响。

本章讨论针对移动通信系统的 MIMO 衰落信道的建模、分析和仿真，这种系统在发送器侧和接收器侧利用多个天线。从具体的几何散射模型开始，在各向同性散射和非各向异性散射假定下，给出 MIMO 信道的随机参考模型推导的一种通用技术。通过使用例子，将该技术应用到最重要的几何模型，称作单环模型、双环模型和椭圆模型。就单环模型而言，假定仅有一个发送器，在情形中是移动站，它由无穷数量的局部散射体所环绕。这与双环模型和椭圆模型形成对比，这两种模型假定散射体位于发送器和接收器附近。对于所有给出的基于几何形状的 MIMO 信道模型而言，参考模型的复数信道增益是从一个波传播模型开始推导的。详细研究了所推导 MIMO 信道模型的统计性质。给出了三维（3D）空间—时间交叉相关函数的解析通解，由此函数可容易地推导得到其他重要相关函数，如 2D 空间 CCF 和时间自相关函数（ACF）。特别对于双环模型，证明在一定条件下 3D 空间—时间 CCF 可表示为两个 2D 空间—时间相关函数（CF）（称作发送器 CF 和接收器 CF）的乘积。进而，由不可实现的参考模型，使用有限数量的复数值正弦曲线（cisoids）可推导得到随机和确定性的仿真模型。证明了对于离开角度（AOD）和到达角度（AOA）的任意给定分布，如何确定仿真模型的各参数。在各向同性散射的情形中，给出了参数计算问题的封闭形式解。给出了所设计参考模型和仿真模型的主要理论结果，并通过仿真进行了验证。所提出的方法，为高级移动通信系统的设计人员提供了利用 MIMO 技术在真实传播条件下验证新传输概念的一种重要框架。

本章分为五节。8.1 节给出确定性信道建模的一般原理。在 8.2 节介绍并分析了单环模型。基于几何双环模型的一种移动到移动 MIMO 信道模型的推导、分析和仿真是 8.3 节的讨论专题。8.4 节讨论椭圆散射模型，并说明了在由多个散射体集群所表征的传播环境中宽带 MIMO 信道建模中的用途。8.5 节以有关工作的综述作为本章结尾。

8.1　确定性信道建模的一般原理

在第 4 章介绍了确定性信道建模的概念，支持单输入单输出（SISO）信道仿真模型的设计。简单地说，这种概念的基本思路是从由一个或几个高斯随机过程组成的不可实现参考模型开始，之后以具有固定增益、固定频率和随机（或固定）相位的有限个正弦曲线求和替换每个高斯随机过程。对于窄带 SISO 信道，确定参考模型的高斯过程仅在时间上是相关的，而宽带 SISO 信道是在时间和频率上相关的。但是，对于 MIMO 信道的建模和仿真，以具有场景特定的空间—时间—频率相关特征来设计多个高斯随机过程。MIMO 信道建模的另一项挑战是在特定区域中 MIMO 信道的许多参考模型仍然是未知的，且因此不得不从头开始推导。这就要求确定性信道建模原理的一般化，从而提供一个通用工具，支持对局部散射体任意给定分布，推导 MIMO 信道的参考模型和仿真模型。确定性信道建模一般原理的描述是本节的目标。

为了介绍 MIMO 信道建模问题，首先考虑具有 M_{T} 个发送器和 M_{R} 个接收器天线的 MIMO 系统的通用块图，如图 8.1 所示。在这幅图中，符号 $s_l(t)$ 和 $r_k(t)$ 分别表示被传递信号和接收信号的复数包络，其中 $l=1,2,\cdots,M_{\mathrm{T}}$，$k=1,2,\cdots,M_{\mathrm{R}}$。每个发送器天线由 M_{R} 条传送链路（亚信道）连接到所有接收器天线。因此传送链路总数等于 $M_{\mathrm{T}}\cdot M_{\mathrm{R}}$。如果 MIMO 信道是频率非选择的，那么从第 l 个发送器天线到第 k 个接收器天线的传送链路由一个复数信道增益 $h_{kl}(t)$ 描述。对于这样的窄带 MIMO 信道，输入信号 $s_l(t)$ 和输出信号 $r_k(t)$ 的关系为 $r_k(t)=h_{kl}(t)\cdot s_l(t)$。否则，如果 MIMO 信道是频率选择的，那么脉冲响应 $h_{kl}(\tau',t)$ 是表征从第 l 个发送器天线到第 k 个接收器天线的传送链路的合适系统函数。在宽带情形中，通过使用式（7.11），输出信号 $r_k(t)$ 可从输入信号 $s_l(t)$ 和脉冲响应 $h_{kl}(\tau',t)$ 的卷积得到。这意味着有关一个 $M_{\mathrm{T}}\times M_{\mathrm{R}}$ MIMO 信道的每个亚信道的输入输出关系，遵循在 7.2 节针对 SISO 信道描述的相同规则。这里的主要差异是，两个不同亚信道 $h_{kl}(t)$ 和 $h_{k'l'}(t)$ 一般来说不仅在时间和频率上是相关的，而且在空间上也是相关的。

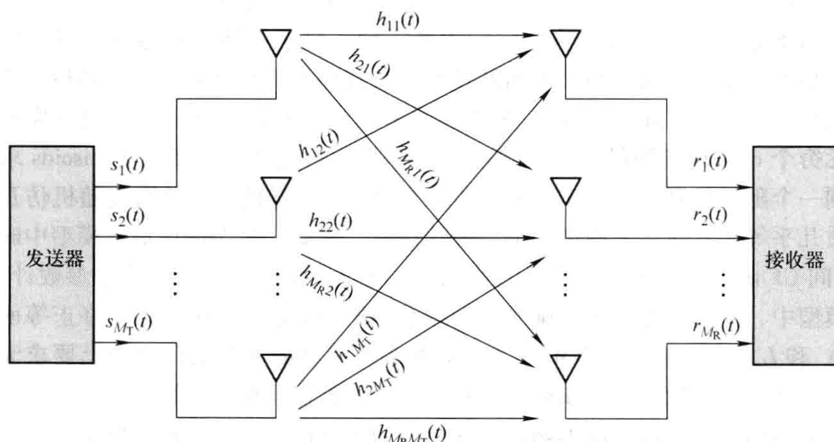


图 8.1　一个 $M_{\mathrm{T}}\times M_{\mathrm{R}}$ MIMO 移动通信系统的通用块图

亚信道之间的空间相关，本质上可影响 MIMO 系统的比特错误率性能和信道容量。空间相关的程度强烈依赖于传播环境（环境中所有有关物体的位置、形状和电介质以及传导性质）。另一个重要因素是天线阵列配置（均匀的线性阵列、非均匀的线性阵列、均匀的环形阵列、六边形阵列）和天线单元之间的距离。在各向同性条件下，可得到一个 MIMO 系统的最佳性能和最高容量。但是，在真实世界信道中，散射条件总是非各向同性的，这导致较高的比特错误率和较低的信道容量。底线是空间相关特征的准确建模一定是每个真实 MIMO 信道模型的不可分割部分。

几何模型为各种传播环境中描述散射物体的随机分布提供了一个合理的起点。将几何模型与平面波模型组合在一起是为具有环境特定空间—时间—频率相关特征的 MIMO 推导参考模型的一种高效方法。这些所谓的基于几何学的 MIMO 信道模型具有几项优势。它们通常得到空间—时间—频率相关函数的封闭形式解或至少数学上可解的公式。采用现有的这种相关函数的一个解析解，就可研究关键特征量（像多普勒频散、延迟扩展和角度扩展）对系统性能的影响。基于几何学的信道模型的一个良好特征是它们支持简单的物理解释。由于它们与物理信道的紧密关系，将基于几何学的信道模型的统计特征拟合到真实世界（被测）MIMO 信道的统计特征就是相对容易的。基于几何学的模型也密切地与经典的射线跟踪（ray-tracing）模型相关，因为它们在确定从发送器到接收器侧的有关射线方面，共享同样的思路。这两种模型之间的主要差异是，基于几何学的信道模型假定散射体是依据某个概率密度函数随机分布的，而射线跟踪方法则假定散射体位置是存储在一个数据库中的，因此它们是确定性的。最后但似乎并非无关紧要的是，基于几何学的参考信道模型为随机和确定性 MIMO 信道仿真器的推导提供了基础。

在确定性信道建模一般概念背后的思想是为从一个给定几何模型，通过参考模型，到相应的随机和确定性仿真模型的开发链提供通用指导。这种概念的起点总是一个几何学模型，它描述发送器和接收器天线阵列的位置以及散射体的位置。散射体数 N 通常是无穷的，且它们随机地分布在 2D 或 3D 平面中。最常用的几何学模型称作单环模型、双环模型和椭圆模型。这些模型形成本章的核心。由几何学模型，可得到所有传送链路的复数信道增益（或时变脉冲响应）的参考模型。对于每条传送链路，通过使用一个平面波模型推导得到参考模型，平面波模型可被解释为具有常数增益、随机多普勒频率和几个随机相位项的 cisoids 求和。参考模型是不可实现的、理论的、随机模型，由之通过将无穷个 cisoids 求和降低到有限数量（例如通过选择 $N \approx 25$）的 cisoids 求和，可推导得到一个随机仿真模型。cisoids 求和的参数必须这样确定，从而使随机仿真模型的统计性质几乎等于对应参考模型的那些统计性质。例如，在 MIMO 信道模型中时间 ACF 和 2D 空间 CF 函数一直被看作合适的统计量。在第 5 章中，提出了几个参数计算模型。在这些模型中，本章中将使用准确多普勒频散的扩展方法（EMEDS）、修正等面积方法（MMEA）和 L_p 范数方法（LPNM）。一个随机仿真模型的实际实现理论上要求无穷数量样本函数的仿真。回顾一下，cisoids 求和的样本函数总是确定性的。如果所设计随机仿真模型是遍历的，那么每个样本函数包含相同的统计信息。在这种情形中，可以另外的方式将确定性仿真模型的统计性质拟合到参考模型的那些统计性质。与以前参数化方法

的差异仅在于确定性仿真模型的性质必须使用时间平均而不是统计平均进行分析。产生 MIMO 信道的样本函数的系统，被称作确定性 MIMO 信道仿真器。对于遍历的信道仿真器，仅仿真单一或少量函数就足够了。上面描述的确定性信道建模的一般概念，可汇总为如下六个设计步骤。

步骤 1：起点是具有无穷数量局部散射体的一个几何学模型。

步骤 2：通过使用一个平面波模型，由几何学模型推导一个随机参考模型。

步骤 3：通过使用有限数量 N 个局部散射体，由参考模型推导一个遍历随机仿真模型。

步骤 4：通过固定随机仿真模型的所有模型参数，确定一个确定性仿真模型。

步骤 5：通过使用一个合适的参数计算方法，如 EMEDS、MMEA 或 LPNM，计算仿真模型的各参数。

步骤 6：通过使用具有固定参数的确定性仿真模型，产生一个或少数几个样本函数。

确定性信道建模的一般原理的六个设计步骤如图 8.2 所示。与图 4.5 比较，揭示出仅有步骤 1 是新的，且不使用正弦曲线求和过程，现在采用 cisoids 求和过程。原因是 cisoids 求和过程是建模空间相关信道模型的较佳选择，特别当传播环境具有强的非各向异性特征时尤其如此。在下面三节中，将这个概念应用到单环模型、双环模型和椭圆模型。

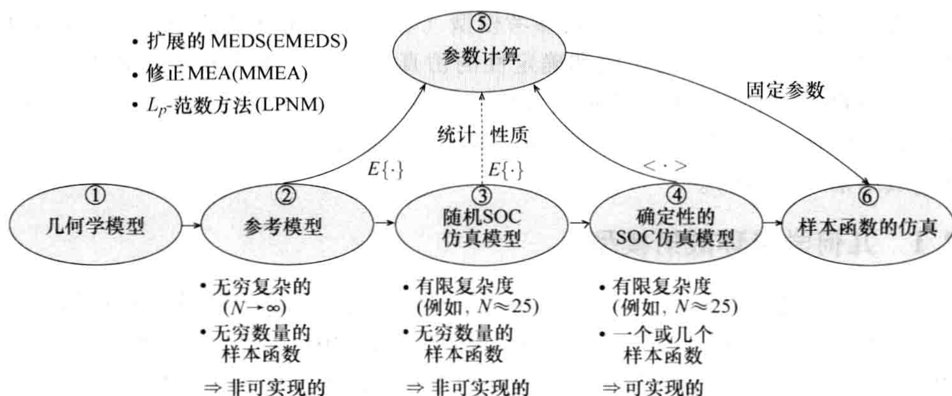


图 8.2　依据确定性信道建模的一般原理，由一个几何学模型到 MIMO 信道仿真的设计步骤图示

8.2　单环 MIMO 信道模型

单环模型最初是在参考文献［272］中提出的，作为窄带 MIMO 瑞利衰落信道的合适随机模型。这个模型基于这样的假设，即基站被升高，且由此不被局部散射体所阻挡，而移动站被随机分布在中心在移动站的一个环周边的无穷数量局部散射体所围绕。

本节说明确定性信道建模的一般原理如何应用到几何单环模型。从几何单环模型开始，目的是通过一个不可实现的随机参考模型推导一个随机的和确定性的仿真模型。MIMO 信道仿真器考虑到了多普勒效应和空间相关性性质。详细研究了参考模型和仿真模型的统计性质。对于两种模型，推导了 3D 空间—时间 CCF 表达式，由之可直接得到其他重要 CF（如时间 ACF 和 2D 空间 CCF）的表达式。已证明，就 3D 空间—时间 CCF 而言，所设计随机仿真模型总是遍历的。这与基于蒙特卡洛方法的信道仿真器形成对比，它们一般而言是非遍历的[133,134,154]。将展示说明，所得到空间—时间信道仿真器的各参数可这样确定，使仿真模型的统计性质几乎等同于参考模型的那些统计性质。更具体地说，深入的性能研究将表明，在某个预设的域内，确定性仿真模型的时间 ACF 和 2D 空间 CCF 几乎完美地拟合参考模型的相应统计量。这是通过采用 EMEDS 和 LPNM 得到的。

另外，展示说明了从时域仿真出发，信道仿真器如何被用于分析 MIMO 信道容量的统计性质。由 MIMO 信道容量的仿真，可确定（例如）容量在 1s 内从上到下（或从下到上）有多频繁地穿过一个给定阈值，或在时间间隔长度内穿过期望值，在该间隔内信道容量保持低于一个给定阈值。为确定性 MIMO 信道仿真器的设计建议的方法，为多单元天线通信系统的测试、优化、设计和分析提供了一个基础框架。

本节的后面部分是以六部分组织的，这六部分以举例方式说明了确定性信道建模一般概念的六个步骤。8.2.1 节介绍了几何学单环散射模型（步骤1）。从这个几何学模型开始，在 8.2.2 节推导得到一个随机参考模型（步骤2）。在 8.2.3 节，展示说明如何由参考模型推导得到一个随机的和确定性的仿真模型（步骤 3 和 4）。8.2.4 节说明 EMEDS 和 LPNM 如何应用来计算模型参数（步骤5）。8.2.5 节研究所开发的 MIMO 窄带衰落信道仿真器的性能。最后，8.2.6 节展示说明信道仿真器的用法，并以图示给出一些仿真结果（步骤6）。

8.2.1 几何学单环散射模型

在本节，描述如图 8.3 所示 MIMO 信道的几何学模型。这个模型被称作单环模型，是首先在参考文献［272］中引入的，并在参考文献［105，273］中得到进一步发展。MIMO 系统采用均匀的线性天线阵列，该阵列由在发送器（接收器）的 M_T（M_R）个等距天线单元组成。发送器和接收器天线的天线单元间距，也称作单元间间距，分别由 δ_T 和 δ_R 表示。

出于方便性考虑，基站作为发送器，则移动站的角色是接收器。单环模型对于描述如下环境是合适的，其中基站被升高且无遮挡，而移动站被大量局部散射体 S_n（$n=1$，2，…，N）所围绕。由于较高的路径损失，远端散射体对总接收功率的影响可忽略不计。因此，移动站从仅由局部散射体的分布决定的不同方向接收信号。在单环模型中，局部散射体散布在以移动站为中心的一个环上。通常假定，相比于表示基站和移动站之间距离的 D 而言，环半径 R 是较小的。第 n 个被传递的齐次平面波的 AOD 以 α_n^T 表示，且相应的 AOA 以 α_n^R（$n=1$，2，…，N）描述。图 8.3 中的符号 α_{max}^T 表示从基站看到的

最大 AOD。这个量与 R 和 D 的关系表示为 $\alpha_{\max}^{\mathrm{T}}=\arctan(R/D)\approx R/D$。进而，假定，相比于天线阵列的几何尺寸而言，$R$ 和 D 都较大，即 $D \gg R \gg \max\{(M_{\mathrm{T}}-1)\delta_{\mathrm{T}},\ (M_{\mathrm{R}}-1)\delta_{\mathrm{R}}\}$。

图 8.3　局部散射体围绕移动站（接收器）的一个 $M_{\mathrm{T}} \times M_{\mathrm{R}}$ MIMO 信道的几何学模型（单环模型）

单环模型的其他参数包括 x 轴与基站的天线阵列方向的倾斜角 β_{T} 以及类似地描述移动站处天线阵列方向的倾斜角 β_{R}。如图 8.3 所示，移动站以运动角度 α_v 确定的方向以速度 v 移动。进一步假定，每个发送的波仅被散射（反射）一次，且到达接收天线的所有散射分量都假定具有相等功率。出于简单性，假定基站和移动站之间的视距路径被遮挡。

这里，将焦点放在快速项衰落效应的建模上，其中通过允许移动站移动而考虑了信道的时变性质。所得到模型的有效性限于相对短的距离，在这个距离上接收包络的局部均值近似为常量。当移动站运动的距离，在相对于环中心有数十个波长的量级上时，情况通常是这样的[13]。

8.2.2　单环 MIMO 信道模型的参考模型

1. 参考模型的推导

在本节，实施确定性建模一般原理的第 2 步，说明如何由图 8.3 给出的几何学单环模型推导得到一个窄带 $M_{\mathrm{T}} \times M_{\mathrm{R}}$ MIMO 信道的参考模型。由这幅图，观察到由第 l（$l=1, 2, \cdots, M_{\mathrm{T}}$）个发送器天线单元 A_l^{T} 发射的第 n 个齐次平面波，在局部散射体 S_n 上传播，并作用在第 k（$k=1, 2, \cdots, M_{\mathrm{R}}$）个接收器天线单元 A_k^{R} 上。参考模型是基于局部散射体数是无穷的这个假定上的。结果是，在 A_k^{R} 处的漫射分量可表示为由局部散射体 $S_n(n=1, 2, \cdots, \infty)$ 分布确定的不同方向到来的无穷数量平面波的叠加。使用一个平面波模型，描述从 A_l^{T} 到 A_k^{R} 链路的漫射分量 $h_{kl}(\vec{r}_{\mathrm{R}})$ 可表示为

$$h_{kl}(\vec{r}_{\mathrm{R}}) = \lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N} E_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\theta_n - k\vec{r}_n^{\mathrm{R}}\cdot\vec{r}_{\mathrm{R}} - k_0 D_n)} \tag{8.1}$$

在这个方程式中，E_n和θ_n分别表示路径增益和相位偏移，是由第n个发送的平面波与局部散射体S_n的相互作用导致的。符号$\vec{k}_n^{\mathrm{R}}$表示波向量，它指向第n个接收到的平面波的传播方向，且$\vec{r}_{\mathrm{R}}$表示空间变换向量，指向接收器正移向的方向。进而，k_0是自由空间波数，它与波长λ_0的关系为$k_0=2\pi/\lambda_0$。最后，D_n表示一个平面波从A_l^{T}通过S_n传播到A_k^{R}的总长度。

由式（8.1），注意到漫射分量$h_{kl}(\vec{r}_{\mathrm{R}})$的相位由三项组成

$$\arg\{h_{kl}(\vec{r}_{\mathrm{R}})\} = \theta_n - \vec{k}_n^{\mathrm{R}}\cdot\vec{r}_{\mathrm{R}} - k_0 D_n \tag{8.2}$$

它具有如下物理依据：

1）θ_n：由于与第n个散射体S_n相互作用导致的相位变化。

2）$\vec{k}_n^{\mathrm{R}}\cdot\vec{r}_{\mathrm{R}}$：由于接收器（移动站）移动导致的相位变化。

3）k_0D_n：由于传播的总距离导致的相位变化。

每个散射体S_n导致一个增益E_n和一个相位偏移θ_n。E_n和θ_n的值取决于散射体S_n的材料和第n个进来的平面波的方向。因为$(M_{\mathrm{T}}-1)\delta_{\mathrm{T}} \ll D$，则得到，由不同发送器天线单元产生的平面波，以近似相同的角度到达一个特定散射体S_n。类似地，因为$(M_{\mathrm{R}}-1)\delta_{\mathrm{R}} \ll R$，可假定，由一个特定散射体$S_n$反射的平面波，以近似相同的AOA α_n^{R}到达不同的接收器天线单元。由于这些原因，可假定，对于一个特定的散射体S_n，由不同发送器到达（或传送到不同接收器）的所有平面波的增益E_n和相位偏移θ_n是相同的。为了简化参考模型，假定每个散射体S_n引入一个无穷小常量增益

$$E_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \tag{8.3}$$

和一个随机相位偏移θ_n。相位偏移θ_n被建模为独立同分布随机变量，每个变量在区间$[0, 2\pi)$上有一个均匀分布。上面的假定意味着由不同方向到达接收器天线阵列的所有平面波是等功率的，且漫射分量$h_{kl}(\vec{r}_{\mathrm{R}})$的平均功率$E\{|h_{kl}(\vec{r}_{\mathrm{R}})|^2\}$被归一化到1。

式（8.1）中的第二个相位项$\vec{k}_n^{\mathrm{R}}\cdot\vec{r}_{\mathrm{R}}$是由接收器的移动导致的，且解释了多普勒效应。这项可扩展为

$$\vec{k}_n^{\mathrm{R}}\cdot\vec{r}_{\mathrm{R}} = -2\pi f_{\max}\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}}-\alpha_v)t \tag{8.4}$$

式中，$f_{\max}=v/\lambda_0$表示最大多普勒频率。

式（8.1）中的第三相位项k_0D_n是第n个平面波由从A_l^{T}通过S_n到A_k^{R}传播的总距离产生的。在图8.3的帮助下，这项可表示为

$$k_0 D_n = \frac{2\pi}{\lambda_0}(D_{ln}^{\mathrm{T}} + D_{nk}^{\mathrm{R}}) \tag{8.5}$$

式中，D_{ln}^{T}是从第l个发送器天线A_l^{T}到散射体S_n的路径长度，且D_{nk}^{R}表示从散射体S_n到第k个接收器天线A_k^{R}的路径长度。使用余弦定律，路径长度D_{ln}^{T}和D_{nk}^{R}可分别写为

$$D_{ln}^{\mathrm{T}}=\sqrt{(D_n^{\mathrm{T}})^2+(M_{\mathrm{T}}-2l+1)^2\left(\frac{\delta_{\mathrm{T}}}{2}\right)^2-(M_{\mathrm{T}}-2l+1)D_n^{\mathrm{T}}\delta_{\mathrm{T}}\cos(\alpha_n^{\mathrm{T}}-\beta_{\mathrm{T}})} \tag{8.6a}$$

$$D_{nk}^{\mathrm{R}}=\sqrt{R^2+(M_{\mathrm{R}}-2k+1)^2\left(\frac{\delta_{\mathrm{R}}}{2}\right)^2-(M_{\mathrm{R}}-2k+1)R\delta_{\mathrm{R}}\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}}-\beta_{\mathrm{R}})} \tag{8.6b}$$

式中，D_n^{T}是从发送器天线阵列中心到散射体 S_n 的距离。通过使用（$M_{\mathrm{T}}-1)\delta_{\mathrm{T}} \ll D_n^{\mathrm{T}}$、（$M_{\mathrm{R}}-1$）$\delta_{\mathrm{R}} \ll R$ 和 $\sqrt{1+x}\approx 1+x/2$（$x \ll 1$），则这两个路径长度 D_{ln}^{T}和 D_{nk}^{R}近似为

$$D_{ln}^{\mathrm{T}}\approx D_n^{\mathrm{T}}-(M_{\mathrm{T}}-2l+1)\frac{\delta_{\mathrm{T}}}{2}\cos(\alpha_n^{\mathrm{T}}-\beta_{\mathrm{T}}) \tag{8.7a}$$

$$D_{nk}^{\mathrm{R}}\approx R-(M_{\mathrm{R}}-2k+1)\frac{\delta_{\mathrm{R}}}{2}\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}}-\beta_{\mathrm{R}}) \tag{8.7b}$$

应用正弦定律 $D/\sin$（$\alpha_n^{\mathrm{R}}-\alpha_n^{\mathrm{R}}$）$=R/\sin$（$\alpha_n^{\mathrm{T}}$），并注意到 $\alpha_{\max}^{\mathrm{T}}\approx R/D$ 且 α_n^{T}较小，则可将 AOD α_n^{T}近似为 $\alpha_n^{\mathrm{T}}\approx\alpha_{\max}^{\mathrm{T}}\sin$（$\alpha_n^{\mathrm{R}}$）。现在，路径长度 D_{ln}^{T}可以 AOA α_n^{R}表示为

$$D_{ln}^{\mathrm{T}}\approx D+R\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}})-(M_{\mathrm{T}}-2l+1)\frac{\delta_{\mathrm{T}}}{2}[\cos(\beta_{\mathrm{T}})+\alpha_{\max}^{\mathrm{T}}\sin(\beta_{\mathrm{T}})\sin(\alpha_n^{\mathrm{R}})] \tag{8.8}$$

式中使用到 $D_n^{\mathrm{T}}\approx D+R\cos$（$\alpha_n^{\mathrm{R}}$）。最后，在将式（8.3）~式（8.5）代入式（8.1），并使用式（8.7b）和式（8.8）之后，则描述从第 l 个发送器天线单元 $A_l^{\mathrm{T}}(l=1, 2, \cdots, M_{\mathrm{T}})$ 到第 k 个接收器天线单元 $A_k^{\mathrm{R}}(k=1, 2, \cdots, M_{\mathrm{R}})$ 链路的参考模型的复数信道增益 $h_{kl}(t)$ 可近似表示为

$$h_{kl}(t)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=1}^{N}g_{kln}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_n t+\theta_n+\theta_0)} \tag{8.9}$$

式中

$$g_{kln}=a_{ln}b_{kn}c_n \tag{8.10}$$

$$a_{ln}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi(M_{\mathrm{T}}-2l+1)\frac{\delta_{\mathrm{T}}}{\lambda_0}[\cos(\beta_{\mathrm{T}})+\alpha_{\max}^{\mathrm{T}}\sin(\beta_{\mathrm{T}})\sin(\alpha_n^{\mathrm{R}})]} \tag{8.11}$$

$$b_{kn}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi(M_{\mathrm{R}}-2k+1)\frac{\delta_{\mathrm{R}}}{\lambda_0}\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}}-\beta_{\mathrm{R}})} \tag{8.12}$$

$$c_n=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda_0}R\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}})} \tag{8.13}$$

$$f_n=f_{\max}\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}}-\alpha_v) \tag{8.14}$$

$$\theta_0=-\frac{2\pi}{\lambda_0}(D+R) \tag{8.15}$$

不失一般性，由此常量相位偏移 θ_0将设置为零，c_n设置为 1，因为可证明这些量对 $h_{kl}(t)$ 的空间—时间相关特征和分布都没有影响。由式（8.9），得到复数信道增益 $h_{11}(t)$ 的均值和均值功率分别等于 $E\{h_{11}(t)\}=0$ 和 $E\{|h_{11}(t)|^2\}=1$。因此，中心极限定理意味着 $h_{11}(t)$ 是一个单位方差、零均值的复数高斯过程。结果是，包络 $|h_{11}(t)|$ 遵循瑞利分布。

接下来，组合 A_l^{T}到 A_k^{R}链路的复数信道增益，形成所谓的信道矩阵

$$\boldsymbol{H}(t)=\begin{pmatrix} h_{11}(t) & \cdots & h_{1M_{\mathrm{T}}}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_{\mathrm{R}}1}(t) & \cdots & h_{M_{\mathrm{R}}M_{\mathrm{T}}}(t)\end{pmatrix} \tag{8.16}$$

上式描述了所提 MIMO 频率非选择瑞利衰落信道的参考模型。令 $s_l(t)(l=1, 2, \cdots, M_T)$ 表示从天线单元 A_l^T 发出的信号的复数包络，$r_k(t)$（$k=1, 2, \cdots, M_R$）是在天线单元 A_k^R 处接收到的信号的复数包络。通过使用向量表示 $\boldsymbol{s}(t)=(s_1(t), s_2(t), \cdots, s_{M_T}(t))^T$ 和 $\boldsymbol{r}(t)=(r_1(t), r_2(t), \cdots, r_{M_R}(t))^T$，其中（·）^{T} 表示转置算子，则存在加性高斯白噪声时，可将 $M_T \times M_R$ MIMO 频率非选择瑞利衰落信道的输入—输出关系表示为

$$\boldsymbol{r}(t)=\boldsymbol{H}(t)\cdot\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{n}(t) \tag{8.17}$$

在该式中，噪声向量 $\boldsymbol{n}(t)=(n_1(t), n_2(t), \cdots, n_{M_R}(t))^T$ 的元素是复数不相关加性高斯白噪声（AWGN）过程，每个过程具有零均值和方差（噪声功率）N_0。$\boldsymbol{n}(t)$ 的协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_{nn}$ 等于 $\boldsymbol{R}_{nn}=E\{\boldsymbol{n}(t)\boldsymbol{n}^H(t)\}=N_0\boldsymbol{I}_{M_R}$，其中（·）^{H} 表示赫尔米特转置（或共轭转置）算子，且 $\boldsymbol{I}_{M_R}$ 是 $M_R \times M_R$ 单位矩阵。

2. 参考模型的相关函数

两个亚信道之间空间和时间上相关性的一个度量是3D空间—时间 CCF。为了简化表示，将仅对 2×2 MIMO 信道研究这个函数。对于这种情形，信道增益 $h_{11}(t)$ 和 $h_{22}(t)$ 的3D空间—时间 CCF 定义为[273]

$$\rho_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau):=E\{h_{11}(t)h_{22}^*(t+\tau)\}\Big|_{\theta_n,\alpha_n^R} \tag{8.18}$$

式中，（·）* 表示复数共轭。使用式（8.9），并注意到 $M_T=M_R=2$，可将 $\rho_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau)$ 表示为

$$\rho_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}E\{a_{1n}^2 b_{1n}^2 e^{-j2\pi f_n\tau}\}\big|_{\alpha_n^R} \tag{8.19}$$

这里重要的是注意，a_{1n}、b_{1n} 和 f_n 是从接收器（移动站）看到的 AOA α_n^R 的函数。因为在参考模型中局部散射体数是无穷的（$N\to\infty$），所以数学上方便的是，假定离散 AOA α_n^R 是具有一给定分布 $p_{\alpha^R}(\alpha^R)$ 的一个连续随机变量 α^R。由微分角度 $d\alpha^R$ 的被散射分量的无穷小功率正比于 $p_{\alpha^R}(\alpha^R)\,d\alpha^R$。在 $N\to\infty$ 的极限中，这个量一定等于 $1/N$，即 $1/N=p_{\alpha^R}(\alpha^R)d\alpha^R$。因此，对于任意给定的分布 $p_{\alpha^R}(\alpha^R)$，式（8.19）中的3D空间—时间 CCF 可写为

$$\rho_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau) = \int_{-\pi}^{\pi}a^2(\delta_T,\alpha^R)b^2(\delta_R,\alpha^R)e^{-j2\pi f(\alpha^R)\tau}p_{\alpha^R}(\alpha^R)d\alpha^R \tag{8.20}$$

式中

$$a^2(\delta_T,\alpha^R)=e^{j\pi\frac{\delta_T}{\lambda_0}[\cos(\beta_T)+\alpha_{max}^T\sin(\beta_T)\sin(\alpha^R)]} \tag{8.21}$$

$$b(\delta_R,\alpha^R)=e^{j\pi\frac{\delta_R}{\lambda_0}\cos(\alpha^R-\beta_R)} \tag{8.22}$$

$$f(\alpha^R)=f_{max}\cos(\alpha^R-\alpha_v) \tag{8.23}$$

对于 $k=1, 2, \cdots, M_R$ 和 $l=1, 2, \cdots, M_T$，得到的复数信道增益 $h_{kl}(t)$ 的时间 ACF 为

$$\begin{aligned} r_{h_{kl}}(\tau) &:= E\{h_{kl}(t)h_{kl}^*(t+\tau)\} \\ &= \int_{-\pi}^{\pi}e^{-j2\pi f_{max}\cos(\alpha^R-\alpha_v)\tau}p_{\alpha^R}(\alpha^R)d\alpha^R \end{aligned} \tag{8.24}$$

式（8.24）中的一般表达式揭示出，$r_{h_{kl}}(\tau)$ 独立于 k 和 l，即对所有 $k=1, 2, \cdots, M_R$ 和 $l=1, 2, \cdots, M_T$来说，对从 A_l^T到 A_k^R链路建模的所有复数信道增益 $h_{kl}(t)$ 可由相同时间 ACF $r_{h_{kl}}(\tau)$ 表征。也注意到，时间 ACF $r_{h_{kl}}(\tau)$ 等于 $\delta_T=\delta_R=0$ 处的 3D 空间—时间 CCF $\rho_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau)$，即如所预料的那样，$r_{h_{kl}}(\tau)=\rho_{11,22}(0, 0, \tau)$。

对于我们的目的，也需要 2D 空间 CCF，它定义为

$$\begin{aligned}\rho(\delta_T,\delta_R) &:= E\{h_{11}(t)h_{22}^*(t)\} \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} a^2(\delta_T,\alpha^R)b^2(\delta_R,\alpha^R)p_{\alpha^R}(\alpha^R)\,d\alpha^R\end{aligned} \tag{8.25}$$

比较式（8.25）和式（8.20），表明通过将 τ 设置为零，可从 3D 空间—时间 CCF $\rho_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau)$ 容易地得到 2D 空间 CCF $\rho(\delta_T, \delta_R)$，即 $\rho(\delta_T, \delta_R)=\rho_{11,22}(\delta_T, \delta_R, 0)$。

式（8.20）、式（8.24）和式（8.25）中 CF 的表达式，对于 AOA α^R的任意给定分布 $p_{\alpha^R}(\alpha^R)$ 是有效的。在参考文献中，提出几种分布 $p_{\alpha^R}(\alpha^R)$，如均匀分布[272]、von Mises 分布[176]、高斯分布[274]和拉普拉斯分布[275]。下面采用 von Mises 分布继续讨论，以前已经证明该分布在描述被测数据方面是成功的[176]。这个分布函数为

$$p_{\alpha^R}(\alpha^R)=\frac{1}{2\pi I_0(\kappa)}e^{\kappa\cos(\alpha^R-m_\alpha)},\alpha^R\in(0,2\pi] \tag{8.26}$$

式中，$I_0(\cdot)$ 表示零阶修正 Bessel 函数，量 $m_\alpha\in(0, 2\pi]$ 表示从移动站看到的 AOA α^R的均值方向，且 $\kappa\geqslant 0$ 是控制 α^R角度扩展的一个参数。例如，如果 $\kappa=0$，那么得到各向同性散射。在这种情形中，AOA α^R是均匀分布的，即 $p_{\alpha^R}(\alpha^R)=1/(2\pi)$，其中 $\alpha^R\in(0, 2\pi]$。另外，如果 $\kappa\to\infty$，得到极端非各向同性的散射，且由此 $p_{\alpha^R}(\alpha^R)\to\delta(\alpha^R-m_\alpha)$，其中 $\delta(\cdot)$ 表示狄拉克 delta 函数。对于大的 κ 值，α^R的角度扩展近似等于 $2/\sqrt{\kappa}$[176]。

将式（8.26）代入式（8.20），并通过使用参考文献［23，式（3.338-4）］来求 α^R上的积分，可给出封闭形式的 3D 空间—时间 CCF $\rho_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau)$ 为

$$\begin{aligned}\rho_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau) = \frac{e^{j2\pi\frac{\delta_T}{\lambda_0}\cos(\beta_T)}}{I_0(\kappa)}I_0\Bigg(\Bigg\{&\kappa^2-(2\pi)^2\Bigg[\left(\frac{\delta_R}{\lambda_0}\right)^2-2\frac{\delta_R}{\lambda_0}f_{\max}\tau(\beta_R-\alpha_v) \\ &+(f_{\max}\tau)^2+\left(\frac{\delta_T}{\lambda_0}\alpha_{\max}^T\sin(\beta_T)\right)^2\Bigg]+2(2\pi)^2\frac{\delta_T}{\lambda_0}\alpha_{\max}^T\sin(\beta_T) \\ &\cdot\left[f_{\max}\tau\sin(\alpha_v)-\frac{\delta_R}{\lambda_0}\sin(\beta_R)\right]+j4\pi\kappa\Bigg[\frac{\delta_R}{\lambda_0}\cos(m_\alpha-\beta_R)-f_{\max}\tau \\ &\cdot\cos(m_\alpha-\alpha_v)+\frac{\delta_T}{\lambda_0}\alpha_{\max}^T\sin(\beta_T)\sin(m_\alpha)\Bigg]\Bigg\}^{1/2}\Bigg)\end{aligned} \tag{8.27}$$

这个 3D 空间—时间 CCF 包括许多其他著名的相关性模型作为特例。例如，为了从式（8.27）立刻找到 $r_{h_{kl}}(\tau)$，可利用关系 $r_{h_{kl}}(\tau)=\rho_{11,22}(0, 0, \tau)$，在满足 $\alpha_v=\pi$ 时围绕移动站的非各向同性散射（$\kappa\neq 0$）情形中，给出[176]

$$r_{h_{kl}}(\tau):=\frac{I_0\left(\sqrt{\kappa^2-(2\pi f_{\max}\tau)^2+\mathrm{j}4\pi\kappa f_{\max}\tau\cos(m_\alpha)}\right)}{I_0(\kappa)} \tag{8.28}$$

在参考文献［176］中已经报告，这种相关性模型非常良好地拟合被测数据。对于各向同性（$\kappa=0$），式（8.28）中的表达式进一步化简为著名的Jakes(Clarke) ACF $r_{h_{kl}}(\tau)=J_0(2\pi f_{\max}\tau)$[13]，其中$J_0(\cdot)$表示第一类的零阶Bessel函数。

在各向同性散射（$\kappa=0$）的情形中，将关系$\rho(\delta_T,\delta_R)=\rho_{11,22}(\delta_T,\delta_R,0)$应用到式（8.27）给出的3D空间—时间CCF，得到[276]

$$\rho(\delta_T,\delta_R):=\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\frac{\delta_T}{\lambda_0}\cos(\beta_T)}J_0\left(2\pi\left\{\left(\frac{\delta_R}{\lambda_0}\right)^2+\left(\frac{\delta_T}{\lambda_0}\alpha_{\max}^T\sin(\beta_T)\right)^2+2\frac{\delta_T\delta_R}{\lambda_0^2}\alpha_{\max}^T\sin(\beta_T)\sin(\beta_R)\right\}^{1/2}\right) \tag{8.29}$$

如果发送器和接收器天线阵列垂直于x轴，即$\beta_T=\beta_R=\pi/2$，那么上式简化为$\rho(\delta_T,\delta_R)=J_0(2\pi(\delta_R/\lambda_0+\alpha_{\max}^T\delta_T/\lambda_0))$[276]。另外，如果基站配备一个均匀线性阵列且移动站具有单一天线，那么对于$\delta_R=0$，式（8.29）中的2D空间CCF $\rho(\delta_T,\delta_R)$简化为参考文献［277］中的空间相关性模型，可被写为$\rho(\delta_T,0)=\exp[\mathrm{j}2\pi\cos(\beta_T)\delta_T/\lambda_0]J_0(2\pi\alpha_{\max}^T\sin(\beta_T)\delta_T/\lambda_0)$。

重要的是注意到，上述的参考模型是不可实现的，因为散射体数N是无穷的。但是，由参考模型，如将在下一节看到的，可推导得到一个仿真模型。

8.2.3 单环MIMO信道模型的仿真模型

通过应用确定性信道建模的一般原理，由任意给定参考模型（由平面波模型推导得到），可得到一个高效的仿真模型。依据图8.2，这个概念一般由六个步骤组成。在第三步中，通过将无穷数量的散射体替换为有限数量N个散射体，由参考模型推导得到一个随机仿真模型。在实际中，通过选择N的一个合适值，一定可在所得到信道仿真器的性能和实现复杂度之间找到折中。深入研究已经表明，在多数情形中，约为25的N值就足够了，特别当使用8.2.4节描述的设计方法时尤其如此。第四步是从随机仿真模型到相应确定性仿真模型的步骤，这是通过固定所有模型参数（包括相位）实施的。在下面两小节中，展示说明将步骤3和4应用到单环MIMO信道模型。

1. 随机仿真模型

由8.2.2节描述的参考模型，通过假定散射体数N为有限的，可得到一个随机放置模型。如果N是有限的，那么通过使用$\theta_0=0$和$c_n=1$时的式（8.9），就可建模从A_l^T到A_k^R链路的复数信道增益为

$$\hat{h}_{kl}(t)=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=1}^{N}a_{ln}b_{kn}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_n t+\theta_n)} \tag{8.30}$$

式中，a_{ln}、b_{kn}和f_n分别由式（8.11）、式（8.12）和式（8.14）给定。现在离散AOA $\alpha_n^R(n=1,2,\cdots,N)$是常数，将在8.2.4节确定。相位$\theta_n(n=1,2,\cdots,N)$仍然是

独立同分布随机变量，就像式（8.1）和式（8.9）中的相位 θ_n一样，每个都有在（0，2π］上的一个均匀分布。因此，$\hat{h}_{kl}(t)$ 代表一个随机过程，该过程可解释为具有常数增益、常数 AOA 和随机相位的有限个 cisoids 求和。在参考文献［139］中已经证明，这类 cisoids 之和过程是一阶稳态的。结果是，将可证明，由式（8.30）描述的随机过程 $\hat{h}_{kl}(t)$，对 3D 空间—时间 CCF 而言也是遍历的。这与采用蒙特卡洛技术设计的基于正弦曲线之和的信道模型形成对比，其中 AOA 和/或增益也是随机变量。在这种情形中，得到的随机过程类总是非自相关遍历的[278]。在参考文献［78］中讨论了非自相关遍历过程的问题。

通过与式（8.16）类比，组合复数信道增益 $\hat{h}_{kl}(t)$，形成随机信道矩阵 $\hat{\boldsymbol{H}}(t) := [\hat{h}_{kl}(t)]$。其软件或硬件实现称作单环 MIMO 频率非选择瑞利衰落信道的随机仿真模型。针对 $M_T = M_R = 2$，得到的这种信道仿真器结构如图 8.4 所示，其中使用了表示法 $a_n = a_{1n} = a_{2n}^*$和 $b_n = b_{1n} = b_{2n}^*$。

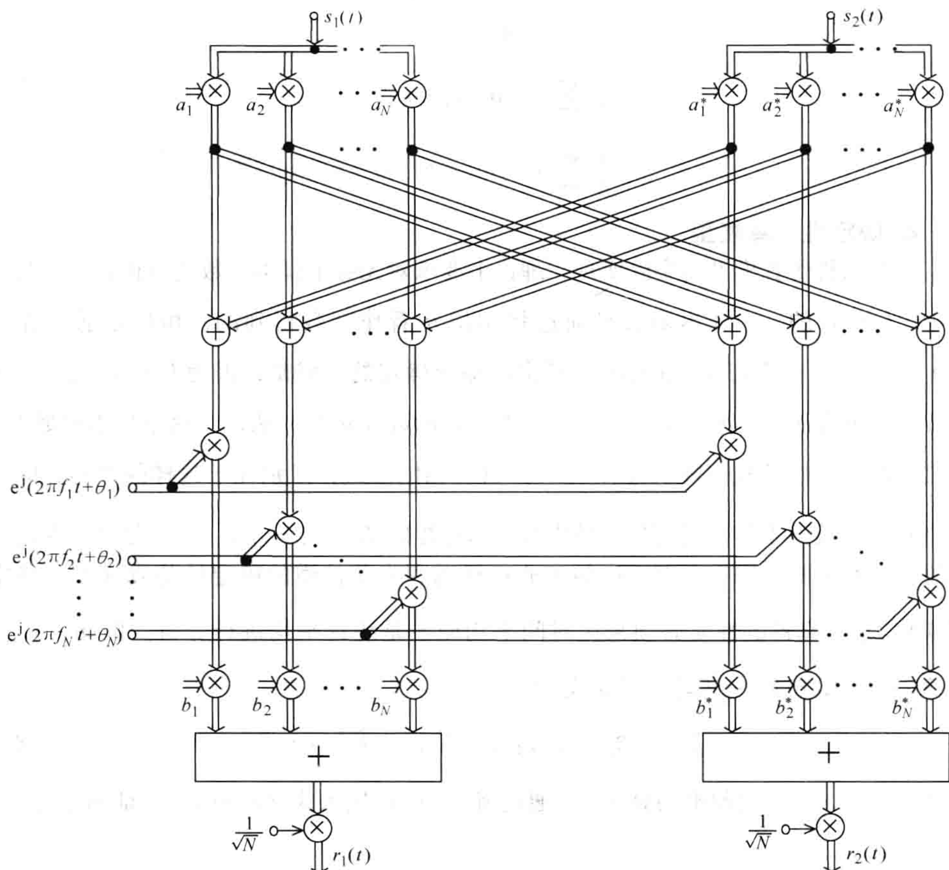


图 8.4　单环 2×2 MIMO 信道仿真器的结构

随机仿真模型的3D空间—时间 CCF $\hat{\rho}_{11,22}(\delta_{\mathrm{T}},\ \delta_{\mathrm{R}},\ \tau)$ 可写为

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{11,22}(\delta_{\mathrm{T}},\delta_{\mathrm{R}},\tau) &:= E\left\{\hat{h}_{1'}(t)\hat{h}_{22}^{*}(t+\tau)\right\}\Big|_{\theta_n} \\ &= \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} a_{1n}^{2}(\delta_{\mathrm{T}})b_{1n}^{2}(\delta_{\mathrm{R}})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_n\tau}\end{aligned} \tag{8.31}$$

进而，随机仿真模型的复数信道增益 $\hat{h}_{kl}(t)$ 的时间 ACF $\hat{r}_{h_{kl}}(\tau)$ 可表示为

$$\begin{aligned}\hat{r}_{h_{kl}}(\tau) &:= E\left\{\hat{h}_{kl}(t)\hat{h}_{kl}^{*}(t+\tau)\right\}\Big|_{\theta_n} \\ &= \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_n\tau}\end{aligned} \tag{8.32}$$

式中观察到，对于所有 $k=1,\ 2,\ \cdots,\ M_{\mathrm{R}}$ 和 $l=1,\ 2,\ \cdots,\ M_{\mathrm{T}}$，关系 $\hat{r}_{h_{kl}}(\tau)=\hat{\rho}_{11,22}(0,\ 0,\ \tau)$ 成立。

最后，随机仿真模型的2D空间 CCF $\hat{\rho}(\delta_{\mathrm{T}},\ \delta_{\mathrm{R}})$ 可推导如下

$$\begin{aligned}\hat{\rho}(\delta_{\mathrm{T}},\delta_{\mathrm{R}}) &:= E\left\{\hat{h}_{11}(t)\hat{h}_{22}^{*}(t)\right\}\Big|_{\theta_n} \\ &= \hat{\rho}_{11,22}(\delta_{\mathrm{T}},\delta_{\mathrm{R}},0) \\ &= \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} a_{1n}^{2}(\delta_{\mathrm{T}})b_{1n}^{2}(\delta_{\mathrm{R}}) \\ &= \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\left\{\frac{\delta_{\mathrm{T}}}{\lambda_0}\left[\cos(\beta_{\mathrm{T}})+\alpha_{\max}^{\mathrm{T}}\sin(\beta_{\mathrm{T}})\sin(\alpha_n^{\mathrm{R}})\right]+\frac{\delta_{\mathrm{R}}}{\lambda_0}\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}}-\beta_{\mathrm{R}})\right\}}\end{aligned} \tag{8.33}$$

2. 确定性仿真模型

一个随机仿真模型的实际实现，理论上要求对无穷个样本函数进行仿真。在目前情形中，$\hat{h}_{kl}(t)$ 的一个样本函数是通过将相位 θ_n 看作常数得到的，相位是通过在 $[0,\ 2\pi)$ 上具有一个均匀分布的随机生成器的输出确定的。但是，因为 $\hat{h}_{kl}(t)$ 是一个遍历过程，则可将注意力放在单一样本函数上，该函数以 $\hat{h}_{kl}(t)$ 表示。这个样本函数 $\hat{h}_{kl}(t)$ 与式（8.30）中的相应随机过程 $\hat{h}_{kl}(t)$ 具有相同形式，区别在于这样的事实，即现在相位 θ_n 是常数而不是随机变量。结果是，信道矩阵 $\tilde{\boldsymbol{H}}(t):=[h_{kl}(t)]$ 是确定性的和时变的。其实现被称作一个 MIMO 频率非选择瑞利衰落信道的确定性仿真模型。确定性 MIMO 信道仿真器的性质必须采用时间平均而不是统计平均进行分析。例如，$\tilde{h}_{11}(t)$ 和 $\tilde{h}_{22}(t)$ 3D空间—时间 CCF 定义为

$$\tilde{\rho}_{11,22}(\delta_{\mathrm{T}},\delta_{\mathrm{R}},\tau) := <\tilde{h}_{11}(t)\tilde{h}_{22}^{*}(t+\tau)> \tag{8.34}$$

式中，$<\cdot>$ 表示时间平均算子[⊖]。通过将 $\tilde{h}_{kl}(t)$ 代入式（8.34），可证明 $\tilde{\rho}_{11,22}(\delta_{\mathrm{T}},$

⊖ 回顾一下，时间平均算子 $<x(t)>$ 定义为 $<x(t)>:=\lim\limits_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(t)\mathrm{d}t$。

δ_R，τ) 可表示为封闭形式，如下

$$\tilde{\rho}_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau)=\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}a_{1n}^2(\delta_T)b_{1n}^2(\delta_R)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_n\tau} \tag{8.35}$$

式中，$a_{1n}(\delta_T)$、$b_{1n}(\delta_R)$ 和 f_n 分别由式（8.11）、式（8.12）和式（8.14）给定。式（8.31）与式（8.35）的比较证明了如下方程的正确性

$$\hat{\rho}_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau)=\tilde{\rho}_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau) \tag{8.36}$$

该式说明，就 3D 空间—时间 CCF 而言，随机 MIMO 信道仿真器是遍历的。这个论断隐含着 $\hat{h}_{kl}(t)$ 是时间自相关遍历的和空间交叉相关遍历的。

通过与式（8.24）类比，对于 $k=1, 2, \cdots, M_R$ 和 $l=1, 2, \cdots, M_T$，得到确定性过程 $\tilde{h}_{kl}(t)$ 的时间 ACF 为

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{h_{kl}}(\tau):&=<\tilde{h}_{kl}(t)\tilde{h}_{kl}^*(t+\tau)>\\&=\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_{\max}\cos(\alpha_n^R-\alpha_v)\tau}\\&=\hat{r}_{h_{kl}}(\tau)\end{aligned} \tag{8.37}$$

注意式（8.37）和式（8.35）中的表达式的关系为 $\tilde{r}_{h_{kl}}(\tau)=\tilde{\rho}_{11,22}(0, 0, \tau)$。另外，将利用确定性仿真系统的 2D 空间 CCF，该 CCF 推导如下

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}(\delta_T,\delta_R):&=<\tilde{h}_{11}(t)\tilde{h}_{22}^*(t)>\\&=\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\left\{\frac{\delta_T}{\lambda_0}[\cos(\beta_T)+\alpha_{\max}^T\sin(\beta_T)\sin(\alpha_n^R)]+\frac{\delta_R}{\lambda_0}\cos(\alpha_n^R-\beta_R)\right\}}\\&=\hat{\rho}(\delta_T,\delta_R)\end{aligned} \tag{8.38}$$

应该变得明显的是，式（8.38）中的 2D 空间 CCF 和式（8.35）中的 3D 空间—时间 CCF 的关系为 $\tilde{\rho}(\delta_T, \delta_R)=\tilde{\rho}_{11,22}(\delta_T, \delta_R, 0)$。在下一节，将证明如何确定仿真模型的模型参数，从而使仿真模型的时间和空间相关性质足够接近参考模型的那些性质。

8.2.4　参数计算方法

任何参数计算方法的目的都是为模型参数找到合适值，从而使确定性（随机）仿真模型的统计性质足够接近随机参考模型的那些性质。要确定的模型参数是离散 AOA α_n^R ($n=1, 2, \cdots, N$)。确定性仿真模型的所有其他模型参数与参考模型的相应参数相同。

1. 准确的多普勒频散的扩展方法（EMEDS）

对于围绕接收器的各向同性散射，采用 EMEDS 确定离散 AOA 集合 $\{\alpha_n^R\}_{n=1}^N$。这种方法是准确的多普勒频散广义方法（GMEDS_q）的一个特例，该方法在 10.1.2 节详细描述。依据 EMEDS，模型参数 α^R 可由

$$\alpha^R=\frac{2\pi}{N}\left(n-\frac{1}{2}\right)+\alpha_0^R, n=1,2,\cdots,N \tag{8.39}$$

确定，其中 α_0^{R} 称作旋转角度。式（8.39）隐含着各散射体等距离地位于中心为接收器的一个环上。如果旋转角度 α_0^{R} 定义为

$$\alpha_0^{\mathrm{R}} := \frac{\alpha_n^{\mathrm{R}} - \alpha_{n-1}^{\mathrm{R}}}{4} = \frac{\pi}{2N} \tag{8.40}$$

则 EMEDS 得到其最佳性能。在下一节将展示 EMEDS 的性能。

2. L_p 范数方法（LPNM）

对于围绕接收器的非各向同性散射，应用 LPNM，在 5.1.6 节已详细描述 LPNM。将这种方法应用到当前问题，要求如下两个 L_p 范数的最小化：

$$E_1^{(p)} := \left\{ \frac{1}{\tau_{\max}} \int_0^{\tau_{\max}} \left| r_{h_{11}}(\tau) - \tilde{r}_{h_{11}}(\tau) \right|^p \mathrm{d}\tau \right\}^{1/p} \tag{8.41}$$

$$E_2^{(p)} := \left\{ \frac{1}{\delta_{\max}^{\mathrm{T}} \delta_{\max}^{\mathrm{R}}} \int_0^{\delta_{\max}^{\mathrm{T}}} \int_0^{\delta_{\max}^{\mathrm{R}}} \left| \rho(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}}) - \tilde{\rho}(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}}) \right|^p \mathrm{d}\delta_{\mathrm{R}} \mathrm{d}\delta_{\mathrm{T}} \right\}^{1/p} \tag{8.42}$$

式中，$p=1, 2, \cdots$。量 $\tau_{\max}$、$\delta_{\max}^{\mathrm{T}}$ 和 $\delta_{\max}^{\mathrm{R}}$ 是定义域［在其上近似 $\tilde{r}_{h_{11}}(\tau) \approx r_{h_{11}}(\tau)$ 和 $\tilde{\rho}(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}}) \approx \rho(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}})$ 是人们关注的］之上界的实数值常量。有许多方式可进行模型参数 α_n^{R}（$n=1, 2, \cdots, N$）的优化。首选的方法是，通过使用 Fletcher-Powell 算法[162]，实施 $E_1^{(p)}$ 和 $E_2^{(p)}$ 的联合优化。另一种方式是以 $\alpha_n'^{\mathrm{R}}$ 替换式（8.42）中的 α_n^{R}。这使优化问题正交化成为可能，意味着误差范数 $E_1^{(p)}$ 和 $E_2^{(p)}$ 可独立地进行最小化处理。得到的性能优势必须与模型不一致性进行折中。EMEDS 和 LPNM 将应用于下一小节，来展示单环 MIMO 信道仿真器的性能。

8.2.5 性能评估

通过将仿真模型的统计性质与参考模型的那些统计性质比较，可最佳地评估仿真模型的性能。在当前情形中，时间 ACF 和 2D 空间 CCF 被识别为合适的统计量。就参考模型而言，选择如下参数：$\beta_{\mathrm{T}} = \beta_{\mathrm{R}} = 90°$、$\alpha_v = 180°$、$\alpha_{\max}^{\mathrm{T}} = 2°$ 和 $f_{\max} = 91\,\mathrm{Hz}$。对于从接收器（移动站）看到的 AOA α^{R} 的分布 $p(\alpha^{\mathrm{R}})$，采用具有参数 κ 和 m_α［见式（8.26）］的 von Mises 密度。

首先研究 $\kappa=0$ 成立时的各向同性散射情形。因此 $p(\alpha^{\mathrm{R}}) = 1/(2\pi)$ 和式（8.24）中的时间 ACF $r_{h_{kl}}(\tau)$ 得到 $r_{h_{kl}}(\tau) = J_0(2\pi f_{\max}\tau)$。$r_{h_{kl}}(\tau)$ 如图 8.5 所示。这幅图也给出所得到仿真模型的时间 ACF $\tilde{r}_{h_{kl}}(\tau)$，该模型是通过 $N=25$ 的 EMEDS 以及 $p=2$、$\tau_{\max} = N/(4f_{\max})$ 和 $N=25$ 的 LPNM 设计的。如所看到的，在从 0 到 $\tau_{\max}$ 的区间上近似 $r_{h_{kl}}(\tau) \approx \tilde{r}_{h_{kl}}(\tau)$ 是绝佳的。区间［0, $\tau_{\max}$］外的近似误差不受式（8.41）中 L_p 范数的控制。这解释了 $\tau > \tau_{\max}$ 时 $r_{h_{kl}}(\tau)$ 和 $\tilde{r}_{h_{kl}}(\tau)$ 的不一致。图 8.6 形象地示出参考模型的 2D 空间 CCF $\rho(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}})$ 的形状。通过采用上面列出的参数而计算评估式（8.29），得到这些结果。仿真模型的 2D 空间 CCF $\tilde{\rho}(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}})$ 的形状也可采用解析法研究。因此，必须使用离散 AOA α_n^{R}（通过应用 EMEDS 得到）计算评估式（8.38）。仿真模型的相应结果如图 8.7 所示。明显

地，在 ρ（δ_T，δ_R）和 $\tilde{\rho}$（δ_T，δ_R）之间没有可观察到的差异。

接下来，通过选择 $\kappa=0$ 和 $m_\alpha=0$，深入非各向同性散射情形。因为 EMEDS 不能被用来确定非各向同性散射的模型参数 α_n^R，所以使用 LPNM，并和上面一样，选择 $p=2$ 和 $N=25$。通过比较图 8.8 和图 8.9 中的结果，可收集到 LPNM 性能的一种印象。

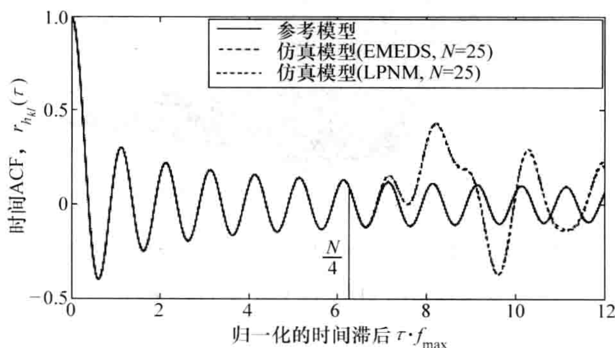


图 8.5　各向同性散射（$\kappa=0$）的时间 ACF $r_{h_{kl}}(\tau)$（参考模型）和 $\tilde{r}_{h_{kl}}(\tau)$（仿真模型）

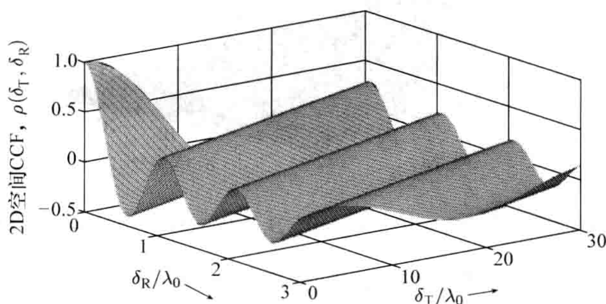


图 8.6　各向同性散射（$\kappa=0$，$\beta_T=\beta_R=90°$，$\alpha_{max}^T=2°$）的参考模型的 2D 空间 CCF ρ（δ_T，δ_R）

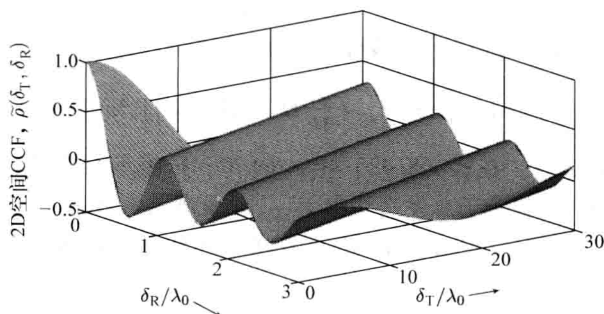


图 8.7　各向同性散射（$\kappa=0$，$\beta_T=\beta_R=90°$，$\alpha_{max}^T=2°$，EMEDS，$N=25$）的参考模型的 2D 空间 CCF $\tilde{\rho}$（δ_T，δ_R）

总结图8.5～图8.9中所示的结果，可以说，空间—时间仿真模型具有与参考模型几乎相同的时间和空间相关性性质。

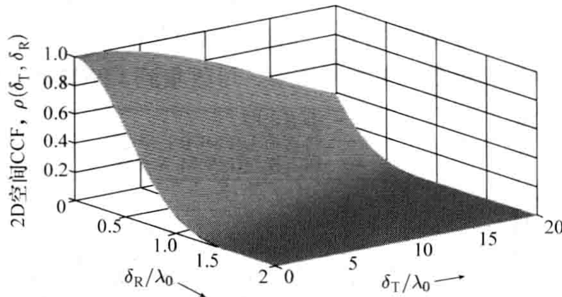


图8.8　非各向同性散射下（$\kappa=10$，$m_\alpha=0$，$\beta_T=\beta_R=90°$，$\alpha_{max}^T=2°$）参考模型的2D空间CCF ρ（δ_T，δ_R）

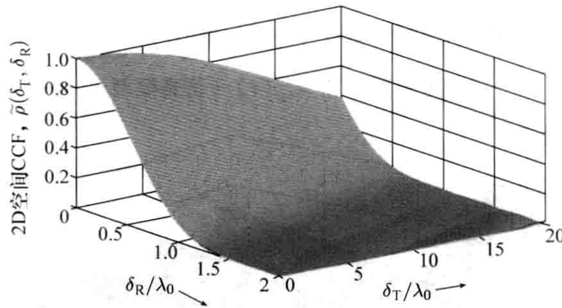


图8.9　非各向同性散射下（$\kappa=10$，$m_\alpha=0$，$\beta_T=\beta_R=90°$，$\alpha_{max}^T=2°$，LPNM，$N=25$）仿真模型的2D空间CCF $\tilde{\rho}$（δ_T，δ_R）

8.2.6　仿真结果

为了展示所设计MIMO信道仿真器的用途，将焦点放在确定性仿真模型的瞬时（instantaneous）信道容量 $\tilde{C}(t)$ 上。瞬时信道容量 $\tilde{C}(t)$ 定义为

$$\tilde{C}(t):=\log_2\left[\det\left(\boldsymbol{I}_{M_R}+\frac{\gamma_c}{M_T}\tilde{\boldsymbol{H}}(t)\tilde{\boldsymbol{H}}^H(t)\right)\right](\text{bit/s/Hz}) \tag{8.43}$$

式中，假定 $M_T \geqslant M_R$ 成立。在式（8.43）中，det（·）表示行列式，且 γ_c 代表平均接收到的信噪比（SNR），它等于总发送功率 $P_{T,total}$ 和噪声功率 N_0 的比，即 $\gamma_c=P_{T,total}/N_0$。由此，假定总发送功率 $P_{T,total}$ 已在所有 M_T 个发送器天线单元间进行均等分配。注意式（8.43）中的瞬时容量 $\tilde{C}(t)$ 是一个实数值确定性过程，其时间形状取决于复数确定性信道矩阵 $\tilde{\boldsymbol{H}}(t)=[\tilde{H}_{kl}(t)]$。形象地说明仿真模型的瞬时容量 $\tilde{C}(t)$ 随时间变化的一个例子如图8.10所示。这幅图也给出均值容量 C。依据香农编码定理[279,280]，存在一个错

误纠正编码，如果 $R<C$，则允许在 R（bit/s/Hz）速率下无错误地发送一个信息比特序列。逆定理陈述，如果速率 R 高于均值容量 C，则错误概率总是大于零的。不幸的是，构造这种错误纠正编码还不存在设计规则，但在数十年的研究之后，采用 turbo 码和低密度校验码（LDPC）非常密切地接近香农极限，现在是可能的。如果在一个短的时间段内瞬时容量 $\tilde{C}(t)$ 超过均值容量 C，如图 8.10 所示，那么这不应该被误解为：在这个时间段内可超过香农极限。尽管如此，有关信道容量的时间形状的信息，特别是水平通过率（LCR）和衰落的平均时长（ADF），对于改善系统性能是非常有用的[281]。

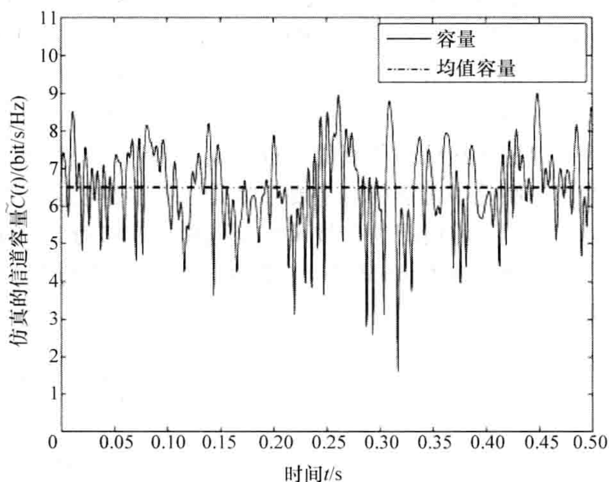


图 8.10　所设计 MIMO 信道仿真器的瞬时信道容量 $\tilde{C}(t)$（各向同性散射，EMEDS，$N=25$，$M_T=M_R=2$，$\delta_T=\delta_R=\lambda_0/2$，$\beta_T=\beta_R=90°$，$\alpha_v=180°$，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\alpha_{max}^T=2°$和 $\gamma_c=17\text{dB}$）

采用所提的 MIMO 信道仿真器，瞬时容量 $\tilde{C}(t)$ 的 LCR $\tilde{N}_C(r)$ 和 ADF $\tilde{T}_C(r)$ 可由仿真加以确定。LCR $\tilde{N}_C(r)$ 描述在 1s 内瞬时容量从上到下（或从下到上）有多频繁地穿过一个给定阈值；ADF $\tilde{T}_C(r)$ 是这样一个时间段长度的期望值，在该时间段内即时容量 $\tilde{C}(t)$ 低于一个给定阈值。因为难以得到 MIMO 信道容量的 LCR 和 ADF 的解析解，所以对于通过仿真确定这些统计量，所提信道仿真器是非常有用的。在图 8.11 中，给出归一化 LCR $\tilde{N}_C(r)/f_{max}$的一些仿真结果。这幅图给出信道容量的时间形状的深入信息。如所预料的，von Mises 密度的参数 κ［见式（8.26）］对 LCR 具有强烈影响。图 8.11 说明，在各向同性散射（$\kappa=0$）的情形中，瞬时信道容量 $\tilde{C}(t)$ 的变化速率是最高的。随着 κ 值的增加，AOA 的扩展变得较小，这显著地降低了 LCR $\tilde{N}_C(r)$。

8.3 双环 MIMO 信道模型

在多跳自组织网络和智能交通系统[282-284]中人们预期移动到移动通信会扮演一个重要角色，这些系统中通信链路必须是极端可靠的。为了处理未来移动到移动无线传输系统的开发和性能研究所面临的问题，就要求新的足用的多路径衰落信道模型，这使有关其统计性质的详细信息成为必不可少的。

本节讨论窄带移动到移动 MIMO 多径衰落信道的建模和仿真。从参考文献［115，270］中的研究可清楚地知道，一般来说，MIMO 信道在容量方面提供超过 SISO 信道的巨大增益。特别是，这个事实与大型车辆表面（多单元天线放置于其上）提供的机遇相结合，使 MIMO 技术对移动到移动系统而言是非常有吸引力的。虽然在参考文献中存在针对经典蜂窝无线链路的无线信道仿真的大量研究，但将它们直接应用于仿真移动到移动衰落信道统计性质，则是不可能的。主要原因是，就多普勒谱特征而言，这两个信道类型是显著不同的。因此，将所有这些技术扩展到移动到移动 MIMO 信道仿真的设计不是直接的。所以，缺乏移动到移动 MIMO 信道建模、分析和仿真的概念是参考文献［169，285］中的驱动因素。

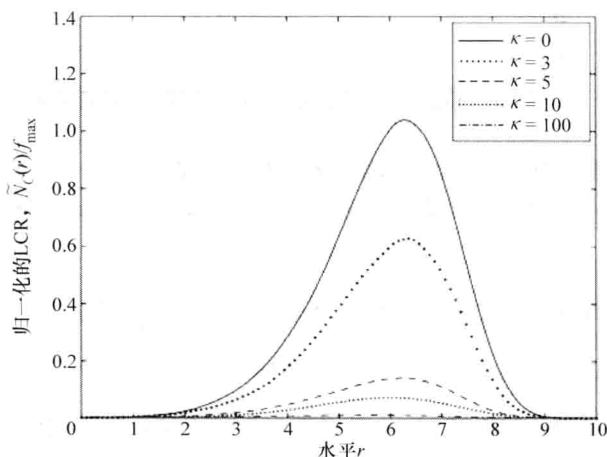


图 8.11　瞬时信道容量 $\tilde{C}(t)$ 的归一化 LCR $\tilde{N}_C(r)/f_{max}$（LPNM，$N=25$，$m_\alpha=180°$，$M_T=M_R=2$，$\delta_T=\delta_R=\lambda_0/2$，$\beta_T=\beta_R=90°$，$\alpha_v=180°$，$f_{max}=91$Hz，$\alpha_{max}^T=2°$和 $\gamma_c=17$dB）

本节的主要贡献有三方面。第一，将了解到如何推导移动到移动 MIMO 衰落信道的参考模型，以及如何分析它的空间/时间相关性质。这里通过采用几何学双环散射模型，对围绕发送器和接收器的散射环境建模，该模型被用作推导一个合适参考模型的起点。用于 MIMO 信道的几何学双环模型，最初是在参考文献［286］中针对固定到移动通信链路提出的。在参考文献［287］中可找到针对室内环境中固定到固定通信链路的双环

MIMO 信道模型的研究。本节通过假定两个终端都是移动的而扩展这些工作。第二，证明了如何从参考信道模型推导一个遍历的 MIMO 信道仿真器以及如何计算其模型参数。对仿真模型设计所采用的方法，是基于一个复数正弦曲线函数的二重合的。复数正弦曲线函数的二重和可被解释为来自的正弦曲线之和方法的扩展，在前面各章中已经广泛用于固定到移动 SISO 衰落信道的准确和高效仿真模型的设计。第三，证明了如何应用 EMEDS、MMEA 和 LPNM 实施模型参数的计算。在本节中给出的分析结果和仿真结果部分地在参考文献［169］中做了报告。

本节后面部分的结构如下。在 8.3.1 节，简短地描述了两台移动站之间一条无线传输链路的几何学双环散射模型。在 8.3.2 节，接着证明了如何从几何学模型推导传输链路的参考模型。在 8.3.3 节，由参考模型，推导一个随机的和确定性的仿真模型。8.3.4 节讨论各向同性和非各向同性散射场景，并给出描述参考模型的最重要 CF 的封闭形式表达式。8.3.5 节给出三种参数计算方法，并研究所得到 MIMO 信道仿真器的性能。

8.3.1 几何学双环散射模型

在本小节，简短地描述一个窄带移动到移动 MIMO 信道的几何学双环散射模型，如图 8.12 所示。出于简洁性的考虑，将讨论限制在一个 2×2 天线配置，这意味着发送器和接收器都仅配备两个全向天线。这样一种基本的天线配置可被用来构造许多其他类型的 2D 多单元天线阵列，包括均匀的线性阵列、矩形阵列、六边形阵列和环形天线阵列。例如，在发送器侧的一个环形天线阵列由 M_T（M_T为偶数）个天线单元组成，可表示为 $M_T/2$ 个天线对，具有等同的天线单元间距，但不同的倾斜（tilt）角度。出于简单性考虑，假定在两台移动站之间不存在视距路径。

如图 8.12 所示的传播场景包括一个移动发送器和一个移动接收器。在双环模型中，仅考虑局部散射，原因是由于高的路径损失，假定远距离散射体对总接收功率的贡献可忽略不计。如可从图 8.12 中看到的，围绕发送器的局部散射体［表示为 $S_m^T(m=1,2,\cdots)$］位于半径为 R_T的一个环上，且围绕接收器的局部散射体 $S_n^R(n=1,2,\cdots)$ 散布在半径为 R_R的一个独立环上。符号 α_m^T和 α_n^R分别表示第 m 个发送波的 AOD 和第 n 个接收波的 AOA。相比于 D（是发送器和接收器之间的距离），假定半径 R_T和 R_R都较小，即 $\max\{R_T, R_R\} \ll D$。发送器（接收器）天线阵列的天线单元间距表示为 $\delta_T(\delta_R)$。因为相比于半径 R_T和 R_R而言，天线单元间距 δ_T和 δ_R一般而言都较小，则将由不等式$\max\{\delta_T, \delta_R\} \ll \min\{R_T, R_R\}$ 中得到益处。在发送器处 x 轴与天线阵列之间的倾斜角度表示为 β_T。类似地，倾斜角度 β_R描述在接收器处天线阵列的方向。另外，假定发送器（接收器）以速度 $v_T(v_R)$ 在由运动角度 $\alpha_v^T(\alpha_v^R)$ 确定的方向移动。最后，假定散射体的各环是固定的，从而在短时间段 $\Delta t \ll R_T/v_T(\Delta t \ll R_R/v_R)$ 上，移动环境可被看作是准稳态的。

对于描述这样的传播场景，其中发送器和接收器都未被升高，但都为大量局部散射体所围绕，此时几何学双环模型是一个合适的模型。在城区和郊区，经常出现这样的传播条件。

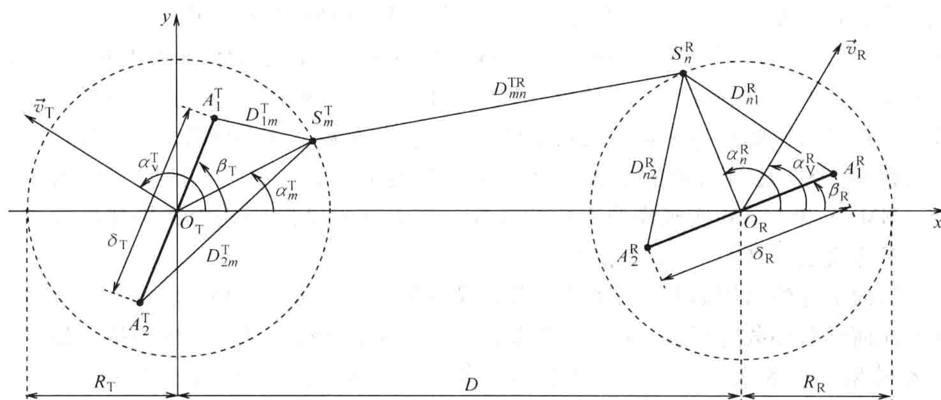


图8.12 围绕一个移动发送器（左）和一个移动接收器（右）的各局部散射体的2×2 MIMO信道的几何学双环模型

8.3.2 双环MIMO信道模型的参考模型

1. 参考模型的推导

在本小节，依据如图8.12所示的几何学双环模型描述的传播场景，为移动到移动MIMO衰落信道推导参考模型。由这幅图，观察到，由发送器的第一个天线单元A_1^T发射出的第m个齐次平面波，在作用在接收器的第一个天线单元A_1^R之前，会在局部散射体S_m^T和S_n^R上传播。假定到达接收器天线阵列的所有波是等功率的。参考模型依据这样的假定，即围绕发送器和接收器的局部散射体数M和N都是无穷的。因此，在第一个接收器天线A_1^R处的散射分量是由无穷数量的齐次平面波组成的，每个平面波携带的功率，相比散射分量的总平均功率而言是可忽略的。在平坦衰落条件下，从A_1^T到A_1^R的信道传输链路的散射分量可建模为

$$h_{11}(\vec{r}_T,\vec{r}_R) = \lim_{\substack{M\to\infty\\N\to\infty}}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}E_{mn}e^{j(\vec{k}_m^T\cdot\vec{r}_T-\vec{k}_n^R\cdot\vec{r}_R+\theta_{mn}-k_0D_{mn})} \tag{8.44}$$

在该式中，E_{mn}和θ_{mn}分别表示联合增益和联合相位偏移，是由平面波与散射体S_m^T和S_n^R相互作用产生的。符号$\vec{k}_m^T$表示指向第m个发送的平面波传播方向的波向量，$\vec{r}_T$表示发送器的空间变换向量。类似地，$\vec{k}_n^R$是指向第n个接收平面波传播方向的波向量，$\vec{r}_T$表示接收器的空间变换向量。而且，符号k_0表示自由空间波数，它与波长λ_0的关系为$k_0=2\pi/\lambda_0$。最后，D_{mn}是一个平面波从A_1^T到A_1^R通过散射体S_m^T和S_n^R传播的总距离的长度。式（8.44）中散射分量$h_{11}(\vec{r}_T,\vec{r}_R)$的平面波模型，为推导连续时间形式的参考模型提供了起点。

每个局部散射体导致增益和相位偏移。一般假定由一个特定散射体引入的增益和相位偏移取决于到达平面波的方向。将S_n^R导致的增益和相位偏移（条件是从S_m^T接收到一

个波）分别表示为 $E_{n|m}$ 和 $\theta_{n|m}$。因为 $D >> \max\{R_T, R_R\}$，则得到，增益 $E_{n|m}$ 和相位 $\theta_{n|m}$ 近似等于从 $S^T_{m'}$ 接收到一个波的条件下得到的相应量，其中 $m \neq m'$。因此，可假定由 S^R_n 导致的增益 $E_{n|m}$ 和相位 $\theta_{n|m}$ 独立于 S^T_m 的位置，且反之亦然。由于这个原因，可写出 $E_{n|m} = E_n(E_{n|m} = E_m)$ 和 $\theta_{n|m} = \theta_n(\theta_{n|m} = \theta_m)$。另外，因为 $\delta_T << R_T$，所以由不同发送器天线单元发出的波以近似相同的角度到达一个特定散射体 S^T_m[286]。类似地，如果 $\delta_R << R_R$，那么可论断，由一个特定散射体 S^R_n 发出的波以近似相同的角度到达不同接收器天线。出于这些原因，在参考文献［287］中假定，一个特定散射体 S^T_m（或 S^R_n），对于从不同天线单元到达的波（或传送到不同天线单元的波），其增益和相位偏移是相同的。在模型中假定，位于中心为发送器的环上的每个散射体 S^T_m，产生一个无穷小的恒定增益 $E_m = 1/\sqrt{M}$ 和一个随机相位偏移 θ_m。类似地，在接收器侧，每个散射体 S^R_n 产生一个恒定增益 $E_n = 1/\sqrt{N}$ 和一个随机相位偏移 θ_n。作为假定 $D >> \max\{R_T, R_R\}$ 的一个结果，则假定相位 θ_m 和 θ_n 是独立同分布随机变量就是合理的，每个变量在区间［0, 2π）有一个均匀分布。因此，式（8.44）中的联合增益 E_{mn} 和联合相位 θ_{mn} 可表示为

$$E_{mn} = E_m \cdot E_n = 1/\sqrt{MN} \tag{8.45}$$

$$\theta_{mn} = \theta_m + \theta_n \pmod{2\pi} \tag{8.46}$$

式（8.44）中相位变化 $\vec{k}^T_m \cdot \vec{r}_T$ 和 $\vec{k}^R_n \cdot \vec{r}_R$ 分别由发送器和接收器产生。这两个标量乘积可表示为

$$\vec{k}^T_m \cdot \vec{r}_T = 2\pi f^T_{max} \cos(\alpha^T_m - \alpha^T_v)t \tag{8.47}$$

$$\vec{k}^R_n \cdot \vec{r}_R = -2\pi f^R_{max} \cos(\alpha^R_n - \alpha^R_v)t \tag{8.48}$$

式中，$f^T_{max} = v_T/\lambda_0 (f^R_{max} = v_R/\lambda_0)$ 是由发送器（接收器）的运动导致的最大多普勒频率。在参考模型中，AOD α^T_m 和 AOA α^R_m 是由局部散射体的分布确定的独立随机变量。

进而，式（8.44）中的相位变化 $k_0 D_{mn}$ 是由传输的总距离导致的，并可写为

$$k_0 D_{mn} = \frac{2\pi}{\lambda_0}(D^T_{1m} + D^{TR}_{mn} + D^R_{n1}) \tag{8.49}$$

式中，D^T_{1m}、D^{TR}_{mn} 和 D^R_{n1} 是如图 8.12 所示的路径长度。通过使用 $R_T >> \delta_T$、$R_R >> \delta_R$ 和 $\sqrt{1+x} \approx 1 + x/2$ $(x << 1)$，这些距离可近似为

$$D^T_{1m} \approx R_T - \frac{\delta_T}{2}\cos(\alpha^T_m - \beta_T) \tag{8.50}$$

$$D^{TR}_{mn} \approx D + R_R\cos(\alpha^R_n) - R_T\cos(\alpha^T_m) \tag{8.51}$$

$$D^R_{n1} \approx R_R - \frac{\delta_R}{2}\cos(\alpha^R_n - \beta_R) \tag{8.52}$$

最后，在将式（8.45）和式（8.47）~式（8.49）代入式（8.44）并使用式（8.50）~式（8.52）之后，可将从 A^T_1 到 A^R_1 传输链路的复数信道增益近似表示为

$$h_{11}(t) = \lim_{\substack{M\to\infty \\ N\to\infty}} \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} g_{mn} e^{j[2\pi(f^T_m + f^R_n)t + \theta_{mn} + \theta_0]} \tag{8.53}$$

式中

$$g_{mn} = a_m b_n c_{mn} \tag{8.54}$$

$$a_m = e^{j\pi(\delta_T/\lambda_0)\cos(\alpha_m^T - \beta_T)} \tag{8.55}$$

$$b_n = e^{j\pi(\delta_R/\lambda_0)\cos(\alpha_n^R - \beta_R)} \tag{8.56}$$

$$c_{mn} = e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0}(R_T\cos(\alpha_m^T) - R_R\cos(\alpha_n^R))} \tag{8.57}$$

$$f_m^T = f_{max}^T \cos(\alpha_m^T - \alpha_v^T) \tag{8.58}$$

$$f_n^R = f_{max}^R \cos(\alpha_n^R - \alpha_v^R) \tag{8.59}$$

$$\theta_0 = -\frac{2\pi}{\lambda_0}(R_T + D + R_R) \tag{8.60}$$

应该指出，不失一般性，式（8.53）中的相位 θ_0 可设置为零，原因是一个恒定的相位偏移不会影响参考模型的统计性质。由式（8.53）中复数信道的统计性质得到，其均值和均值功率分别等于0和1。

可证明，通过将 δ_T 替换为 $-\delta_T$，将 δ_R 替换为 $-\delta_R$，由式（8.53）可得到从 A_2^T 到 A_2^R 的传输链路的复数信道增益 $h_{22}(t)$。由式（8.55）和式（8.56）得到，这等价于将 a_m 和 b_n 替换为它们相应的复数共轭 a_m^* 和 b_n^*。类似地，通过实施替换 $a_m \to a_m^*$ 和 $b_n \to b_n^*$，可由式（8.53）分别直接得到复数信道增益 $h_{12}(t)$ 和 $h_{21}(t)$。A_l^T 到 A_k^R 传输链路的这四个复数信道增益 $h_{kl}(t)$（$k, l=1, 2$）可被组合到随机信道矩阵

$$\boldsymbol{H}(t) = \begin{pmatrix} h_{11}(t) & h_{12}(t) \\ h_{21}(t) & h_{22}(t) \end{pmatrix} \tag{8.61}$$

该式完全地描述了所建议双环频率非选择移动到移动 MIMO 衰落信道的参考模型。

如果满足条件 $D >> \max\{R_T, R_R\}$，在室外环境中通常是这种情况，那么联合相位 θ_{mn} 可写为两个独立同分布随机变量的和［见式（8.46）］。结果是，式（8.53）中的二重和可表示为两个单和的乘积。因为中心极限定理表明，在极限 M，$N \to \infty$ 时，每个单和都趋于具有单位方差的一个零均值复数高斯过程，则得到包络 $|h_{kl}(t)|$ 具有一个二重瑞利分布[288]㊀。在参考文献［289］中，已经证明，相比于经典（单）瑞利衰落信道，二重瑞利衰落信道导致相当高的系统性能降级。但是，如果不满足条件 $D >> \max\{R_T, R_R\}$，在室内环境中通常是这种情况，那么假定联合相位 θ_{mn} 是独立同分布随机变量就是合理的。在这种情形中，式（8.53）中的二重和不能表示为两个单和的乘积，结果是 $|h_{kl}(t)|$ 遵循经典的瑞利分布。

可容易地做出参考模型到均匀线性天线阵列的扩展，该阵列由 $M_T \geqslant 2$（$M_R \geqslant 2$）的

㊀ 一个二重瑞利过程 $\chi(t)$ 是两个独立瑞利过程 $\xi^{(1)}(t)$ 和 $\xi^{(2)}(t)$ 的乘积过程，即 $\chi(t) = \xi^{(1)}(t) \cdot \xi^{(2)}(t)$。$\chi(t)$ 的分布称为二重瑞利分布，可使用式（2.40）和式（2.82）推导得到 $p_\chi(z) = z/(\sigma_1\sigma_2)^2 K_0(z/(\sigma_1\sigma_2))$。这里，$K_0(\cdot)$ 表示修正 Bessel 函数[23,式(8.432-6)]，$\sigma_k(k=1, 2)$ 是基本实数值高斯过程 $\mu_i^{(k)}(t)(i, k=1, 2)$ 的标准方差，该过程定义了瑞利过程 $\xi^{(k)}(t) = |\mu_1^{(k)}(t) + j\mu_2^{(k)}(t)|(k-1, 2)$。

任意数量发送器（接收器）天线单元组成。在没有证明的情况下，提到，通过将式（8.55）中的δ_T/λ_0和式（8.56）中的δ_R/λ_0分别替换为（M_T-2l+1）δ_T/λ_0和（M_R-2k+1）δ_R/λ_0，由$h_{11}(t)$［见式（8.53）］可得到从A_l^T（$l=1, 2, \cdots, M_T$）到A_k^R（$k=1, 2, \cdots, M_R$）的传输链路的复数信道增益$h_{kl}(t)$。

2. 参考模型的相关函数

量化两个不同传输链路之间空间和时间相关性的一个度量是 3D 空间—时间 CCF。依据参考文献［273］，从A_1^T到A_1^R和从A_2^T到A_2^R的两条传输链路之间的 3D 空间—时间 CCF，定义为复数信道增益$h_{11}(t)$和$h_{22}(t)$之间的相关性，即

$$\rho_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau) := E\{h_{11}(t)h_{22}^*(t+\tau)\} \tag{8.62}$$

这里，期望算子应用到所有随机变量：相位$\{\theta_{mn}\}$、AOD $\{\alpha_m^T\}$ 和 AOA $\{\alpha_n^R\}$。由式（8.53）开始，并利用通过替换$a_m \to a_m^*$和$b_n \to b_n^*$可由$h_{11}(t)$得到$h_{22}(t)$的事实，可将 3D 空间—时间 CCF 表示为

$$\rho_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau) = \lim_{\substack{M\to\infty \\ N\to\infty}} \frac{1}{MN}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} E\{a_m^2 b_n^2 e^{-j2\pi(f_m^T+f_n^R)\tau}\} \tag{8.63}$$

通过在随机相位θ_{mn}求平均，得到上面的表达式。注意a_m和f_m^T都是 AOD α_m^T的函数，而b_n和f_n^R取决于 AOA α_n^R。如果局部散射体的数量趋于无穷（$M, N\to\infty$），那么离散随机变量α_m^T和α_n^R就成为连续随机变量α^T和α^R，每个变量由某个分布表征，分别表示为$p_{\alpha^T}(\alpha^T)$和$p_{\alpha^R}(\alpha^R)$。对应于微分角度$d\alpha^T$和$d\alpha^R$的复数信道增益的无穷小功率正比于$p_{\alpha^T}(\alpha^T)\,p_{\alpha^R}(\alpha^R)\,d\alpha^T d\alpha^R$。随着$M\to\infty$和$N\to\infty$，这个量一定等于$1/(MN)$，即$1/(MN)=p_{\alpha^T}(\alpha^T)\,p_{\alpha^R}(\alpha^R)\,d\alpha^T d\alpha^R$。因此，由式（8.63）得到，参考模型的 3D 空间—时间 CCF 可表示为

$$\rho_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau) = \rho_T(\delta_T,\tau)\cdot\rho_R(\delta_R,\tau) \tag{8.64}$$

式中

$$\rho_T(\delta_T,\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} a^2(\delta_T,\alpha^T)\,e^{-j2\pi f^T(\alpha^T)\tau}\,p_{\alpha^T}(\alpha^T)\,d\alpha^T \tag{8.65}$$

和

$$\rho_R(\delta_R,\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} b^2(\delta_R,\alpha^R)\,e^{-j2\pi f^R(\alpha^R)\tau}\,p_{\alpha^R}(\alpha^R)\,d\alpha^R \tag{8.66}$$

分别称为发送器 CF 和接收器 CF，且

$$a(\delta_T,\alpha^T) = e^{j\pi(\delta_T/\lambda_0)\cos(\alpha^T-\beta_T)} \tag{8.67}$$

$$b(\delta_R,\alpha^R) = e^{j\pi(\delta_R/\lambda_0)\cos(\alpha^R-\beta_R)} \tag{8.68}$$

$$f^T(\alpha^T) = f_{\max}^T\cos(\alpha^T-\alpha_v^T) \tag{8.69}$$

$$f^R(\alpha^R) = f_{\max}^R\cos(\alpha^R-\alpha_v^R) \tag{8.70}$$

由式（8.64），观察到 3D 空间—时间 CCF $\rho_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau)$可表示为发送器 CF $\rho_T(\delta_T, \tau)$和接收器 CF $\rho_R(\delta_R, \tau)$的乘积。这个特征可归因于 AOD α^T和 AOA α^R的独立性，在参考文献［287］中针对室内 MIMO 信道模型也指出了这个特征。对于具有α^T和α^R之间严格关系的单一弹性（bounce）单环模型，这个性质是不成立的，通过观察式（8.20）

中的结果可看到这一点。进而，也观察到式（8.64）中的$\rho_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau)$是独立于环半径（$R_T$，$R_R$）和发送器与接收器之间的距离$D$的，这是假定$D>>\max\{R_T,R_R\}$的一个直接结果。

2D空间CCF $\rho(\delta_T,\delta_R)$，定义为$\rho(\delta_T,\delta_R)=E\{h_{11}(t)\ h_{22}^*(t)\}$，等于$\tau=0$处的3D空间—时间CCF $\rho_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau)$，即

$$\begin{aligned}\rho(\delta_T,\delta_R)&=\rho_{11,22}(\delta_T,\delta_R,0)\\&=\rho_T(\delta_T,0)\cdot\rho_R(\delta_R,0)\end{aligned}\tag{8.71}$$

从A_l^T到$A_k^R(k,\ l=1,\ 2)$的传输链路的复数信道增益$h_{kl}(t)$的时间ACF $r_{h_{kl}}(\tau)$定义为

$$r_{h_{kl}}(\tau):=E\{h_{kl}(t)h_{kl}^*(t+\tau)\}\tag{8.72}$$

在应用本小节开始处介绍的类似技术之后，可证明，对于所有$k,\ l\in\{1,\ 2\}$，上式可表示为

$$r_{h_{kl}}(\tau)=\rho_T(0,\tau)\cdot\rho_R(0,\tau)\tag{8.73}$$

式中，$\rho_T(0,\tau)$和$\rho_R(0,\tau)$可分别从式（8.65）和式（8.66）得到，如下

$$\rho_T(0,\tau)=\int_{-\pi}^{\pi}e^{-j2\pi f^T(\alpha^T)\tau}p_{\alpha^T}(\alpha^T)\,d\alpha^T\tag{8.74}$$

$$\rho_R(0,\tau)=\int_{-\pi}^{\pi}e^{-j2\pi f^R(\alpha^R)\tau}p_{\alpha^R}(\alpha^R)\,d\alpha^R\tag{8.75}$$

注意$r_{h_{kl}}(\tau)$等于$\delta_T=\delta_R=0$时的$\rho_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau)$，即$\forall k,\ l\in\{1,\ 2\}$，$r_{h_{kl}}(\tau)=\rho_{11,22}(0,0,\tau)=\rho_T(0,\tau)\cdot\rho_R(0,\tau)$。这个结果表明所有四个复数信道增益的时间ACF都是等同的。对于单环模型，同样的论断也成立。

上面描述的参考模型基本上是一个理论模型，它依据这样的假设，即散射体数（N，M）是无穷的。虽然这样一个模型是不可实现的，但对于随机和确定性仿真模型的推导而言，它是极端重要的。与参考模型具有近似相同统计性质的高效MIMO信道仿真器的设计，是下一小节的话题。

8.3.3 双环MIMO信道模型的仿真模型

通过应用8.1节描述的确定性信道建模的一般原理，本小节给出一个随机和确定性仿真模型。

1. 随机仿真模型

由式（8.53）中描述的参考模型的复数信道增益$h_{11}(t)$，在实施如下三个步骤后得到一个随机仿真模型：①使用有限数量M个和N个散射体；②将式（8.53）中的恒定相位偏移θ_0设置为零；③将离散AOD α_m^T和AOA α_n^R看作常量。因此，A_1^T到A_1^R传输链路的复数信道增益可表示为

$$\hat{h}_{11}(t)=\frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}g_{mn}e^{j\{2\pi[f_m^T(\alpha_m^T)+f_n^R(\alpha_n^R)]t+\theta_{mn}\}}\tag{8.76}$$

式中，g_{mn}、$f_m^T(\cdot)$和f_n^R分别由式（8.54）、式（8.58）和式（8.59）给定。与参考模型比对，离散AOD α_m^T和AOA α_n^R现在是常数，将在8.3.5节确定，从而仿真模型与参考模型

具有几乎相同的统计性质。相位 θ_{mn} 仍然是独立同分布随机变量，每个变量在区间（0，2π］上具有一个均匀分布。因此，$\hat{h}_{11}(t)$ 表示一个随机过程。与参考模型类似，从 A_2^{T} 到 A_2^{R} 的传输链路的复数信道增益 $\hat{h}_{22}(t)$，可通过将 a_m 和 b_n 分别替换为它们相应的复数共轭 a_m^* 和 b_n^* 由式（8.76）得到。通过分别将 a_m 替换为 a_m^*，将 b_n 替换为 b_n^*，由式（8.76）推导得到 $\hat{h}_{12}(t)$ 和 $\hat{h}_{21}(t)$。这可将随机 MIMO 信道仿真器的信道矩阵定义为 $\hat{\boldsymbol{H}}(t):=[\hat{h}_{kl}(t)]$。图 8.13 给出 $M_{\mathrm{T}}=M_{\mathrm{R}}=2$ 情形时得到的随机双环 MIMO 信道仿真器的结构。

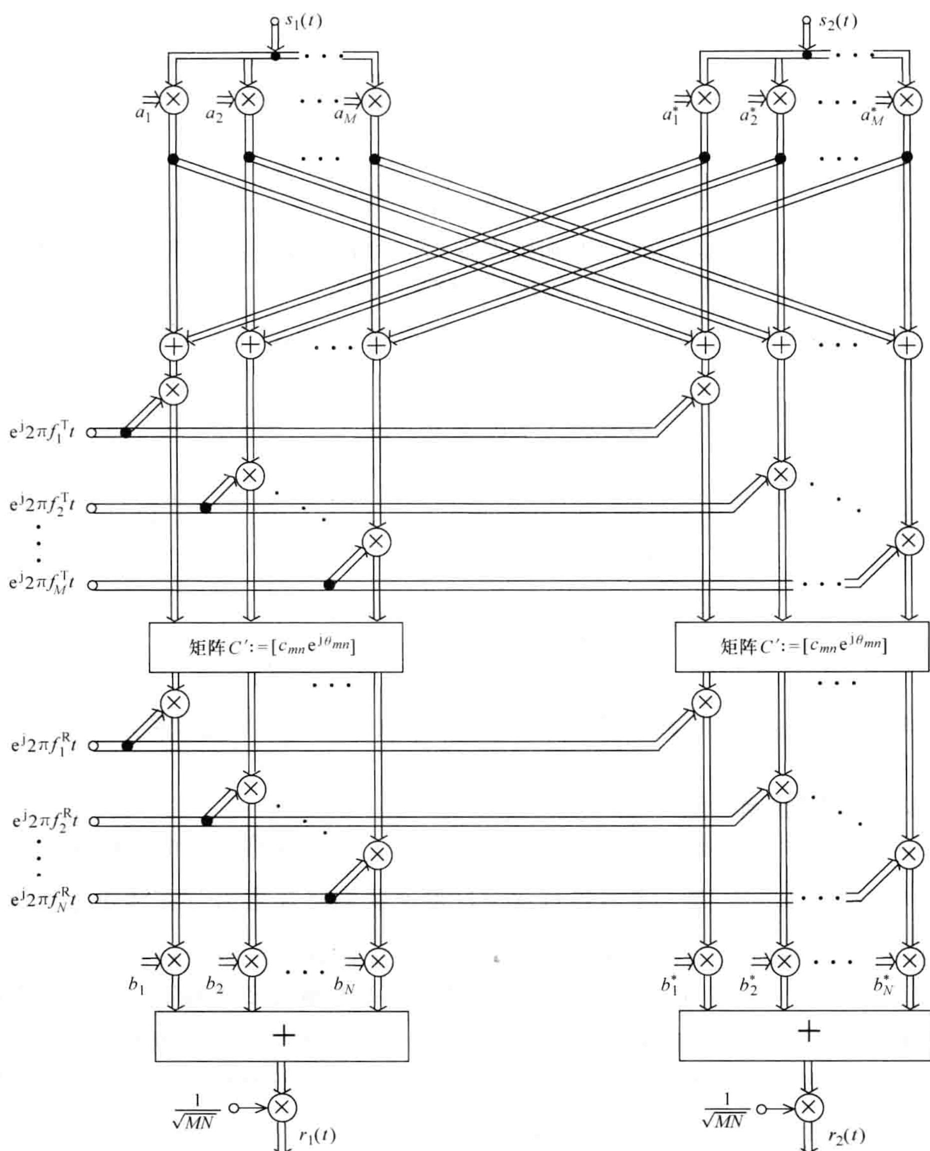


图 8.13　移动到移动信道的双环 2×2 MIMO 信道仿真器的结构

$\hat{h}_{11}(t)$ 和 $\hat{h}_{22}(t)$ 的3D空间—时间CCF定义为

$$\hat{h}_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau):=E\left\{\hat{h}_{11}(t)\hat{h}_{22}^*(t+\tau)\right\} \tag{8.77}$$

式中期望算子 $E\{\cdot\}$ 仅应用于随机相位 θ_{mn}。对均匀分布的随机相位 θ_{mn} 求平均之后，3D空间—时间CCF $\hat{\rho}_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau)$ 可表示为如下封闭形式

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau) &= \frac{1}{MN}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}a_m^2(\delta_T)b_n^2(\delta_R)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(f_m^T+f_n^R)\tau} \\ &= \hat{\rho}_T(\delta_T,\tau)\cdot\hat{\rho}_R(\delta_R,\tau)\end{aligned} \tag{8.78}$$

式中

$$\hat{\rho}_T(\delta_T,\tau) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}a_m^2(\delta_T)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_m^T\tau} \tag{8.79}$$

和

$$\hat{\rho}_R(\delta_R,\tau) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{n}b_n^2(\delta_R)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_n^R\tau} \tag{8.80}$$

分别是随机仿真模型的发送器CF和接收器CF。由式（8.78）认识到，可分离的发送器CF和接收器CF的性质，对于随机仿真模型也成立。

定义为 $\hat{\rho}(\delta_T, \delta_R):=E\{\hat{h}_{11}(t)\ \hat{h}_{22}^*(t)\}$ 的2D空间 $\hat{\rho}(\delta_T, \delta_R)$，等于 $\tau=0$ 时的3D空间—时间CCF $\hat{\rho}_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau)$，即

$$\begin{aligned}\hat{\rho}(\delta_T,\delta_R) &= \hat{\rho}_{11,22}(\delta_T,\delta_R,0) \\ &= \hat{\rho}_T(\delta_T,0)\cdot\hat{\rho}_R(\delta_R,0)\end{aligned} \tag{8.81}$$

进而，$\hat{h}_{kl}(t)$ 的时间ACF $\hat{r}_{h_{kl}}(\tau)$，定义为 $\hat{r}_{h_{kl}}(\tau):=E\{\hat{h}_{kl}(t)\ \hat{h}_{kl}^*(t+\tau)\}$，可表示为如下封闭形式

$$\begin{aligned}\hat{r}_{h_{kl}}(\tau) &= \frac{1}{MN}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(f_m^T+f_n^R)\tau} \\ &= \hat{\rho}_T(0,\tau)\cdot\hat{\rho}_R(0,\tau)\ \forall k,l\in\{1,2\}\end{aligned} \tag{8.82}$$

注意时间 *ACF* $\hat{r}_{h_{kl}}(\tau)$ 和3D空间—时间CCF $\hat{\rho}_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau)$ 的关系为 $\hat{r}_{h_{kl}}(\tau)=\hat{\rho}_{11,22}(0, 0, \tau)$。

2. 确定性仿真模型

通过固定所有的模型参数（包括相位 θ_{mn}），由随机模型可得到确定性仿真模型。将看到，$\hat{h}_{kl}(t)$ 是一个遍历过程，这促使我们将注意力放在随机过程 $\hat{h}_{kl}(t)$ 的单一采样函数上。下面将 $\hat{h}_{kl}(t)$ 的一个采样函数表示为 $\tilde{H}_{kl}(t)$。通过将所有相位 $\theta_{mn}=\theta_m+\theta_n$ 看作常数（由两个独立随机产生器的输出之和确定，每个产生器具有（0，2π］上的一个均匀分布），则由 $\hat{h}_{kl}(t)$ 可得到一个样本函数 $\hat{h}_{kl}(t)$。作为所有模型参数均为常数这一事实的结果，得到，对于所有的 t 值，复数信道增益 $\tilde{h}_{kl}(t)$ 和相关联的时变信道矩阵 $\tilde{\boldsymbol{H}}(t)=[\tilde{h}_{kl}(t)]$ 是完全确定的。$\tilde{h}_{kl}(t)$ 的统计性质必须通过使用时间平均而不是统计平均来进行分析。例如，3D空间—时间

CCF 必须采用如下方式计算

$$\tilde{\rho}_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau) := < \tilde{h}_{11}(t)\,\tilde{h}_{22}^*(t+\tau) > \tag{8.83}$$

式中，< · >表示时间平均算子。将约束施加到信道模型，即多普勒频率$f_m^T \neq 0$ 和$f_n^R \neq 0$ 的满足边界条件[⊖]$f_m^T + f_n^R = f_{m'}^T + f_{n'}^R$当且仅当 $m = m'$和 $n = n'$。那么可以证明（见附录 8. A），式（8.83）得到

$$\tilde{\rho}_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau) = \hat{\rho}_{11,22}(\delta_T,\delta_R,\tau) \tag{8.84}$$

式中，$\hat{\rho}_{11,22}(\delta_T,\ \delta_R,\ \tau)$ 由式（8.78）给定。式（8.84）称，$\hat{h}_{11}(t)\ \hat{h}_{22}^*(t+\tau)$ 的统计平均等于 $\tilde{h}_{11}(t)\ \tilde{h}_{22}^*(t+\tau)$ 的时间平均。因此，就 3D 空间—时间 CCF 而言，所建议的随机 MIMO 信道仿真器是遍历的。这与参考文献［290］中针对双环模型推导的非遍历 MIMO 信道仿真器形成对比，其中假定发送器的位置是固定的，仅有接收器是移动的。

通过与式（8.81）类比，确定性 MIMO 模型仿真器的 2D 空间 CCF $\tilde{\rho}\ (\delta_T,\ \delta_R)$ 可表示为

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}(\delta_T,\delta_R) &:= < \tilde{h}_{11}(t)\,\tilde{h}_{22}^*(t) > \\ &= \tilde{\rho}_{11,22}(\delta_T,\delta_R,0) \\ &= \tilde{\rho}_T(\delta_T,0)\cdot\tilde{\rho}_R(\delta_R,0)\end{aligned} \tag{8.85}$$

式中 $\tilde{\rho}_T(\delta_T,\ 0) = \hat{\rho}_T(\delta_T,\ 0)$ 和 $\tilde{\rho}_R(\delta_R,\ 0) = \hat{\rho}_R(\delta_R,\ 0)$ 成立，这隐含着随机 MIMO 信道仿真器对 2D 空间 CCF 是遍历的。

类似地，得到确定性过程 $\tilde{h}_{kl}(t)$ 的时间 ACF $\tilde{r}_{h_{kl}}(\tau)$，如下

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{h_{kl}}(\tau) &:= < \tilde{h}_{kl}(t)\,\tilde{h}_{kl}^*(t+\tau) > \\ &= \frac{1}{MN}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} e^{-j2\pi(f_m^T+f_n^R)\tau} \\ &= \tilde{\rho}_T(0,\tau)\cdot\tilde{\rho}_R(0,\tau) \quad \forall k,l \in \{1,2\}\end{aligned} \tag{8.86}$$

式中 $\tilde{\rho}_T(0,\ \tau) = \hat{\rho}_T(0,\ \tau)$ 和 $\tilde{\rho}_R(0,\ \tau) = \hat{\rho}_R(0,\ \tau)$。因此随机 MIMO 信道仿真器是时间 ACF 遍历的。通过设置 $\delta_T = \delta_R = 0$，即 $\tilde{r}_{h_{kl}}(\tau) = \tilde{\rho}_{11,22}(0,\ 0,\ \tau)$，由 $\tilde{\rho}_{11,22}(\delta_T,\ \delta_R,\ \tau)$ 也可得到式（8.86）。

8.3.4 各向同性和非各向同性的散射场景

在本节，在各向同性和非各向同性散射条件下，研究参考模型的相关性性质。因为

⊖ 应该指出，这个条件是充分的。必要条件是：$f_m^T \neq f_{m'}^T$，如果 $m \neq m'$；$f_n^R = f_{n'}^R$，如果 $n \neq n'$，以及$f_m^T \neq f_n^R$，$\forall m,\ n$。这三个条件可总结为，所有多普勒频率必须是不同的。

参考模型的3D空间—时间 CCF $\rho_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau)$ 可表示为发送器 CF $\rho_T(\delta_T, \tau)$ 和接收器 CF $\rho_R(\delta_R, \tau)$ 的乘积，所以将注意力放在发送器 CF 上就足够了。通过将下标 T 替换为 R，由 $\rho_T(\delta_T, \tau)$ 可直接得到接收器 CF $\rho_R(\delta_R, \tau)$ 的相应结果。

1. 各向同性场景

围绕发送器的各向同性散射可表征为 AOD α^T的一个均匀分布，即

$$p_{\alpha^T}(\alpha^T) = \frac{1}{2\pi}, \alpha^T \in [0, 2\pi) \tag{8.87}$$

将式（8.87）代入式（8.65）并通过使用参考文献［23，式（3.338-4）］、参考文献［23，式（3.339）］和参考文献［77，式（9.6.3）］来求解积分，得到发送器 CF 的如下封闭形式解[169]

$$\rho_T(\delta_T, \tau) = J_0\left(2\pi\left[\left(\frac{\delta_T}{\lambda_0}\right) + (f^T_{\max}\tau)^2 - 2\left(\frac{\delta_T}{\lambda_0}\right)f^T_{\max}\tau\cos(\alpha^T_v - \beta_T)\right]^{1/2}\right) \tag{8.88}$$

式中 $J_0(\cdot)$ 表示第一类零阶 Bessel 函数。假定围绕接收器的类似各向同性散射，那么通过简单地将下标和上标符号 T 替换为 R，则由式（8.88）得到接收器 CF $\rho_R(\delta_R, \tau)$。使用式（8.64），这可将参考模型的3D空间—时间 CCF 表示为[169]

$$\begin{aligned}\rho_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau) = {} & J_0\left(2\pi\left[\left(\frac{\delta_T}{\lambda_0}\right)^2 + (f^T_{\max}\tau)^2 - 2\left(\frac{\delta_T}{\lambda_0}\right)f^T_{\max}\tau\cos(\alpha^T_v - \beta_T)\right]^{1/2}\right) \\ & \cdot J_0\left(2\pi\left[\left(\frac{\delta_R}{\lambda_0}\right)^2 + (f^R_{\max}\tau)^2 - 2\left(\frac{\delta_R}{\lambda_0}\right)f^R_{\max}\tau\cos(\alpha^R_v - \beta_R)\right]^{1/2}\right)\end{aligned} \tag{8.89}$$

由式（8.89）和式（8.71），依据 $\rho(\delta_R, \delta_R) = \rho_{11,22}(\delta_T, \delta_R, 0) = J_0(2\pi\delta_T/\lambda_0) \cdot J_0(2\pi\delta_R/\lambda_0)$，得到2D空间 CCF $\rho(\delta_T, \delta_R)$ 可表示为两个 Bessel 函数的乘积。最后，注意到，对于所有 k，$l=1$，2，参考模型的时间 ACF $r_{h_{kl}}(\tau)$ 得到 $r_{h_{kl}}(\tau) = \rho_{11,22}(0, 0, \tau) = J_0(2\pi f^T_{\max}\tau) \cdot J_0(2\pi f^R_{\max}\tau)$。时间 ACF 可表示为两个 Bessel 函数的乘积的结论也在参考文献［79］得到，其中研究了具有单发送器和单接收器天线的一个移动到移动信道。

2. 非各向同性散射场景

为了描述非各向同性散射场景，假定 AOD α^T遵循 von Mises 分布，该分布已被证明在描述测量数据方面是成功的[273]。von Mises 分布的另一项优势是参考模型的3D空间—时间 CCF 可表示为封闭形式。von Mises 分布为

$$p_{\alpha^T}(\alpha^T) = \frac{1}{2\pi I_0(\kappa T)} e^{\kappa_T\cos(\alpha^T - m^T_\alpha)}, \alpha^T \in [0, 2\pi) \tag{8.90}$$

参数 $m^T_\alpha \in [0, 2\pi)$ 表示均值 AOD，且 $\kappa_T \geqslant 0$ 是控制围绕均值 m^T_α角度扩散的一个参数。如果 $\kappa_T = 0$，那么式（8.90）中的密度简化为式（8.87）中的均匀分布。随着 κ_T增加，各散射体在 m^T_α周围变得比较密集，这是非各向同性散射环境的典型情况。将式（8.90）代入式（8.65）并使用参考文献［23，式（3.338-4）］，得到参考模型的发送器 CF $\rho_T(\delta_T, \tau)$ 的封闭形式如下[169]

$$\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)=\frac{1}{I_0(\kappa T)}I_0\left(\left\{\kappa_{\mathrm{T}}^2-4\pi^2\left[\left(\frac{\delta_{\mathrm{T}}}{\lambda_0}\right)^2+(f_{\max}^{\mathrm{T}}\tau)^2-2\left(\frac{\delta_{\mathrm{T}}}{\lambda_0}\right)f_{\max}^{\mathrm{T}}\tau\cos(\alpha_v^{\mathrm{T}}-\beta_{\mathrm{T}})\right]\right.\right.$$
$$\left.\left.+\mathrm{j}4\pi\kappa_{\mathrm{T}}\left[\frac{\delta_{\mathrm{T}}}{\lambda_0}\cos(\beta_{\mathrm{T}}-m_\alpha^{\mathrm{T}})-f_{\max}^{\mathrm{T}}\tau\cos(\alpha_v^{\mathrm{T}}-m_\alpha^{\mathrm{T}})\right]\right\}^{1/2}\right) \tag{8.91}$$

在各向同性散射（$\kappa_{\mathrm{T}}=0$）的情形中，上式简化为（8.88）。如果AOA α^{R}也是von Mises分布的，那么在将下标T替换为R之后，由式（8.91）可得到接收器CF $\rho_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}},\tau)$。由CF $\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)$ 和 $\rho_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}},\tau)$，可直接得到3D空间—时间CCF $\rho_{11,22}(\delta_{\mathrm{T}},\delta_{\mathrm{R}},\tau)$ ［见式（8.64）］、2D空间CCF $\rho(\delta_{\mathrm{T}},\delta_{\mathrm{R}})$ ［见式（8.71）］和时间ACF $r_{h_{kl}}(\tau)$ ［见式（8.73）］的封闭形式解。

8.3.5 参数计算方法

在本节，给出参数计算的三种方法，这些参数确定了MIMO信道仿真模型的统计性质。第一种方法是EMEDS，在各向同性散射中强力推荐这种方法。其他的方法是MMEA[291]和LPNM。特别是MMEA和LPNM可应用于AOD（AOA）的任何给定分布，包括von Mises分布[176]、高斯分布[274]、截断拉普拉斯分布[275,292]和截断均匀分布[293]。

对于仿真模型，首先用户必须为离散散射体数 M 和 N 选择足够的值。这些参数的合理值在40~50的范围内，如果参考模型的相关性性质拟合被看作一个目标，则在这里这种参数值选择被看作实现复杂度和性能之间的一个良好折中。要确定的未知模型参数仅是离散AOD α_m^{T}和AOA α_n^{R}，原因是仿真模型的其他参数与参考模型的相应参数是相同的。因此我们的目标是以如下方式确定两个集合 $\{\alpha_m^{\mathrm{T}}\}_{m=1}^{M}$和 $\{\alpha_n^{\mathrm{R}}\}_{n=1}^{N}$，即仿真模型的发送器和接收器CF充分地接近描述参考模型的相应CF。

1. 准确多普勒频散的扩展方法（EMEDS）

在5.1.7节中详细描述了原MEDS。这种方法是首次在参考文献［96］中引入的，作为基于正弦曲线之和瑞利衰落信道仿真器的高性能参数计算方法。当应用原MEDS时，那么AOD（AOA）被限制在区间（0，π/2］；但这里考虑如下条件下的双环模型，条件是围绕发送器和接收器均匀分布的局部散射体，其中AOD和AOA散布在从0到2π区间。这就要求对MEDS进行扩展。通过避免冗余并利用式（8.58）和式（8.59）中的余弦函数的对称性质，扩展结果得到AOD α_m^{T}和AOA α_n^{R}如下封闭形式解：

$$\alpha_m^{\mathrm{T}}=\frac{2\pi}{M}\left(m-\frac{1}{4}\right)+\alpha_v^{\mathrm{T}},m=1,2,\cdots,M \tag{8.92}$$

$$\alpha_n^{\mathrm{R}}=\frac{2\pi}{N}\left(n-\frac{1}{4}\right)+\alpha_v^{\mathrm{R}},n=1,2,\cdots,N \tag{8.93}$$

式中必须考虑到必须满足条件 $\{f_m^{\mathrm{T}}\}\cap\{f_n^{\mathrm{R}}\}=\phi$。如果$f_{\max}^{\mathrm{T}}\neq f_{\max}^{\mathrm{R}}$或$\alpha_v^{\mathrm{T}}\neq\alpha_v^{\mathrm{R}}$，情形一般是这种情况，并且如果$f_{\max}^{\mathrm{T}}=f_{\max}^{\mathrm{R}}$和$\alpha_v^{\mathrm{T}}=\alpha_v^{\mathrm{R}}$，也是最容易得到的，例如通过定义$M:=N+1$（$N$奇数）或$M:=N+2$（$N$偶数）。当$M$和$N$是偶数时，可证明，通过使用式（8.92）

和式（8.93），发送器 CF $\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, \tau)$ 和接收器 CF $\tilde{\rho}_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}}, \tau)$ 为[169]

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau) = \frac{2}{M}\sum_{m=1}^{M/2}\cos\Big\{&2\pi(\delta_{\mathrm{T}}/\lambda_0)\cos\Big(\frac{2\pi}{M}\Big(m-\frac{1}{4}\Big)+\alpha_v^{\mathrm{T}}-\beta_{\mathrm{T}}\Big)\\ &-2\pi f_{\max}^{\mathrm{T}}\tau\cos\Big(\frac{2\pi}{M}\Big(m-\frac{1}{4}\Big)\Big)\Big\}\end{aligned} \quad (8.94)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}},\tau) = \frac{2}{M}\sum_{n=1}^{M/2}\cos\Big\{&2\pi(\delta_{\mathrm{R}}/\lambda_0)\cos\Big(\frac{2\pi}{M}\Big(n-\frac{1}{4}\Big)+\alpha_v^{\mathrm{R}}-\beta_{\mathrm{R}}\Big)\\ &-2\pi f_{\max}^{\mathrm{R}}\tau\cos\Big(\frac{2\pi}{M}\Big(n-\frac{1}{4}\Big)\Big)\Big\}\end{aligned} \quad (8.95)$$

可证明当 $M\to\infty$，$\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, \tau)\to\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, \tau)$，其中 $\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, \tau)$ 是参考模型的发送器 CF，由式（8.88）给定。由于双环模型的对称性，明显的是，对于接收器 CF $\tilde{\rho}_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}}, \tau)$，同样的性质也成立，即当 $N\to\infty$，$\tilde{\rho}_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}}, \tau)\to\rho_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}}, \tau)$。

除非另外指明，如下参数用于下面给出的所有说明性范例中。在发送器侧，天线倾斜角度 β_{T} 被选作 $\beta_{\mathrm{T}}=90°$，运动角度 α_v^{T} 设置为 0°。使用这些参数并计算评估式（8.88），使得能够以图形方式形象地展示参考模型的发送器 CF $\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, \tau)$ 的形状，如图 8.14 所示。表征仿真模型的相应发送器 CF $\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, \tau)$ 的图示如图 8.15 所示。通过选择 $M=40$，评估计算式（8.94），得到这些结果。通过比较图 8.14 所示参考模型的结果和图 8.15 所示仿真模型的结果，可得到 EMEDS 性能的印象。对 EMEDS 性能的比较详细的了解需要数值研究，这些研究揭示出在（δ_{T}，τ）平面中的区域上进行如下限制，可得到绝佳近似 $\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, \tau)\approx\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, \tau)$

$$\sqrt{(\delta_{\mathrm{T}}/\lambda_0)^2+(f_{\max}^{\mathrm{T}}\tau)^2-2\Big(\frac{\delta_{\mathrm{T}}}{\lambda_0}\Big)f_{\max}^{\mathrm{T}}\tau\cos(\alpha_v^{\mathrm{T}}-\beta_{\mathrm{T}})}\leqslant M/8 \quad (8.96)$$

令 $\delta_{\mathrm{T}}=0$，如果 $\tau\cdot f_{\max}^{\mathrm{T}}$ 在区间范围［0，$M/4$］内，那么近似 $\rho_{\mathrm{T}}(0, \tau)\approx\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(0, \tau)$ 甚至更佳。在参考文献［96］中报告了类似的观察结果，其中原 MEDS 被用于在各向同性散射条件下设计固定到移动链路的正弦曲线之和瑞利衰落信道仿真器。类似地，如果 $\delta_{\mathrm{T}}/\lambda_0$ 被限制在区间范围［0，$M/4$］且 $\alpha_v^{\mathrm{T}}-\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, 0)=\pm 2\pi k/M$（$k=0, 1, 2, \cdots$），那么近似 $\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, 0)\approx\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, 0)$ 是非常准确的。作为 $\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, \tau)\approx\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}}, \tau)$ 近似质量的一个合适度量，考虑仿真模型的发送器 CF 的绝对误差

$$e_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau) = |\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)-\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)| \quad (8.97)$$

如图 8.16 所示。毋庸多说的是，类似结果对 $\rho_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}}, \tau)\approx\tilde{\rho}_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}}, \tau)$ 的近似质量也成立。

2. 修正等面积方法（MMEA）

在非各向同性散射情形下，MMEA[291] 提供了参数计算问题的一种求解方法。原 MEA 方法首先在参考文献［96］中提出，后来为了支持 AOD（AOA）的任意给定分布，在参考文献［291］中进行了修正。当将 MMEA 应用到当前问题时，必须通过寻找如下方程组的根（零）来确定 AOD α_m^{T} 和 AOA α_n^{R}

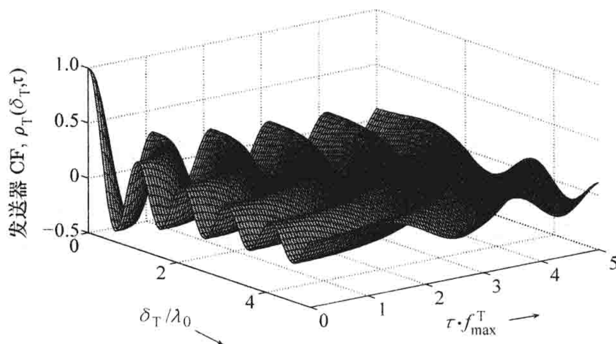


图 8.14　2×2MIMO 移动到参考信道模型（各向同性散射）的发送器 CF，$\rho_T(\delta_T, t)$

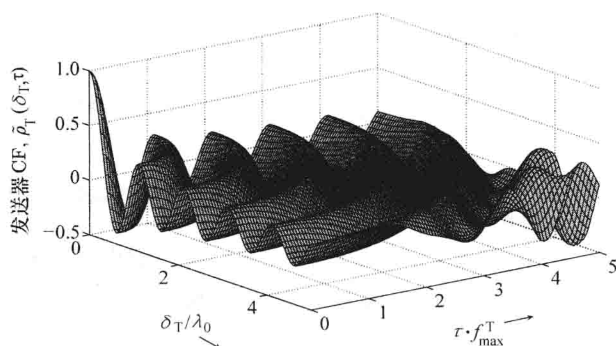


图 8.15　应用满足 $M=40$（各向同性散射）的 EMEDS 设计的 2×2 MIMO

移动到移动信道仿真器的发送器 CF，$\tilde{\rho}_T(\delta_T, \tau)$

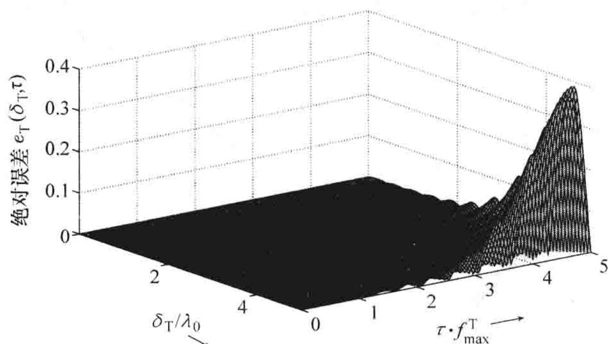


图 8.16　应用满足 $M=40$（各向同性散射）的 EMEDS

的绝对误差 $e_T(\delta_T, \tau) = |\rho_T(\delta_T, \tau) - \tilde{\rho}_T(\delta_T, \tau)|$

$$\frac{m-1/4}{M} - \int_{m_\alpha^T-\pi}^{\alpha_m^T} p_{\alpha^T}(\alpha^T)\mathrm{d}\alpha^T = 0, m = 1,2,\cdots,M \tag{8.98}$$

$$\frac{n-1/4}{M} - \int_{m_\alpha^R-\pi}^{\alpha_n^R} p_{\alpha^R}(\alpha^R)\mathrm{d}\alpha^R = 0, n = 1,2,\cdots,M \tag{8.99}$$

使用数值方法的寻根技术，提供了合适的 $\{\alpha_m^{\mathrm{T}}\}$ 和 $\{\alpha_n^{\mathrm{R}}\}$ 集合。作为一个参考，考虑图8.17中给出的发送器CF的绝对值 $|\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)|$。在使用 $m_\alpha^{\mathrm{T}}=60°$、$\kappa_{\mathrm{T}}=40$、$\alpha_v^{\mathrm{T}}=0°$ 和 $\beta_{\mathrm{T}}=90°$ 评估计算式（8.91）之后，得到该图形。为了说明MMEA的性能，将 M 设置等于50，并考虑图8.18和图8.19中的结果，其中分别给出发送器CF的绝对值 $|\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)|$ 和绝对误差 $e_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)$。采用参数 $m_\alpha^{\mathrm{T}}=60°$ 和 $\kappa_{\mathrm{T}}=40$，将MMEA应用到von Mises密度，得到所给出的图形。有意思的是注意到，在各向同性散射情形中，MMEA得到EMEDS给出的封闭形式解［式（8.92）和式（8.93）］。

3. L_p范数方法（LPNM）

如果AOD（AOA）在以发送器（接收器）为中心的环上是不均匀分布的，那么建议采用LPNM，这在5.1.6节进行了详细描述。将LPNM应用到双环MIMO信道模型，要求最小化如下两个 L_p 误差范数，计算模型参数 α_m^{T} 和 α_n^{R}：

$$E_{\mathrm{T}}^{(p)}:=\left\{\frac{1}{\delta_{\max}^{\mathrm{T}}\tau_{\max}^{\mathrm{T}}}\int_0^{\delta_{\max}^{\mathrm{T}}}\int_0^{\tau_{\max}^{\mathrm{T}}}|\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)-\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)|^p\mathrm{d}\delta_{\mathrm{T}}\mathrm{d}\tau\right\}^{1/p} \tag{8.100}$$

$$E_{\mathrm{R}}^{(p)}:=\left\{\frac{1}{\delta_{\max}^{\mathrm{R}}\tau_{\max}^{\mathrm{R}}}\int_0^{\delta_{\max}^{\mathrm{R}}}\int_0^{\tau_{\max}^{\mathrm{R}}}|\rho_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}},\tau)-\tilde{\rho}_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}},\tau)|^p\mathrm{d}\delta_{\mathrm{R}}\mathrm{d}\tau\right\}^{1/p} \tag{8.101}$$

式中，$p=1,2,\cdots$。这里 $\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)$ 和 $\rho_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}},\tau)$ 是分别由式（8.65）和式（8.66）给定的参考模型的发送器CF和接收器CF。使用参数对（$\delta_{\max}^{\mathrm{T}}$，$\tau_{\max}^{\mathrm{T}}$）和（$\delta_{\max}^{\mathrm{R}}$，$\tau_{\max}^{\mathrm{R}}$）来控制近似 $\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)\approx\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)$ 和 $\rho_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}},\tau)\approx\tilde{\rho}_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}},\tau)$ 的误差最小化的域。Fletcher-Powell优化算法[162]可被用于实施 $E_{\mathrm{T}}^{(p)}$ 和 $E_{\mathrm{R}}^{(p)}$ 的最小化。这个优化算法从 α_m^{T} 和 α_n^{R} 的起始值的良好选择方面受益，这些值可从前一小节描述的MMEA得到。注意模型参数 α_m^{T} 和 α_n^{R} 可独立地进行优化，原因是误差范数 $E_{\mathrm{T}}^{(p)}$ 是独立于 $E_{\mathrm{R}}^{(p)}$ 的，且反之亦然。通过使用 $p=100$ 和 $M=50$ 的LPNM得到的发送器CF绝对值 $|\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)|$ 的图形，如图8.20所示。最后，图8.21形象地给出得到的绝对误差 $e_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)$［式（8.97）引入的］。这个误差函数给出一种几乎等波动（equiripple）形状，其中可观察到 $e_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)$

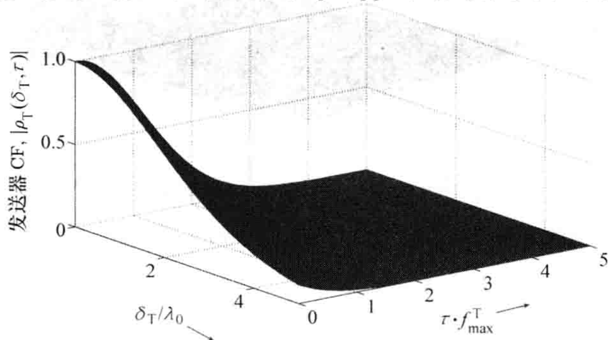


图8.17　在非各向同性散射条件下（采用 $m_\alpha^{\mathrm{T}}=60°$ 和 $\kappa_{\mathrm{T}}=40$ 的von Mises密度），2×2 MIMO移动到移动参考信道模型发送器CF的绝对误差 $|\rho_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\tau)|$

的最大值远远小于使用 MMEA 得到的那些最大值（见图 8.19）。LPNM 也已经被成功地应用于具有一个固定发送器的单环模型（8.2.4 节）和双环模型[290]。

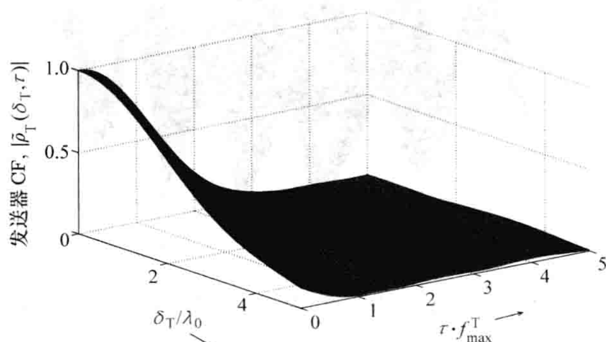


图 8.18　通过应用 $M=50$ 时 MMEA 设计的 2×2 MIMO 移动到移动参考信道模型的发送器 CF 的绝对误差 $|\tilde{\rho}_T(\delta_T,\tau)|$（非各向同性散射，采用 $m_\alpha^T=60°$ 和 $\kappa_T=40$ 的 von Mises 密度）

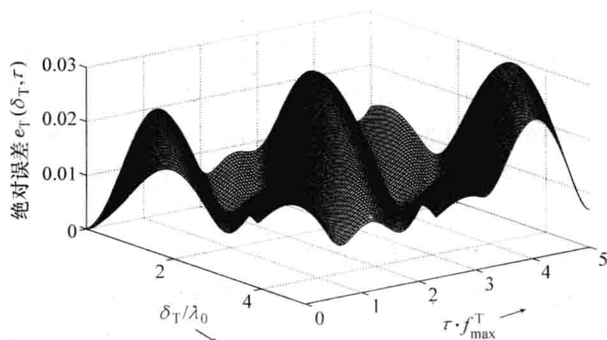


图 8.19　通过应用 $M=50$ 时的 MMEA 的绝对误差 $e_T(\delta_T,\tau)=|\rho_T(\delta_T,\tau)-\tilde{\rho}_T(\delta_T,\tau)|$（非各向同性散射，采用 $m_\alpha^T=60°$ 和 $\kappa_T=40$ 的 von Mises 密度）

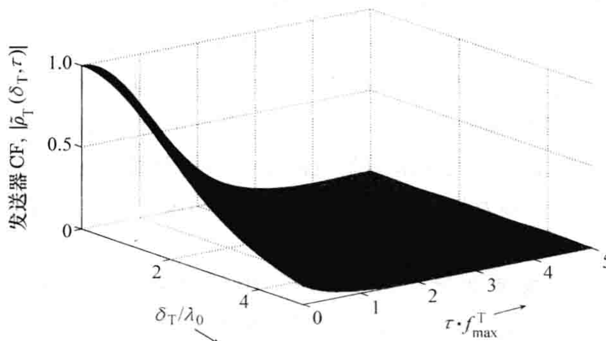


图 8.20　通过应用 $p=100$ 和 $M=50$ 时的 LPNM 设计 2×2 MIMO 移动到移动信道仿真器的发送器 CF 的绝对值 $|\tilde{\rho}_T(\delta_T,\tau)|$（非各向同性散射，采用 $m_\alpha^T=60°$ 和 $\kappa_T=40$ 的 von Mises 密度）

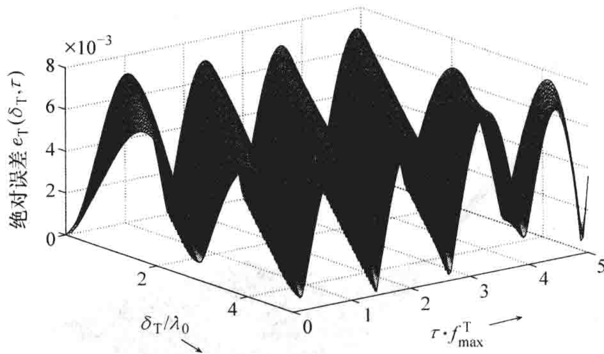


图8.21　通过应用 $p=100$ 和 $M=50$ 时的 LPNM 的绝对误差 $e_T(\delta_T,\tau)=|\rho_T(\delta_T,\tau)-\tilde{\rho}_T(\delta_T,\tau)|$（非各向同性散射，采用 $m_\alpha^T=60°$ 和 $\kappa_T=40$ 的 von Mises 密度）

8.4 椭圆 MIMO 信道模型

对于 MIMO 无线通信系统的设计和性能评估而言，极端重要的是具有准确的和真实的 MIMO 信道模型[228]。特别对于利用 MIMO 技术的宽带无线通信系统［如 MIMO 正交频分复用（OFDM）系统］的开发而言，就要求有信道模型，该模型考虑到时间、空间和频率相关性性质。如在参考文献［294］中就研究了这种空间—时间—频率 MIMO 信道模型。

本节给出由几何椭圆散射模型推导得到的一个空间—时间—频率 MIMO 信道模型。与单环模型[105,272,273]和双环模型[169,295]一样，椭圆模型属于最重要的几何学模型，在过去由这些模型推导得到空间信道模型。但是，单环模型和双环模型主要用于具有特定时间和空间相关性性质的窄带 MIMO 信道的建模。这就限制了将这些信道模型用于窄带移动通信系统的性能研究。与单环和双环模型相比，椭圆模型注定被用于具有特征时间、空间和频率相关性性质的宽带 MIMO 信道的建模，将在本节见证这一点。特别地，频率选择性特征使椭圆散射模型对未来移动通信系统的开发人员来说是非常有吸引力的，原因是人们的兴趣已经转到利用 MIMO-OFDM 技术的高数据速率无线系统的设计和性能研究[296]。最初，几何学椭圆模型是在参考文献［297］中针对微蜂窝和微微蜂窝环境提出的，其中天线高度较低，从而在基站附近的多径散射与移动站附近的散射一样。基于几何学椭圆模型得到进一步发展，例如在参考文献［106］中，其中针对单输入多输出（SIMO）信道，提出一种空间信道模型。

本节的材料受益于参考文献［298，299］中的结果，在这些文献中将参考文献［106］中的几何学椭圆散射 SIMO 信道模型扩展到发送器侧和接收器侧的多天线情形。该模型考虑到 AOD 和 AOA 是相关的。在参考文献［106］中首次推导得到 AOD 和 AOA 之间的准确关系，后来在参考文献［300］中进行了简化。使用参考文献［300］中的关系，为 3D 空间—时间 CCF、时间 ACF、2D 空间 CCF 和频率 CF 推导得到解析通解。

在假定各向同性和非各向同性散射条件下，将讨论并形象地展示最重要的相关性性质。由于其无穷大的计算复杂性，这里将所提的 MIMO 信道模型作为一个参考模型。对于具有给定空间—时间—频率相关性性质的一个高效 MIMO 信道仿真器的推导而言，参考模型是一个重要的框架。对于在由基本几何学散射模型作用的真实传播条件下的 MIMO 信道容量研究而言，参考模型也是非常有用的。

本节组织如下。8.4.1 节回顾几何学椭圆散射模型，其中局部散射体随机地分布在一个椭圆上。从椭圆散射模型开始，在 8.4.2 节推导相应的窄带空间—时间 MIMO 信道模型，其中假定有无穷数量的随机散射体，这些散射体由一个给定分布函数所表征。得到的模型被看作一个参考模型。在各向同性散射和非各向同性散射条件下，在 8.4.2 节也将分析模型的统计性质。在 8.4.3 节描述了相应的随机和确定性仿真模型。8.4.4 节给出两个重要的模型扩展。第一个扩展将多聚集场景集成到参考模型中。第二个扩展引入几个椭圆，在每个椭圆上有散射体的多个聚集，这得到一大类宽带空间—时间 MIMO 信道的参考模型。

8.4.1　几何学椭圆散射模型

推导一个 $M_{\mathrm{T}} \times M_{\mathrm{R}}$ MIMO 信道模型的起点是图 8.22 所示的几何学椭圆散射模型。这幅图说明了与某个路径长度关联的所有局部散射体 S_n（$n=1, 2, \cdots, N$）都位于一个椭圆上，其中基站和移动站位于焦点处。两个焦点之间的距离是 $2f$。椭圆的半长轴长度和半短轴长度分别是 a 和 b。

图 8.22　在椭圆上带有局部散射体 S_n 的 $M_{\mathrm{T}} \times M_{\mathrm{R}}$ MIMO 信道的几何学椭圆散射模型

假定基站是发送器，而移动站扮演接收器的角色。进而，假定发送器和接收器分别配备由 M_{T} 和 M_{R} 个天线单元组成的均匀线性天线阵列。角度 $\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{T}}$（$\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{R}}$）表示发送器（接

收器）天线阵列的倾斜角度，符号 $\delta_T(\delta_R)$ 描述发送器（接收器）天线阵列的天线单元间距。因为相比于参数 a 和 f，一般来说天线尺寸较小，则将从如下合理的假定受益，即不等式 $(M_T-1)\delta_T \ll a-f$ 和 $(M_R-1)\delta_R \ll a-f$ 成立。运动角度 α_v 描述 x 轴和运动方向的角度。最后，第 n 个被传输齐次平面波的 AOD 表示为 α_n^T，且相应的 AOA 表示为 $\alpha_n^R(n=1,2,\cdots,N)$。

8.4.2 椭圆 MIMO 信道模型的参考模型

1. 参考模型的推导

椭圆 MIMO 信道模型的参考模型的推导开始于图 8.22 所示的几何学散射模型。由此图，认识到由第 l 个发送器天线单元 $A_l^T(l=1,2,\cdots,M_T)$ 发出的第 n 个齐次平面波，在作用到第 k 个接收器天线单元 $A_k^R(k=1,2,\cdots,M_R)$ 之前，传播通过第 n 个局部散射体 $S_n(n=1,2,\cdots,N)$。参考模型基于这样的假定，即散射体 S_n 的数量 N 是无穷的。结果，在第 k 个接收器天线单元 A_k^R 处的散射分量由无穷个齐次平面波组成。就图 8.22 而言，由此，描述从 $A_l^T(l=1,2,\cdots,M_T)$ 到 $A_k^R(k=1,2,\cdots,M_R)$ 的链路的散射分量 $h_{kl}(\vec{r}_R)$ 可表示为如下齐次平面波的无穷和形式

$$h_{kl}(\vec{r}_R) = \lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N} E_n e^{j(\theta_n - \vec{k}_n^R\cdot\vec{r}_R - k_0 D_n)} \tag{8.102}$$

式中，E_n 和 θ_n 分别是路径增益和相位偏移，是由第 n 个传输平面波与局部散射体 S_n 的相互作用产生的。符号 $\vec{k}_n^R$ 表示指向第 n 个接收平面波传播方向的波向量，且 $\vec{r}_R$ 是接收器的空间转换向量。进而，k_0 是自由空间波数，由 $k_0=2\pi/\lambda_0$（λ_0 是波长）定义，且最后 D_n 表示一个平面波从 A_l^T 通过 S_n 传播到 A_k^R 的总距离长度。

假定由一个特定散射体 S_n 的增益 E_n 和相位偏移 θ_n，一般而言取决于从 S_n 看到的到达和发出波（incoming and emerging waves）的方向。因为 $(M_T-1)\delta_T \ll a-f$，所以从不同发送器天线发出而到达一个特定散射体 S_n 的波，都近似是同一角度。类似地，因为 $(M_R-1)\delta_R \ll a-f$ 成立，所以可得出结论，从散射体 S_n 反射（redirected）的波，以近似相同的角度到达不同接收器天线。这可得出这样的结论，即对于从不同发送器天线单元到达的（或传播到不同接收器天线单元的）波，由一个特定散射体 S_n 产生的增益 E_n 和相位偏移 θ_n 是相同的。进而，出于简单性考虑，假定每个散射体 S_n 引入一个恒定增益

$$E_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \tag{8.103}$$

和一个随机相位偏移 θ_n。相位偏移 θ_n 是独立同分布随机变量，每个变量具有区间 $[0, 2\pi)$ 上的一个均匀分布。注意式（8.103）首先意味着到达接收器天线阵列的所有平面波是等功率的，其次意味着散射分量 $h_{kl}(\vec{r}_R)$ 的平均功率 $E\{|h_{kl}(\vec{r}_R)|^2\}$ 等于一个单位。

式（8.102）中由发送器的移动产生的第二个相位分量 $\vec{k}_n^R\cdot\vec{r}_R$，可写为

$$\vec{k}_n^R\cdot\vec{r}_R = -2\pi f_{\max}\cos(\alpha_n^R - \alpha_v)t \tag{8.104}$$

式中，$f_{\max}$表示最大多普勒频率。

进而，式（8.102）中由传播的总距离产生的第三个相位分量 $k_0 D_n$，参考图 8.22，可表示为

$$k_0 D_n = \frac{2\pi}{\lambda_0}(D_{ln}^{\mathrm{T}} + D_{nk}^{\mathrm{R}}) \tag{8.105}$$

式中，D_{ln}^{T}表示从第 l 个发送器天线单元 A_l^{T}到散射体 S_n的距离，类似地 D_{nk}^{R}表示从散射体 S_n到第 k 个接收器天线单元 A_k^{R}的距离。通过使用（$M_{\mathrm{T}}-1$）$\delta_{\mathrm{T}} \ll a-f$、（$M_{\mathrm{R}}-1$）$\delta_{\mathrm{R}} \ll a-f$ 和 $\sqrt{1+x}\approx 1+x/2$（$x\ll 1$），这两个距离可近似为

$$D_{ln}^{\mathrm{T}} \approx D_n^{\mathrm{T}} - (M_{\mathrm{T}}-2l+1)\frac{\delta_{\mathrm{T}}}{2}\cos(\alpha_n^{\mathrm{T}}-\beta_{\mathrm{T}}) \tag{8.106}$$

$$D_{nk}^{\mathrm{R}} \approx D_n^{\mathrm{R}} - (M_{\mathrm{R}}-2k+1)\frac{\delta_{\mathrm{R}}}{2}\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}}-\beta_{\mathrm{R}}) \tag{8.107}$$

式中，D_n^{T}和 D_n^{R}是图 8.22 所示的从两个焦点到散射体 S_n的距离。

现在，将式（8.103）~式（8.105）代入式（8.102）并使用式（8.106）和式（8.107）中的近似之后，描述从第 l 个发送器天线单元 A_l^{T}（$l=1, 2, \cdots, M_{\mathrm{T}}$）到第 k 个接收器天线单元 A_k^{R}（$k=1, 2, \cdots, M_{\mathrm{R}}$）链路的所建议参考模型的复数信道增益 $h_{kl}(t)$ 可表示为

$$h_{kl}(t) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{n=1}^{N} a_{ln} b_{kn} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_n t+\theta_n+\theta_0)} \tag{8.108}$$

式中

$$a_{ln} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi(M_{\mathrm{T}}-2l+1)(\delta_{\mathrm{T}}/\lambda_0)\cos(\alpha_n^{\mathrm{T}}-\beta_{\mathrm{T}})} \tag{8.109}$$

$$b_{kn} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi(M_{\mathrm{R}}-2k+1)(\delta_{\mathrm{R}}/\lambda_0)\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}}-\beta_{\mathrm{R}})} \tag{8.110}$$

$$f_n = f_{\max}\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}}-\alpha_{\mathrm{v}}) \tag{8.111}$$

$$\theta_0 = -\frac{4\pi a}{\lambda_0} \tag{8.112}$$

就像对单环模型和双环模型一样，式（8.108）中的恒定相位偏移 θ_0可设置为零，原因是这个参数对参考模型的统计性质没有影响。分析式（8.108）中的复数信道增益 $h_{kl}(t)$的统计性质，揭示出 $h_{kl}(t)$ 的均值和方差分别等于 0 和 1。由此，通过使用中心极限定理，得到 $h_{kl}(t)$ 是均值为 0 方差为 1 的一个复数高斯过程。结果，可得出结论，包络 $|h_{kl}(t)|$ 的分布等于瑞利分布。

在参考模型中，AODα_n^{T}和 AOAα_n^{R}是相关的。通过使用三角恒等式，可以用 AOAα_n^{R}表示 AODα_n^{T}，如下[106,300]

$$\alpha_n^{\mathrm{T}} = \begin{cases} f(\alpha_n^{\mathrm{R}}) & 0<\alpha_n^{\mathrm{R}}\leqslant\alpha_0 \\ f(\alpha_n^{\mathrm{R}})+\pi & \alpha_0<\alpha_n^{\mathrm{R}}\leqslant 2\pi-\alpha_0 \\ f(\alpha_n^{\mathrm{R}})+2\pi & 2\pi-\alpha_0<\alpha_n^{\mathrm{R}}\leqslant 2\pi \end{cases} \tag{8.113}$$

式中

$$f(\alpha_n^{\mathrm{R}}) = \arctan\left[\frac{(\kappa_0^2-1)\sin(\alpha_n^{\mathrm{R}})}{2\kappa_0+(\kappa_0^2+1)\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}})}\right] \tag{8.114}$$

和

$$\alpha_0 = \pi - \arctan\left(\frac{\kappa_0^2-1}{2\kappa_0}\right) \tag{8.115}$$

式（8.114）和式（8.115）中的参数 κ_0等于椭圆的离心率的倒数值，即 $\kappa_0 = 1/e = a/f$。

2. 参考模型的相关函数

依据参考文献［273］，A_l^{T}到 A_k^{R}和 $A_{l'}^{\mathrm{T}}$到 $A_{k'}^{\mathrm{R}}$链路的3D空间—时间 CCF 定义为复数信道增益 $h_{kl}(t)$和 $h_{k'l'}(t)$的相关性，即

$$\rho_{kl,k'l'}(\delta_{\mathrm{T}},\delta_{\mathrm{R}},\tau):=E\{h_{kl}(t)h_{k'l'}^*(t+\tau)\} \tag{8.116}$$

注意期望算子必须应用到所有随机变量（θ_n和 α_n^{R}），其中记住 AODα_n^{T}是满足式（8.113）的 AOAα_n^{R}的一个函数。通过将式（8.108）代入式（8.116），并在第一步中在随机相位 θ_n上求平均，得到式（8.116）的解。可将3D空间—时间 CCF 表示为如下形式

$$\rho_{kl,k'l'}(\delta_{\mathrm{T}},\delta_{\mathrm{R}},\tau) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}E\{a_{ll'n}^2 b_{kk'n}^2 \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_n\tau}\} \tag{8.117}$$

式中

$$a_{ll'n} = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi(l-l')(\delta_{\mathrm{T}}/\lambda_0)\cos(\alpha_n^{\mathrm{T}}-\beta_{\mathrm{T}})} \tag{8.118}$$

$$b_{kk'n} = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi(k-k')(\delta_{\mathrm{R}}/\lambda_0)\cos(\alpha_n^{\mathrm{R}}-\beta_{\mathrm{R}})} \tag{8.119}$$

在第二步，计算随机变量 α_n^{R}分布的统计平均。注意到，如果局部散射体数 N 趋于无穷，那么离散 AOD α_n^{T}和离散 AOA α_n^{R}变为分别由 α^{T}和 α^{R}表示的连续随机变量，其中记住 α^{T}是满足式（8.113）的 α^{R}的一个函数。对应于微分角度 dα^{R}的复数信道增益的无穷小功率正比于 $p_{\alpha^{\mathrm{R}}}(\alpha^{\mathrm{R}})$ dα^{R}，其中 $p_{\alpha^{\mathrm{R}}}(\alpha^{\mathrm{R}})$ 表示 α^{R}的分布。当 $N\to\infty$，这个无穷小贡献必须等于 $1/N$，即 $1/N = p_{\alpha^{\mathrm{R}}}(\alpha^{\mathrm{R}})$ dα^{R}。由这个事实，从式（8.117）得到，参考模型的3D空间—时间 CCF 可写为

$$\rho_{kl,k'l'}(\delta_{\mathrm{T}},\delta_{\mathrm{R}},\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} a_{ll'}^2(\delta_{\mathrm{T}},\alpha^{\mathrm{T}})b_{kk'}^2(\delta_{\mathrm{R}},\alpha^{\mathrm{R}})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f(\alpha^{\mathrm{R}})\tau}p_{\alpha^{\mathrm{R}}}(\alpha^{\mathrm{R}})\mathrm{d}\alpha^{\mathrm{R}} \tag{8.120}$$

式中

$$a_{ll'}(\delta_{\mathrm{T}},\alpha^{\mathrm{T}}) = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi(l-l')(\delta_{\mathrm{T}}/\lambda_0)\cos(\alpha^{\mathrm{T}}-\beta_{\mathrm{T}})} \tag{8.121}$$

$$b_{kk'}(\delta_{\mathrm{R}},\alpha^{\mathrm{R}}) = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi(k-k')(\delta_{\mathrm{R}}/\lambda_0)\cos(\alpha^{\mathrm{R}}-\beta_{\mathrm{R}})} \tag{8.122}$$

$$f(\alpha^{\mathrm{R}}) = f_{\max}\cos(\alpha^{\mathrm{R}}-\alpha_v) \tag{8.123}$$

这个结果表明，3D空间—时间 CCF$\rho_{kl,k'l'}(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}}, \tau)$ 独立于描述椭圆的参数 a、b 和 f。

定义为 $\rho_{kl,k'l'}(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}}) := E\{h_{kl}(t)h_{k'l'}^*(t)\}$ 的2D空间 CCF$\rho_{kl,k'l'}(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}})$ 等于 $\tau=0$ 处的3D空间—时间 CCF$\rho_{kl,k'l'}(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}}, \tau)$，即 $\rho_{kl,k'l'}(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}}) = \rho_{kl,k'l'}(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}}, 0)$。因此

$$\rho_{kl,k'l'}(\delta_{\mathrm{T}},\delta_{\mathrm{R}}) = \int_{-\pi}^{\pi} a_{ll'}^2(\delta_{\mathrm{T}},\alpha^{\mathrm{T}})b_{kk'}^2(\delta_{\mathrm{R}},\alpha^{\mathrm{R}})p_{\alpha^{\mathrm{R}}}(\alpha^{\mathrm{R}})\mathrm{d}\alpha^{\mathrm{R}} \tag{8.124}$$

上面的结果表明，一般而言，2D空间 CCF $\rho_{kl,k'l'}(\delta_{\mathrm{T}}, \delta_{\mathrm{R}})$ 不支持 Kronecker 表示，意味

着 $\rho_{kl,k'l'}(\delta_T, \delta_R)$ 可表示为由两项组成的一个乘积，即第一项仅是 δ_T的一个函数，第二项是 δ_R的一个函数。这个论断与基于几何学单环散射模型的 MIMO 信道模型是一致的，但与 AOD α^T和 AOA α^R是独立的双环散射模型不同。

复数信道增益 $h_{kl}(t)$ 的时间 ACF $r_{h_{kl}}(\tau)$ 定义为 $r_{h_{kl}}(\tau) := E\{h_{kl}(t)\ h_{kl}^*(t+\tau)\}$。通过将天线单元间距 δ_T和 δ_R设置为零，从 3D 空间—时间 CCF$\rho_{kl,k'l'}(\delta_T, \delta_R, \tau)$ 可得到时间 ACF $r_{h_{kl}}(\tau)$，即 $r_{h_{kl}}(\tau) = \rho_{kl,k'l'}(\delta_T, \delta_R, 0)$。在两种情形中，对于所有 $k=1, 2, \cdots, M_R$和 $l=1, 2, \cdots, M_T$，得到

$$r_{h_{kl}}(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{-j2\pi f_{\max}\cos(\alpha^R - \alpha_v)} p_{\alpha^R}(\alpha^R)\,d\alpha^R \tag{8.125}$$

注意复数信道增益 $h_{kl}(t)$ 的时间 ACF $r_{h_{kl}}(\tau)$，对于从 $A_l^T(l=1, 2, \cdots, M_T)$ 到 $A_k^R(k=1, 2, \cdots, M_R)$ 的所有链路而言是相同的。在各向同性散射［表征为 $p_{\alpha^R}(\alpha^R) = 1/(2\pi)$］的情形中，上述积分可以解析方式求解，得到 $r_{h_{kl}}(\tau) = J_0(2\pi f_{\max}\tau)$。

3. 形象化的范例和数值结果

在本节，将给出各向同性散射和非各向同性散射情形中 2D 空间 CCF$\rho_{kl,k'l'}(\delta_T, \delta_R)$ 和时间 ACF $r_{h_{kl}}(\tau)$ 的一些形象范例。出于这个目的，采用 von Mises 密度表征 AOAα^R的分布。带有参数 κ 和 m_α 的 von Mises 密度由式（8.26）给定。

针对 2D 空间 CCF $\rho_{11,12}$（δ_T，δ_R）和时间 ACF $r_{h_{kl}}$（τ）得到的一些数值结果分别如图 8.23 和图 8.24 所示。在各向同性散射（$\kappa=0$）的假定下，这些结果是有效的。图 8.25 和图 8.26 形象地给出非各向同性散射条件下，$|\rho_{11,22}(\delta_T, \delta_R)|$ 和 $|r_{h_{kl}}(\tau)|$ 的形状，其中假定 AOA α^R遵循参数 $\kappa=10$ 和 $m_\alpha=0$ 的 von Mises 分布。在所有范例中，假定移动站向基站方向运动，这意味着运动角度 α_v设置为 π。

8.4.3　椭圆 MIMO 信道模型的仿真模型

1. 随机仿真模型

依据确定性信道建模的一般概念，从 8.4.2 节中描述的参考模型可得到一个随机仿真模型，其中仅使用有限数量的散射体。因此，从 $A_l^T(l=1, 2, \cdots, M_T)$ 到 $A_k^R(k=1, 2, \cdots, M_R)$ 链路的复数信道增益 $\hat{h}_{kl}(t)$ 可写为

$$\hat{h}_{kl}(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{N} a_{ln} b_{kn} e^{j(2\pi f_n t + \theta_n)} \tag{8.126}$$

式中，a_{ln}、b_{kn}和 f_n分别由式（8.109）、式（8.110）和式（8.111）给定。与参考模型相比，离散 AOD α_n^T和 AOA α_n^R现在是常数，将在本节第 3 部分“参数计算方法”确定。相位 θ_n仍然是独立同分布均匀分布的随机变量。结果，$\hat{h}_{kl}(t)$ 表示一个随机过程。

随机仿真模型的 3D 空间—时间 CCF $\hat{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T, \delta_R, \tau)$ 可表示为如下封闭形式

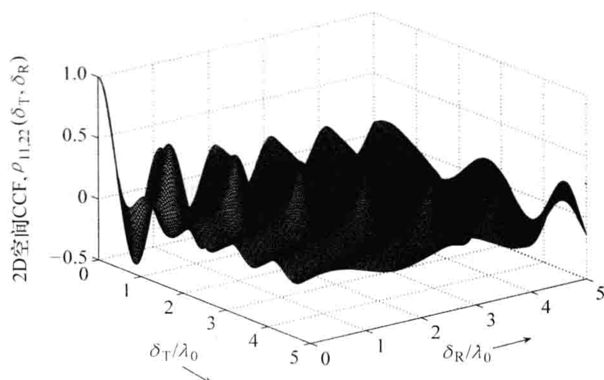


图 8.23　参考模型的 2D 空间 CCF，$\rho_{11,22}(\delta_T, \delta_R)$（各向同性散射）

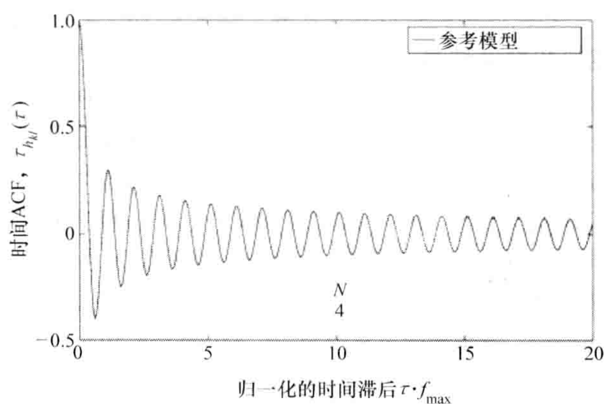


图 8.24　参考模型的时间 ACF，$r_{h_{kl}}(\tau)$（各向同性散射）

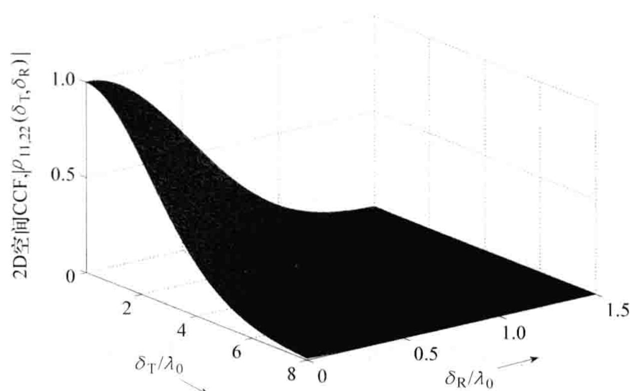


图 8.25　参考模型的 2D 空间 CCF，$|\rho_{11,22}(\delta_T, \delta_R)|$ 的绝对值（非各向同性散射，具有参数 $\kappa = 10$ 和 $m_\alpha = 0$ 的 von Mises 密度）

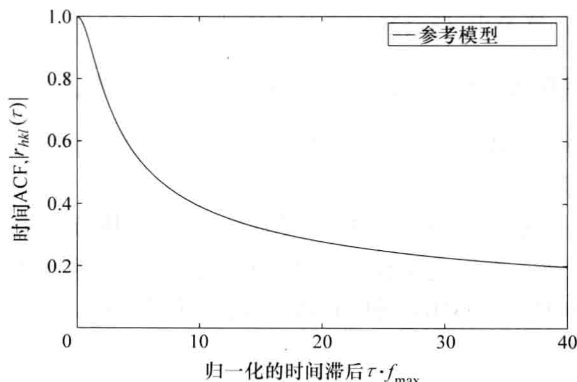


图 8.26　参考模型的时间 ACF，$|r_{h_{kl}}(\tau)|$ 的绝对值（非各向同性散射，具有参数 $\kappa=10$ 和 $m_\alpha=0$ 的 von Mises 密度）

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T,\delta_R,\tau):&=E\{\hat{h}_{kl}(t)\hat{h}^*_{k'l'}(t+\tau)\}\\&=\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}a^2_{ll'n}(\delta_T)b^2_{kk'n}(\delta_R)\mathrm{e}^{-j2\pi f_n\tau}\end{aligned}\tag{8.127}$$

式中，$a_{ll'n}(\delta_T)$ 和 $b_{kk'n}(\delta_R)$ 分别由式（8.118）和式（8.119）给定。

进而，随机仿真模型的 2D 空间 CCF $\hat{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T,\ \delta_R)$ 可表示为

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T,\delta_R):&=E\{\hat{h}_{kl}(t)\hat{h}^*_{k'l'}(t)\}\\&=\hat{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T,\delta_R,0)\\&=\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}a^2_{ll'n}(\delta_T)b^2_{kk'n}(\delta_R)\end{aligned}\tag{8.128}$$

最后，注意到随机仿真模型的时间 ACF $\hat{r}_{h_{kl}}(\tau)$ 等于式（8.32）中的表达式。这意味着对于任意给定集合 $\{f_n\}_{n=1}^{N}$，单环模型和椭圆模型具有相同的时间相关性性质。

2. 确定性仿真模型

通过固定所有模型参数（包括相位 θ_n），由随机模型可得到确定性仿真模型。同样，随机过程 $\hat{h}_{kl}(t)$ 的单一样本函数将表示为 $\tilde{h}_{kl}(t)$。

得到确定性仿真模型的 3D 空间—时间 CCF $\tilde{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T,\ \delta_R,\ \tau)$ 为

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T,\delta_R,\tau):&=<\tilde{h}_{kl}(t)\tilde{h}^*_{k'l'}(t+\tau)>\\&=\hat{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T,\delta_R,\tau)\end{aligned}\tag{8.129}$$

式中，$\hat{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T,\ \delta_R,\ \tau)$ 由式（8.127）给定。这个结果证明了随机 MIMO 信道仿真器对 3D 空间—时间 CCF 的遍历性质。

类似地，定义为 $\tilde{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T,\ \delta_R):\ =<\tilde{h}_{kl}(t)\ \ \tilde{h}^*_{k'l'}(t+\tau)>$的 2D 空间 CCF $\tilde{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T,\ \delta_R)$ 可恒等为

$$\tilde{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T,\delta_R)=\hat{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T,\delta_R)\tag{8.130}$$

式中，$\hat{\rho}_{kl,k'l'}(\delta_T, \delta_R)$ 等于式（8.128）中的表达式。

最后，提到确定性仿真模型的时间 ACF $\tilde{r}_{h_{kl}}(\tau) := \langle \tilde{h}_{kl}(t)\ \tilde{h}^*_{kl}(t+\tau) \rangle$ 等于随机仿真模型的时间 ACF，即 $\tilde{r}_{h_{kl}}(\tau) = \hat{r}_{h_{kl}}(\tau)$，其中 $\hat{r}_{h_{kl}}(\tau)$ 由式（8.32）给定。

3. 参数计算方法

因为 AOD α_n^T 通过式（8.113）与 AOA α_n^R 发生关系，则得到要确定的仅有模型参数是集合 $\{\alpha_n^R\}_{n=1}^N$ 的元素。在各向同性散射情形中，α_n^R 应该首选使用 EMEDS 计算得到，而当散射是非各向同性时，MMEA 和 LPNM 提供高质量的解。在 8.3.5 节详细描述了 EMEDS、MMEA 和 LPNM。

8.4.4　模型扩展

在本节，将说明所提 MIMO 信道模型如何扩展到散射体的多个集群和频率可选择性。

1. 扩展到散射体的多个集群

考虑图 8.27，该图画出位于单一椭圆上$\mathcal{C}$个散射体集群组成的一个传播场景。为了

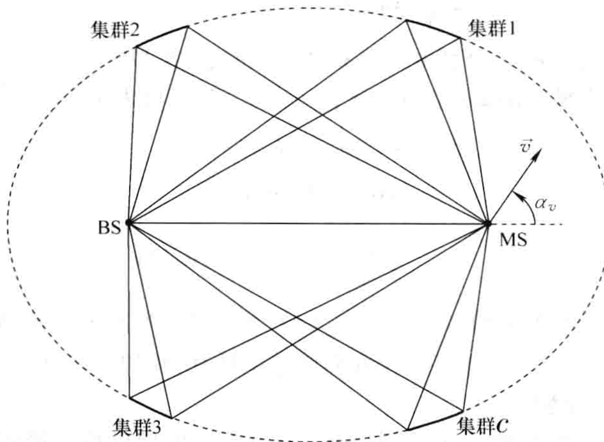


图 8.27　在一个椭圆上具有多个散射体集群的几何学椭圆散射模型

在不同集群间做出区分，为所有受影响的符号加上下标 $(\cdot)_c$ $(c = 1, 2, \cdots, \mathcal{C})$，即写为 $h_{kl,c}(t)$，κ_c，$m_{\alpha,c}$ 等。对于 c 的不同值，每个复数信道增益 $h_{kl,c}(t)$ 可由不同参数 κ_c 和 $m_{\alpha,c}$ 表征。那么所得到的复数信道增益 $z_{kl}(t)$（描述一个多集群 $M_T \times M_R$ MIMO 信道中从 $A_l^T(l = 1, 2, \cdots, M_T)$ 到 $A_k^R(k = 1, 2, \cdots, M_R)$ 链路）由所有$\mathcal{C}$个集群的接收散射分量的叠加给定，即

$$z_{kl}(t) = \sum_{c=1}^{\mathcal{C}} w_c h_{kl,c}(t) \tag{8.131}$$

式中，w_c 是表示第 c 个集群的加权系数的实数值常数。为了将 $z_{kl}(t)$ 的均值功率归一化为 1 个单位，对加权系数 w_c 施加边界条件 $\sum_{c=1}^{\mathcal{C}} w_c^2 = 1$。

2. 扩展到频率可选择性

所建议频率选择 MIMO 信道的基本几何学椭圆散射模型如图 8.28 所示。与第 l 条离散传播路径 τ'_ℓ 关联的复数信道增益将表示为 $z_{kl,\ell}(t)$。这种表示法使我们可将所建议参考模型的时变脉冲响应表示为

$$h_{kl}(\tau',t) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} a_\ell z_{kl,\ell}(t)\delta(\tau' - \tau'_\ell) \tag{8.132}$$

式中，$\mathcal{L}$表示具有不同传播延迟 τ'_ℓ 的离散传播路径数，且 a_ℓ 表示第 l 条路径的增益。

脉冲响应 $h_{kl}(\tau',\ t)$ 有关 τ' 的傅里叶变换被称为时变传递函数 $H_{kl}(f',\ t)$。因此，由式（8.132），得到

$$H_{kl}(f',t) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} a_\ell z_{kl,\ell}(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f'\tau'_\ell} \tag{8.133}$$

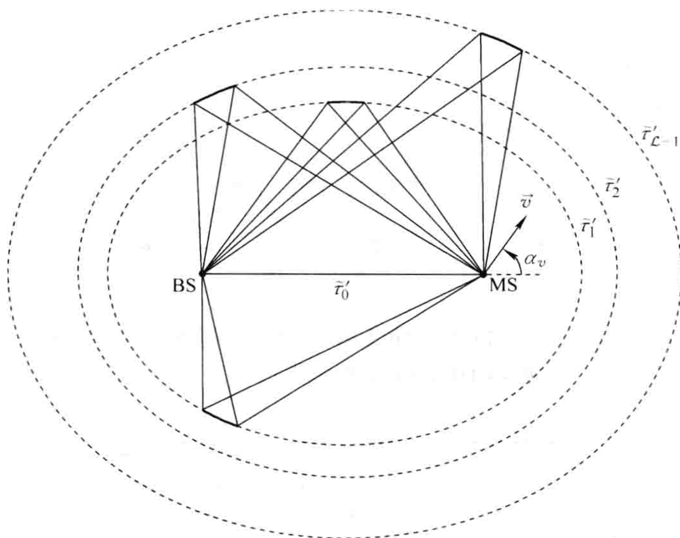


图 8.28　位于$\mathcal{L}$个椭圆上多个散射体集群的一个频率选择 MIMO 信道的几何学椭圆散射模型

表示为 $r_{\tau'}(\upsilon')$ 并定义为 $r_{\tau'}(\upsilon') := E\{H_{kl}(f',\ t)\ H^*_{kl}(f'+\upsilon',\ t)\}$ 的参考模型的频率 CF，可表示为

$$r_{\tau'}(\upsilon') = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} a_\ell^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\upsilon'\tau'_\ell} \tag{8.134}$$

$r_{\tau'}(\upsilon')$ 的傅里叶变换给出功率延迟剖面（延迟功率谱密度）

$$S_{\tau'}(\tau') = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1} a_\ell^2 \delta(\tau' - \tau'_\ell) \tag{8.135}$$

上面的结果表明频率 CF $r_{\tau'}(\upsilon')$ 和功率延迟剖面 $S_{\tau'}(\tau')$ 是完全由传播路径数$\mathcal{L}$、路径增益 a_ℓ 和传播延迟 τ'_ℓ 确定的。这是一项重要的观察结果，原因是这时可将所建议信道模型的频率 CF $r_{\tau'}(\upsilon')$ 拟合到由集合 $\{a_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$ 和 $\{\tau'_\ell\}_{\ell=0}^{\mathcal{L}-1}$ 表征的任意给定的指定（或被测）频率 CF。当然对于任意给定的（指定的或被测的）离散功率延迟剖面而言，相同的论断成立，这是由于频率 CF 和功率延迟剖面之间存在傅里叶变换关系。在信道模

型的许多规范（如 COST 207 信道模型[19]、SUI 信道模型[301]和 HIPERLAN/2 信道模型[20]）中，可找到模型参数的合适值。

为了形象地说明结果，拾取 18 路径 HIPERLAN/2 信道模型 C，该模型是在参考文献［20］中针对大型开放区域在视距路径被遮挡的假定下进行规范的。规范的模型参数列于附录 7. B 的表 7. B. 2 中。将这些参数代入式（8. 134）和式（8. 135），可解析性地研究频率 CF $r_{\tau'}(v')$ 和功率延迟剖面 $S_{\tau'}(\tau')$。出于说明目的，在图 8. 29 中给出频率 CF 绝对值 $|r_{\tau'}(\tau')|$ 的一幅图。图 8. 30 给出相应的功率延迟剖面 $S_{\tau'}(\tau')$。

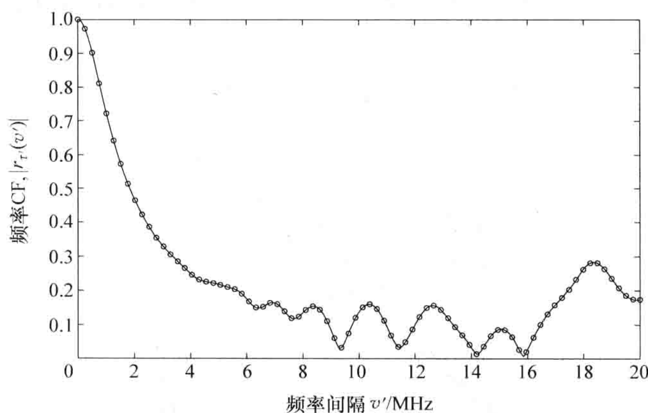


图 8. 29 使用 18 路径 HIPERLAN/2 信道模型 C[20]时参考模型的频率 CF 的绝对值 $|r_{\tau'}(v')|$

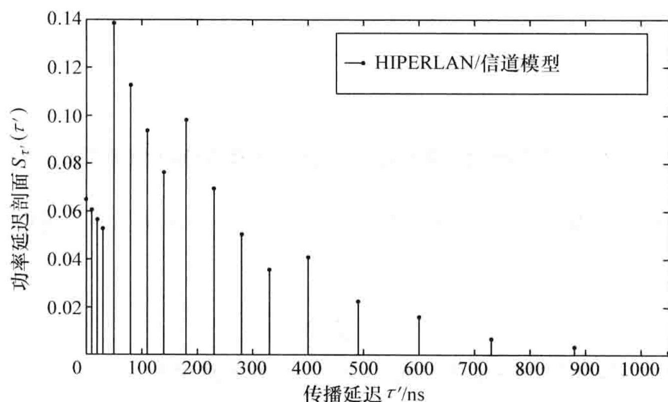


图 8. 30 18 路径 HIPERLAN/2 信道模型 C[20]的功率延迟剖面 $S_{\tau'}(\tau')$

8. 5 扩展阅读

在参考文献［117，302］中给出 MIMO 无线系统的一项信息型综述。参考文献

[302] 回顾了 MIMO 信道建模的一些方面。其中描述的信道模型被分类为理论模型、启发式模型、宽带信道模型和测量模型。具有领先意识的同一作者也发表了有关 MIMO 空间—时间编码无线系统的教学（指南性）文章[303]。本文包含讨论 MIMO 信道建模的一节，其中给出准—稳态窄带和时变宽带 MIMO 信道模型的介绍。

在参考文献 [228] 中给出空间信道模型（不必是 MIMO 信道模型）的一个有意思的综述。该文简洁地介绍了 Lee 的模型、基于几何学的单弹性统计信道模型的各种类型、修正的 Saleh-Valenzuela 模型、扩展的分支延迟线模型、基于测量的信道模型和射线跟踪（ray tracing）模型。在参考文献 [228] 的表 3 给出所介绍空间信道模型的汇总，其中简洁地描述了每种模型的主要特征，并给出进一步研究的参考文献。

在参考文献 [230] 中可找到 MIMO 传播信道模型的另一项综述，其中考虑了窄带和宽带信道模型。本文是本书作者之一博士论文[304]的简短版本。简洁地讨论了不同的 MIMO 信道模型，包括单环和双环模型、扩展的 Saleh-Valenzuela 模型[305]、COST 259 有向信道模型[275]、EM 散射模型[306]和虚拟信道模型[307]。本文也报告了在 IST SATURN 项目内得到的各种测量结果，并将测量结果与一些建议的信道模型做了比较。测量数据是通过使用 Medav RUSK BRI 向量测量器收集的。这种信道测量器在发送器侧有八单元全向均匀线性阵列（ULA）和在接收器侧具有 120°波束宽的八单元 ULA。在参考文献 [231] 中也可找到无线 MIMO 系统的信道和无线传播模型的一项透彻综述。

可以许多种方式完成 MIMO 信道模型的分类。这里将它们分类为基于几何学的 MIMO 信道模型、基于测量的 MIMO 信道模型、分析性 MIMO 信道模型和标准化的 MIMO信道模型。

基于几何学的 MIMO 信道模型形成本章的核心。除了所讨论的单环、双环和椭圆信道模型外，存在大量基于其他几何学形状的信道模型。如对于室外无线蜂窝网络，提出了如下基于几何形状的信道模型：均匀环状模型[308-313]、均匀切饼（pie-cut）模型[313]、均匀空盘（hollow-disk）模型[314]、反抛物线（inverted-parabolic）环形模型[315]、圆锥环状模型[308]、均匀椭圆模型[297,309,311,316]、高斯模型[317-319]和瑞利环状模型[320]。通过使用经验数据集的所有这些基于几何学的信道模型的评估，是参考文献[321]中研究探讨的主题。在参考文献[322]中可找到具有双曲线分布散射体的宏蜂窝环境的一个基于几何形状的信道模型。在参考文献[323]中也研究了这个模型，其中研究了双曲线分布散射体扩散对信道容量的影响。讨论移动到移动传播信道的几篇文章出现在 SISO 系统的文献中。在参考文献[79，80]中报告了早期研究，其中通过将焦点放在时变传递函数的表征方面，研究探讨了一个移动到移动衰落信道的统计性质。后来在参考文献[324]中，针对 3D 散射环境的情形，研究了时间相关性性质和多普勒功率谱密度。在参考文献[325]中，使用基于射线—光学技术的一种方法，建模波传播。以时间序列的方式，得到的脉冲响应与完全的信道信息相结合，这些序列可直接用于系统仿真。在参考文献 [288] 中描述了室外到室内移动到移动信道的试验测量。其中提出真实的移动到移动衰落信道的统计性质可合适地由一个多瑞利信道模型描述。在参考文献 [326] 中报告了移动车辆间 60GHz 处无线电波传播特征的试验结果，其中也展示了数据传输的可行

性。在参考文献［112］中也讨论了移动到移动信道的仿真模型的开发，其中作者关注于讨论窄带 SISO 信道的仿真。在参考文献［123］中介绍了协作网络中移动到移动 MIMO 信道的基于几何学的三环信道模型。另外，引用参考文献［327］，其中可找到针对车辆到车辆的一种基于几何学的随机 MIMO 信道模型。

基于测量的信道模型定位于将信道模型的统计性质拟合到快照测量数据的统计性质。目标函数包括包络的概率密度函数，时间、空间和频率的相关函数，或换种说法是相应的功率谱密度。如果信道模型完美地拟合被测信道，那么信道模型称为是一个完美的信道模型。在 7.6.2 节针对宽带 SISO 信道描述了完美信道建模的概念。在 7.6.3 节给出了将这个概念应用于一个被测宽带室内信道的情况。在参考文献［122］和［328］中可分别找到将完美信道建模方法扩展到空间—时间信道和 MIMO 信道的内容。在参考文献［329，330］中报告了开发非完美但仍然高度准确的基于测量的 MIMO 信道模型的基本技术。在参考文献［331］中给出针对 MIMO 和超宽带信道的各种基于测量的信道模型。在参考文献［332］中描述了车辆到车辆 MIMO 信道建模的一种基于测量的方法。

解析性 MIMO 信道模型，以一种解析方式，在没有显式考虑平面波物理传播效应的条件下，表征一个信道的时变脉冲响应（或等价地是时变传递函数）。在系统性能研究和空间—时间编码算法评估的语境下，解析性信道模型对于合成 MIMO 信道矩阵是非常有吸引力的。最常用的解析性 MIMO 信道模型是 Kronecker 模型[333]、Weichselberger 模型[334]和虚拟信道表示[335]。Kronecker 模型假定独立的发送器和接收器相关性函数。Weichselberger 模型以更一般的方式支持 MIMO 信道的建模，并包括 Kronecker 模型作为一个特例。相对这两种模型，虚拟信道表示[335]在波束空间而不是特征空间中对 MIMO 信道建模。在预测各种信道指标方面[336]，这些解析性模型的比较表明，相比 Kronecker 模型和虚拟信道表示，Weichselberger 模型提供较佳的匹配。在参考文献［337］中给出另一种解析性 MIMO 信道模型，它是使用正交化技术开发的，其中使用椭圆球面波函数作为一个统一基础。

标准化的 MIMO 信道模型，为新的无线 MIMO 系统的开发，提供了一个重要工具。这类信道模型包括 COST 273 MIMO 信道模型[338]、3GPP-3GPP2 空间信道模型（SCM）[339]、WINNER Ⅱ信道模型[340]、TGn 信道模型[341]和斯坦福大学临时（SUI）信道模型[342]。在参考文献[338]的 6.8 节和其中引用的文献中详细描述了 COST 273 MIMO 信道模型。关键概念是基于几何形状的随机建模理念。COST 273 MIMO 信道模型是 COST 259 有向信道模型[275]的后继者，但在几个方面有所不同。相比 COST 273 模型，一个方面是 AOA 和 AOD 分布的建模是不同的。另一个不同方面是定义了许多新的传播场景，例如对等场景和固定—无限—接入场景。COST 273 MIMO 信道模型结合了几项新的特征，如双重散射和极化。3GPP-3GPP2 SCM[339]，是针对 2GHz 载波频率室外环境中 MIMO 系统和 5MHz 带宽的系统的性能评估，由 3GPP-3GPP2 开发的。它使用基于几何形状的随机信道建模方法，其中模型参数的一个子集是随机的。3GPP-3GPP2 SCM 结合了重要的参数，如传播延迟、多普勒频率、AOD、AOA、角度扩展和相位。它也考虑了发送器和接收器处天线阵列的天线间距，这使互耦合效应的研究是可行的。WINNER

Ⅱ信道模型[340]也是通过应用基于几何形状的随机信道建模方法开发的。这使构造任意双重有向 MIMO 信道模型成为可能。WINNER Ⅱ信道模型是天线无关的，但它们允许包括不同的天线配置和不同的单元模式。信道参数是依据从测量数据抽取的分布，以统计方式确定的。针对延迟扩展、传播延迟、角度扩展、阴影衰落和交叉极化比，指定各种分布。对于每个信道快照，信道参数是从其相应的分布中运算得到的。通过对具体信道参数（如延迟、功率、AOA 和 AOD）射线的贡献求和，产生信道实现。通过使用相同方法，但采用不同参数，对不同场景进行建模。IEEE 802.11n 的 TGn 信道模型[341]是针对运行在 2GHz 和 5GHz、带宽高达 100MHz 的载波频率的室内 MIMO 无线局域网（WLAN）开发的。TGn 信道模型由标记为 A ~ F 的六个信道模型的一个集合组成，覆盖如下环境：小型办公室、典型办公室、大型办公室、驻地家庭和大型空间（室内和室外）。针对这六种环境的每种环境，并因此针对相应的 TGn 信道模型，指定了一个参数集合。每个信道模型包括一个路径损失模型、一个阴影模型和一个 MIMO 多径衰落信道模型，后者由功率延迟剖面、空间性质、K-因素（K-factor）分布和多普勒频谱。SUI 信道模型[342]在由 IEEE 802.16 工作组针对运行大陆地区在 2.5GHz 载波频率宏蜂窝固定无线接入网络开发的，这种地区是美国的典型情况。它们由表示三种地貌类型（标记为 A ~ C）的六个信道模型集合组成，其中各模型具有多普勒频散、延迟扩展和视距/非视距分量的各种值。后来在参考文献［344］中增强了 SUI 信道模型。这些所谓的修正 SUI 信道模型考虑了全向天线和具有 30°波束的有向天线。

最后，提到在参考文献［345-347］中研究了天线阵列配置和天线方向对 MIMO 系统容量的影响。在参考文献［348］中可找到使用不同阵列配置（均匀线性阵列、非均匀线性阵列、均匀环形阵列、六边形阵列和星形阵列）的比较性分析。

附录 8. A　遍历性的证明

$\hat{h}_{11}(t)$ 的一个样本函数，表示为 $\tilde{h}_{11}(t)$，可如下表示

$$\tilde{h}_{11}(t)=\frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}g_{mn}\mathrm{e}^{\mathrm{j}[2\pi(f_m^{\mathrm{T}}+f_n^{\mathrm{R}})t+\theta_{mn}]} \tag{8.A.1}$$

式中，g_{mn}、f_m^{T}和f_n^{R}分别由式（8.54）、式（8.58）和式（8.59）给定，且相位 $\theta_{mn}=\theta_m+\theta_n$是常数值。使用 $g_{mn}=a_m b_n c_{mn}$，并回顾一下，通过施行替换 $a_m\rightarrow a_m^*$ 和 $b_n\rightarrow b_n^*$，由 $\tilde{h}_{11}(t)$ 可得到 $\tilde{h}_{22}(t)$，则仿真模型的 3D 空间—时间 CCF 可写为

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{11,22}(\delta_{\mathrm{T}},\delta_{\mathrm{R}},\tau):&=<\tilde{h}_{11}(t)\,\tilde{h}_{22}^{*}(t+\tau)>\\&=<\frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}a_m b_n c_{mn}\mathrm{e}^{\mathrm{j}[2\pi(f_m^{\mathrm{T}}+f_n^{\mathrm{R}})t+\theta_{mn}]}\\&\quad\cdot\frac{1}{\sqrt{MN}}\sum_{m'=1}^{M}\sum_{n'=1}^{N}a_{m'}b_{n'}c_{m'n'}^{*}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}[2\pi(f_{m'}^{\mathrm{T}}+f_{n'}^{\mathrm{R}})(t+\tau)+\theta_{m'n'}]}>\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{m=1}^{M} \sum_{m'=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \sum_{n'=1}^{N} a_m a_{m'} b_n b_{n'} c_{mn} c_{m'n'}^{*}$$

$$\cdot < e^{j2\pi(f_m^T + f_n^R - f_{m'}^T - f_{n'}^R)t} > e^{-j[2\pi(f_{m'}^T + f_{n'}^R)\tau - \theta_{mn} + \theta_{m'n'}]} \tag{8. A. 2}$$

由边界条件：$f_m^T + f_n^R = f_{m'}^T + f_{n'}^R$ 当且仅当 $m = m'$ 和 $n = n'$，得到

$$< e^{j2\pi(f_m^T + f_n^R - f_{m'}^T - f_{n'}^R)t} > = \begin{cases} 1, & m = m', n = n' \\ 0, & 其他 \end{cases} \tag{8. A. 3}$$

在式（8. A. 2）中使用这个关系，给出

$$\tilde{\rho}_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau) = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} a_m^2(\delta_T) b_n^2(\delta_R) e^{-j2\pi(f_m^T + f_n^R)\tau} \tag{8. A. 4}$$

最后，在将式（8. A. 4）与式（8. 78）比较之后，得到恒等式

$$\tilde{\rho}_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau) = \hat{\rho}_{11,22}(\delta_T, \delta_R, \tau) \tag{8. A. 5}$$

上式声明，随机 MIMO 信道仿真器是有关 3D 空间—时间 CCF 遍历的。

第9章　高速信道仿真器

迄今考虑的信道仿真器的描述，一直是使用连续时间表示来进行描述的。在4.1节论断，计算机仿真要求的离散时间仿真模型可直接由连续时间仿真模型得到，方法是在连续时间仿真模型中将时间变量 t 替换为 $t=kT_s$，其中 T_s 表示采样间隔。因此这种实现方式被称作直接实现，且相应的仿真模型将被称作直接系统。为了通过使用直接实现来实施一个实数值确定性高斯过程，在每个时刻 k 必须计算 N_i 个正弦曲线以及几次乘法和加法。因为正弦曲线数 N_i 是确定计算时间的决定性量，则本质上效率的提高仅可通过降低 N_i 得到。另外，从第5章的研究中知道，在 $N_i=7$ 存在一个自然的下界，则结果是，选择 $N_i<7$ 将导致质量的严重损失。因此，具有 $N_i=7$ 的直接系统速度的进一步增加的可能性，这里最大程度上是没有了。在不接受准确度损失的条件下，仿真器的速度提升仅可采用间接实现方式取得。

在本章，将深入探讨间接实现形式的几种方式。为确定性过程仿真推导新结构的基本思路，是基于利用正弦曲线函数的周期性。在设置阶段过程中，N_i 个正弦曲线中的每个曲线仅在其基本周期内采样一次。之后将样本存储于 N_i 个查找表中。在仿真运行过程中，每个表的表项被循环读出并求和。

采取这种方式，则仅使用加法器、存储单元和一个简单的地址生成器，就可能实现复数值高斯随机过程的仿真模型。那么就不再需要耗时的三角运算和实施乘法。这得到高速信道仿真器或快速信道仿真器[120,349]，可以用软件和硬件高效地进行实现。计算复杂度减少的代价是所需内存容量的增加。为确定所需查找表数及其相应长度，提供了指导原则，这使读者可找到计算复杂度和性能之间的折中。因为所提实现技术可容易地扩展到窄带、宽带和MIMO信道［可由（复数值）高斯随机过程推导得到］的所有种类的快速仿真模型的开发，所以在本章将注意力放在瑞利信道的高速信道仿真器的设计上。

出于这个目的，在9.1节将利用离散时间表示来描述所谓的离散时间确定性过程。这类过程为建立间接实现形式打开了新的可能性，其中将在9.2节给出最相关的三种间接实现形式。在9.3节将详细研究离散时间确定性过程的基本性质和统计性质。9.4节讨论高速信道仿真器所需实现复杂度的分析以及仿真速度的测量。在9.5节将针对瑞利过程实施与一个基于滤波器方法的仿真模型的比较。9.6节结束本章，其中读者将找到进一步有用的信息和到参考文献的连接点，其中讨论了移动无线信道仿真器的实现技术和复杂度问题。

9.1　离散时间确定性过程

起点是式（4.4）中引入的确定性高斯过程 $\tilde{\mu}_i(t)$。在 $t=kT_s$ 处对这个过程采样，得到如下给定的离散时间信号（序列）

$$\tilde{\mu}_i[k]:=\tilde{\mu}_i(kT_s)=\sum_{n=1}^{N_i}c_{i,n}\cos(2\pi f_{i,n}kT_s+\theta_{i,n}) \tag{9.1}$$

就首选的高效实现而言，离散多普勒频率$f_{i,n}$和相位$\theta_{i,n}$的取值范围必须进行限制。由此，例如，对于离散多普勒频率的倒数值$1/f_{i,n}$，因此仅有采样间隔T_s的整数倍是允许的。相位$\theta_{i,n}$受到类似的约束。依据下面定义的两个映射，由$f_{i,n}\to\bar{f}_{i,n}$和$\theta_{i,n}\to\bar{\theta}_{i,n}$，分别得到量化的多普勒频率$\bar{f}_{i,n}$和量化的相位$\bar{\theta}_{i,n}$。在$f_{i,n}$和$\bar{f}_{i,n}$之间的偏差足够小且接下来$\bar{f}_{i,n}\approx f_{i,n}$成立的前提下，那么

$$\bar{\mu}_i[k]:=\bar{\mu}_i(kT_s)=\sum_{n=1}^{N_i}c_{i,n}\cos(2\pi\bar{f}_{i,n}kT_s+\bar{\theta}_{i,n}) \tag{9.2}$$

描述了一个序列，它等价于式（9.1）中的$\tilde{\mu}_i[k]$（就相关的统计性质而言）。在下面，序列$\tilde{\mu}_i[k]$被称为离散时间确定性高斯过程。由此，式（9.2）中增益$c_{i,n}$等于式（9.1）中使用的增益，而对于所有$n=1,2,\cdots,N_i$㊀，量化的多普勒频率$\bar{f}_{i,n}$与$f_{i,n}$和T_s的关系如下

$$\bar{f}_{i,n}:=\frac{1}{T_s\text{round}\{1/(f_{i,n}T_s)\}} \tag{9.3}$$

称

$$L_{i,n}=\frac{1}{\bar{f}_{i,n}T_s}=\text{round}\left\{\frac{1}{f_{i,n}T_s}\right\} \tag{9.4}$$

为个体基本离散时间正弦曲线函数$\bar{\mu}_{i,n}[k]=c_{i,n}\cos(2\pi\bar{f}_{i,n}kT_s+\bar{\theta}_{i,n})$的周期，即有方程式$\bar{\mu}_{i,n}[k]=\tilde{\mu}_{i,n}[k+L_{i,n}]$。注意式（9.4）中使用的四舍五入运算总是得到周期$L_{i,n}$的一个自然数。在下一节，将看到，这将成为实现的一个明显优势。

对于所有$n=1,2,\cdots,N_i$，式（9.2）中的量化相位$\bar{\theta}_{i,n}$，依据下式由给定的相位$\theta_{i,n}$计算得到

$$\bar{\theta}_{i,n}:=\frac{2\pi}{L_{i,n}}\text{round}\left\{\frac{L_{i,n}}{2\pi}\theta_{i,n}\right\} \tag{9.5}$$

回顾一下，相位$\theta_{i,n}$是区间$(0,2\pi]$内的实数值数，而依据式（9.5）量化的$\bar{\theta}_{i,n}$值是如下集合的元素

$$\bar{\Theta}_{i,n}=\left\{2\pi\frac{1}{L_{i,n}},2\pi\frac{2}{L_{i,n}},\cdots,2\pi\frac{L_{i,n}-1}{L_{i,n}},2\pi\right\} \tag{9.6}$$

由式（9.5）建立的映射$\theta_{i,n}\to\bar{\theta}_{i,n}$是这样的方式选取的，使$\bar{\theta}_{i,n}\in\bar{\Theta}_{i,n}$尽可能接近$\theta_{i,n}$。

通过使用$x-1/2\leqslant\text{round}\{x\}\leqslant x+1/2$，可证明，在极限$T_s\to 0$时，分别由式（9.3）和式（9.5）得到$\bar{f}_{i,n}=f_{i,n}$和$\bar{\theta}_{i,n}=\theta_{i,n}$。但是，对于足够小的采样间隔$T_s$，可写出$\bar{f}_{i,n}\approx f_{i,n}$和$\bar{\theta}_{i,n}\approx\theta_{i,n}$。此时，希望指出，在特定条件下$\bar{\theta}_{i,n}\approx\theta_{i,n}$的近似质量（将在9.3节详细讨论）不影响$\bar{\mu}_i[k]$的统计性质。另外，在稍微思考一下的情况下，由采样间隔T_s确定的$\bar{f}_{i,n}$和$f_{i,n}$之间的偏差是不能忽略的，这也将在9.3节细化讨论。作为$\bar{f}_{i,n}$和$f_{i,n}$之间偏差的合适度量，考虑如图9.1所示的相对误差

㊀ 式（9.3）中的算子round$\{x\}$将实数值数x四舍五入到最近的整数。

$$\varepsilon_{\bar{f}_{i,n}} = \frac{\bar{f}_{i,n} - f_{i,n}}{f_{i,n}} \tag{9.7}$$

由此图，可认识到，如果采样间隔 T_s 增加，则 $\bar{f}_{i,n} \approx f_{i,n}$ 的近似质量就降低。这个结果表明，$\bar{\mu}_i[k]$ 的统计性质取决于采样间隔 T_s 的值。由图 9.1 也可得出结论，即如果 $T_s < 1/(10f_{i,n})$，那么相对误差的绝对值 $|\varepsilon_{\bar{f}_{i,n}}|$ 低于5%，这在多数实际应用中是可容忍的。

明显地，式（9.2）中引入的离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}_i[k]$ 可由连续时间确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 推导得到，方法是在时刻 $t = kT_s$ 处对 $\tilde{\mu}_i(t)$ 采样，另外通过将 $f_{i,n}$ 和 $\theta_{i,n}$ 分别替换为其量化 $\bar{f}_{i,n}$ 和 $\bar{\theta}_{i,n}$，即

$$\tilde{\mu}_i(t) \xrightarrow{t \to kT_s} \tilde{\mu}_i[k] := \tilde{\mu}_i(kT_s) \xrightarrow[\theta_{i,n} \to \bar{\theta}_{i,n}]{f_{i,n} \to \bar{f}_{i,n}} \bar{\mu}_i[k] := \bar{\mu}_i(kT_s) \tag{9.8}$$

由 T_s 减少时，$\bar{f}_{i,n}$ 和 $\bar{\theta}_{i,n}$ 分别收敛到 $f_{i,n}$ 和 $\theta_{i,n}$ 的事实，得到：当 $T_s \to 0$ 时，$\bar{\mu}_i[k] \to \tilde{\mu}_i(t)$。当参照第4章的结果时，变得明显的是，当 $T_s \to 0$ 和 $N_i \to \infty$ 时，离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}_i[k]$ 趋于高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 的一个样本函数。

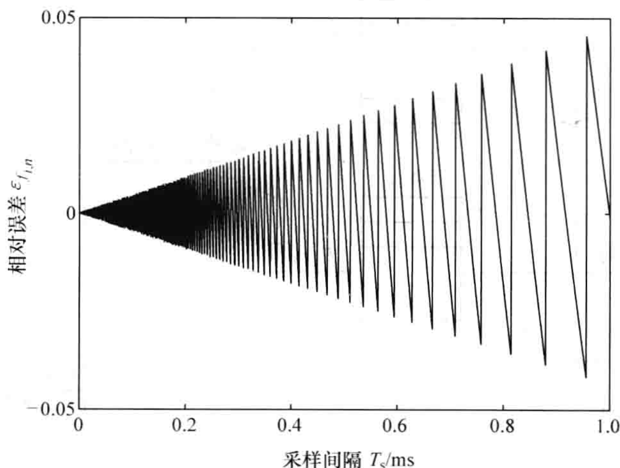


图 9.1　据式（9.7），作为采样间隔 T_s 的一个函数，$f_{i,n} = 91\text{Hz}$ 时 $\bar{f}_{i,n}$ 的相对误差 $\varepsilon_{\bar{f}_{i,n}}$

通过与式（4.5）的类比，引入复数值序列

$$\bar{\mu}[k] = \bar{\mu}_1[k] + j\bar{\mu}_2[k] \tag{9.9}$$

作为复数离散时间确定性高斯过程，且称它的绝对值

$$\bar{\zeta}[k] = |\bar{\mu}[k]| = |\bar{\mu}_1[k] + j\bar{\mu}_2[k]| \tag{9.10}$$

为离散时间确定性瑞利过程。另外，在下面将研究由离散时间确定性过程

$$\bar{\vartheta}[k] = \arctan\left\{\frac{\bar{\mu}_2[k]}{\bar{\mu}_1[k]}\right\} \tag{9.11}$$

定义的相位 $\bar{\vartheta}[k]=\arg\{\bar{\mu}[k]\}$。

9.2 离散时间确定性过程的实现

在前一节引入的离散时间确定性过程为高速信道仿真器的开发打开了新的可能性。在下面将给出三种方法。

9.2.1 查找表系统

查找表系统的基本思路是将序列一个周期的样本 $\bar{\mu}_{i,n}[k]=c_{i,n}\cos(2\pi \bar{f}_{i,n}kT_s+\bar{\theta}_{i,n})$ 存储到一个查找表，并在仿真过程中循环地读出各表项[120]。对于瑞利信道仿真模型的设计而言，要求 N_1+N_2 个查找表而不是 N_1+N_2 条正弦曲线。采用一个地址生成器，访问存储在查找表中的值。在任意离散时刻 $k=0, 1, 2, \cdots$，通过对图9.2所示查找表的选中表项求和，可简单地重建离散序列 $\bar{\mu}[k]=\bar{\mu}_1[k]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k]$。在取绝对值之后，就得到了期望的离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$。

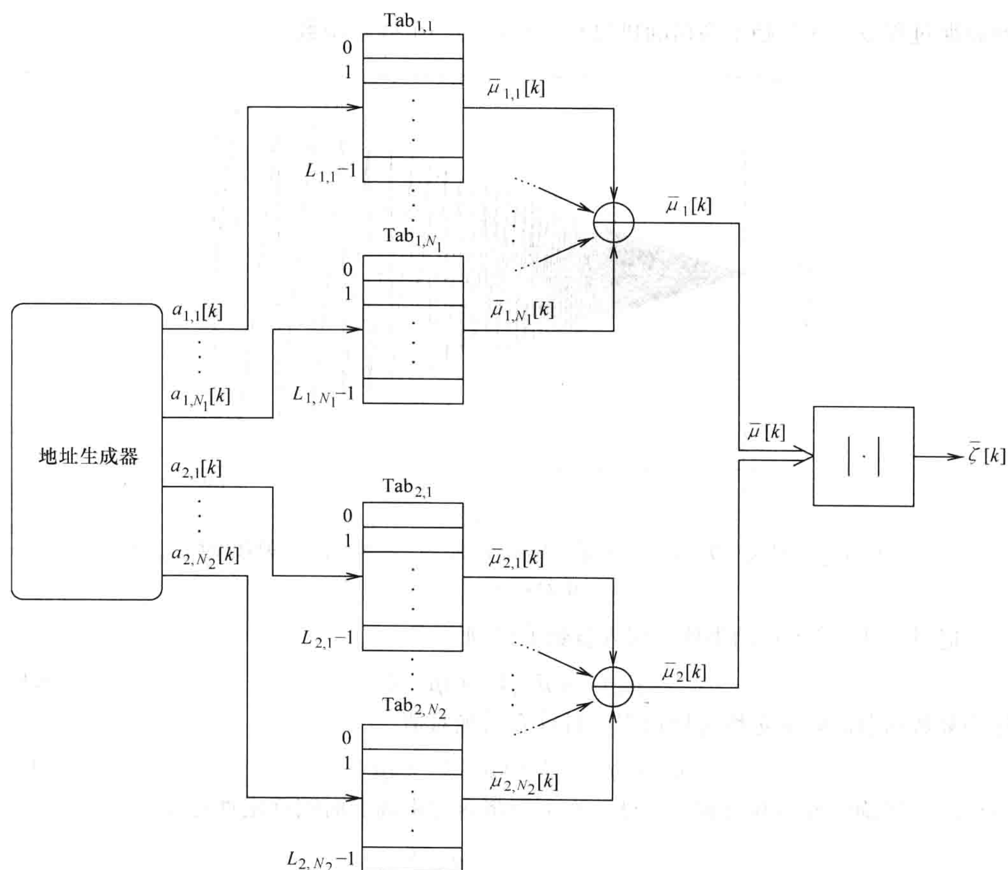


图9.2 瑞利信道快速仿真的查找表系统

存储一个基本离散时间正弦曲线函数 $\bar{\mu}_{i,n}[k]$ 的一个周期信息的查找表，将表示为 $\mathrm{Tab}_{i,n}$。在位置 $l\in\{0,1,\cdots,L_{i,n}-1\}$ 处查找表的表项 $\mathrm{Tab}_{i,n}$ 对应于在 $k=l$ 处 $\tilde{\mu}_{i,n}[k]$ 的值，即对于所有 $n=1,2,\cdots,N_i(i=1,2)$，有

$$\bar{\mu}_{i,n}[l]=c_{i,n}\cos(2\pi\bar{f}_{i,n}lT_s+\bar{\theta}_{i,n})\tag{9.12}$$

成立。现在，循环地读出查找表 $\mathrm{Tab}_{i,n}$ 的表项，得到序列 $\{\bar{\mu}_{i,n}[0],\tilde{\mu}_{i,n}[1],\cdots,\bar{\mu}_{i,n}[L_{i,n}-1],\bar{\mu}_{i,n}[L_{i,n}]=\bar{\mu}_{i,n}[0],\cdots\}$。因此，利用周期性，对于所有 $k=0,1,2,\cdots$，可完全地重建 $\bar{\mu}_{i,n}[k]$。查找表 $\mathrm{Tab}_{i,n}$ 的长度等于 $\bar{\mu}_{i,n}[k]$ 的周期 $L_{i,n}$。结果，实现离散时间确定性过程 $\bar{\mu}_i[k]$ 所要求的存储单元总数由和 $\sum_{n=1}^{N_i}L_{i,n}$ 给定。由式（9.4），总内存大小不仅由所用查找表数 N_i 确定，而且由为采样间隔 T_s 所选值或等价地说由采样频率 $f_s=1/T_s$ 确定。图9.3a和图9.3b分别给出常用值 $N_1=7$ 和 $N_2=8$ 时的表长度及其得到的总和，其中二者作为归一化采样频率 $f_s/f_{\max}$ 的一个函数。由此，应用了准确多普勒频散方法（MEDS）。

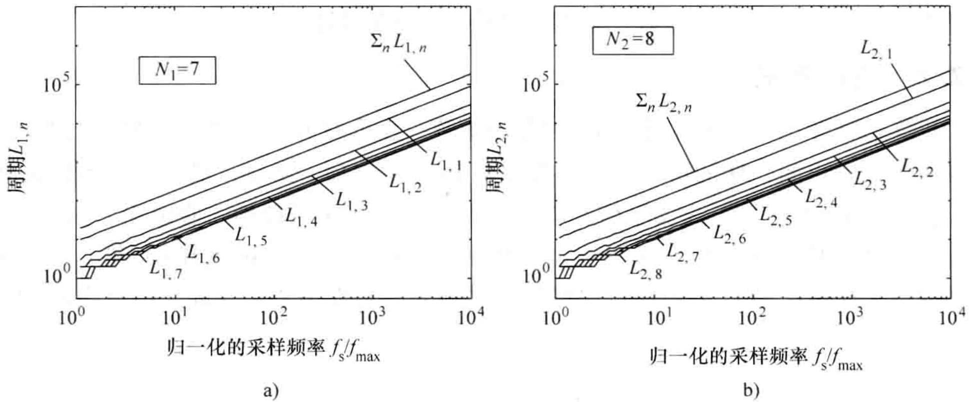


图9.3　作为归一化采样频率 $f_s/f_{\max}$ 函数的表长度 $L_{i,n}$（MEDS，Jakes PSD，$f_{\max}=91\mathrm{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）
a）$N_1=7$ 的 $L_{1,n}$　b）$N_2=8$ 的 $L_{2,n}$

观察图9.3a和图9.3b，认识到，在 $f_s/f_{\max}$ 值的小范围内，两个或甚至更多个查找表 $\mathrm{Tab}_{i,n}$ 可具有相同长度。与这种现象相关的问题将在9.3.2节讨论。

如图9.2所示地址生成器的任务，是为任意离散时刻 $k=0,1,2,\cdots$，找到重建 $\bar{\mu}[k]=\bar{\mu}_1[k]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k]$ 所需表项的正确位置。因此，地址生成器必须为每个 k 值产生总共 N_1+N_2 个地址。如图9.2所示，$a_{i,n}[k]$ 表示在离散时刻 k 处查找表 $\mathrm{Tab}_{i,n}$ 的地址。图9.4形象地示出地址生成器的操作模式。

在时刻 $k=0$，地址 $a_{i,n}[0]$ 指向查找表 $\mathrm{Tab}_{i,n}$ 的寄存器 $\tilde{\mu}_{i,n}[0]$。在下一时刻 $k=1$，$a_{i,n}[1]$ 指向 $\bar{\mu}_{i,n}[1]$ 等，直到时刻 $k=L_{i,n}-1$，$a_{i,n}[L_{i,n}-1]$ 指向表的最后一个位置即表项 $\bar{\mu}_{i,n}[L_{i,n}-1]$。在下一时刻 $k=L_{i,n}$，地址 $a_{i,n}[L_{i,n}]$ 重置为 $a_{i,n}[0]$，再次指向初始位置 $\bar{\mu}_{i,n}[0]$。

从初始地址 $a_{i,n}[0]=0$ 开始，并应用模运算，通过使用如下递归算法

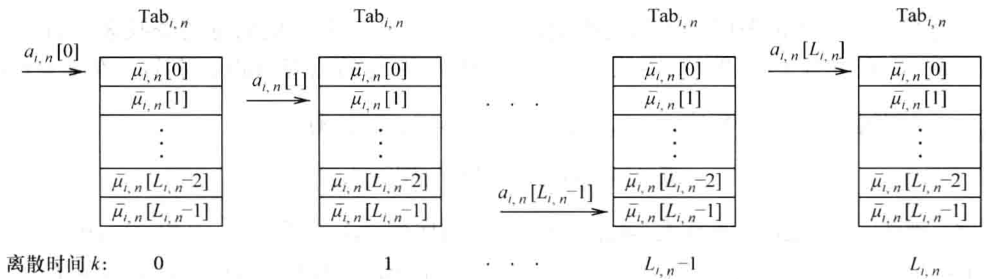


图9.4 地址生成器的操作模式

$$a_{i,n}[k]=(a_{i,n}[k-1]+1)\bmod L_{i,n} \tag{9.13}$$

为任意时刻 $k>0$ 可找到所有地址 $a_{i,n}[k]$，其中 $n=1，2，\cdots，N_i(i=1，2)$。应该指出，这里应用的式（9.13）中的模运算仅是出于数学表示的方便。为了在一台计算机上实现算法，为计算 $a_{i,n}[k]$，仅必须实现一个加法器和一个简单的条件控制流语句（if- else 语句）。

由此，整个查找表系统（见图9.2）仅由加法器、存储单元和简单条件算子组成。为计算 $\bar{\mu}[k]=\bar{\mu}_1[k]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k]$，不再实施乘法和三角运算。

9.2.2 矩阵系统

矩阵系统将 N_i 个查找表组合成一个信道矩阵，表示为 $\boldsymbol{M}_i$。信道矩阵 $\boldsymbol{M}_i$ 的行数等于查找表数 N_i。由此，$\boldsymbol{M}_i$ 的第 n 行包含查找表 $\mathrm{Tab}_{i,n}$ 的表项。结果，最大查找表的长度，即 $L_{i,\max}=\max\{L_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$，定义了信道矩阵 $\boldsymbol{M}_i$ 的列数。不失一般性，假定在下面 $L_{i,\max}=L_{i,1}$ 成立，如果使用MEDS，实际上这总是成立的（见图9.3）。$\boldsymbol{M}_i$ 的第 n 行第 $L_{i,n}$ 个表项准确地等于查找表 $\mathrm{Tab}_{i,n}$ 的表项，而该列的其他表项填充为零。因此，信道矩阵 $\boldsymbol{M}_i\in\mathbf{R}^{N_i\times L_{i,1}}$ 可如下表示

$$\boldsymbol{M}_i=\begin{pmatrix}\bar{\mu}_{i,1}[0] & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \bar{\mu}_{i,1}[L_{i,1}-1]\\ \bar{\mu}_{i,2}[0] & \cdots & \bar{\mu}_{i,2}[L_{i,2}-1] & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \bar{\mu}_{i,N_i}[0] & \cdots\bar{\mu}_{i,N_i}[L_{i,N_i}-1] & 0 & \cdots & \cdots & 0\end{pmatrix} \tag{9.14}$$

信道矩阵 $\boldsymbol{M}_i$ 包含 $\bar{\mu}_i[k]$ 重建所需的全部信息。为了保障对于 $k=0，1，2，\cdots$ 的所有值正确地重建 $\bar{\mu}_i[k]$，则有必要从 $\boldsymbol{M}_i$ 的每行的正确位置选取一个表项。通过引入另一个矩阵 $\boldsymbol{S}_i$ 可做到这一点，该矩阵将因此被称作选择矩阵。选择矩阵 $\boldsymbol{S}_i$ 的表项是时变量，仅可取值0或1。在前一节引入的地址生成器和选择矩阵 $\boldsymbol{S}_i$ 之间存在密切关系。通过指出可在任何时刻使用式（9.13）中的地址 $a_{i,n}[k]$，对于所有 $l=0，1，\cdots，L_{i,1}-1$ 和 $n=1，2，\cdots，N_i(i=1，2)$，依据

$$s_{l,n}=s_{l,n}[k]=\begin{cases}1 & l=a_{i,n}[k]\\ 0 & l\neq a_{i,n}[k]\end{cases} \tag{9.15}$$

计算得到 $\boldsymbol{S}_i=(s_{l,n})\in\{0，1\}^{L_{i,1}\times N_i}$ 的表项，这种关系就变得明显起来。

现在离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}_i[k]$ 可以信道矩阵 $\boldsymbol{M}_i$ 和选择矩阵的乘积表示为

$$\bar{\mu}_i[k] = \mathrm{tr}(\boldsymbol{M}_i \cdot \boldsymbol{S}_i) \tag{9.16}$$

式中，tr（·）表示踪迹（trace）㊀[350,351]。

使用式（9.16），由此也可将复数离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}[k]$［见式（9.9）］表示为如下另外一种形式

$$\bar{\mu}[k] = \mathrm{tr}(\boldsymbol{M}_1 \cdot \boldsymbol{S}_1) + \mathrm{jtr}(M_2 \cdot S_2) \tag{9.17}$$

值得指出的是，当 $T_s \to 0$ 时，信道矩阵 $\boldsymbol{M}_i$（选择矩阵 $\boldsymbol{S}_i$）的列（行）数趋于无穷，且因此 $\bar{\mu}[k]$ 收敛到 $\tilde{\mu}(t)$。在极限 $T_s \to 0$ 和 $N_i \to \infty$ 时，信道矩阵 $\boldsymbol{M}_i$ 和选择矩阵 $\boldsymbol{S}_i$ 的列数和行数都趋于无穷。在这种情形中，与预料的一样，复数离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}[k]$ 收敛到复数随机高斯随机过程 $\mu(t)$ 的一个样本函数。

通过取式（9.17）中 $\bar{\mu}[k]$ 的绝对值，可得到式（9.10）中离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$ 的一种等价表示，即

$$\bar{\zeta}[k] = |\bar{\mu}[k]| = |\mathrm{tr}(\boldsymbol{M}_1 \cdot \boldsymbol{S}_1) + \mathrm{jtr}(\boldsymbol{M}_2 \cdot \boldsymbol{S}_2)| \tag{9.18}$$

出于完备性考虑，将 $\bar{\mu}[k] = \bar{\mu}_1[k] + \mathrm{j}\bar{\mu}_2[k]$ 的相位 $\bar{\vartheta}[k]$ 表示为如下形式

$$\bar{\vartheta}[k] = \arctan\left\{\frac{\mathrm{tr}(\boldsymbol{M}_2 \cdot \boldsymbol{S}_2)}{\mathrm{tr}(\boldsymbol{M}_1 \cdot \boldsymbol{S}_1)}\right\} \tag{9.19}$$

明显的是，在极限 $T_s \to 0$ 中得到：$\bar{\zeta}[k] \to \bar{\zeta}(t)$ 和 $\bar{\vartheta}[k] \to \tilde{\vartheta}(t)$。进而，当 $T_s \to 0$ 和 $N_i \to \infty$ 时，序列 $\bar{\zeta}[k]$ 和 $\bar{\vartheta}[k]$ 分别收敛到相应随机过程 $\zeta(t)$ 和 $\vartheta(t)$ 的一个样本函数。

应该指出的是，由于必须实施的大量乘法和加法，取两个矩阵之积的踪迹而计算式（9.16）~式（9.19）中的离散时间确定性过程，不是一种非常有效的方法。但是，如果在开始时避免所有不必要的运算（例如与 0 和 1 的乘法），就可能进行相当的简化。在这种情形中，矩阵系统化简为查找表系统。换句话说，矩阵系统实际上并不表示查找表系统的独特替代实现，但却提供了有关离散时间确定性过程的解释和表示以及它们与随机过程关系的一些新特征。

9.2.3　移位寄存器系统

由查找表系统（见图 9.2），通过将查找表 $\mathrm{Tab}_{i,n}$ 替换为反馈移位寄存器 $\mathrm{Reg}_{i,n}$，就可推导图 9.5 所示的移位寄存器系统。与需要 $N_1 + N_2$ 个查找表不同，现在需要 $N_1 + N_2$ 个移位寄存器实现 $\bar{\mu}[k] = \bar{\mu}_1[k] + \mathrm{j}\bar{\mu}_2[k]$。由此移位寄存器 $\mathrm{Reg}_{i,n}$ 的长度等于对应查找表 $\mathrm{Tab}_{i,n}$ 的长度 $L_{i,n}$。在仿真建立阶段，在位置 $l \in \{0, 1, \cdots, L_{i,n} - 1\}$ 处的移位寄存器 $\mathrm{Reg}_{i,n}$ 被填充值 $\bar{\mu}_{i,n}[l] = c_{i,n}\cos(2\pi\bar{f}_{i,n}lT_s + \bar{\theta}_{i,n})$，其中 $n = 1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i = 1, 2$。在仿真运行过程中，每个时钟周期移位寄存器的内容都向右移一个位置（见图 9.5）。

㊀ 一个矩阵 $\boldsymbol{A} = (\alpha_{n,m}) \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 的踪迹定义为主对角项 $a_{n,m}$ 的和，即 $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \sum_{n=1}^{N} a_{n,n}$。

由于在移位寄存器输出（位置0）与其相应输入（位置$L_{i,n}-1$）之间构造的联系，可确保对于所有$k=0$，1，2，…值，可重建离散时间确定性过程$\bar{\mu}_{i,n}[k]$，并由此也重建$\bar{\mu}[k]=\bar{\mu}_1[k]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k]$和$\bar{\zeta}[k]=|\bar{\mu}[k]|$。

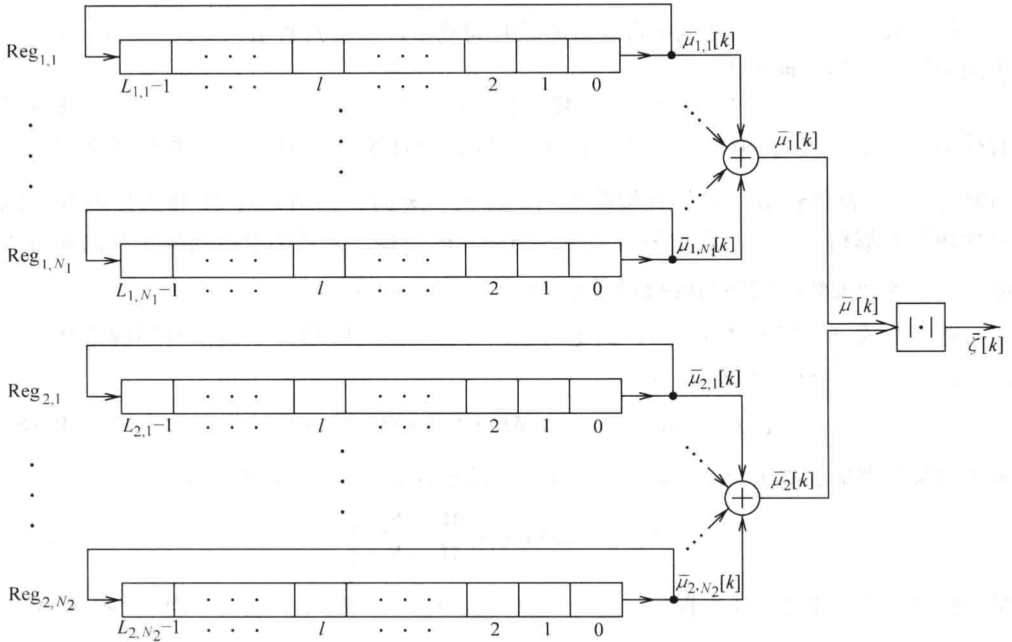


图9.5　使用移位寄存器，离散时间确定性瑞利过程$\bar{\zeta}[k]$的实现

注意，与查找表系统相比，不需要地址生成器，但替代的是，在每个时钟周期$\sum_{i=1}^{2}\sum_{n=1}^{N_i}L_{i,n}$个寄存器表项必须移位，这（特别对于与较大寄存器长度有关的软件实现而言）得不到令人满意的解。由于这个原因，首选查找表系统而不是移位寄存器系统，并在下一节将注意力放在离散时间确定性过程的性质分析上。

9.3　离散时间确定性过程的性质

类似于连续时间确定性过程的分析（第4章），从9.3.1节开始深入研究离散时间确定性过程的基本性质，接下来在9.3.2节研究其统计性质的分析。

9.3.1　离散时间确定性过程的基本性质

将$\bar{\mu}_i[k]$解释为一个离散时间确定性过程，即解释为如下形式的映射

$$\bar{\mu}_i:\mathbf{Z}\rightarrow\mathbf{R},k\rightarrow\bar{\mu}_i[k] \tag{9.20}$$

使得可与4.2节实施的研究建立一个密切关系。因此，类似于4.2节这里继续讨论，并为$\bar{\mu}_i[k]$的基本特征量（如均值、均值功率、自相关序列等）推导简单的封闭形式解。

1. 均值

令$\bar{\mu}_i[k]$是满足$\bar{f}_{i,n}\neq 0$（$n=1$，2，…，N_i）的一个离散时间确定性过程。那么，

可证明，通过使用式（2.150）和式（9.2），$\bar{\mu}_i[k]$ 的均值等于

$$\bar{m}_{\mu_i}=\lim_{K\to\infty}\frac{1}{2K+1}\sum_{k=-K}^{K}\bar{\mu}_i[k]=0 \tag{9.21}$$

由此假定对于所有 $n=1$，2，…，N_i和 $i=1$，2，$\bar{f}_{i,n}\neq 0$ 成立。

2. 均值功率

令 $\bar{\mu}_i[k]$ 是一个离散时间确定性过程。那么，通过使用式（2.151）和式（9.2），得到均值功率为

$$\bar{\sigma}_{\mu_i}^2=\lim_{K\to\infty}\frac{1}{2K+1}\sum_{k=-K}^{K}\bar{\mu}_i^2[k]=\sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{2} \tag{9.22}$$

特别地，通用应用 MEDS，由式（5.86），得到期望结果 $\bar{\sigma}_{\mu_i}^2=\sigma_0^2$。

3. 自相关序列

令 $\bar{\mu}_i[k]$ 为一个离散时间确定性过程。那么，由式（2.152）和式（9.2）得到，$\bar{\mu}_i[k]$ 的自相关序列可表示为

$$\begin{aligned}\bar{r}_{\mu_i\mu_i}[\kappa]&=\lim_{K\to\infty}\frac{1}{2K+1}\sum_{k=-K}^{K}\bar{\mu}_i[k]\bar{\mu}_i[k+\kappa]\\&=\sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{2}\cos(2\pi\bar{f}_{i,n}T_s\kappa)\end{aligned} \tag{9.23}$$

与式（4.11）的比较表明，如果在 $\tau=\kappa T_s$处对 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 采样，且另外地，如果$f_{i,n}$替换为$\bar{f}_{i,n}$，则可由 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 得到 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。另外，也认识到在离散时间情形中，量化的相位 $\bar{\theta}_{i,n}$对自相关序列 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}[\kappa]$ 的形状没有影响。由式（9.22）和式（9.23）观察到，可直接得到关系式 $\bar{\sigma}_{\mu_i}^2=\bar{r}_{\mu_i\mu_i}[0]$。

由图 9.6 中可观察到由离散多普勒频率$f_{i,n}$的量化产生的 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}[\kappa]:=\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\kappa T_s)$ 和 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}[\kappa]$之间的偏差。由此，通过使用 $N_i=8$ 条正弦曲线（查找表），应用了 MEDS。图 9.6a 表明，对于足够小的采样间隔（$T_s=0.1$ms），如果 $\tau=\kappa T_s$位于其关注的区间范围内，即 $\tau\in[0,N_i/(2f_{\max})]$，则 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}[\kappa]$ 和 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}[\kappa]$ 之间没有显著的差异。但是，这不适用于大的 T_s值，当考虑图 9.6b 时可看出这一点，其中给出 $T_s=1$ms 情形的相应结果。

4. 交叉相关序列

令 $\bar{\mu}_1[k]$ 和 $\bar{\mu}_2[k]$ 为两个离散时间确定性过程。那么，如果对于所有 $n=1$，2，…，N_1和 $m=1$，2，…，N_2，满足$\bar{f}_{1,n}\neq\pm\bar{f}_{2,m}$，则由式（2.153）和式（9.2），得到交叉相关序列等于

$$\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa]=0 \tag{9.24}$$

或如果对于一对或几对（n，m），$\bar{f}_{1,n}=\pm\bar{f}_{2,m}$成立，则

$$\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa]=\sum_{\substack{n=1\\ \bar{f}_{1,n}=\pm\bar{f}_{2,m}}}^{\max\{N_1,N_2\}}\frac{c_{1,n}c_{2,m}}{2}\cos(2\pi\bar{f}_{1,n}T_s\kappa-\bar{\theta}_{1,n}\pm\bar{\theta}_{2,m}) \tag{9.25}$$

注意，如果在式（4.12）和式（4.13）中将连续变量替换为κT_s，且另外地，$f_{i,n}$和$\theta_{i,n}$分别由其量化的$\bar{f}_{i,n}$和$\bar{\theta}_{i,n}$替换，则可直接由$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$推导得到$\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa]$。两个交叉相关序列$\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa]$和$\bar{r}_{\mu_2\mu_1}[\kappa]$的关系为$\bar{r}_{\mu_2\mu_1}[\kappa]=\bar{r}^*_{\mu_1\mu_2}[-\kappa]=\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[-\kappa]$。

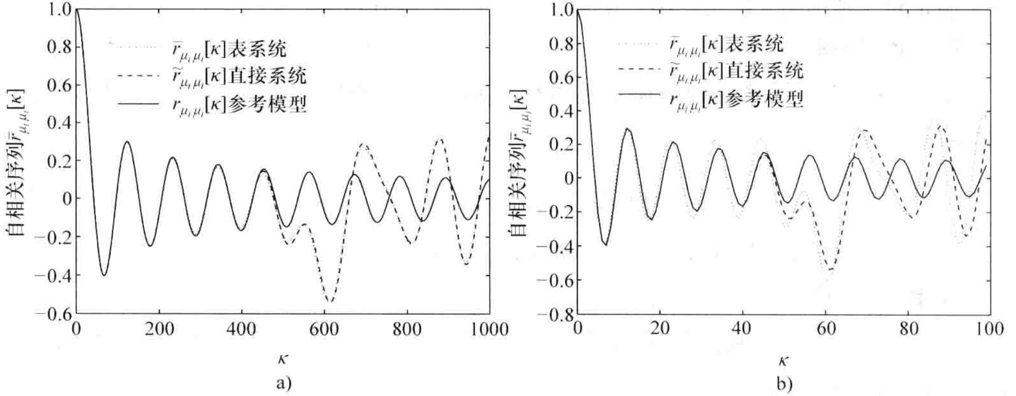


图9.6 $T_s=0.1\text{ms}$和$T_s=1\text{ms}$时离散时间确定性高斯过程$\bar{\mu}_i[k]$的自相关序列$\bar{r}_{\mu_i\mu_i}[\kappa]$（MEDS，Jakes PSD，$N_i=8$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

a）$T_s=0.1\text{ms}$ b）$T_s=1\text{ms}$

5. 功率谱密度

令$\bar{\mu}_i[k]$为一个离散时间确定性过程。那么，通过应用离散傅里叶变换式（2.154）和式（9.23），得到$\bar{\mu}_i[k]$的功率谱密度$\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$可写为

$$\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)=\frac{1}{T_s}\sum_{v=-\infty}^{\infty}\sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{4}[\delta(f-\bar{f}_{i,n}-vf_s)+\delta(f+\bar{f}_{i,n}-vf_s)] \tag{9.26}$$

式中，$f_s=1/T_s$表示采样频率。由此，功率谱密度$\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$是一个对称线谱，其中谱线位于$f=\pm f_{i,n}+vf_s$且加权因子为$c_{i,n}^2/(4T_s)$。使用式（2.155），并考虑满足式（4.18）的$\tilde{\mu}_i(t)$的功率谱密度$\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$，则可以用$\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$将$\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$表示如下

$$\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)=\frac{1}{T_s}\sum_{v=-\infty}^{\infty}\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f-vf_s)\big|_{f_{i,n}=\bar{f}_{i,n}} \tag{9.27}$$

上式明确了如下内容，即离散时间确定性过程$\bar{\mu}_i[k]$的功率谱密度$\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$可表示为对应连续时间确定性过程$\tilde{\mu}_i(t)$的功率谱密度$\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$经加权和频率偏移后的一个无穷和，其中加权因子等于$1/T_s$，频率偏移是采样频率$f_s$的整数倍。另外，$f_{i,n}$替换为$\bar{f}_{i,n}$。

6. 交叉功率谱密度

令$\bar{\mu}_1[k]$和$\bar{\mu}_2[k]$为两个离散时间确定性过程。那么，通过使用式（9.24）和式（9.25）得到，如果对于所有$n=1, 2, \cdots, N_1$和$m=1, 2, \cdots, N_2$，$\bar{f}_{1,n}\neq\bar{f}_{2,m}$，则$\bar{\mu}_1[k]$和$\bar{\mu}_2[k]$的交叉功率谱密度可表示为

$$\bar{S}_{\mu_1\mu_2}(f) = 0 \tag{9.28}$$

或如果 $\bar{f}_{1,n} = \pm\bar{f}_{2,m}$ 对一对或几对（n，m）有效，则

$$\bar{S}_{\mu_1\mu_2}(f) = \frac{1}{T_s}\sum_{v=-\infty}^{\infty}\sum_{\substack{n=1\\ \bar{f}_{1,n}=\pm\bar{f}_{2,m}}}^{\max\{N_1,N_2\}} \frac{c_{1,n}c_{2,m}}{4}[\delta(f-\bar{f}_{1,n}-vf_s)\cdot e^{-j(\bar{\theta}_{1,n}\mp\bar{\theta}_{2,m})} + \delta(f+\bar{f}_{1,n}-vf_s)\cdot e^{j(\bar{\theta}_{1,n}\mp\bar{\theta}_{2,m})}] \tag{9.29}$$

利用式（4.19）、式（4.20）和式（2.155），式（9.28）和式（9.29）中的结果可组合如下

$$\bar{S}_{\mu_1\mu_2}(f) = \frac{1}{T_s}\sum_{v=-\infty}^{\infty}\tilde{S}_{\mu_1\mu_2}(f-vf_s)\Bigg|_{\substack{f_{i,n}=\bar{f}_{i,n}\\ \theta_{i,n}=\bar{\theta}_{i,n}}} \tag{9.30}$$

交叉功率谱密度 $\bar{S}_{\mu_1\mu_2}(f)$ 和 $\bar{S}_{\mu_2\mu_1}(f)$ 的关系为 $\bar{S}_{\mu_2\mu_1}(f) = \bar{S}^*_{\mu_1\mu_2}(f)$。

7. 平均多普勒频移

令 $\bar{\mu}_i[k]$ 为由式（9.26）给定的功率谱密度 $\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 所描述的一个离散时间确定性过程。那么，相应的平均多普勒频移 $\bar{B}^{(1)}_{\mu_i\mu_i}$ 定义为

$$\bar{B}^{(1)}_{\mu_i\mu_i} := \frac{\int_{-f_s/2}^{f_s/2} f\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)\,df}{\int_{-f_s/2}^{f_s/2}\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)\,df} = \frac{1}{2\pi j}\cdot\frac{\dot{\bar{r}}_{\mu_i\mu_i}[0]}{\bar{r}_{\mu_i\mu_i}[0]} \tag{9.31}$$

相比式（3.28a）和式（4.24）（其中积分是在整个频率范围上进行的），式（9.31）中的积分限被限制为由频率区间 $[-f_s/2, f_s/2)$ 确定的奈奎斯特范围。在多普勒功率谱密度具有对称形状的情况中，即 $\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f) = \bar{S}_{\mu_i\mu_i}(-f)$，直接得到

$$\bar{B}^{(1)}_{\mu_i\mu_i} = B^{(1)}_{\mu_i\mu_i} = 0 \tag{9.32}$$

与式（4.25）的比较表明，由将时间变量 t 替换为 $t = kT_s$ 导致的效应和离散多普勒频率的量化，对平均多普勒频移都没有影响。

8. 多普勒频散

令 $\bar{\mu}_i[k]$ 为具有由式（9.26）给定功率谱密度 $\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ 的一个离散时间确定性过程。那么，相应的多普勒频散 $\bar{B}^{(2)}_{\mu_i\mu_i}$ 定义为

$$\bar{B}^{(2)}_{\mu_i\mu_i} := \sqrt{\frac{\int_{-f_s/2}^{f_s/2}(f-\bar{B}^{(1)}_{\mu_i\mu_i})^2\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)\,df}{\int_{-f_s/2}^{f_s/2}\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)\,df}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{\dot{\bar{r}}_{\mu_i\mu_i}[0]}{\bar{r}_{\mu_i\mu_i}[0]}\right)^2 - \frac{\ddot{\bar{r}}_{\mu_i\mu_i}[0]}{\bar{r}_{\mu_i\mu_i}[0]}} \tag{9.33}$$

使用式（9.31）、式（9.32）和 $\bar{\sigma}^2_{\mu_i} = \bar{r}_{\mu_i\mu_i}[0]$，可将特殊情形的对称多普勒功率谱密

度的上式表示为

$$\bar{B}_{\mu_i\mu_i}^{(2)} = \frac{\sqrt{\bar{\beta}_i}}{2\pi\,\bar{\sigma}_{\mu_i}} \tag{9.34}$$

式中

$$\bar{\beta}_i = -\ddot{\bar{r}}_{\mu_i\mu_i}[0] = 2\pi^2 \sum_{n=1}^{N_i} (c_{i,n}\bar{f}_{i,n})^2 \tag{9.35}$$

应该记住，MEDS 是特别为 Jakes 功率谱密度而开发的。在 5.1.7 节，知道通过使用 MEDS，连续时间仿真模型的多普勒频散与参考模型的多普勒频散相同，即 $\tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(2)} = B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$。现在这个关系仅是近似有效的。这种情况的原因是，虽然 $\bar{\sigma}_{\mu_i}^2 = \tilde{\sigma}_{\mu_i}^2 = \sigma_{\mu_i}^2$ 成立，由于 $\bar{f}_{i,n} \approx f_{i,n}$，得到 $\bar{\beta}_i \approx \tilde{\beta}_i = \beta_i$，且由此

$$\bar{B}_{\mu_i\mu_i}^{(2)} \approx \tilde{B}_{\mu_i\mu_i}^{(2)} = B_{\mu_i\mu_i}^{(2)} \tag{9.36}$$

$\bar{B}_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ 和 $B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ 之间的偏差或 $\bar{\beta}_i$ 和 β_i 之间的偏差基本上是由为采样间隔 T_s 选择的值确定的。通过分析衰落信道的离散时间系统的模型误差，将确定出现这种情况的原因。

9. 模型误差

令 $\bar{\mu}_i[k]$ 为式（9.2）引入的一个离散时间确定性过程。那么，离散时间仿真系统的模型误差 $\Delta\bar{\beta}_i$ 定义为

$$\Delta\bar{\beta}_i = \bar{\beta}_i - \beta_i \tag{9.37}$$

使用式（3.68）和式（9.35），为第5章描述的所有参数计算方法，作为 N_i 和 T_s 的一个函数，或换种说法是 $f_s = 1/T_s$，可容易地计算评估模型误差 $\Delta\bar{\beta}_i$。

离散时间系统的模型相对误差 $\Delta\bar{\beta}_i/\beta_i$ 形状的一个例子如图9.7所示，是以归一化采样频率 $f_s/f_{\max}$ 表示的。这里，采用 $N_i = 7$，应用 MEDS（Jakes PSD，$f_{\max} = 91\,\text{Hz}$，$\sigma_0^2 = 1$）。图9.7清晰地表明，如果采样频率 f_s 增加，则模型相对误差 $\Delta\bar{\beta}_i/\beta_i$ 减少。在极限 $f_s \to \infty$ 或 $T_s \to 0$ 中，和预料的一样，得到 $\Delta\bar{\beta}_i/\beta_i \to 0$，因为已知当 $T_s \to 0$ 时，量化的多普勒频率 $\bar{f}_{i,n}$ 趋于量 $f_{i,n}$。在 MEDS 的情形中，这直接得到 $\bar{\beta}_i \to \tilde{\beta}_i = \beta_i$，且由此得到 $\Delta\bar{\beta}_i \to 0$。

10. 周期性

令 $\bar{\mu}_i[k]$ 是具有任意但非零参数 $c_{i,n}$、$\bar{f}_{i,n}$（和 $\bar{\theta}_{i,n}$）的一个离散时间确定性过程。那么 $\bar{\mu}_i[k]$ 是周期性的，具有集合 $\{L_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$ 的最小公因子（lcm），即 $\bar{\mu}_i[k]$ 的周期 L_i 等于

$$L_i = \text{lcm}\{L_{i,n}\}_{n=1}^{N_i} \tag{9.38}$$

为了证明这个定理，必须表明，对于所有 $k \in \mathbf{Z}$，

$$\bar{\mu}_i[k] = \bar{\mu}_i[k + L_i] \tag{9.39}$$

是有效的。因为 L_i 是集合 $\{L_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$ 的最小公因子，所以 L_i 一定是每个表长度 $L_{i,n}$ 的整数倍。因此，可写出

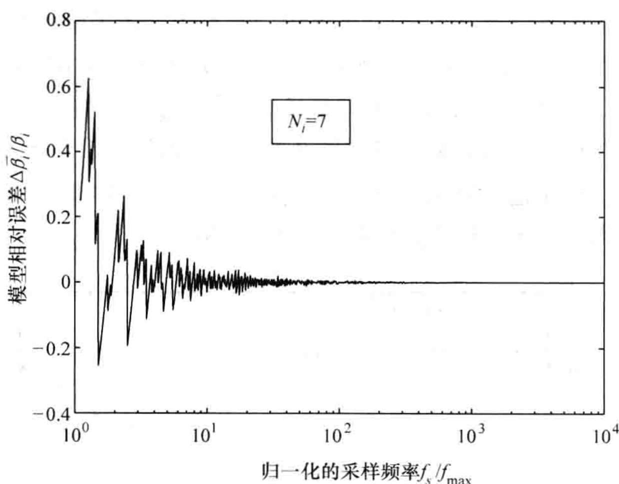


图 9.7 离散时间系统的模型相对误差 $\Delta\bar{\beta}_i/\beta_i$（MEDS，Jakes PSD，$N_i=7$，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

$$L_{i,n}=\frac{L_i}{q_{i,n}} \tag{9.40}$$

式中，$q_{i,n}$是一个自然数，对于每个 $L_{i,n}$，它也许是不同的。因为表长度 $L_{i,n}$等于 $\bar{\mu}_{i,n}[k]$ 的周期，所以乘积 $q_{i,n}\cdot L_{i,n}$必须满足如下关系

$$\bar{\mu}_{i,n}[k]=\bar{\mu}_{i,n}[k+q_{i,n}L_{i,n}] \qquad \forall k\in\mathbf{Z} \tag{9.41}$$

使用最后两式，可以如下方式证明式（9.39）的有效性：

$$\begin{aligned}\bar{\mu}_i[k] &= \sum_{n=1}^{N_i}\bar{\mu}_{i,n}[k]\\ &= \sum_{n=1}^{N_i}\bar{\mu}_{i,n}[k+q_{i,n}L_{i,n}]\\ &= \sum_{n=1}^{N_i}\bar{\mu}_{i,n}[k+L_i]\\ &=\bar{\mu}_i[k+L_i] \qquad \forall k\in\mathbf{Z}\end{aligned} \tag{9.42}$$

由 L_i为集合 $\{L_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$的最小公因子，则得到，L_i是式（9.39）有效的最小（正）值。接下来，称 L_i为离散时间确定性过程 $\bar{\mu}_i[k]$ 的周期。

这里将指出，式（9.38）中周期 L_i的一个上界由所有表长度 $L_{i,n}$的和给定，即

$$\hat{L}_i=\prod_{n=1}^{N_i}L_{i,n} \tag{9.43}$$

考虑上面的解释，则可容易地证明，$\hat{L}_i$也满足式（9.39）。但是，周期 L_i及其上界 $\hat{L}_i$的关系为 $\hat{L}_i\geq L_i$。

由表长度 $L_{i,n}$取决于采样频率f_s的事实，得到周期 L_i也取决于f_s。这种依赖关系如图 9.8 所示，其中周期 L_i及其上界 $\hat{L}_i$作为归一化采样频率f_s/f_{max}的函数画出。由此，为少

量、中等数量和大量的查找表（$N_i=7$，$N_i=14$，$N_i=21$）建议性地给出结果，指出 N_i 和 f_s 都对周期 L_i 具有决定性的影响。也观察到，周期 L_i 经常接近于其上界 $\hat{L}_i$，特别对于小的 N_i 值尤其如此。因此式（9.43）中容易计算的表达式，一般来说，使以足够准确度估计周期 L_i 成为可能。进而，通过考虑图9.8，可认识到甚至对于小的 $f_s/f_{\max}$ 值，周期 L_i 也是非常大的。出于这个原因，可以说，$\bar{\mu}_i[k]$ 是一个准非周期的离散时间确定性高斯过程，前提条件是采样频率 f_s 足够大，即 $f_s>20f_{\max}$。

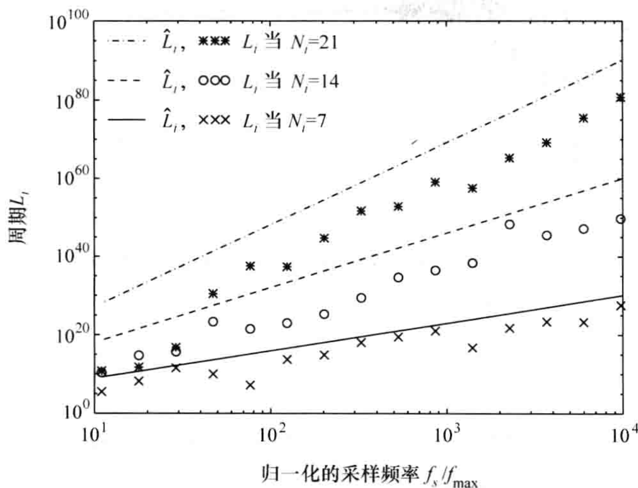


图9.8 作为归一化采样频率 $f_s/f_{\max}$ 的函数的 $\bar{\mu}_i[k]$ 的周期 L_i 及其上限 $\hat{L}_i$（MEDS，Jakes PSD，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

接下来，将研究离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$ 的周期。因此，考虑如下定理：

令 $\bar{\mu}_1[k]$ 和 $\bar{\mu}_2[k]$ 是两个离散时间确定性高斯过程，它们是周期性的，周期分别为 L_1 和 L_2。那么，离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]=|\bar{\mu}_1[k]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k]|$ 是周期性的，周期为

$$L=\operatorname{lcm}\{L_1,L_2\} \tag{9.44}$$

这个定理的证明类似于式（9.39）的证明，这次可给出一个精简证明。由式（9.44），存在两个自然数 q_1 和 q_2，分别满足式 $L=q_1L_1$ 和 $L=q_2L_2$。由此，得到

$$\begin{aligned}\bar{\zeta}[k]&=|\bar{\mu}_1[k]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k]|\\&=|\bar{\mu}_1[k+L_1]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k+L_2]|\\&=|\bar{\mu}_1[k+q_1L_1]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k+q_2L_2]|\\&=|\bar{\mu}_1[k+L]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k+L]|\\&=\bar{\zeta}[k+L]\qquad\forall k\in\mathbf{Z}\end{aligned} \tag{9.45}$$

这证明 $\bar{\zeta}[k]$ 是周期性的，周期为 L。因为由式（9.44），L 是满足式（9.45）的最小整数，所以得到 $L=\operatorname{lcm}\{L_1,L_2\}$ 一定是离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$ 的周期。L 的一个上限给定如下

$$\hat{L}=L_1L_2\geqslant L=\operatorname{lcm}\{L_1,L_2\} \tag{9.46}$$

9.3.2　离散时间确定性过程的统计性质

本小节开始进行复数离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}[k]=\bar{\mu}_1[k]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k]$ 的包络及相位的概率密度函数和累积分布函数分析。接下来，进行由式（9.10）引入的离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$ 的水平通过率和包络平均时长的探讨。当分析离散时间确定性过程的统计性质时，总是假定所有模型参数（$c_{i,n}$、$\bar{f}_{i,n}$ 和 $\bar{\theta}_{i,n}$）是常量。但是，进行统计性质分析的方法是，在随机时刻 k，选取离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}_i[k]$ 的值（样本），即在本小节假定 k 是一个随机变量，均匀分布在区间 $\mathbf{Z}$ 中。

1. 包络和相位的概率密度函数和累积分布函数

在本小节，将为复数离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}[k]$ 的包络和相位，推导其概率密度函数和累积分布函数的解析表达式。首先考虑如下形式的单一基本正弦曲线序列

$$\bar{\mu}_{i,n}[k]=c_{i,n}\cos(2\pi\bar{f}_{i,n}kT_s+\bar{\theta}_{i,n}) \tag{9.47}$$

式中，模型参数 $c_{i,n}$、$\bar{f}_{i,n}$ 和 $\bar{\theta}_{i,n}$ 是任意的但非零的量，且 k 是上面描述的均匀分布随机变量。因为 $\bar{\mu}_{i,n}[k]$ 是周期的，周期为 $L_{i,n}$，不失一般性，假定随机变量 k 受限于半开区间 $[0, L_{i,n})$。在这种情形中，$\bar{\mu}_{i,n}[k]$ 不再被看作一个确定性序列，而被看作一个随机变量，其可能的基本事件（输出或实现）是集合 $\{\bar{\mu}_{i,n}[0], \bar{\mu}_{i,n}[1], \cdots, \bar{\mu}_{i,n}[L_{i,n}-1]\}$ 的元素。因此，应该指出的是，每个基本事件是以概率 $1/L_{i,n}$ 发生的。结果，$\bar{\mu}_{i,n}[k]$ 的概率密度函数可写为

$$\bar{p}_{\mu_{i,n}}(x)=\frac{1}{L_{i,n}}\sum_{l=0}^{L_{i,n}-1}\delta(x-\bar{\mu}_{i,n}[l]) \tag{9.48}$$

式中，$n=1, 2, \cdots, N_i (i=1, 2)$。因为当采样间隔 T_s 趋于零时，基本正弦曲线序列 $\bar{\mu}_{i,n}[k]$ 收敛到相应的基本正弦曲线函数 $\tilde{\mu}_{i,n}(t)$［见式（4.34）］，结果是离散概率密度函数 $\bar{p}_{\mu_{i,n}}(x)$ 收敛到式（4.35）中引入的连续概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_{i,n}}(x)$，即在极限 $T_s\to 0$ 时，得到 $\bar{p}_{\mu_{i,n}}(x)\to\tilde{p}_{\mu_{i,n}}(x)$。对于 $T_s=0\mathrm{ms}$ 的情形，图 9.9a 给出 $\bar{\mu}_{i,n}[k]$ 的概率密度函数 $\bar{p}_{\mu_{i,n}}(x)$ 的一个例子。除此之外，图 9.9b 给出取极限 $T_s\to 0$ 之后得到的结果。

遵循上面描述的方法，继续进行离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}_i[k]$ 的概率密度函数 $\bar{p}_{\mu_i}(x)$ 的推导。由于 $\bar{\mu}_i[k]$ 的周期性，所以将 k 限制在半开区间 $[0, L_i)$。因此，令 k 为均匀分布在 $[0, L_i)$ 之上的一个随机变量，那么 $\bar{\mu}_i[k]$［见式（9.2）］也是一个随机变量，其基本事件 $\bar{\mu}_i[0], \bar{\mu}_i[1], \cdots, \bar{\mu}_i[L_i-1]$ 以相同概率 $1/L_i$ 发生。类似于式（9.48），离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}_i[k]$ 的概率密度函数可表示为

$$\bar{p}_{\mu_i}(x)=\frac{1}{L_i}\sum_{l=0}^{L_i-1}\delta(x-\bar{\mu}_i[l]) \tag{9.49}$$

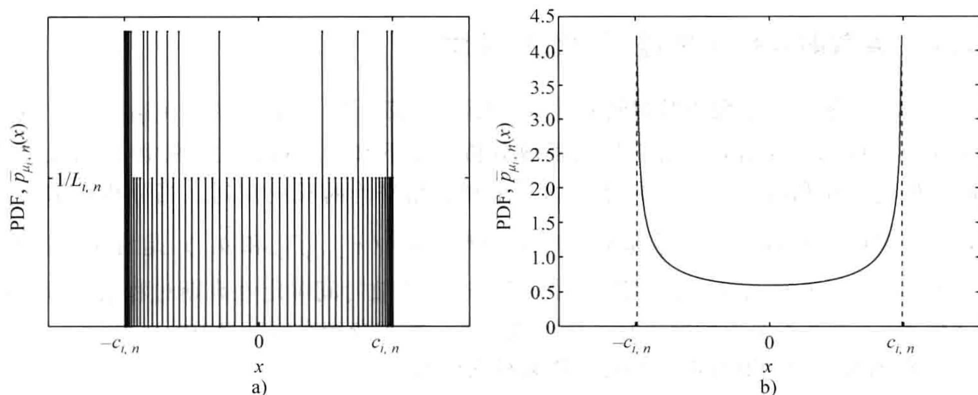


图9.9 $T_s=0.1\text{ms}$ 和 $T_s\to 0$ 时 $\bar{\mu}_{i,n}(x)$ 的概率密度函数 $\bar{p}_{\mu_{i,n}}(x)$（MEDS，Jakes PSD，$N_i=7$，$n=7$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\delta_0^2=1$）

这个结果表明，$\bar{\mu}_i[k]$ 的密度 $\bar{p}_{\mu_i}(x)$ 可表示为狄拉克 delta 函数的一个加权和。由此，狄拉克 delta 函数位于 $\bar{\mu}_i[0]$，$\bar{\mu}_i[1]$，…，$\bar{\mu}_i[L_i-1]$，且被周期 L_i 的倒数值加权。注意，$\bar{p}_{\mu_i}(x)$ 不会从卷积 $\bar{p}_{\mu_{i,1}}(x) * \bar{p}_{\mu_{i,2}}(x) * \cdots * \bar{p}_{\mu_{i,N_i}}(x)$ 得到，因为严格来说，随机变量 $\bar{\mu}_{i,1}[k]$，$\bar{\mu}_{i,2}[k]$，…，$\bar{\mu}_{i,N_i}[k]$ 不是统计上独立的。例如，就查找表系统而言，统计相关性在如下事实中发现其影响（manifestation），即一般而言，地址生成器不会产生最大数量的不同地址组合（状态）。在最终分析中，这是为什么实际周期 L_i 和最大周期 $\hat{L}_i$ 的关系表示为不等式 $L_i\leqslant\hat{L}_i$ 的原因。也应该注意，在极限 $T_s\to 0$ 时，得到 $\bar{p}_{\mu_i}(x)\to\tilde{p}_{\mu_i}(x)$，其中 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$［见式（4.41）］是 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的概率密度函数。另外，当 $T_s\to 0$ 和 $N_i\to\infty$ 时，$\bar{p}_{\mu_i}(x)$ 趋于由式（4.43）定义的高斯概率密度函数 $p_{\mu_i}(x)$。对于 $T_s>0$，不建议直接分析概率密度函数 $\bar{p}_{\mu_i}(x)$ 和 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 之间的差异，原因是前一个密度是离散函数，而后一个密度是连续函数。但是，通过考虑离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}_i[k]$ 的累积分布函数 $\bar{F}_{\mu_i}(r)$，可容易地避免这个问题。由式（9.49），直接得到

$$\bar{F}_{\mu_i}(r)=\frac{1}{L_i}\sum_{l=0}^{L_i-1}\int_0^r\delta(x-\bar{\mu}_i[l])\,\mathrm{d}x,r\geqslant 0 \tag{9.50}$$

$\bar{F}_{\mu_i}(r)$ 与相应连续时间确定性高斯过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的累积分布函数 $\tilde{F}_{\mu_i}(r)$

$$\tilde{F}_{\mu_i}(r)=\frac{1}{2}+2r\int_0^{\infty}\left[\prod_{n=1}^{N_i}J_0(2\pi c_{i,n}v)\right]\text{sinc}(2\pi vr)\,\mathrm{d}v,r\geqslant 0 \tag{9.51}$$

之间的比较如图9.10所示。在 $\tilde{F}_{\mu_i}(r)=\int_{-\infty}^{r}\tilde{p}_{\mu_i}(x)\,\mathrm{d}x$ 中代入式（4.41）中引入的概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$，并求解有关独立变量 x 的积分之后，可直接得到上面给定的累积分布函数 $\tilde{F}_{\mu_i}(r)$ 的解析表达式。

另外，零均值高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 的累积分布函数

$$F_{\mu_i}(r)=\frac{1}{2}\left[1+\mathrm{erf}\left(\frac{r}{\sqrt{2}\delta_0}\right)\right],r\geqslant 0 \tag{9.52}$$

在图9.10中给出参考模型的形状。

对于采样间隔T_s的足够小的值，周期L_i变得非常大（见图9.8），且结果是，样本空间$\{\bar{\mu}_i[l]\}_{l=0}^{L_i-1}$也变得非常大。在这种情形中，在不超过任意合理选择的超时间隔的条件下，对于计算机仿真而言，依据式（9.50）准确地评估计算累积分布函数$\bar{F}_{\mu_i}(r)$是不可能的。幸运的是，这个问题可得以避免，因为甚至通过仅评估计算子集$\{\bar{\mu}_i[k]\}_{k=0}^{K-1}$的$K \ll L_i$个元素，就可得到绝佳结果，如图9.10所示。这幅图表明，在$\bar{F}_{\mu_i}(r)$和$\tilde{F}_{\mu_i}(r)$或$F_{\mu_i}(r)$之间几乎完美的对应关系，虽然式（9.50）仅是使用$K=50\times 10^3 \ll L_i$个样本$\bar{\mu}_i[k]$（$k=0,1,\cdots,K-1$）计算评估的。

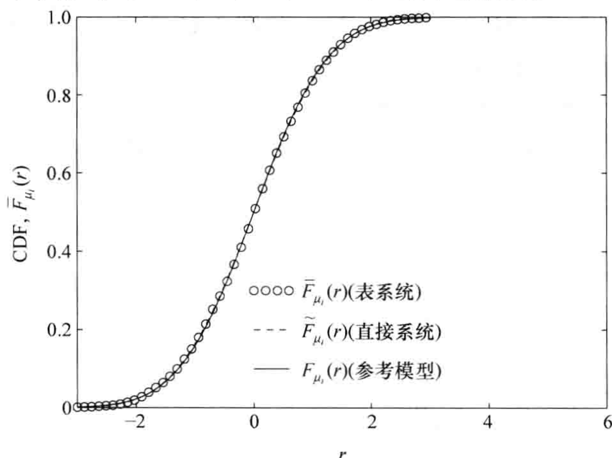


图9.10　$T_s=0.1$ms时离散时间确定性高斯过程$\bar{\mu}_i[k]$的累积分布函数$\bar{F}_{\mu_i}(x)$
（MEDS，Jakes PSD，$N_i=7$，$f_{\max}=91$Hz，$\delta_0^2=1$）

接下来，将研究离散时间确定性瑞利过程$\bar{\zeta}[k]$的概率密度函数和累积分布函数。由此，考虑$\bar{\zeta}[k]$是周期性的，周期为$L=1\mathrm{cm}\{L_1,L_2\}$。进一步假定，注意$k$是一个随机变量，它均匀分布在区间$[0,L)$。那么，得到由式（9.10）定义的$\bar{\zeta}[k]$也是一个随机变量，其中每个可能的输出$\bar{\zeta}[0]$，$\bar{\zeta}[1]$，…，$\bar{\zeta}[L-1]$以概率$1/L$发生。通过与式（9.49）类比，由此可将离散时间确定性瑞利过程$\bar{\zeta}[k]$的概率密度函数$\bar{p}_\zeta(z)$表示为

$$\bar{p}_\zeta(z)=\frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L-1}\delta(z-\bar{\zeta}[l]),\quad z\geqslant 0 \tag{9.53}$$

这个结果使得可将$\bar{\zeta}[k]$的累积分布函数$\bar{F}_\zeta(r)$表示为

$$\bar{F}_\zeta(r)=\frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L-1}\int_0^r\delta(z-\bar{\zeta}[l])\,\mathrm{d}z,\quad r\geqslant 0 \tag{9.54}$$

注意由于当$T_s\to 0$时$\bar{\zeta}[k]\to\tilde{\zeta}(t)$，得到$\bar{p}_\zeta(z)\to\tilde{p}_\zeta(z)$和$\bar{F}_\zeta(r)\to\tilde{F}_\zeta(r)$。由此，

通过设置$\rho=0$由式（4.54a）得到$\bar{p}_{\zeta}(z)$，这得可将$\tilde{\zeta}$（t）的累积分布函数$\tilde{F}_{\zeta_-}(r)$表示为

$$\tilde{F}_{\zeta_-}(r)=\int_0^r \tilde{p}_{\zeta}(z)\mathrm{d}z$$
$$=4r\int_0^{\infty} J_1(2\pi rz)\int_0^{\pi/2}\left[\prod_{n=1}^{N_1}J_0(2\pi c_{1,n}z\cos\theta)\right]$$
$$\left[\prod_{n=1}^{N_2}J_0(2\pi c_{2,n}z\sin\theta)\right]\mathrm{d}\theta\mathrm{d}z, r\geqslant 0 \tag{9.55}$$

最后，应该指出的是，在实施极限$T_s\to 0$和$N_i\to\infty$之后，得到恒等式$\bar{F}_{\zeta_-}(r)=F_{\zeta_-}(r)$，式中

$$F_{\zeta_-}(r)=1-\mathrm{e}^{\frac{r^2}{2\sigma_0^2}}, r\geqslant 0 \tag{9.56}$$

描述了瑞利过程的累积分布函数。

累积分布函数式（9.54）~式（9.56）如图9.11所示。对于依据式（9.54）的$\bar{F}_{\zeta_-}(r)$的计算评估，使用了$K=50\times10^3 \ll L$个样本$\bar{\zeta}[k]$（$k=0, 1, \cdots, K-1$），其中采样间隔T_s选得足够小（$T_s=0.1\text{ms}$）。

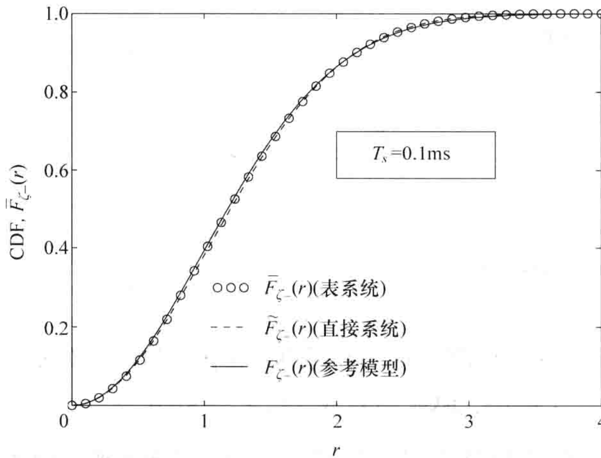


图9.11　$T_s=0.1\text{ms}$时离散时间确定性瑞利过程$\bar{\zeta}$［k］的累积分布函数$\bar{F}_{\zeta_-}(r)$

（MEDS，Jakes PSD，$N_1=7$，$N_2=8$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

现在，详细分析采样间隔T_s对$\bar{\zeta}$［k］的统计性质的影响。特别地，我们的意图是回答如下问题：$\bar{F}_{\zeta_-}(r)$与$\tilde{F}_{\zeta_-}(r)$没有感知到的差异时，T_s的最大值是多少？直到目前，一般性地假定T_s是足够小的，但没有具体地说，“足够小”真正意味着什么。下面希望弥补这一点，方法是推导T_s的一个下限。为了说明当T_s超过某个临界阈值时发生的问题，考虑图9.12中给出的图。与图9.11所示的累积分布函数$\bar{F}_{\zeta_-}(r)$相比，在当前情形中，为计算$\bar{F}_{\zeta_-}(r)$通过使用式（9.54）使用$K=L=9240$个样本$\bar{\zeta}$［k］（$k=0$，1，$\cdots$，$K-1$）。同时，采样间隔T_s从$T_s=0.1\text{ms}$一直增加到$T_s=5\text{ms}$。明显的是，这似乎是有问题的，因为量化相位的不同实现$\{\bar{\theta}_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$现在得到不同的累积分布函数$\bar{F}_{\zeta_-}(r)$，

这可能相互差异较大，这一点可从图9.12中看出。应该观察到，在这个例子中，仍然满足低通信号的采样定理[45]，因为选中的值 $T_s = 5\text{ms}$（即 $f_s = 1/T_s = 200\text{Hz}$）和 $f_{\max}$ 对于式（2.158）形式的采样定理是充分条件，意味着不等式 $f_s > 2f_{\max}$ 成立。通过满足采样定理，可确保连续时间函数 $\bar{\zeta}(t)$ 可完全地由其样本 $\tilde{\zeta}(t)$ 重建。但除此之外，采样定理没有提供有关所产生样本 $\bar{\zeta}[k]$ 的累积分布函数 $\bar{F}_{\zeta_-}(r)$ 独特性的更多信息。

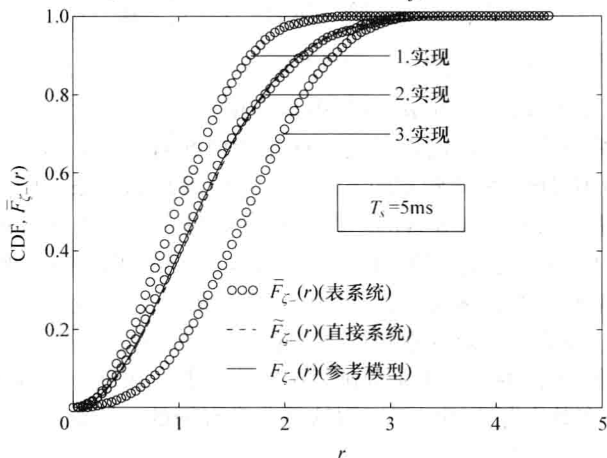


图9.12　对于 $T_s = 5\text{ms}$ 和离散时间相位的不同实现 $\{\bar{\theta}_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$，离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$ 的累积分布函数 $\bar{F}_{\zeta_-}(r)$（MEDS，Jakes PSD，$N_1 = 7$，$N_2 = 8$，$f_{\max} = 91\text{Hz}$，$\sigma_0^2 = 1$）

如图9.12所示问题的原因可归为这样的事实，即式（9.3）中量化的多普勒频率 $\bar{f}_{i,n}$ 是与采样间隔 T_s 有关的。这种关系的影响来自于如下要求

$$f_{i,n} \neq f_{j,m} \tag{9.57}$$

必然可得到上式，通过增加 T_s，两个不等式

$$f_{i,n} \neq f_{j,m} \Leftrightarrow L_{i,n} \neq L_{j,m} \tag{9.58}$$

也是满足的，其中 $n = 1, 2, \cdots, N_i$ 和 $m = 1, 2, \cdots, N_j (i, j = 1, 2)$。如果 T_s 超过某个阈值，那么对于 $\bar{f}_{1,n} = \bar{f}_{2,n}$，存在一对或几对（$n$，$m$），由此 $L_{1,n} = L_{2,m}$ 成立。在这样一种情形中，除了相位偏移外，基本正弦曲线序列 $\bar{\mu}_{1,n}[k]$ 和 $\bar{\mu}_{2,n}[k]$ 是相同的。因此，得到离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}_1[k]$ 和 $\bar{\mu}_2[k]$ 是相关的。另外，通过增加 T_s，对于 $i = 1, 2$ 和 $n \neq m$，$\bar{f}_{i,n} = \bar{f}_{i,m} \Leftrightarrow L_{i,n} = L_{i,m}$ 成立也是有效的。顺便提一下，通过检查 $f_s/f_{\max} < 10$ 时如图9.3a和图9.3b所示的图，这变得明显清晰了。

就采样频率的一个下限 $f_{s,\min}$ 的推导，辅助函数

$$\Delta_{n,m}^{(i,j)} := L_{i,n} - L_{j,m} \tag{9.59}$$

将证明是有用的。使用式（9.4），也可写出

$$\Delta_{n,m}^{(i,j)} = \text{round}\left\{\frac{f_s}{f_{i,n}}\right\} - \text{round}\left\{\frac{f_s}{f_{j,m}}\right\} \tag{9.60}$$

式中，$n=1, 2, \cdots, N_i$和$m=1, 2, \cdots, N_j(i, j=1, 2)$。通过那些对$(n, m)$和$(i, j)$［通过减少$f_s$，式（9.60）中的辅助函数首次为零］，可确定采样频率$f_{s,\min}$的下限。由此

$$f_{s,\min} = \max\{f_s \mid \Delta_{n,m}^{(i,j)} = 0 \qquad \forall i,j=1,2\}_{n,m=1}^{N_i,N_j} \tag{9.61}$$

这个结果可总结为下面的话：假定两个集合$\{f_{1,n}\}_{n=1}^{N_1}$和$\{f_{2,m}\}_{m=1}^{N_2}$的元素满足性质$f_{i,n} \neq f_{j,m}$，如果采样频率f_s大于式（9.61）定义的阈值，即$f_s > f_{s,\min}$，则对于所有$n=1, 2, \cdots, N_1$和$m=1, 2, \cdots, N_2(i, j=1, 2)$，集合$\{\bar{f}_{1,n}\}_{n=1}^{N_1}$和$\{\bar{f}_{2,m}\}_{m=1}^{N_2}$的相应元素满足类似的性质$\bar{f}_{i,n} \neq \bar{f}_{j,m}$。在这种情形中，可得出结论，如果过程$\tilde{\mu}_1(t)$和$\tilde{\mu}_2(t)$是不相关的，那么对应序列$\bar{\mu}_1[k]$和$\bar{\mu}_2[k]$也是不相关的。

图9.13给出两个例子，它们说明通过使用MEDS对式（9.61）评估计算的结果。特别地，通过应用MEDS，采样频率的下限$f_{s,\min}$可由满足如下条件的f_s值确定，即辅助函数$\Delta_{N_1,N_2}^{(1,2)}$首次为零。由相关性导致的问题，如图9.12所示，由此可得以避免，如果采样频率f_s大于如图9.13所示的阈值，但对于如图9.12中给出的负面例子却不是如此。

最后，应该指出的是，满足式（9.61）的下限$f_{s,\min}$是充分的，但未必满足式（9.58）中的条件，即它不排除存在这样的f_s值，它小于$f_{s,\min}$且甚至满足式（9.58）中的两个不等式。这里我们的意图不是详细讨论这个问题。相反，可考虑$f_s > 20f_{\max}$作为一个引导通则，对于多数实际应用已经证明这是非常有用的。结论是，如果f_s大于$20f_{\max}$，则可以说采样频率f_s是足够大的。

接下来，将进行复数离散时间确定性高斯过程$\bar{\mu}[k]$的相位的概率密度函数$\bar{p}_\vartheta(\theta)$的分析。当然，为了取得当前的目标，这里可应用式（9.53）中密度$\bar{p}_\zeta(z)$推导所用的那些类似论证。但是，首选一种更简单和直接的方法，即将式（9.53）中的包络$\bar{\zeta}[l]$替换为相位$\bar{\vartheta}[l]$，这使得可直接将相位的概率密度函数$\bar{p}_\vartheta(\theta)$表示为

$$\bar{p}_\vartheta(\theta) = \frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L-1}\delta(\theta - \bar{\vartheta}[l]), |\theta| \leqslant \pi \tag{9.62}$$

式中，$\bar{\vartheta}[l] = \arctan\{\bar{\mu}_2[l] / \bar{\mu}_1[l]\}$表示在时刻$k=l \in \{0, 1, \cdots, L-1\}$处复数确定性高斯过程$\bar{\mu}[k] = \bar{\mu}_1[k] + j\bar{\mu}_2[k]$的相位。使用式（9.62），相应累积分布函数$\bar{F}_\vartheta(\varphi)$可写为

$$\bar{F}_\vartheta(\varphi) = \frac{1}{L}\sum_{l=0}^{L-1}\int_{-\pi}^{\varphi}\delta(\theta - \bar{\vartheta}[l])\,\mathrm{d}\theta, |\varphi| \leqslant \pi \tag{9.63}$$

应该指出，由于当$T_s \to 0$时$\bar{\vartheta}[k] \to \tilde{\theta}(t)$，也可得到$\tilde{p}_\vartheta(\theta) \to \tilde{p}_\vartheta(\theta)$，且由此当$T_s \to 0$时$\bar{F}_\vartheta(\varphi) \to \tilde{F}_\vartheta(\varphi)$，其中对于$\rho=0$由式（4.54b）得到$\tilde{p}_\vartheta(\theta)$，这使得可将$\tilde{\mu}(t) = \tilde{\mu}_1(t) + j\tilde{\mu}_2(t)$的相位$\tilde{\vartheta}(t)$的累积分布函数$\tilde{F}_\vartheta(\varphi)$表示为

$$\begin{aligned}\tilde{F}_\vartheta(\varphi) &= \int_{-\pi}^{\varphi}\tilde{p}_\vartheta(\theta)\,\mathrm{d}\theta \\ &= 4\int_{-\pi}^{\varphi}\int_{0}^{\infty} z\left\{\int_{0}^{\infty}\left[\prod_{n=1}^{N_1} J_0(2\pi c_{1,n}v_1)\right]\cos(2\pi v_1 z\cos\theta)\,\mathrm{d}v_1\right\}\end{aligned}$$

$$\left\{\iint_0^{\infty}\left[\prod_{m=1}^{N_2} J_0(2\pi c_{2,m}v_2)\right]\cos(2\pi v_2 z\cos\theta)\,\mathrm{d}v_2\right\}\mathrm{d}z\mathrm{d}\theta,\ |\varphi|\leqslant\pi \tag{9.64}$$

当 $T_s \to 0$ 和 $N_i \to \infty$ 时，得到 $\bar{F}_\vartheta(\varphi) \to F_\vartheta(\varphi)$，其中

$$F_\vartheta(\varphi)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{\varphi}{\pi}\right),|\varphi|\leqslant\pi \tag{9.65}$$

是零均值复数高斯随机过程 $\mu(t)=\mu_1(t)+\mathrm{j}\mu_2(t)$ 的均匀分布相位的累积分布函数。

图9.14给出式（9.63）~式（9.65）中的累积分布函数。通过使用样本空间 $\{\bar{\vartheta}[l]\}_{l=0}^{L-1}$ 中的 $K=50\times10^3 \ll L$ 个样本（输出），实施式（9.63）的计算评估。对于采样间隔 T_s，选择值 $T_s=0.1\text{ms}$。通过使用带有图9.14的说明文字中指定参数的MEDS，比值 $f_s/f_{\max}$ 接近阈值 $f_{s,\min}/f_{\max}$（见图9.13）。

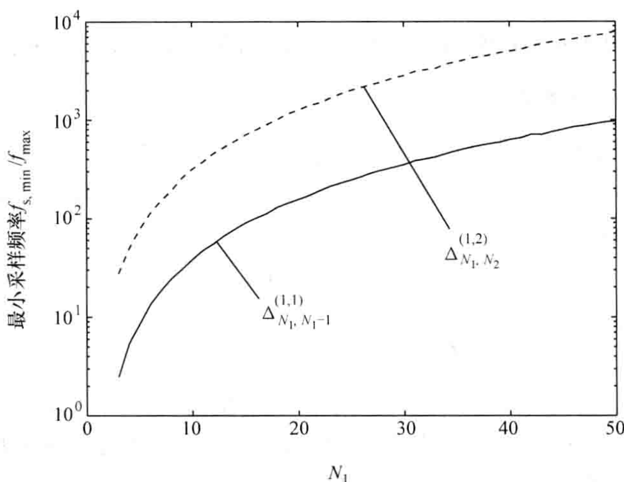


图9.13 以 N_1 表示的采样频率 $f_{s,\min}$ 的下限（MEDS，Jakes PSD，$N_2=N_1+1$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

2. 水平通过率和衰落平均时长

相比连续时间确定性瑞利过程［已经推导得到其水平通过率和衰落平均时长的解析表达式（见附录4.B）］，到此为止，还不存在离散时间确定性瑞利过程的相应解法。下面将研究限制在近似公式的推导，方法是假定归一化采样频率 $f_s/f_{\max}$ 落在如图9.13所示的阈值之上。由此，假设正弦曲线（查找表）数 N_i 是足够大的，即 $N_i\geqslant7$。另外，假定离散时间系统的模型相对误差 $\Delta\beta_i/\beta_i$ 是较小的，特别地当条件 $f_s>f_{s,\min}$ 满足，应用MEDS时（见图9.7）更是这样。考虑到离散时间确定性过程 $\bar{\mu}_i[k]$ 的概率密度函数 $\bar{p}_{\mu_i}(x)$ 渐近地等于连续时间确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的概率密度函数 $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$，即 $\bar{p}_{\mu_i}(x)\sim\tilde{p}_{\mu_i}(x)$，那么可将上面提到的论断和假定概括如下：

$$1)\ \bar{p}_{\mu_i}(x)\sim\tilde{p}_{\mu_i}(x)\approx p_{\mu_i}(x) \tag{9.66a}$$

$$2)\ \bar{\beta}=(\bar{\beta}_1+\bar{\beta}_2)/2\approx\beta=\beta_1=\beta_2 \tag{9.66b}$$

在这些假定下，得出结论，原理上来说，离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$ 的水平通过

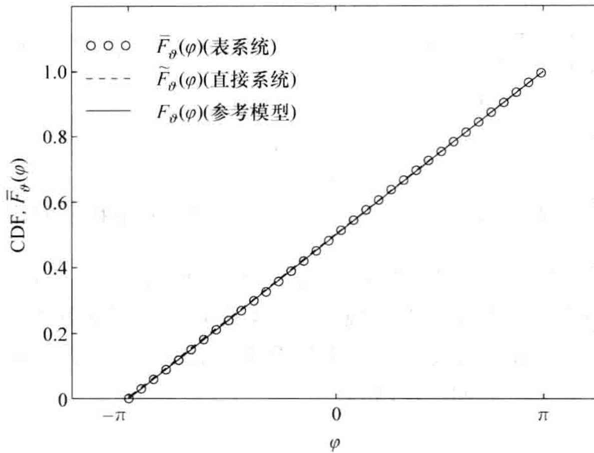


图 9.14 $T_s=0.1\text{ms}$ 时复数离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}[k]=\bar{\mu}_1[k]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k]$的相位 $\bar{\vartheta}[k]$ 的累积分布函数 $\bar{F}_\vartheta(\varphi)$（MEDS，Jakes PSD，$N_1=7$，$N_2=8$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

率 $\bar{N}_\zeta(r)$ 和平均衰落时长 $\bar{T}_{\zeta_-}(r)$ 仍然分别由式（4.73）和式（4.77）中的近似给定。但是，这里不得不针对情形 $\rho=0$ 计算评估这些方程，且另外，必须以 $\Delta\bar{\beta}$替换模型误差 $\Delta\beta$。这得到如下近似

$$\bar{N}_\zeta(r)\approx N_\zeta(r)\left(1+\frac{\Delta\bar{\beta}}{2\beta}\right) \tag{9.67a}$$

$$\bar{T}_{\zeta_-}(r)\approx T_{\zeta_-}(r)\left(1-\frac{\Delta\bar{\beta}}{2\beta}\right) \tag{9.67b}$$

式中，$\Delta\bar{\beta}=\bar{\beta}-\beta$。在式（9.67a）中，$N_\zeta(r)$ 表示由式（2.117）定义的瑞利过程的水平通过率，且在式（9.67b）中，$T_{\zeta_-}(r)$ 指式（2.122）中引入的平均衰落时长。当 $T_s\to 0$和 $N_i\to\infty$ 时，得到 $\bar{N}_\zeta(r)\to N_\zeta(r)$ 和 $\bar{T}_{\zeta_-}(r)\to T_{\zeta_-}(r)$。

图 9.15a 给出离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$ 归一化水平通过率 $\bar{N}_\zeta(r)/f_{\max}$

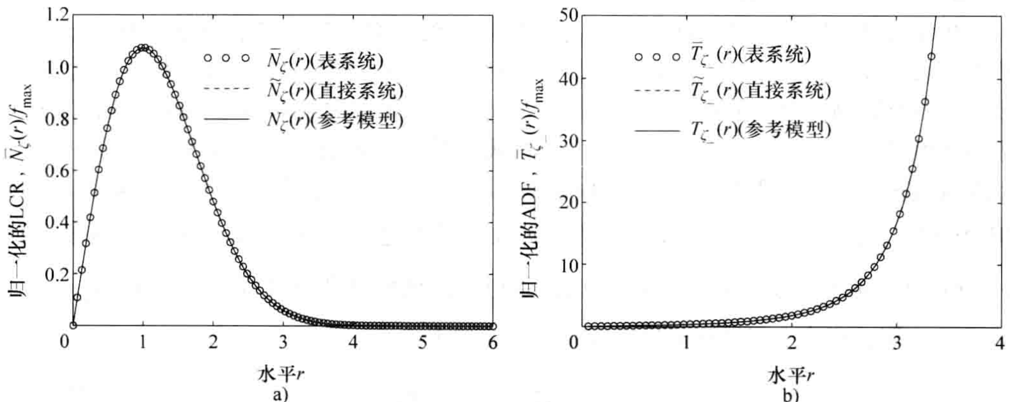


图 9.15 $T_s=0.1\text{ms}$ 时离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$ 的归一化水平通过率 $\bar{N}_\zeta(r)/f_{\max}$和归一化平均衰落时长 $\bar{T}_{\zeta_-}(r)\cdot f_{\max}$（MEDS，Jakes PSD，$N_1=7$，$N_2=8$，$f_{\max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$）

的一个例子。就和前面的例子中一样，这里通过使用 $N_1=7$ 和 $N_2=8$ 的 MEDS，来计算模型参数。对于采样间隔 T_s，同样选择值 $T_s=0.1\text{ms}$。相应的归一化平均衰落时长 $\overline{T}_{\zeta}(r)\cdot f_{\max}$ 如图 9.15b 所示。

9.4　实现复杂度和仿真速度

在本节，将详细研究图 9.2 中给出的查找表系统的效率。另外，将会把查找表系统的效率与相应离散时间直接系统的效率进行比较，后者是通过将连续时间变量 t 替换为 kT_s，由图 4.4 所示的仿真模型得到的。出于方便性考虑，通过选择 $\rho=0$，忽略视距分量的影响。假定，在下面已经完成设置阶段，从而将研究限制在产生相应复数值信道输出序列所需的计算复杂度。

由图 9.2 容易看出，为了计算复数离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}[k]=\bar{\mu}_1[k]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k]$ 的一个样本，在每个时刻 k 处必须实施表 9.1 中所列的运算。可认识到，对于产生输出样本 $\bar{\mu}[k]$，仅需要加法和简单的条件控制流语句（if-else 语句）。对于地址生成器内的地址生成和加到查找表的输出，需要加法，而对于地址生成器内的地址生成，仅需要条件控制流语句。

表 9.1　$\bar{\mu}[k]$（查找表系统）和 $\tilde{\mu}[k]$（直接系统）的计算所需的运算次数

运算次数	查找表系统	直接系统
乘法次数	0	$2(N_1+N_2)$
加法次数	$2(N_1+N_2)-2$	$2(N_1+N_2)-2$
三角（trig.）运算次数	0	N_1+N_2
if-else 运算次数	N_1+N_2	0

通过利用直接系统产生复数值序列 $\tilde{\mu}[k]=\tilde{\mu}_1[k]+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2[k]$ 所需的运算次数也列于表 9.1 中。由此，为了避免正弦曲线函数的参数内不必要的乘法，使用了归一化的多普勒频率 $\Omega_{i,n}=2\pi f_{i,n}T_s$。

表 9.1 中给出的结果可总结如下：当产生复数值信道输出序列使用查找表系统而不使用直接系统时，可避免所有的乘法、加法次数保持不变，且所有的三角运算可替换为简单的 if-else 语句。因此，在下面，如果看到就仿真速度方面，相比直接系统，查找表系统具有明显优势的话，就不会令人感到惊奇了。

作为信道仿真器仿真速度的一个合适度量，引入如下定义的重复时间

$$\Delta T_{\text{sim}}=\frac{T_{\text{sim}}}{K}\tag{9.68}$$

式中，T_{sim} 表示计算复数值信道输出序列的 K 个样本所需的仿真时间。因此，ΔT_{sim} 表示每个复数值信道输出样本的平均计算时间。图 9.16 给出直接系统和查找系统中作为正弦曲线（查找表）数量 N_1 的函数的重复时间 ΔT_{sim}。通过应用带有 $N_2=N_1+1$ 的 MEDS 和使用带有 $N_2=N_1$ 的 Jakes 方法（JM），计算得到模型参数 $f_{i,n}$ 和

$c_{i,n}$。通过使用MATLAB，在一台计算机上实现了信道仿真器的算法，T_{sim}的仿真结果是通过在一台工作站上运行程序得到的。对于每次运行，复数值信道输出序列的样本数都等于$K=10^4$。

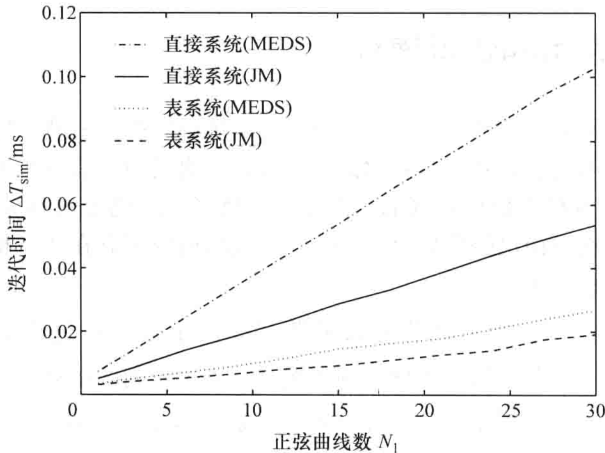


图9.16 作为正弦曲线（查找表）数N_1的一个函数的重复时间ΔT_{sim}（带有$N_2=N_1+1$的MEDS，带有$N_2=N_1$的JM，$f_{max}=91\text{Hz}$，$\sigma_0^2=1$，$T_s=0.1\text{ms}$）

图9.16所示的结果清晰地表明了被处理信道仿真器的速度差异。当使用MEDS时，查找表系统的仿真速度比直接系统的仿真速度快约3.8倍。应用JM，利用如下事实，即对于所有$n=1, 2, \cdots, N_1(N_1=N_2)$，离散多普勒频率$f_{1,n}$和$f_{2,n}$是相同的，而相应的相位$\theta_{1,n}$和$\theta_{2,n}$为零。这使两种仿真系统的复杂度得到巨大降低。对于直接系统的后果是，在每个时刻k仅需计算评估N_1个而不是N_1+N_2个正弦曲线函数。由此直接系统的速度增加近两倍（见图9.16）。JM（$f_{1,n}=f_{2,n}$，$c_{1,n}\neq c_{2,n}$，$\theta_{1,n}=\theta_{2,n}=0$，$N_1=N_2$）的性质进一步隐含着，查找表系统的查找表$\text{Tab}_{1,n}$和$\text{Tab}_{2,n}$具有相同的长度，即对于所有$n=1, 2, \cdots, N_1(N_1=N_2)$，$L_{1,n}=L_{2,n}$成立。记住这一点，并注意到由$\theta_{i,n}=0$，可立刻得到$\bar{\theta}_{i,n}=0$，则可看出，地址生成器仅需要计算通常所需地址数的一半就够了。这是如下观察结果的原因，即查找表系统的速度增加约40%（见图9.16）。

总之，可以说，查找表系统［通过使用MEDS（JM）］要比相应的直接系统约快3倍（是直接系统的4倍）。较高速度的益处为对较大存储单元的需求所黯淡掉了，这是查找表系统值得提到的唯一劣势。记住，对存储单元的总需求正比于采样频率（见图9.3）。通过将采样频率f_s选择得刚好大于$f_{s,min}$，那么所需存储单元数降低到最小，而不损失可得到的准确度。但是，在模型精确度和复杂度之间的一个良好折中，通过在范围$20f_{max}\leqslant f_s\leqslant 30f_{max}$内选择$f_s$得到。当这样的一个所设计的信道仿真器被用作一个移动通信系统的发送器和接收器之间的一条链路时，那么通过采用一个内插（降低）滤波器的采样率转换一般而言是需要的，以便将信道仿真器的采样频率拟合到接收器的输入（发送器的输出）的采样频率。

9.5　正弦曲线求和方法与滤波器方法的比较

此时，建议将正弦曲线之和方法与滤波器方法进行比较，后一种方法经常用作移动无线信道仿真模型的设计。这里，将研究限制在瑞利过程的建模上。出于这个目的，考虑图 9.17 所示的离散时间结构。

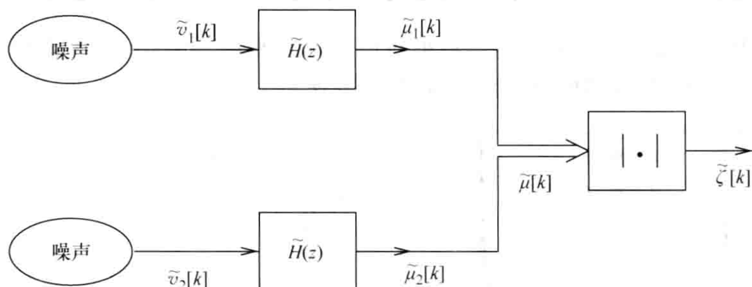


图 9.17　在滤波器方法基础上，瑞利过程的一个仿真模型

因为严格来说，高斯白噪声是不可实现的，所以考虑 $\tilde{v}_1[k]$ 和 $\tilde{v}_2[k]$ 作为两个可实现的噪声序列，其统计性质足够接近理想高斯白噪声随机过程的那些统计性质。特别地，要求这两个伪随机序列 $\tilde{v}_i[k]$ $(i=1, 2)$ 是不相关的。另外，假设 $\tilde{v}_i[k]$ 具有一个非常长的周期，并满足性质 $E\{\tilde{v}_i[k]\}=0$ 和 $\mathrm{Var}\{\tilde{v}_i[k]\}=1$。

在图 9.17 中，符号 $\tilde{H}(z)$ 表示 z 域中一个数字滤波器的传递函数。在实际中，递归数字滤波器被广泛用于窄带随机过程的建模。这种滤波器的传递函数在 z 域中可如下表示

$$\tilde{H}(z) = A_0 \frac{\prod_{n=1}^{N_0/2}(z-\rho_{0n}e^{j\varphi_{0n}})(z-\rho_{0n}e^{-j\varphi_{0n}})}{\prod_{n=1}^{N_0/2}(z-\rho_{\infty n}e^{j\varphi_{\infty n}})(z-\rho_{\infty n}e^{-j\varphi_{\infty n}})} \tag{9.69}$$

式中，N_0表示滤波器的阶，A_0是一个常数，其确定满足数字滤波器输出序列的均值功率等于 σ_0^2。如大家所知，滤波器方法的原理是确定滤波器的传递函数的系数，满足传递函数的幅度 $|\tilde{H}(e^{j2\pi f T_s})|$ 与期望多普勒功率谱密度的平方根 $\sqrt{S_{\mu_i\mu_i}(f)}$ 之间的偏差最小，或尽可能地小，这是就一个合适的误差准则而言的。这个问题一般可通过应用数值优化过程［例如 Fletcher-Powell 算法[162] 或 Remez 交换过程（Remez exchange procedure）］进行求解。在参考文献［207，352，353］中可找到常用优化过程的综述。

特别地对于广泛使用的式（3.23）中的 Jakes 功率谱密度，在参考文献［127］中设计了 8 阶的一个递归数字滤波器，它非常密切地近似期望的频率响应。在表 9.2 中，针对一个截断频率 f_c［依据 $f_c=f_s/(110.5)$，归一化道采样频率 f_s］，列出摘自参考文献［354］的递归数字滤波器的系数。

表9.2 参考文献［354］中提出的8阶递归滤波器的传递函数的系数

n	ρ_{0n}	φ_{0n}	$\rho_{\infty n}$	$\varphi_{\infty n}$
1	1.0	5.730778×10^{-2}	0.991177	4.542547×10^{-2}
2	1.0	7.151706×10^{-2}	0.980664	1.912862×10^{-2}
3	1.0	0.105841	0.998042	5.507401×10^{-2}
4	1.0	0.264175	0.999887	5.670618×10^{-2}

在图9.18a中给出得到的传递函数绝对值的平方和期望Jakes功率谱密度图。相应自相关函数之间的非常良好的吻合度如图9.18b所示。

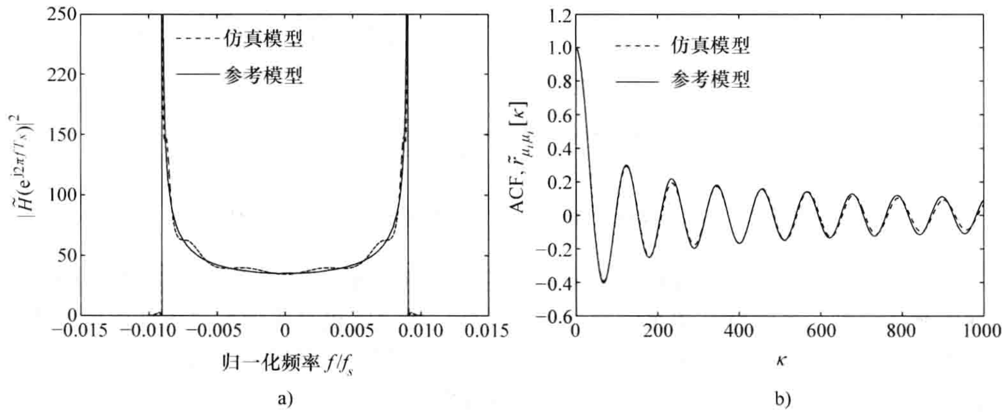


图9.18 8阶递归滤波器的传递函数绝对值的平方$|\tilde{H}(e^{j2\pi f/T_s})|^2$和被滤波随机过程$\tilde{\mu}_i[k]$（$i=1, 2$）的自相关序列$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}[\kappa]$[127]

在Jakes功率谱密度情形中的截断频率f_c是采用最大多普勒频率f_{max}确定的。这意味着，通过改变f_{max}或f_c，传递函数$\tilde{H}(z)$的所有系数都必须利用常用的低通到低通变换法[12]重新计算。在这个方面而言，应该指出，由于这些频率变换，会发生非线性频率畸变，特别地如果比值f_c/f_s较小时是不能忽略的。在实际中，这个问题是通过采用一个采样率变换器解决的。由此，数字滤波器采用一个较小采样率工作，之后必须采用一个内插滤波器方法将该采样率变换到传递系统的高得多的采样率。将不讨论采样率变换的细节，因为这里的目的是比较不同信道仿真器的计算速度，出于公平性不考虑任何方式的采样率变换。否则，对于查找表系统和直接系统而言，一个内插器也是必要的。原理上这总是可行的，但就计算速度的一个简单测量而言，这将仅得到如下事实，即计算速度依赖于所选内插因子和其他系统参数。

在参考文献［120］中，在一台工作站上通过使用MATLAB，实现了上面描述的8阶递归数字滤波器如图9.17所示的结构，且依据式（9.68）中的规则，测量了重复时间ΔT_{sim}。这个性能测试的结果是$\Delta T_{sim}=0.02$ms。也发现，约50%的总计算时间用于产生实

数值随机序列 $\tilde{v}_1[k]$ 和 $\tilde{v}_2[k]$，而这些序列的滤波仅占计算时间剩下的 30%。由这个结果得出结论，滤波器阶数的降低不会自动地得到重复时间 ΔT_{sim} 的显著降低。

现在将得到的 8 阶滤波器系统的重复时间与直接系统和查找表系统的相应重复时间关联起来，变得明显的是，通过使用 MEDS（$N_1=7$，$N_2=8$），就仿真速度而言，直接系统比滤波器系统约慢 25%，而查找表系统比滤波器系统高约 300%。

9.6 扩展阅读

在参考文献［355］中给出宽带移动无线信道仿真器的硬件架构特征和实现技术。在参考文献［356］中可找到复数正弦曲线求和法和滤波器方法（应用于 MIMO 信道的建模）的计算复杂度的比较。作者们的主要结论是建议采用复数正弦曲线求和方法，特别当天线数据巨大时更是如此。通过使用正弦曲线求和方法和滤波器方法设计的窄带和宽带信道仿真器，其计算复杂度的研究是参考文献［357］中探讨的主题。

在现场可编程门阵列（FPGA）上实现基于正弦曲线求和的衰落信道仿真器，在参考文献［358］中描述了瑞利信道的情况，在参考文献［359］中描述了莱斯信道的情况。接下来在参考文献［360］中讨论了使用滤波器和正弦曲线求和方法设计的衰落信道仿真器的建模和硬件实现。滤波器方法也成功地应用于计算上高效的硬件信道仿真器的开发。例如，在参考文献［361］中给出用于瑞利衰落信道的一个紧缩型 FPGA 信道仿真器。例如在参考文献［362-364］中描述了在一个浮点数字信号处理器（DSP）上实现宽带移动无线信道模型。在参考文献［365］中提出一个快速的和准确的基于软件的瑞利衰落信道仿真器，它由固定无穷脉冲响应（IIR）滤波器后跟可变多相位内插器（以便处理不同的最大多普勒频率）组成。

在参考文献［366］中提出在一个硬件平台上实现基于几何学的 MIMO 信道仿真器的一种低复杂度算法。其中声称所提算法，相比于传统实现技术，具有 14 位精度的一个硬件信道仿真器的计算复杂度降低大于 1 个量级。在一篇相关文章[367]中，该算法被用于为基于几何学的随机信道模型依据 COST 259[275]，开发一个实时硬件信道仿真器。在参考文献［368］中描述针对 MIMO 宽带信道模型的一个多功能的基于软件的信息仿真器，重点在实现方面。

第 10 章　移动无线信道建模中的精选专题

10.1　多个不相关瑞利衰落波形的设计

本节讨论多个不相关瑞利衰落波形集合的设计。瑞利衰落波形是互不相关的，但每个波形在时间上是相关的。对于多样性组合（diversity-combined）瑞利衰落信道、放大和转发衰落信道、频率选择信道和具有不相关亚信道的多输入多输出（MIMO）信道的仿真而言，设计由多个不相关瑞利衰落波形组成的一个集合是重要的。通过使用正弦曲线求和（SOS）信道建模原理，产生各波形。

支持多个不相关瑞利衰落过程的准确和高效产生的信道仿真器的开发，是数年来研究的主题。最初在参考文献［16，17］中引入的 SOS 原理，被广泛应用于瑞利衰落信道仿真模型的开发[13,96,97,99,100,111-113,118,148,150,153,158,369,370]。为了使用 SOS 信道仿真器产生多个不相关的瑞利衰落波形，提出了许多不同的参数计算方法[13,96,97,99,111-114,118,158,214,369,370]。取决于基本的参数计算方法，SOS 信道仿真器一般被分类为确定性的[13,113,114,118,158,214,369,370]、遍历随机的或非遍历随机的[97,99,111-113,153]。对于所有的仿真试验，一个确定性 SOS 信道仿真器具有常量随机参数（增益、频率和相位）。一个遍历随机 SOS 信道仿真器具有常数增益和常量频率但却有随机相位[133,134,153]。由于遍历性质，为揭示其完备的统计性质，仅需要单次仿真试验。一个样本函数，即一个随机 SOS 信道仿真器的单次仿真试验实际上得到一个确定性的过程（波形）。就这个意义上来说，也说一个确定性信道仿真器可被用于产生一个随机过程的样本函数。一个非遍历随机 SOS 信道仿真器假定频率和/或增益是随机变量。非遍历随机 SOS 信道仿真器的统计性质对每次仿真试验都是变化的，且不得不在足够大量的仿真试验上求平均进行计算。遍历随机（确定性）的和非遍历随机 SOS 信道仿真器都有优点和缺点，这在参考文献［113］中进行了讨论。一般而言，可以说，相对于非遍历随机 SOS 信道仿真器[150]而言，确定性 SOS 信道仿真器具有较高的效率。

本节的目标是给出设计多个不相关瑞利衰落波形问题的方法。介绍准确多普勒频散方法（MEDS）的一般形式，可被解释为一类参数计算方法，它包括许多其他著名的方法作为特例。这里考虑了这个类型的一个特例，使利用确定性概念进行高效和准确的多个遍历不相关瑞利衰落波形设计成为可能。分析结果和数值结果都表明，得到的基于确定性 SOS 的信道仿真器满足参考模型所施加的所有主要要求，其中给定在二维各向同性散射条件下推导得到的相关性性质。对于模型参数的计算而言，这里给出的方法保持模型复杂度较低，并提供一种简单的封闭形式解。

本节如下组织。10.1.1 节描述问题以及为使用 SOS 原理得到 K 个互不相关瑞利衰落波形而必须满足的条件。在 10.1.2 节，所谓的一般 MEDS 作为一类参数计算方法加以介绍，它给出各向同性散射条件下问题的一个封闭形式解。在 10.1.3 节，表明参数计算方法类包括几个

其他著名的方法作为特例。10.1.4 节考察实践角度下的交叉相关性性质，其中仿真时间总是有限的。最后，在 10.1.5 节给出有关本主题的建议阅读材料的一个列表。

10.1.1　问题描述

一个 SOS 信道仿真器，它产生波形

$$\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)=\sqrt{\frac{2}{N_i}}\sum_{n=1}^{N_i}\cos(2\pi f_{i,n}^{(k)}t+\theta_{i,n}^{(k)}),i=1,2 \tag{10.1}$$

式中，N_i表示正弦曲线数量，$f_{i,n}^{(k)}$被称为离散多普勒频率，且 $\theta_{i,n}^{(k)}$ 是第 k 个复数波形 $\tilde{\mu}^{(k)}(t)$的同相分量 $\tilde{\mu}_1^{(k)}(t)$ 或正交分量 $\tilde{\mu}_2^{(k)}(t)$ 的第 n 个正弦曲线的相位。想通过使用这样的一个 SOS 信道仿真器，来仿真 K 个互不相关的瑞利衰落波形

$$\tilde{\zeta}^{(k)}(t)=|\tilde{\mu}^{(k)}(t)|=|\tilde{\mu}_1^{(k)}(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2^{(k)}(t)|,k=1,2,\cdots,K \tag{10.2}$$

相位 $\theta_{i,n}^{(k)}$ 被看作独立同分布随机变量的输出，每个随机变量在区间（0，2π］上都有一个均匀分布。出于提高清晰性考虑，SOS 信道仿真器的结构如图 10.1 所示。

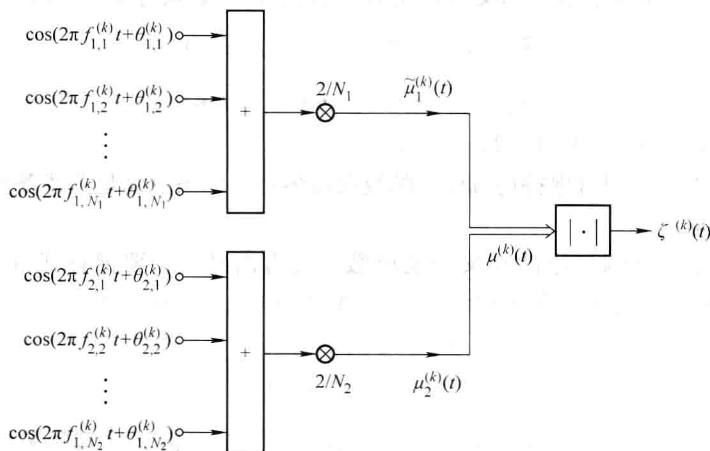


图 10.1　为产生瑞利衰落波形 $\tilde{\zeta}^{(k)}(t)$（$k=1$，2，…，K），SOS 信道仿真器的结构

对于常量模型参数 $\{f_{i,n}^{(k)}\}$ 和 $\{\theta_{i,n}^{(k)}\}$ 的给定集合和 $i=1$，2 及 $k=1$，2，…，K，第 k 个波形 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 的时间平均自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau)$ 可表示为

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau)&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)\tilde{\mu}_i^{(k)}(t+\tau)\mathrm{d}t\\&=\frac{1}{N_i}\sum_{n=1}^{N_i}\cos(2\pi f_{i,n}^{(k)}\tau)\end{aligned} \tag{10.3}$$

类似地，对于 i，$\lambda=1$，2 和 k，$l=1$，2，…，K，得到 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_\lambda^{(l)}(t)$ 的时间平均交叉相关函数如下

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)\tilde{\mu}_\lambda^{(l)}(t+\tau)\mathrm{d}t$$

$$= \begin{cases} \dfrac{1}{N_i N_\lambda} \sum_{n=1}^{N_i} \sum_{m=1}^{N_\lambda} \cos(2\pi f_{i,n}^{(k)} \tau - \theta_{i,n}^{(k)} \pm \theta_{\lambda,m}^{(\ell)}), & f_{i,n}^{(k)} = \pm f_{\lambda,m}^{(\ell)} \\ 0, & f_{i,n}^{(k)} \neq \pm f_{\lambda,m}^{(\ell)} \end{cases} \tag{10.4}$$

问题是，找到离散多普勒频率$f_{i,n}^{(k)}$的合适值，满足如下两个主要条件：

1）在某个域上，仿真模型的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau)$ 必须尽可能地接近一个给定参考模型的自相关函数$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，即

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau) \approx r_{\mu_i\mu_i}(\tau), k=1,2,\cdots,K, \quad \forall \tau \in [0, \tau_{\max}] \tag{10.5}$$

式中，$\tau_{\max}$表示最大时间滞后，它确定所关注近似质量所在的域。为了测量区间［0，$\tau_{\max}$］上 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau) \approx r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的近似质量，使用如下L_2范数

$$E_2 = \left[\frac{1}{\tau_{\max}} \int_0^{\tau_{\max}} | \tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau) - r_{\mu_i\mu_i}(\tau) |^2 \mathrm{d}\tau \right]^{1/2} \tag{10.6}$$

2）$\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_\lambda^{(l)}(t)$ 的交叉相关函数 $\tilde{\mu}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}(\tau)$ 必须等于零，即

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}(\tau) = 0 \qquad \forall \tau, \qquad i \neq \lambda \tag{10.7a}$$

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k,l)}(\tau) = 0 \qquad \forall \tau, \qquad k \neq l \tag{10.7b}$$

式中，i，$\lambda=1$，2和k，$l=1$，2，…，K。

值得指出的是，通过保持仿真模型的复杂度最小，应该可满足上述条件，这意味着N_i必须尽可能地小。

通过考虑式（10.4）中的交叉相关函数，可得出结论，要保证式（10.7a）和式（10.7b），当且仅当对于所有$n=1$，2，…，N_i和$m=1$，2，…，N_λ

$$f_{i,n}^{(k)} \neq \pm f_{\lambda,m}^{(l)}, i \neq \lambda \tag{10.8a}$$

$$f_{i,n}^{(k)} \neq \pm f_{i,n}^{(l)}, k \neq l \tag{10.8b}$$

成立。上述两式表明，不同波形 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_j^{(l)}(t)$ 的离散多普勒频率绝对值的集合必须是不相交的，即 $\{|f_{i,n}^{(k)}|\}_{n=1}^{N_i} \cap \{|f_{\lambda,m}^{(l)}|\}_{m=1}^{N_\lambda} = \varnothing$，如果$i \neq \lambda$（$i$，$\lambda=1$，2）和$k \neq l$（$k$，$l=1$，2，…，$K$），其中$\varnothing$表示空集合。

因为由式（10.7a）得到，交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}^{(k,k)}(\tau)$ 和 $\tilde{r}_{\mu_2\mu_1}^{(k,k)}(\tau)$ 为零，则可将第k个复数波形 $\tilde{\mu}^{(k)}(t) = \tilde{\mu}_1^{(k)}(t) + \mathrm{j}\tilde{\mu}_2^{(k)}(t)$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu\mu}^{(k)}(\tau)$ 表示为

$$\tilde{r}_{\mu\mu}^{(k)}(\tau) = \tilde{r}_{\mu_1\mu_1}^{(k)}(\tau) + \tilde{r}_{\mu_2\mu_2}^{(k)}(\tau) \tag{10.9}$$

在下面，将参考模型限制在二维各向同性散射条件下的瑞利模型。回顾一下，参考模型的自相关函数$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$是如下给定的［见式（3.25），其中$\sigma_0^2=1$］

$$r_{\mu_i\mu_i}(\tau) = J_0(2\pi f_{\max}\tau), i=1,2 \tag{10.10}$$

式中，$J_0(\cdot)$表示第一类零阶Bessel函数，且$f_{\max}$是最大多普勒频率。在这种情形中，因为交叉相关函数$r_{\mu_1\mu_2}(\tau)$和$r_{\mu_2\mu_1}(\tau)$为零，所以复数过程$\mu(t)=\mu_1(t)+\mathrm{j}\mu_2(t)$的自相关函数等于$r_{\mu\mu}(\tau)=2r_{\mu_i\mu_i}(\tau)=2J_0(2\pi f_{\max}\tau)$。

10.1.2　准确多普勒频散的一般方法（$GMEDS_q$）

为解决前一小节描述的问题，考虑一般 MEDS（$GMEDS_q$）[114]，它代表了 SOS 瑞利衰落信道仿真器设计的一类参数计算方法。依据这种方法，离散多普勒频率$f_{i,n}^{(k)}$为

$$
\begin{aligned}
f_{i,n}^{(k)} &= f_{\max}\cos(\alpha_{i,n}^{(k)}) \\
&= f_{\max}\cos\left[\frac{q\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)+\alpha_{i,0}^{(k)}\right]
\end{aligned}
\tag{10.11}
$$

式中，$\alpha_{i,0}^{(k)}$被称作旋转角度（将在后面定义）且 $q\in\{0, 1, \cdots, 4\}$。注意参数 q 主要确定 $\alpha_{i,n}^{(k)}$ 值的范围。经验研究表明，对于 $GMEDS_q$，式（10.6）中的 $\tau_{\max}$ 由 $\tau_{\max}=N_i/(2qf_{\max})$ 给定（$q=1, 2$）。由式（10.11），明显的是，如果 $q=1$ 和 $\alpha_{i,0}^{(k)}=0$，则 $GMEDS_q$ 简化为原始 MEDS。

1. 使用 $GMEDS_1$ 的问题求解

下面将证明，在不增加模型复杂度的条件下，$GMEDS_1$ 如何被用来产生任意数量 K 的多个不相关瑞利衰落波形。依据 $GMEDS_1$，通过将 q 设置为 1，并将旋转角度 $\alpha_{i,0}^{(k)}$定义为

$$
\alpha_{i,0}^{(k)} := (-1)^{i-1}\frac{\pi}{4N_i}\cdot\frac{k}{K+2}
\tag{10.12}
$$

则可由式（10.11）得到离散多普勒频率$f_{i,n}^{(k)}$，其中 $i=1, 2$ 和 $k=1, 2, \cdots, K$。

2. $GMEDS_1$ 的动机和分析

接下来，给出的 $GMEDS_1$ 分析，包括一些背景信息，这澄清了依据式（10.12）引入旋转角度 $\alpha_{i,0}^{(k)}$的动机。出于这个目的，从式（10.11）开始讨论，其中 $q=1$ 并将式（10.3）和式（10.10）代入式（10.6），这使得可研究旋转角度 $\alpha_{i,0}^{(k)}$对式（10.5）中近似质量的影响。对于 N_i的各种值，以 $\alpha_{i,0}^{(k)}$ 表示的误差函数 $E_2=E_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$ 的形状如图 10.2 所示。清晰的是，以 N_i的增加，降低 $E_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$。也可观察到，误差函数 $E_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$ 是周期的，周期为 $\alpha_{\text{per}}=\pi/2$，即 $E_2(\alpha_{i,0}^{(k)})=E_2(\alpha_{i,0}^{(k)}+p\pi/2)$，其中 p 代表一个整数。另外，$E_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$ 几乎是偶对称的，即 $E_2(\alpha_{i,0}^{(k)})\approx E_2(-\alpha_{i,0}^{(k)})$。当 $\alpha_{i,0}^{(k)}$ 分别等于 $p\alpha_{\text{per}}$ 和 $(2p+1)\alpha_{\text{per}}/2$ 时，可得到 $E_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$ 的最小值和最大值。因此，原 MEDS（$q=1$，$\alpha_{i,0}^{(k)}=0$）得到正交自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的最佳拟合。原 MEDS 的性质包括当 $N_i\to\infty$ 时 $E_2(0)\to 0$ 这个性质。但是，对于 N_i的一个有限数，$E_2(0)$ 的值不等于零。可从图 5.54 中的图得到 $E_2(0)$ 多快地趋近于零的思路，其中 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 均值平方误差被显示为 N_i的一个函数。观察图 10.2，也可认识到，如果 $\alpha_{i,0}^{(k)}\neq p\pi/2$，可能会产生大的近似误差。即使对于大的 N_i，这个事实也成立。

接下来，将研究必须施加在 $\alpha_{i,0}^{(k)}$上的条件，从而使式（10.8a）和式（10.8b）得以满足。因为 $1\leqslant n\leqslant N_i$，可得出结论，$\frac{\pi}{4N_i}\leqslant\frac{\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)\leqslant\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4N_i}$成立。如果将式（10.11）中 $\alpha_{i,0}^{(k)}$限制在区间 $\left[-\frac{\pi}{4N_i}, \frac{\pi}{4N_i}\right]$（$N_i<\infty$），可进一步写出 $\alpha_{i,n}^{(k)}\in[0, \pi/2]$。在这个范围内，由式（10.11）得到，随着 n 值的增加，在区间 $[0, f_{\max}]$ 上离散多普勒

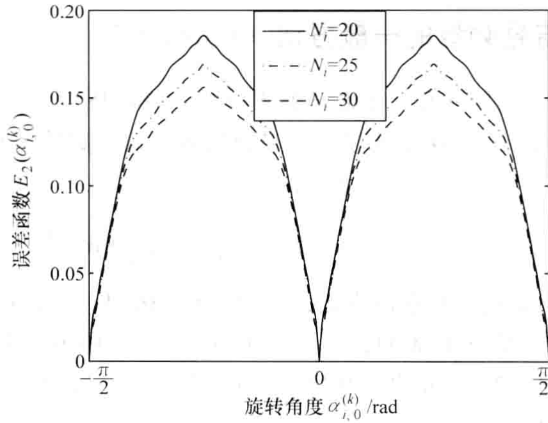


图 10.2 针对 N_i 的不同值，通过使用 GMEDS_1，以旋转角度 $\alpha_{i,0}^{(k)}$ 表示的误差函数 $E_2 = E_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$

频率 $f_{i,n}^{(k)}$ 是单调减小的量，即 $0 \leqslant f_{i,n+1}^{(k)} < f_{i,n}^{(k)} \leqslant f_{\max}$。出于简单性，令 $N_1 = N_2$。那么式（10.8a）和式（10.8b）总是得到满足的，当且仅当对于所有 n，$m=1$，2，…，N_i

$$\alpha_{i,0}^{(k)} \neq \alpha_{\lambda,0}^{(l)} - \frac{\pi(n-m)}{2N_i}, \quad i \neq \lambda \tag{10.13a}$$

$$\alpha_{i,0}^{(k)} \neq \alpha_{i,0}^{(l)}, \quad k \neq l \tag{10.13b}$$

分别成立，其中 k，$l=1$，2，…，K 和 i，$\lambda=1$，2。为了保障 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_\lambda^{(l)}(t)$ 的交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}(\tau)$ 等于零，上述条件是充分的，即将得到式（10.7a）和式（10.7b）。

为满足式（10.13a）和式（10.13b）中的条件和设计由 K 个互不相关的瑞利衰落波形组成的一个集合，有许多方法。这里，如式（10.12）一样定义旋转角度 $\alpha_{i,0}^{(k)}$。注意，$i=1$ 时 $\alpha_{i,0}^{(k)} \in (0, \pi/(4N_i))$，$i=2$ 时 $\alpha_{i,0}^{(k)} \in (-\pi/(4N_i), 0)$。对于 GMEDS_1，如果 $k=K$ 即 $\alpha_{i,0}^{(k)} = \alpha_{i,0}^{(K)} = \pm\frac{\pi}{4N_i}\frac{K}{K+2}$ 时，得到自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau)$ 的最差近似结果，不管为 K 选择哪个值都如此。相比 MEDS，式（10.11）中引入旋转角度 $\alpha_{i,0}^{(k)}$，在不为 N_i 选择不同值的条件下，可保障满足式（10.8a）和式（10.8b）中的条件。以这个意义而言，GMEDS_1 去除了对 N_i 的约束。结果，在不增加由 N_i 确定的模型复杂度的条件下，通过使用式（10.12），可设计非常大量（理论上无穷的）的 K 个互不相关瑞利衰落波形 $\tilde{\zeta}^{(k)}(t)$（$k=1$，2，…，K）。

遵循上述的讨论，如果 $0 < \alpha_{i,0}^{(k)} < \pi/(4N_i)$，则不等式 $\frac{\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right) + \alpha_{i,0}^{(k)} > \frac{\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)$。在这种情形中，依据式（10.11），相比于满足 $\alpha_{i,0}^{(k)}=0$ 的 MEDS 的相应 $f_{i,n}^{(k)}$，GMEDS_1 的 $f_{i,n}^{(k)}$ 总是较小的。由式（10.3），现在清晰的是，当使用 GMEDS_1 时，自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}$ 总是大于或等于自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$，后者是通过应用 MEDS 在某个区间 $[0, \tau_{\max}]$ 上得到

的。如果 $-\pi/(4N_i) < \alpha_{i,0}^{(k)} < 0$，相反的论断成立。对于 MEDS，重要的是指出，在区间 $[0, \tau_{max}]$ 上，$\tau_{max}=N_i/(2f_{max})$ 时，$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 是非常接近于 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)=J_0(2\pi f_{max}\tau)$ 的，这如图 10.2 所示。结果，当使用 $GMEDS_1$ 时，得到自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau)$ 的如下重要性质：

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau) \geqslant r_{\mu_i\mu_i}(\tau), \qquad 0<\alpha_{i,0}^{(k)}<\pi/(4N_i) \tag{10.14a}$$

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau) \leqslant r_{\mu_i\mu_i}(\tau), \qquad -\pi/(4N_i)<\alpha_{i,0}^{(k)}<0 \tag{10.14b}$$

式中，$\tau\in[0, \tau_{max}]$ 和 $\tau_{max}=N_i/(2f_{max})$。这些结果可做如下解释：在区间 $[0, \tau_{max}]$ 内，就参考模型的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 而言，一个正（或负）的旋转角度 $\alpha_{i,0}^{(k)}\in(0, \pi/(4N_i))$（或 $\alpha_{i,0}^{(k)}\in(-\pi/(4N_i), 0)$）总是得到仿真模型自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau)$ 的非负（或非正）误差。

上述性质由如图 10.3 所示的结果可确认。这幅图给出自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau)$ 的图，是依据式（10.12），在 $N_i=20$ 和 $k=K=4$ 时，针对两个选择的 $\alpha_{i,0}^{(k)}$ 值应用 MEDS（$\alpha_{i,0}^{(k)}=0$）和 $GMEDS_1$ 得到的。出于比较目的，也给出了参考模型的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的形状。明显地，当使用原 MEDS 时，得到最佳拟合。在这种情形中，如果 $\tau\in[0, N_i/(2f_{max})]$ 即 $\tau f_{max}\in[0, 10]$，则近似 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}\approx r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 是绝佳的。也可观察到，如果 $\alpha_{i,0}^{(k)}=\pi/120$，那么对于 $\tau f_{max}\in[0, 10]$，$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau)\geqslant r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 成立。如果 $\alpha_{i,0}^{(k)}=-\pi/120$，则得到相反的结论。注意，图 10.3 给出 $\alpha_{i,0}^{(k)}=\pm\pi/120$ 时 $GMEDS_1$ 的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau)$ 的最差近似结果，这可从式（10.12）得到，如果 $k=K$ 的话。对于 $k<K$，近似结果要好得多，这也可从图 10.2 中清晰地看到。一项比较研究揭示出，即使对于最差情形，就单次试验而言，$GMEDS_1$ 也比许多其他方法（包括参考文献［13］中的 Jakes 方法、参考文献［158，369，370］中的确定性方法和参考文献［97，99，111，113］中的随机方法）提供自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的较好近似结果。

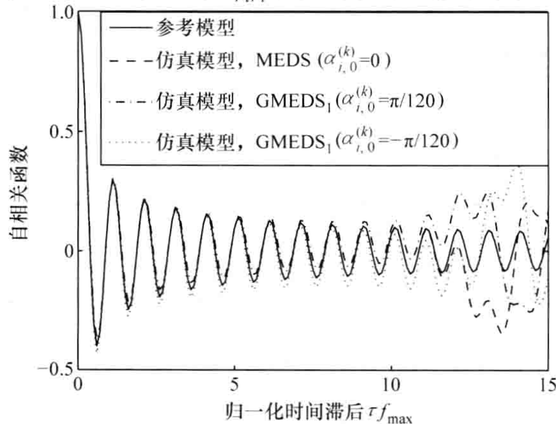


图 10.3　通过使用 $\alpha_{i,0}^{(k)}=0$ 时的 MEDS 和 $\alpha_{i,0}^{(k)}=\pm\pi/120$（$N_i=20$，$k=K=4$）时的 $GMEDS_1$，与仿真模型自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}^{(k)}(\tau)$ 相比较时参考模型的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$

由式（10.12）和式（10.14），可进一步得出结论，满足$\alpha_{1,0}^{(k)}$的同相自相关函数$\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}^{(k)}$总是具有非负的误差，而满足$\alpha_{2,0}^{(k)}=-\alpha_{1,0}^{(k)}$的正交自相关函数$\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}^{(k)}$在区间［0，$\tau_{\max}$］上总是具有非正的误差。回顾一下图10.2，误差函数$E_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$几乎是偶对称的。这意味着，$\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}^{(k)}$的非负误差和$\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}^{(k)}$的非正误差是相互弥补的，从而至少在域［0，$\tau_{\max}$］上，$\tilde{r}_{\mu\mu}^{(k)}(\tau)=\tilde{r}_{\mu_1\mu_1}^{(k)}(\tau)+\tilde{r}_{\mu_2\mu_2}^{(k)}(\tau)$对$r_{\mu\mu}(\tau)=2J_0(2\pi f_{\max}\tau)$的近似是绝佳的，其中$\tau_{\max}=N_i/(2f_{\max})$。类似于式（10.6），在区间［0，$\tau_{\max}$］上近似$\tilde{r}_{\mu\mu}^{(k)}(\tau)$可使用如下$L_2$范数进行度量。

$$E'_2(\alpha_{i,0}^{(k)})=\left[\frac{1}{\tau_{\max}}\int_0^{\tau_{\max}}|\tilde{r}_{\mu\mu}^{(k)}(\tau)-r_{\mu\mu}(\tau)|^2\mathrm{d}\tau\right]^{1/2} \qquad (10.15)$$

图10.4给出N_i不同值时以$\alpha_{i,0}^{(k)}$表示的$E'_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$的形状。由图10.2和图10.4的比较可看出，上述互补效应是明显的，因为总体而言误差函数$E'_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$比$E_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$小得多。无须多说的是，$E'_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$是偶对称的［即$E'_2(\alpha_{i,0}^{(k)})=E'_2(-\alpha_{i,0}^{(k)})$］和周期的，周期为$\alpha_{\text{per}}=\pi/(4N_i)$，即$E'_2(\alpha_{i,0}^{(k)})=E'_2(\alpha_{i,0}^{(k)}+p\alpha_{\text{per}})$，其中$p=\pm1,\ \pm2,\ \cdots$。分别在$\alpha_{i,0}^{(k)}=p\alpha_{\text{per}}$和$\alpha_{i,0}^{(k)}=(2p+1)\alpha_{\text{per}}/2$处取$E'_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$的最大值和最小值。注意$E'_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$和$E_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$具有不同周期，且在$\alpha_{i,0}^{(k)}$处$E'_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$的最大值与同一位置$\alpha_{i,0}^{(k)}$处$E_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$的最小值是吻合的。结果是，满足$\alpha_{i,0}^{(k)}=0$的原MEDS导致复数过程$\mu(t)$的自相关函数$r_{\mu\mu}(\tau)$的最差拟合。这是完全不同于同相（正交）分量$\mu_i(t)$的自相关函数$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$的拟合的，其中MEDS提供最佳拟合结果，这可从图10.2和图10.3中看到。

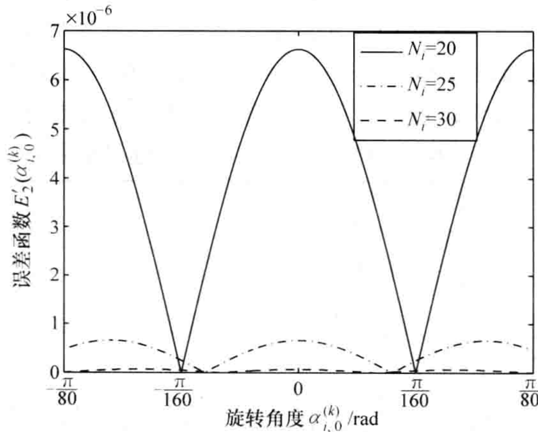


图10.4　对N_i的不同值，通过使用GMEDS_1，以旋转角度$\alpha_{i,0}^{(k)}$表示的误差函数$E'_2(\alpha_{i,0}^{(k)})$

在图10.5中，给出对于$\alpha_{i,0}^{(k)}$的四个选择值，通过使用$N_i=20$和$K=4$时的GMEDS_1，计算得到的自相关函数$\tilde{r}_{\mu\mu}^{(k)}(\tau)$的图。注意，依据图10.4给出的结果，$\alpha_{i,0}^{(k)}=\pm\pi/160$（$k=3$）和$\alpha_{i,0}^{(k)}=\pm\pi/480$（$k=1$）分别代表最佳情形和最差情形。偶对称性质是自证明的。出于比较的原因，也给出仿真模型的自相关函数$\tilde{r}_{\mu\mu}^{(k)}(\tau)$，是通过使用原MEDS（$\alpha_{i,0}^{(k)}=0$）和参考模型自相关函数$r_{\mu\mu}(\tau)$得到的。注意，就$r_{\mu\mu}(\tau)$的拟

合而言，在最差情形下，MEDS 的性能比 $GMEDS_1$ 的性能要差。但是，即使在 $GMEDS_1$ 的最差情形中，$r_{\mu\mu}^{(k)}(\tau)$ 的拟合也是绝佳的，如果 $\tau \in [0, N_i/(2f_{max})]$ 或等价地 $\tau f_{max} \in [0, 10]$。当 $\alpha_{i,0}^{(k)} = \pm\pi/(8N_i) = \pm\pi/160$ 时，$r_{\mu\mu}(\tau)$ 的拟合是绝佳的，即使当 τ_{max} 达到 N_i/f_{max} 即 $\tau f_{max} \in [0, 20]$ 时也如此。这是并不令人奇怪的，因为这个特定的格局对应于 $2N_i$ 时的原 MEDS 格局。在如图 10.5 所示的有限范围 $\tau f_{max} \in [0, 15]$，通过使用 $\alpha_{i,0}^{(k)} = \pm\pi/160$ 时的 $GMEDS_1$ 和参考模型的自相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$ 得到的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu\mu}^{(k)}(\tau)$ 是不可区分的。在参考文献 [114] 中可找到 $GMEDS_1$ 分析的更多细节。最后，通过范例的方式，图 10.6 给出 $K=4$ 时得到的 4 个不相关衰落包络 $\tilde{\zeta}^{(k)}(t)$ $(k=1, 2, \cdots, K)$ 的时间形状。

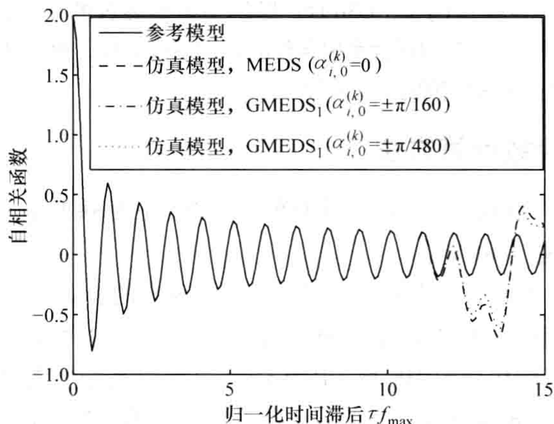


图 10.5　与参考模型的相应自相关函数 $\tilde{r}_{\mu\mu}^{(k)}(\tau)$ 比较，参考模型的复数高斯过程的自相关函数 $r_{\mu\mu}(\tau)$（通过使用 $\alpha_{i,0}^{(k)}=0$ 的 MEDS 和 $\alpha_{i,0}^{(k)} = \pm\pi/160$ 和 $\alpha_{i,0}^{(k)} = \pm\pi/480$ $(N_1=N_2=20, K=4)$ 的 $GMEDS_1$ 进行设计的）

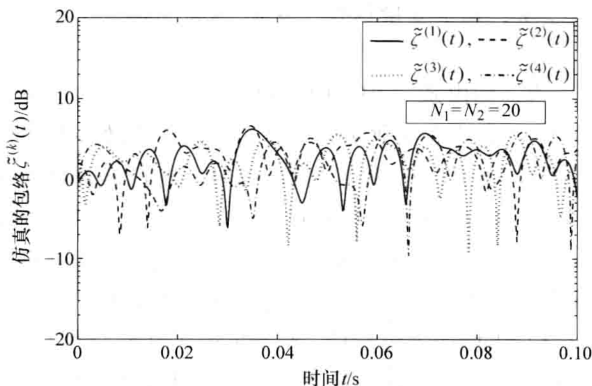


图 10.6　仿真的不相关瑞利衰落波形 $\tilde{\zeta}^{(k)}(t)$ $(k=1, 2, \cdots, K)$ [通过使用 $GMEDS_1$ $(f_{max}=91\text{Hz}, N_1=N_2=20, K=4)$ 得到的]

3. $GMEDS_1$ 的讨论

相比于 MEDS，$GMEDS_1$ 的一项明显优势是 $GMEDS_1$ 可被用于设计非常大量（理论

上是无穷的）的互不相关的瑞利衰落波形，同时保持正弦曲线数量为常数。使用 $GMEDS_1$ 设计得到的信道仿真器的复杂度是较低的，且独立于所产生的不相关的衰落波形的数量 K。$GMEDS_1$ 的缺陷是，就所产生的复数波形的同相（正交）分量自相关函数的拟合而言，必须接受小的非负（非正）误差。但是，当考虑所得到的复数波形的自相关函数时，在所关注域上，这些误差是互补的。所关注的域随正弦曲线的数量而线性增加，由此可容易地加以控制。注意，许多通信系统［例如使用差分相移键控（DPSK）调制[13]或正交频分复用（OFDM）方案[118]的那些系统］的性能仅取决于复数波形的自相关函数，而不是取决于正交分量的自相关函数。事实上，多数移动通信系统的性能仅对自相关函数的误差敏感，条件是如果归一化时间滞后较小，指 $\tau f_{max} \leq 0.3$[153]。$GMEDS_1$ 非常适合于这种通信系统的信道仿真器的设计。最后，应该强调的是，$GMEDS_1$ 提供了模型参数的一个封闭形式的解［见式（10.11）和式（10.12）］，是在各向同性散射条件的假定下推导的。将所建议的技术扩展到无线非各向同性信道，也许是未来研究的一个专题。

10.1.3 有关的参数计算方法

$GMEDS_q$ 代表一类参数计算方法，除其他方法外，它包括如下7种方法作为特例。

1. 蒙特卡洛方法（MCM）

如果 $q=0$ 且 $\alpha_{i,0}^{(k)}$ 为 $u_{i,n}^{(k)}$ ［是（0，$\pi/2$］上均匀分布的独立同分布随机变量］替换，那么得到MCM，它最初在参考文献［100］中提出，并在参考文献［99］中得到进一步发展。MCM和如下随机化的MEDS（RMEDS）可被用来产生大量不相关的瑞利衰落波形，而不增加仿真器的复杂度。但是，由于方法的非遍历性质，得到的仿真器不是高效的，这一点可见参考文献［214］中的讨论。

2. 随机化的 MEDS（RMEDS）

如果 $q=1$ 且 $\alpha_{i,0}^{(k)}$ 由 $\alpha_{i,0}^{(k)}=u_{i,n}^{(k)}/(4N_i)$ 替换，则得到RMEDS[111]，其中 $u_{i,n}^{(k)}$ 是独立同分布（i. i. d）随机变量，每个变量具有［$-\pi$，π）上的一个均匀分布。

3. 原始 MEDS

如果 $q=1$ 且 $\alpha_{i,0}^{(k)}=0$，则由式（10.11）得到原MEDS[96]。但是，为了产生多个不相关的波形，式（10.11）中的 N_i 必须替换为 $N_i^{(k)}$。因此离散多普勒频率由 $f_{i,n}^{(k)}=f_{max}\cos[\pi(n-1/2)/(2N_i^{(k)})]$ 给定。在参考文献［214］中已经证明，采用MEDS满足式（10.8a）和式（10.8b）的唯一方法是对所有 $n=1, 2, \cdots, N_i^{(k)}$ 和 $m=1, 2, \cdots, N_\lambda^{(l)}$，保证 $N_i^{(k)}/N_\lambda^{(l)} \neq (2n-1)/(2m-1)$ 成立。随着被仿真的不相关衰落波形数量的增加，如果使用MEDS，则确定性SOS信道仿真器的正弦曲线数量指数增加。例如，为了使用MEDS来仿真 $K=4$ 个不相关的瑞利衰落信道，则满足式（10.8a）和式（10.8b）的正弦曲线数 N_i 的由8个值组成的一个可能集合由 $\{8, 9, 10, 12, 16, 32, 64, 128\}$[214]给定。如果要求大量不相关的过程，则这个明显的缺陷限制了MEDS的有用性。

4. 具有分集的 MEDS（MEDS-SP）

当 $q=1$ 和 $\alpha_{i,0}^{(k)}=\pi[k-(K+1)/2]/(2KN_i)$ 时，得到另一个特例，即所谓的MEDS-SP[150]。实际上这种方法属于 $GMEDS_1$，但却具有 $\alpha_{i,0}^{(k)}$ 的不同表达式。MEDS-SP

的目的是利用在多个样本函数（试验）上求平均，这是当使用非遍历随机方法[97,99,111,113]时不可避免的一种技术。在参考文献［150］中，证明了就单次试验和在多次试验上求平均来说，MEDS-SP 的性能优于参考文献［111］中提出的非遍历方法。在没有其他修改的情况下，对于多个不相关瑞利衰落波形的设计不建议使用 MEDS-SP。

5. 等面积方法（MEA）

如果 $q=1$ 和 $\alpha_{i,0}^{(k)}=\pi/(4N_i^{(k)})$，则由 GMEDS_q 得到 MEA[148]。接着得到 $f_{i,n}^{(k)}=f_{\max}\cos[n\pi/(2N_i^{(k)})]$。注意，MEA 最初是针对单个瑞利衰落波形的设计提出的。为了通过使用 MEA 产生多个不相关的瑞利衰落波形，式（10.11）中的 N_i 必须替换为 $N_i^{(k)}$。类似于 MEDS，采用 MEA 来满足式（10.8a）和式（10.8b）的唯一方法，是改变不同波形的正弦曲线数，这将极大地增加仿真器的复杂性，如果要求大量不相关波形的话。

6. GMEDS_2

通过设置 $q=2$，则由 GMEDS_q 可得到设计多个不相关瑞利衰落波形问题的另一种解法。采用得到的 GMEDS_2，可设计由 K 个瑞利衰落波形 $\tilde{\zeta}^{(k)}(t)$ 组成的一个集合，如果对于 $k=1, 2, \cdots, K$ 和 $i=1, 2$，旋转角度 $\alpha_{i,0}^{(k)}$ 如下给定[114]

$$\alpha_{i,0}^{(k)}=\frac{\pi}{4N_i}\cdot\frac{k-1}{K-1} \tag{10.16}$$

式中，$N_2:=N_1+1$。取决于为 K 和 N_1 所选的值，在参考文献［371］中指出，GMEDS_2 可得到波形 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_\lambda^{(l)}(t)$，对于 $i\neq\lambda$（$i, \lambda=1, 2$）和 $k\neq l$（$k, l=1, 2, \cdots, K$）的几个稀有组合，波形不满足式（10.8a）和式（10.8b）中的条件。这意味着完美互不相关的瑞利衰落波形数是 $K'\leqslant K$。为了避免这个问题，建议将式（10.16）中的 $\alpha_{i,0}^{(k)}$ 替换为[371]

$$\alpha_{i,0}^{(k)}=\frac{\pi}{2N_i}\cdot\frac{k-1/2}{K} \tag{10.17}$$

式中，$N_2=N_1+2$（N_1 为偶数），这可保障对于 $i\neq\lambda$（$i, \lambda=1, 2$）和 $k\neq l$（$k, l=1, 2, \cdots, K$）的所有组合，满足式（10.8a）和式（10.8b）中的条件。

7. 扩展的 MEDS（EMEDS）

最后，如果 $q=4$ 和 $\alpha_{i,0}^{(k)}=\pi/(2N_i)$，则得到 EMEDS，这是在各向同性散射假定下针对复数正弦曲线之和瑞利衰落信道仿真器的设计提出的。EMEDS 在 MIMO 信道仿真器的模型参数计算中扮演了一个重要角色，这在第 8 章做了展示说明。在不做进一步的修正条件下，对于多个不相关瑞利衰落波形的设计，是不能使用 EMEDS 的。

10.1.4 有限仿真时间对交叉相关性性质的影响

为了得到多个不相关瑞利衰落波形特征的进一步认识，在仿真时间约束下研究交叉相关性性质。即假定 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 的仿真开始于 $t_1=-T$ 并结束于 $t_2=+T$，其中 T 是有限的（$T<\infty$）。在这个条件下，即使满足式（10.8a）和式（10.8b）中的不等式，过程 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_\lambda^{(l)}(t)$ 也是相关的。为了研究有限仿真时间的影响，定义如下相关性系数

$$\bar{\rho}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}:=\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)\,\tilde{\mu}_\lambda^{(l)}(t)\,\mathrm{d}t, 0<T<\infty \tag{10.18}$$

注意相关性系数$\tilde{\rho}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}$等于$\tau=0$时的交叉相关函数$\tilde{r}_{\mu\mu_\lambda}^{(k,l)}(\tau)$，条件是$T$是有限的［参见式（10.4）］。将式（10.2）代入式（10.18），给出封闭形式的解

$$\tilde{\rho}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}=\frac{1}{2\pi T\sqrt{N_iN_\lambda}}\sum_{n=1}^{N_i}\sum_{m=1}^{N_\lambda}\left[\frac{\sin(2\pi(f_{i,n}^{(k)}-f_{\lambda,m}^{(l)})T)\cos(\theta_{i,n}^{(k)}-\theta_{\lambda,m}^{(l)})}{f_{i,n}^{(k)}-f_{\lambda,m}^{(l)}}+\frac{\sin(2\pi(f_{i,n}^{(k)}+f_{\lambda,m}^{(l)})T)\cos(\theta_{i,n}^{(k)}+\theta_{\lambda,m}^{(l)})}{f_{i,n}^{(k)}+f_{\lambda,m}^{(l)}}\right]\tag{10.19}$$

明显地，$\tilde{\rho}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}$取决于所有模型参数，包括相位$\theta_{i,n}^{(k)}$和$T$。对于我们的目的，将关注点放在$\tilde{\rho}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}$的上限就够了。将上限表示为$\hat{\rho}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}$，那么通过使用$\sin x\leqslant 1$和$\cos x\leqslant 1$，由式（10.19）得到

$$\hat{\rho}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}=\frac{1}{\pi T\sqrt{N_iN_\lambda}}\sum_{n=1}^{N_i}\sum_{m=1}^{N_\lambda}\frac{f_{i,n}^{(k)}}{(f_{i,n}^{(k)})^2-(f_{\lambda,m}^{(l)})^2}\tag{10.20}$$

明显的，当$T\to\infty$时，$\hat{\rho}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}\to 0$。但是在实践中，仿真时间$T_{\text{sim}}=2T$是有限的，则由此理论上不相关的过程$\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$和$\tilde{\mu}_\lambda^{(l)}(t)$仍然是相关的。对于$\text{GMEDS}_1$［见式（10.12）］、$\text{GMEDS}_2$［见式（10.16）］以及参考文献［372］中引入的修正MEDS（MMEDS），在表10.1中列出上限$\hat{\rho}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}$的评估计算结果。结果清晰地表明，在实践考虑下，$\text{GMEDS}_1$和$\text{GMEDS}_2$的性能都优于MMEDS，因为最后一种方法得到确定性的过程$\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$和$\tilde{\mu}_\lambda^{(l)}(t)$，随着$T$值的增加，这两个过程非常缓慢地解相关。这项缺陷的原因是，对$k=1, 2, \cdots, K$，MMEDS将离散多普勒频率$f_{i,n}^{(k)}$紧密地聚集在最优值（原始MEDS）周围。这使式（10.20）的分母中的频率差非常小，由此导致$\hat{\rho}_{\mu\mu_\lambda}^{(k,l)}$的巨大值。$\text{GMEDS}_1$和$\text{GMEDS}_2$避免了这项缺陷，其中离散多普勒频率$f_{i,n}^{(k)}$的扩展是非常大的。

表10.1　$\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$和$\tilde{\mu}_\lambda^{(l)}(t)$的相关系数的上限$\hat{\rho}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}$，其中假定有限的仿真时间，使用的是$\text{GMEDS}_1$（$N_1=N_2=20$）、$\text{GMEDS}_2$（$N_1=20$，$N_2=21$）和MMEDS[372]（$N_1=N_2=20$），满足$K=3$和$f_{\max}=91\text{Hz}$

$\hat{\rho}_{\mu_i\mu_\lambda}^{(k,l)}$	GMEDS_1	GMEDS_2	MMEDS
$\hat{\rho}_{\mu_1\mu_1}^{(1,2)}$	0.6765s/T	-5.0889×10^{-16}s/T	-1.5915×10^{6}s/T
$\hat{\rho}_{\mu_1\mu_1}^{(1,3)}$	0.3249s/T	-1.4843×10^{-16}s/T	-7.9577×10^{5}s/T
$\hat{\rho}_{\mu_1\mu_1}^{(2,3)}$	0.6391s/T	0.2070s/T	-1.5915×10^{6}s/T
$\hat{\rho}_{\mu_2\mu_2}^{(1,2)}$	−0.8293s/T	-5.0899×10^{-16}s/T	1.5915×10^{6}s/T
$\hat{\rho}_{\mu_2\mu_2}^{(1,3)}$	−0.4103s/T	-1.4843×10^{-16}s/T	7.9577×10^{5}s/T
$\hat{\rho}_{\mu_2\mu_2}^{(2,3)}$	−1.0062s/T	0.2070s/T	1.5915×10^{6}s/T
$\hat{\rho}_{\mu_1\mu_2}^{(1,1)}$	−0.3035s/T	-1.6554×10^{-16}s/T	7.9577×10^{5}s/T
$\hat{\rho}_{\mu_1\mu_2}^{(2,2)}$	−0.0817s/T	0.2882s/T	3.9789×10^{5}s/T
$\hat{\rho}_{\mu_1\mu_2}^{(3,3)}$	−0.0386s/T	1.0993s/T	2.6526×10^{5}s/T

上面的结果促使我们引入第三个重要准则，即在仿真时间约束条件下，K 个波形必须快速地解相关。如果用于不同波形的离散多普勒频率间的扩展非常大，这个条件才得以满足。不幸的是，第三个准则与 10.1.1 节式（10.5）引入的第一个准则是矛盾的。这意味着多个不相关瑞利波形的设计仅能得到第一个准则和第三个准则之间的一项折中。$GMEDS_1$ 给出了这样一个折中方案。

10.1.5　扩展阅读

对于瑞利衰落的仿真，虽然 Jakes 确定性 SOS 信道仿真器[13]有一些人们不期望的性质，但它仍得到广泛使用。这样的性质之一来自于所产生复数波形同相分量和正交分量的非零交叉相关函数。在参考文献［13］中，Jakes 也提出了其方法的一种扩展，目的是产生 K 个不相关的波形，但在参考文献［118，157］中证明了，任何成对的所产生的复数波形的交叉相关函数的最大（最小）值可以非常大。Dent 等[158]提出 Jakes 方法的一种修正，方法是通过使用正交 Walsh-Hadamard 矩阵解相关所产生的波形。这样就减小了交叉相关函数，但它们仍然不是恰好为零。对于参考文献［369］中提出的确定性方法，仍然存在不同波形之间非零交叉相关函数的同一问题。在参考文献［370］中引入了支持产生由 K 个互不相关瑞利衰落波形的另一种确定性方法。使用这种方法，K 个基本复数波形的每个波形的时间自相关函数都非常接近指定的自相关函数。不幸的是，对于所设计复数波形的同相分量和正交分量的自相关函数，却不是这种情况。在参考文献［113］中，提出了确定性的方法和随机方法，目的是解决设计多个不相关瑞利衰落波形的问题。不幸的是，当应用确定性方法时，所产生复数波形的实部和虚部的自相关函数与参考模型的相应自相关函数差异很大（即使正弦曲线项数趋于无穷时也是这样）且所提出的随机方法得到一个非遍历的信道仿真器。L_p 范数方法[96]是非常强大的，且不限于各向同性信道，但它没有设计多个不相关瑞利衰落波形问题的一个简单的封闭形式解，且为了取得期望的结果，要求数值优化技术方面的专业经验。在参考文献［214］中重新讨论了准确的多普勒频散方法（MEDS）的用途[96]，其中涉及以一个确定性的 SOS 信道仿真器产生多个不相关瑞利衰落波形。其中证明了可满足所有的主要要求，但不幸的是，所得到的信道仿真器的复杂度几乎随不相关波形数量的增加而成指数增加。如果不相关波形数较大，则这就使原 MEDS 不太高效。在参考文献［214］中也可找到 MEDS 与 L_p 方法及参考文献［97，111，112］中的各种方法的详细比较。

非遍历随机方法（如参考文献［97，99，111-113］中提出的那些方法）可被用来保障不同波形的交叉相关函数为零，但由单次仿真试验得到的波形的时间自相关函数一般来说不足以接近于参考模型的期望自相关函数。这个问题仅能通过在多次仿真试验上求平均来解决，这会降低该方法的效率。

最后，要提到的是，在参考文献［170］中给出多个不相关瑞利衰落信道的复数正弦曲线之和仿真器设计的一种通用方法。这种方法不限于 Jakes（Clarke）的对称 U 形多普勒功率谱密度。它可被用于产生具有任意（对称的和非对称的）指定多普勒功率谱密度特征的任意数量的不相关瑞利衰落波形。

10.2 阴影衰落的空间信道模型

通过一个移动无线信道发送的一个信号的接收包络经历快速衰落和慢速衰落。快速衰落是由所接收散射多径分量的叠加产生的。慢速衰落，也称作阴影衰落或简单地称作阴影效应（shadowing），当传播路径为大型物体或地面特征（terrain features）（像宏蜂窝中的建筑物和山脉或微蜂窝中的车辆）阻挡时，发生这种衰落。阴影衰落效应在局部均值的随机波动中显示出来，这可解释为数个波长距离上所接收包络的平均。经验研究表明，由阴影遮挡导致的局部均值的信号强度变化可由对数正态过程[63,193,194,373,374]来准确地进行建模。在移动无线信道建模和移动通信系统的性能研究中，对数正态过程扮演了一个重要角色。为了研究由快速衰落和慢速衰落导致的组合效应的影响，对数正态过程成为许多信道模型（如 Suzuki 模型[26]、Loo 模型[202]和修正的 Loo 模型[195]）的一个固有部分。所有这些模型都建议作为陆地移动无线信道和卫星信道的合适的随机模型，这些信道在第6章中做了详细描述。在切换策略的性能分析[375,376]、多跳蜂窝系统的覆盖范围[377]以及移动自组织网络的服务质量研究[378]中，对数正态过程也扮演了一个重要角色。因此正态过程及其参数化的良好理解是移动无线信道建模的一个重要主题。

本节的焦点是空间阴影遮挡过程的建模、分析和仿真。一般而言，假定这种过程是对数正态分布的。由不可实现的参考模型开始，通过使用正弦曲线求和原理，为空间阴影遮挡过程推导一个随机仿真模型。对于参考模型和仿真模型，给出空间自相关函数、概率密度函数、水平通过率和平均衰落时长的解析表达式。讨论了两种用户友好的方法，就接收信号强度的概率密度函数和给定空间相关函数，这些方法支持将仿真模型拟合到参考模型。空间相关函数之一是著名的 Gudmundson 相关性模型，指出 Gudmundson 相关性模型得到一个无穷的水平通过率。为了避免这个问题，将讨论另外三种相关性模型，包括基于测量数据的一个模型。通过将所建议的设计方法论应用于所有这四种类型的相关性模型，展示了阴影遮挡仿真器的灵活性和高性能。对于这四个相关性模型的每个模型，将给出阴影衰落动态形状的形象范例。重点将放在两个真实的传播场景上，这两个场景捕获到郊区和城区的阴影遮挡效应。空间阴影遮挡仿真器的应用可能范围从移动通信系统的正态过程的仿真（和用于 Suzuki 过程中一样）、切换算法的评估直到服务质量的研究。

本节后面部分如下组织。10.2.1 节介绍一个空间对数正态过程，用作阴影衰落的参考模型。在 10.2.2 节推导相应的仿真模型。本小节也分析性地研究了所建议阴影遮挡仿真器的统计性质。在 10.2.3 节给出阴影衰落的四种典型的相关性模型，其中表明了建议的信道仿真器如何配置来仿真郊区和城区的真实阴影遮挡场景。最后，在 10.2.4 节给出扩展阅读的指南。

10.2.1 阴影衰落的参考模型

一般而言，阴影遮挡效应是通过一个对数正态过程 $\lambda(t)$ 建模的，该过程可表示为

$$\lambda(t)=10^{(\sigma_L v(t)+m_L)/20} \tag{10.21}$$

式中，$v(t)$ 是具有单位方差的一个实数值零均值高斯过程。式（10.21）中的参数 σ_L 和 m_L 分别称作阴影标准差和面积均值。通过在一个面积上（足够大以便平均了阴影遮挡效应[118]）对接收信号强度求平均，得到面积均值 m_L。由基站和移动站之间链路的路径损失确定 m_L 的值。阴影标准差 σ_L 随载波频率而稍稍增加，并取决于天线高度和传播环境。例如在参考文献［63，193，194，373，374］可找到 σ_L 的测量方法。通常情况下，阴影标准差 σ_L 在 900MHz 处的范围是 5～12dB，其中 8dB 是宏蜂窝应用的典型值。在 1800MHz 频带，阴影标准差 σ_L 比 900MHz 频带的高约 0.8dB。

注意式（10.21）中的对数正态过程 $\lambda(t)$ 是时间 t 的一个随机函数。假定移动站开始时在原点 $x_0=0$，且沿 x 轴以速率 v 运动。那么，时间—距离关系 $t=x/v$ 使得可将对数正态过程 $\lambda(t)$ 和高斯过程 $v(t)$ 表示为距离 x 的一个函数，表示为 $\lambda(x)$ 和 $v(x)$。由此使用式（10.21），阴影遮挡效应可在空域中建模为所谓的空间对数正态过程

$$\lambda(x)=10^{(\sigma_L v(x)+m_L)/20} \tag{10.22}$$

$\lambda(x)$ 的分布遵循对数正态分布

$$p_\lambda(y)=\frac{20}{\sqrt{2\pi}\ln(10)\sigma_L y}\mathrm{e}^{-\frac{(20\log_{10}(y)-m_L)^2}{2\sigma_L^2}},\quad y\geqslant 0 \tag{10.23}$$

在附录 10.A[379] 中，证明了对数正态过程 $\lambda(x)$ 的空间自相关函数 $r_{\lambda\lambda}(\Delta x)$ 可表示为高斯过程 $v(x)$ 的空间自相关函数 $r_{vv}(\Delta x)$ 如下

$$r_{vv}(\Delta x)=\mathrm{e}^{2m_0+\sigma_0^2(1+r_{vv}(\Delta x))} \tag{10.24}$$

式中，$m_0=m_L\ln(10)/20$ 和 $\sigma_0=\sigma_L\ln(10)/20$。由上式，可容易地得到空间正态过程 $\lambda(x)$ 的均值功率为 $r_{\lambda\lambda}(0)=\mathrm{e}^{2(m_0+\sigma_0^2)}$。

值得指出的是，式（10.23）中的分布没有提供有关空间对数过程 $\lambda(x)$ 多快地随距离的改变而改变的任何信息。但是，这种信息由空间通过率和平均衰落时长所提供。因此空间对数过程 $\lambda(x)$ 的水平通过率，表示为 $N_\lambda(r)$，是一个重要的特征量。这里，水平通过率 $N_\lambda(r)$ 描述了在单位长度（通常是 1m）内，平均来说 $\lambda(x)$ 有多频繁地从上到下（或从下到上）地穿过一个给定信号水平 r。在附录 10.B[379] 中证明了 $\lambda(x)$ 的水平通过率 $N_\lambda(r)$ 为

$$N_\lambda(r)=\frac{\sqrt{\gamma}}{2\pi}\mathrm{e}^{\frac{(20\log_{10}(r)-m_L)^2}{2\sigma_L^2}},\quad r\geqslant 0 \tag{10.25}$$

式中，$\gamma=-\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\Delta x^2}r_{vv}(\Delta x)\mid_{\Delta x=0}=-\ddot{r}_{vv}(0)$。

平均衰落时长，表示为 $T_\lambda(r)$，是对数正态过程 $\lambda(x)$ 低于一个给定信号水平 r 的空间衰落区间长度的期望值。如果已知水平通过率 $N_\lambda(r)$，那么平均衰落时长 $T_\lambda(r)$ 可容易地由

$$T_\lambda(r)=\frac{F_\lambda(r)}{N_\lambda(r)} \tag{10.26}$$

得，其中空间对数正态过程 $\lambda(x)$ 的累积分布函数是 $\lambda(x)$ 小于或等于信号水平 r 的概

率，即 $F_{\lambda}(r)=P\{\lambda(x)\leq r\}=\int_0^r p_{\lambda}(y)\,\mathrm{d}y$。

10.2.2 阴影衰落的仿真模型

1. 阴影衰落仿真器的推导

依据正弦曲线之和原理，一个对数正态过程 $\lambda(t)$ 的随机连续时间仿真模型可由参考模型得到，方法是将式（10.21）中的高斯过程 $v(t)$ 替换为如下 N 个正弦曲线之和

$$\hat{v}(t)=\sum_{n=1}^{N}c_n\cos(2\pi f_n t+\theta_n) \tag{10.27}$$

在该式中，增益 c_n 和频率 f_n 是非零实数值常量，且相位 θ_n 是独立同分布随机变量，每个变量在区间（0，2π］上具有一个均匀分布。由此，$\hat{v}(t)$ 代表一个随机过程，它是一阶稳态的和遍历的（见表4.1）。通过利用时间—距离变换 $t\longmapsto x/v=x/(\lambda_0 f_{\max})$，由式（10.27）得到相应的随机空间过程 $\hat{v}(x)$，其中 λ_0 是载波频率的波长，且 $f_{\max}$ 表示最大多普勒频率。由此，得到的空间正弦曲线之和过程 $\hat{v}(x)$ 可表示为

$$\hat{v}(x)=\sum_{n=1}^{N}c_n\cos(2\pi s_n x+\theta_n) \tag{10.28}$$

式中，$s_n=f_n/(\lambda_0 f_{\max})$ 被称作空间频率。在10.2.3节，将看到针对典型的阴影衰落相关性模型如何计算模型参数 c_n 和 s_n。通过与式（10.22）类比，一个空间对数正态过程的随机仿真模型可描述为

$$\hat{\lambda}(x)=10^{(\sigma_L\hat{v}(x)+m_L)/20} \tag{10.29}$$

针对空间遮挡过程得到的仿真模型结构如图10.7所示。随机空间过程 $\hat{\lambda}(x)$ 得到一个样本函数 $\tilde{\lambda}(x)$，如果随机相位 θ_n 替换为常量，这可被看作（0，2π］上一个均匀分布的随机生成器的实现（输出）。通过使用常量相位的不同集合 $\{\theta_1^{(i)},\theta_2^{(i)},\cdots,\theta_N^{(i)}\}$，可得到具有等价统计性质的不同样本函数 $\tilde{\lambda}^{(i)}(x)$（$i=1,2,\cdots$）。这种样本函数称作确定性空间对数正态过程。

2. 阴影衰落仿真器的统计性质

如下分析基于这样的事实，即增益 c_n 和空间频率 s_n 是常量，且相位 θ_n 是独立同分布的均匀分布随机变量。考虑到这一点，由式（10.28）得到，$\hat{v}(x)$ 的期望值等于 $E\{\hat{v}(x)\}=0$，且方差可表示为 $\mathrm{Var}\{\hat{v}(x)\}=\sum_{n=1}^{N}c_n^2/2$。将增益 c_n 定义为 $c_n=\sqrt{2/N}$，那么 $\hat{v}(x)$ 的方差为1，且由此等于 $v(x)$ 的方差。得到 $\hat{v}(x)$ 的空间自相关函数，定义为 $\hat{r}_{vv}(\Delta x):=E\{\hat{v}(x)\hat{v}(x+\Delta x)\}$，即

$$\hat{r}_{vv}(\Delta x)=\sum_{n=1}^{N}\frac{c_n^2}{2}\cos(2\pi s_n\Delta x) \tag{10.30}$$

因为式（10.28）中的 $\hat{v}(x)$ 表示具有随机相位的一个有限正弦曲线求和，所以可由式（4.92）的结果，将 $\hat{v}(x)$ 的概率密度函数 $\hat{p}_v(x)$ 表示为

$$\hat{p}_v(x)=2\int_0^{\infty}\left[\prod_{n=1}^{N}J_0(2\pi c_n z)\right]\cos(2\pi xz)\,\mathrm{d}z \tag{10.31}$$

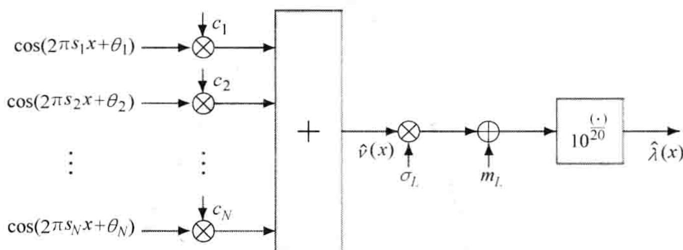


图 10.7　具有常量增益 c_n、常量空间频率 s_n 和随机相位 θ_n $(n=1, 2, \cdots, N)$ 的随机空间阴影遮挡仿真器的结构

式中，$J_0(\cdot)$ 表示第一类零阶 Bessel 函数。令 $c_n=\sqrt{2/N}$，那么 $\hat{v}(x)$ 的最大值和最小值分别为 $\hat{v}_{\max}=\max\{\hat{v}(x)\}=\sqrt{2N}$ 和 $\hat{v}_{\min}=\min\{\hat{v}(x)\}=-\sqrt{2N}$。由此，对于所有 $x\notin[\hat{v}_{\min}, \hat{v}_{\max}]$，式（10.31）中的密度 $\hat{p}_v(x)$ 一定为零。

采用式（2.86）的方式，应用随机变量变换的概念，可以用 $\hat{v}(x)$ 的概率密度函数 $\hat{p}_v(y)$ 将 $\hat{\lambda}(x)$ 的概率密度函数 $\hat{p}_\lambda(y)$ 表示为

$$\hat{p}_\lambda(y)=\frac{20\hat{p}_v\left(\frac{20\log_{10}(y)-m_L}{\sigma_L}\right)}{\sigma_L\ln(10)y} \tag{10.32}$$

最后，将式（10.31）代入式（10.32）之后，找到如下解

$$\hat{p}_\lambda(y)=\frac{40}{\sigma_L\ln(10)y}\int_0^\infty\left[\prod_{n=1}^{N}J_0(2\pi c_n z)\right]\cos\left[\frac{2\pi z(20\log_{10}(y)-m_L)}{\sigma_L}\right]\mathrm{d}z \tag{10.33}$$

这使得可解析性地研究信道仿真器输出过程 $\hat{\lambda}(x)$ 的分布。图 10.8 形象地显示了一个准对数形式的密度 $\hat{p}_\lambda(y)$，其中对于 N 的不同值，该密度作为水平 y 的一个函数。与式（10.23）中引入的对数正态密度 $p_\lambda(y)$，仅在小的 y 值和高的 y 值处，观察到显著的偏差。由这项研究，可得出结论，如果正弦曲线数 N 大于或等于 25，则近似 $\hat{p}_\lambda(y)\approx p_\lambda(y)$ 是良好的。这与经典瑞利密度和莱斯密度形成对比，它们可通过使用两个正弦曲线求和来近似，每个正弦曲线求和都仅有 7 项或 8 项组成。另外，注意到，如果 $c_n=\sqrt{2/N}$，那么 $\hat{\lambda}(x)$ 的最小值和最大值分别由 $\hat{\lambda}_{\min}(\mathrm{dB})=-\sigma_L\sqrt{2N}+m_L$ 和 $\hat{\lambda}_{\max}(\mathrm{dB})=+\sigma_L\sqrt{2N}+m_L$ 给定。因此，$\hat{\lambda}(x)$ 的动态范围等于 $\Delta\hat{\lambda}_{(\mathrm{dB})}:=\hat{\lambda}_{\max(\mathrm{dB})}-\hat{\lambda}_{\min(\mathrm{dB})}=2\sigma_L\sqrt{2N}$。最后，要指出的是，当 $N\to\infty$ 时，$\hat{p}_\lambda(y)$ 趋于 $p_\lambda(y)$。这由如下事实得到，即如果 $N\to\infty$，则 $\hat{v}(t)$ 的分布 $\hat{p}_v(x)$ 趋于标准正态分布 $N(0, 1)$。

因为在两个不同位置 $x_1=x$ 和 $x_2=x+\Delta x$ 处空间随机过程 $\hat{v}(\Delta x)$ 的联合分布 $\hat{p}_{vv'}(x_1, x_2)$ 未知，所以不能直接应用附录 10. A 中给出的过程，该过程是针对参考模型找到 $\hat{\lambda}(x)$ 的空间自相关函数 $\hat{r}_{\lambda\lambda}(\Delta x)$ 的准确解的过程。但是，如果 $\hat{p}_v(x)$ 接近标准正态分布，那么可假定，$\hat{p}_{vv'}(x_1, x_2)$ 接近式（10. A. 2）中给出的联合高斯分布 $p_{vv'}(x_1,$

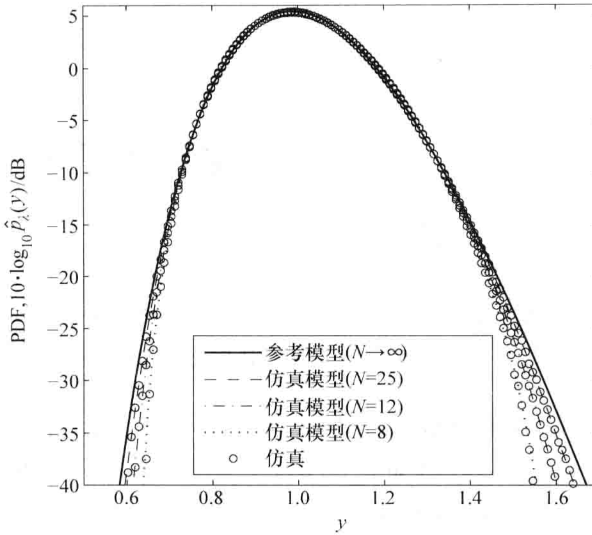


图 10.8　N 的不同值时空间阴影遮挡仿真器输出过程的概率密度函数 $\hat{p}_\lambda(y)$（$c_n=\sqrt{2/N}$，$\sigma_L=1$ 和 $m_L=0$）

x_2)。在这种情形中，$\hat{r}_{\lambda\lambda}(\Delta x)$ 的一个良好近似由式（10.24）给出，如果将其中的 $r_{vv}(\Delta x)$ 替换为 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$，即

$$\hat{r}_{vv}(\Delta x)\approx \mathrm{e}^{2m_0+\sigma_0^2[1+\hat{r}_{vv}(\Delta x)]} \tag{10.34}$$

式中，$m_0=m_L\ln(10)/20$，$\sigma_0=\sigma_L\ln(10)/20$，且 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$ 由式（10.30）给定。

类似的论证可用于由式（10.25）描述的参考模型的水平通过率来近似仿真模型的水平通过率 $\hat{N}_\lambda(r)$，如果将其中的 γ 替换为 $\hat{\gamma}=-\ddot{\hat{r}}_{vv}(0)$。由此

$$\hat{N}_\lambda(r)\approx\frac{\sqrt{\hat{\gamma}}}{2\pi}\mathrm{e}^{-\frac{(20\log_{10}(r)-m_L)^2}{2\sigma_L^2}},r\geqslant 0 \tag{10.35}$$

式中

$$\hat{\gamma}=-\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\Delta x^2}\hat{r}_{vv}(\Delta x)\,|_{\Delta x=0}=2\pi^2\sum_{n=1}^{N}(c_n s_n)^2 \tag{10.36}$$

出于完备性原因，在附录10.C中包括了水平通过率 $\hat{N}_\lambda(r)$ 准确解的推导[380]，其中可找到如下结果

$$\hat{N}_\lambda(r)=\hat{p}_v\left(\frac{20\log_{10}(r)-m_L}{\sigma_L}\right)\int_0^\infty\frac{\left[\prod_{n=1}^{N}J_0(4\pi^2c_ns_ny)\right]}{2(\pi y)^2}\cdot[\cos(2\pi y\dot{\hat{v}}_{\max})-1+2\pi y\dot{\hat{v}}_{\max}\sin(2\pi y\dot{\hat{v}}_{\max})]\mathrm{d}y \tag{10.37}$$

式中，$\dot{\hat{v}}_{\max}=2\pi\sum_{n=1}^{N}|s_nc_n|$。准确解给出模型参数对衰落速率影响（由阴影遮挡导致的）的深入了解。在下一小节，将看到，模型参数 c_n 和 s_n 总是确定的。结果，如果 $N<$

∞，$\hat{\gamma}$ 也是确定的，由此依据式（10.35）和式（10.37），对于 N 的所有有限值，水平通过率 $\hat{N}_{\lambda}(r)$ 也总是存在的。

通过与式（10.26）的类比，由 $\hat{T}_{\lambda_{-}}(r)=\hat{F}_{\lambda}(r)/\hat{N}_{\lambda}(r)$，可得到随机仿真模型的平均衰落时长 $\hat{T}_{\lambda_{-}}(r)$，其中 $\hat{T}_{\lambda_{-}}(r)$ 由式（10.37）给定，且 $\hat{F}_{\lambda_{-}}(r)$ 表示 $\hat{\lambda}(x)$ 的累积分布函数，通过 $\hat{F}_{\lambda_{-}}(r)=\int_0^r \hat{p}_{\lambda}(y)\mathrm{d}y$，由式（10.33）中给出的 $\hat{\lambda}(x)$ 的概率密度函数 $\hat{p}_{\lambda}(y)$ 容易地计算得到。

10.2.3　阴影衰落的相关性模型

$v(x)$ 的空间自相关函数 $r_{vv}(\Delta x)$ 提供了阴影衰落过程 $\lambda(x)$ 随距离的变化有多快变化的深入了解。因此空间自相关函数 $r_{vv}(\Delta x)$ 的准确建模是一个重要专题。在本小节，总共给出四个空间相关性模型。对于每个相关性模型，将说明如何确定仿真模型的各参数。

1. Gudmundson 相关性模型

在参考文献［374］中 Gudmundson 深入研究了 $v(x)$ 的空间相关性性质。在其经验研究的支持下，Gudmundson 提出采用如下负指数函数对 $v(x)$ 的相关性性质建模

$$r_{vv}(\Delta x)=\mathrm{e}^{-|\Delta x|/D_c} \tag{10.38}$$

式中，空间间隔 $\Delta x:=x_2-x_1$ 度量两个位置之间的距离，且 D_c 称作解相关距离，它是一个区域特定的实数值常量。在表 10.2 中针对郊区和城区列出 D_c 和其他描述参考模型的参数的典型值。在该表中列出的解相关距离 D_c 和阴影标准差 σ_L 的值，是由信号强度测量得到的[374]。因为路径损失对模型的性能没有影响，所以不失一般性，假定面积均值 m_L 为零。

表 10.2　参考模型的模型参数（摘自参考文献［374］）

阴影遮挡区	D_c/m	$\Delta x_{\max}$/m	σ_L/dB	m_L
郊区	503.9	2500	7.5	0
城区	8.3058	40	4.3	0

在 Gudmundson 模型的情形中，通过使用等面积方法（MEA），可计算仿真模型的参数。在 5.1.3 节引入 MEA，是对经典 Jakes/Clark 多普勒谱和高斯多普勒谱建模的。在附录 10.D[379] 中，证明了这个过程如何应用到由式（10.38）描述的参考模型的空间自相关函数 $r_{vv}(\Delta x)$。其中，推导如下封闭形式的表达式：

$$c_n=\sqrt{2/N} \tag{10.39}$$

$$s_n=\frac{1}{2\pi D_c}\tan\left[\frac{\pi(n-1/2)}{2N}\right] \tag{10.40}$$

式中，$n=1,2,\cdots,N$。可找到 N 的一个合适值，例如通过将式（10.39）和式（10.40）代入式（10.30），之后增加 N 直到近似 $r_{vv}(\Delta x)\approx\hat{r}_{vv}(\Delta x)$ 足够准确。应该指出的是，当 N 趋于无穷时，$\hat{r}_{vv}(\Delta x)$ 逼近 $r_{vv}(\Delta x)$，即当 $N\to\infty$ 时，$\hat{r}_{vv}(\Delta x)\approx r_{vv}(\Delta x)$。

换句话说，如果使用 MEA 且如果正弦曲线数趋于无穷，则仿真模型收敛到参考模型。

选择 $N=25$ 并将式（10.39）和式（10.40）代入式（10.30），得到分别如图 10.9a 和 10.9b 所示的郊区和城区的空间自相关函数 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$。为了验证该理论的正确性，在这些图中也包括了相应的仿真结果。可观察到，相对于城区，在郊区的高斯过程 $v(\Delta x)$ 和由此得到的对数正态过程 $\lambda(\Delta x)$ 在较长距离上是解相关的。参考模型的概率密度函数 $p_\lambda(y)$［见式（10.23）］的结果如图 10.10 所示。也给出了描述仿真模型的密度 $\hat{p}_\lambda(y)$ 的图形。通过使用 $c_n=\sqrt{2/N}$ 和 $N=25$，计算评估式（10.33）中的表达式，得到这些结果。Gudmundson 模型的问题是，参考模型的水平通过率 $N_\lambda(r)$ 是无穷的。这是因为式（10.38）中空间自相关函数 $r_{vv}(\Delta x)$ 的二阶导数在原点是不确定的，这种情况首先在参考文献［381］中得到。但是，对于 N 的有限值，仿真模型的水平通过率 $\hat{N}_\lambda(r)$ 是有限的，但当 $N\to\infty$ 时，$\hat{N}_\lambda(r)$ 趋于无穷。考虑 $N=25$ 作为一个合适选择，并将式（10.39）和式（10.40）代入式（10.37），得到如图 10.11 所示的仿真模型水平通过率 $\hat{N}_\lambda(r)$ 的准确结果。这幅图也给出了由式（10.29）的仿真并在 100 次试验中平均得到的水平通过率的仿真结果。可观察到，仿真结果验证了式（10.37）中准确解的正确性。通过将准确解与式（10.35）中给出近似解相比较，从图中可得出结论，在高信号水平和低信号水平处，近似解变得不太准确。

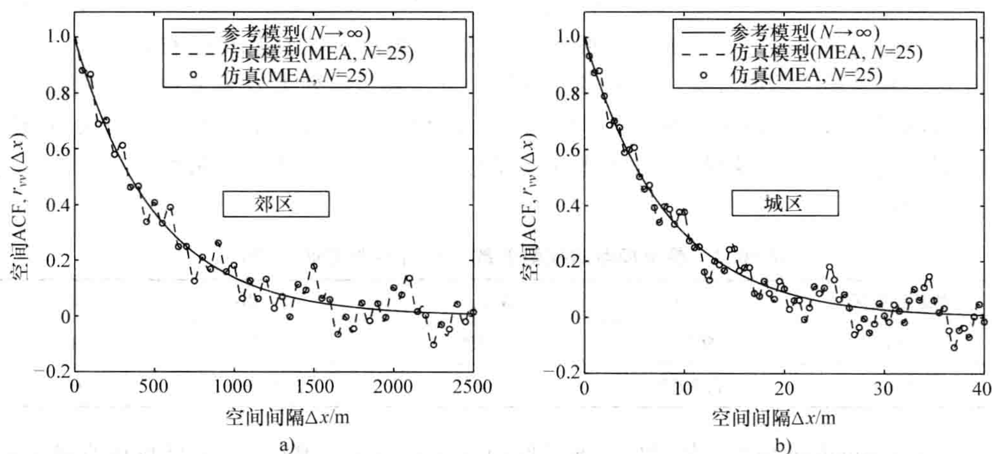


图 10.9 郊区和城区的空间自相关函数 $r_{vv}(\Delta x)$（参考模型）和 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$（仿真模型）（Gudmundson 相关性模型，采用 $N=25$ 的 MEA）

2. 高斯相关性模型

Gudmundson 相关性模型的问题是，对数正态过程 $\lambda(x)$ 的水平通过率 $N_\lambda(r)$ 成为无穷的。为了避免这个问题，在参考文献［380］中提出对阴影遮挡效应建模的一个高斯相关性模型。在这种情形中，$v(x)$ 的空间相关性性质如下描述

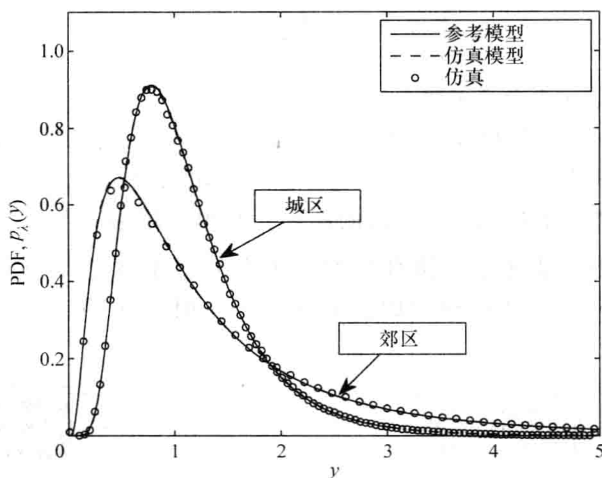


图10.10　针对郊区和城区，与仿真模型的概率密度函数 $\hat{p}_\lambda(y)$ 比较时的参考模型的对数正态分布 $p_\lambda(y)$（$c_n=\sqrt{2/N}$和 $N=25$）

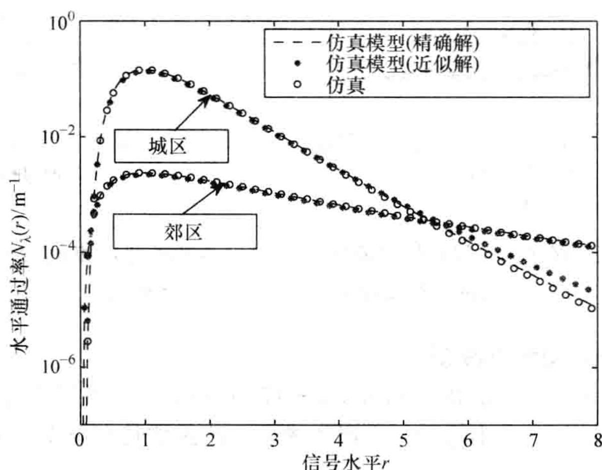


图10.11　在郊区和城区，阴影衰落的仿真模型的水平通过率 $\hat{N}_\lambda(r)$ 的准确解和近似解的比较（Gudmundson 相关性模型，采用 $N=25$ 的 MEA）

$$r_{\nu\nu}(\Delta x)=\mathrm{e}^{-(\Delta x/D_c)^2} \tag{10.41}$$

式中，$D_c>0$。因为上述空间相关性函数在原点有一个确定的二阶导数，所以得到，存在参考模型的水平通过率 $N_\lambda(r)$。γ 由 $\gamma=-\ddot{r}_{\nu\nu}(0)=2/D_c^2$ 给定，从而使用式（10.25）可容易地分析 $N_\lambda(r)$ 的形状。

为计算仿真模型的各参数，再次应用 MEA。这种方法给出式（10.39）中增益 c_n 的相同解，而现在空间频率 s_n 为

$$s_n=\frac{1}{\pi D_c}\mathrm{erf}^{-1}\left(\frac{n-1/2}{N}\right),n=1,2,\cdots,N \tag{10.42}$$

式中，$\mathrm{erf}^{-1}(\cdot)$ 表示误差反函数。

再次选择 $N=25$，并将式（10.39）和式（10.42）代入式（10.30），给出如图 10.12a 和图 10.12b 所示的仿真模型的空间自相关函数 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$。对于概率密度函数 $\hat{p}_\lambda(y)$，得到与图 10.10 中相同的图形，原因是增益 c_n与式（10.39）中是相同的。图 10.13 形象地展示了仿真模型的水平通过率 $\hat{N}_\lambda(r)$ 的准确解（10.37）和近似解（10.35）。出于比较目的，也给出了使用式（10.25）的参考模型的水平通过率 $N_\lambda(r)$。

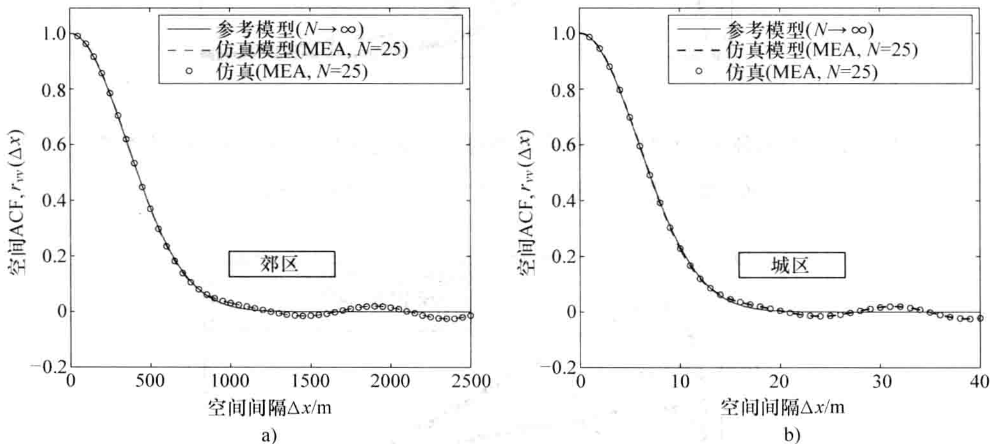


图 10.12 郊区和城区的空间自相关函数 $r_{vv}(\Delta x)$（参考模型）和 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$（仿真模型）（高斯相关性模型，采用 $N=25$ 的 MEA）

3. Butterworth 相关性模型

在参考文献［380］中提出 Gudmundson 模型的第二种替代模型。其中高斯过程 $v(x)$的功率谱密度 $S_{vv}(s)$ 由这样一个函数描述，该函数具有第 k 阶 Butterworth 滤波器的形状

$$S_{vv}(s)=\frac{A_k}{1+(sD_k)^{2k}} \tag{10.43}$$

式中，A_k和 D_k是正数。常量 A_k的选择，满足 $v(x)$ 的均值功率等于1，即 $\int_{-\infty}^{\infty}S_{vv}(s)\mathrm{d}s=1$。回顾一下，自相关函数 $r_{vv}(\Delta x)$ 是从功率谱密度 $S_{vv}(s)$ 的傅里叶反变换得到的。由傅里叶变换关系，得到，Gudmundson 模型被作为一个特例包括在 Butterworth 模型中，即如果 $k=1$，$A_1=2D_c$和 $D_1=2\pi D_c$时的情况。将研究限制在 2 阶 Butterworth 模型，即 $k=2$。在这种情形中，A_2等于$\sqrt{2}D_2/\pi$ 且 $v(x)$ 的空间相关性质如下描述

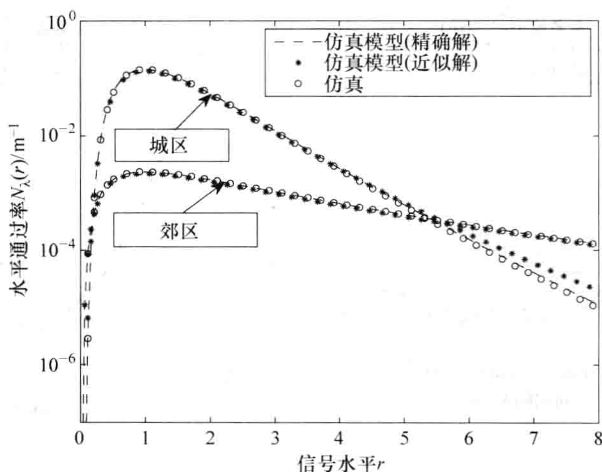


图 10.13　郊区和城区中阴影衰落的仿真模型的水平通过率 $\hat{N}_\lambda(r)$ 准确解和近似解的比较（高斯相关性模型，采用 $N=25$ 的 MEA）

$$r_{vv}(\Delta x)=\sqrt{2}\mathrm{e}^{-\pi\sqrt{2}|\Delta x|D_2}\sin\left(\pi\sqrt{2}\frac{|\Delta x|}{D_2}+\frac{\pi}{4}\right) \tag{10.44}$$

使用上面的结果，$\gamma=-\ddot{r}_{vv}(0)$ 可表示为 $\gamma=(2\pi/D_2)^2$。注意，如果选择 $D_2=\pi\sqrt{2}D_c$，则 2 阶 Butterworth 模型和高斯模型得到相同的水平通过率 $N_\lambda(r)$。但是，下面的选择落在关系 $D_2=\pi\sqrt{2}D_c/1.2396$ 上，这保证在 $\Delta x=D_c$ 处，式（10.38）和式（10.44）中的空间自相关函数 $r_{vv}(\Delta x)$ 是相同的。

当使用阶为 2 的 Butterworth 模型时，也可使用 MEA 计算放置模型的参数。对于增益 c_n，再次得到与式（10.39）中相同的表达式，而空间频率 s_n 必须如下确定，即对于所有 $n=1, 2, \cdots, N$，采用数值积分和寻根技术，由下式得到

$$\int_0^{s_n}\frac{D_2}{1+(sD_2)^4}\mathrm{d}s-\frac{\left(n-\frac{1}{2}\right)\pi}{2\sqrt{2}N}=0 \tag{10.45}$$

在计算参数 c_n 和 s_n 时，可分别使用一般表达式（10.30）和式（10.37），分析仿真模型的自相关函数 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$ 和水平通过率 $\hat{N}_\lambda(r)$。针对空间自相关函数 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$ 得到的结果如图 10.14a 和图 10.14b 所示。在这些图中，出于比较目的，也画出针对参考模型得到的相应图。最后，指出针对水平通过率 $\hat{N}_\lambda(r)$ 得到的结果非常类似于如图 10.13 中所示的那些结果。

4. 基于测量的相关性模型

对于基于测量的相关性模型的设计，采用 L_p 范数方法（LPNM）。在 5.1.6 节详细描述了这种方法。相比 MEA，LPNM 的优势是这个强大的过程支持将信道仿真器的统计性质拟合到真实世界信道，仅是简单地将 L_p 范数［见式（5.74）］中的理论参考模型的空间自相关函数替换为测量得到的函数。就这方面而言，被测量的信道扮演了参考模型

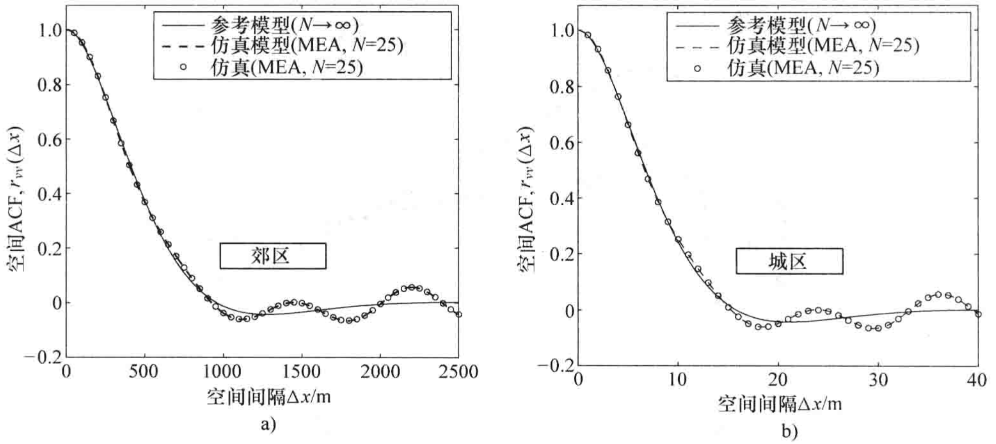


图 10.14　针对郊区和城区的空间自相关函数 $r_{vv}(\Delta x)$（参考模型）和 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$（仿真模型）（2 阶 Butterworth 相关性模型，采用 $N=25$ 的 MEA）

的角色。将这种方法应用到当前问题，要求如下 L_p范数的最小化

$$E_{r_{vv}}^{(p)} = \left\{\frac{1}{\Delta x_{\max}} \int_0^{\Delta x_{\max}} |r_{vv}^{\star}(\Delta x) - \hat{r}_{vv}(\Delta x)|^p \mathrm{d}(\Delta x)\right\}^{1/p}, p = 1,2,\cdots \tag{10.46}$$

式中，$r_{vv}^{\star}(\Delta x)$ 是由式（10.30）给定的被测得到的空间自相关函数。$\Delta x_{\max}$定义区间 $[0,\ \Delta x_{\max}]$ 的上限，在这个区间上的近似 $r_{vv}^{\star}(\Delta x) \approx \hat{r}_{vv}(\Delta x)$ 是人们感兴趣的。在所建议的方法中，空间频率 s_n和增益 c_n是模型参数，它们必须以数值方式进行优化，直到式（10.46）中的 L_p范数 $E_{r_{vv}}^{(p)}$ 达到一个局部最小值。可实施数值最优化，例如通过使用 Fletcher-Powell 算法[162]。这个最优化过程要求有 c_n和 s_n的合适的初始值，这可分别由式（10.39）和式（10.40）得到。

选择 $N=25$，并将 $p=2$ 的 LPNM 应用到参考文献［374］中发表的被测空间自相关函数 $r_{vv}^{\star}(\Delta x)$ 上，得到表 10.3 中列出的增益 c_n和空间频率 s_n。对于郊区和城区，得到的仿真模型的空间自相关函数 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$ 分别如图 10.15a 和图 10.15b 所示。出于比较目的，这两幅图中也显示了被测空间自相关函数 $r_{vv}^{\star}(\Delta x)$ 和 Gudmundson 自相关函数 $r_{vv}(\Delta x)$。这些图揭示出，相比 Gudmundson 相关性模型，基于测量的相关性模型支持到测量数据的更好拟合。密度 $\hat{p}_{\lambda}(y)$ 的图类似于图 10.10。仿真模型水平通过率 $\hat{N}_{\lambda}(r)$ 的理论（准确的和近似的）结果如图 10.16 所示。最后，图 10.17a 和图 10.17b 分别形象地展示出在郊区和城区的阴影遮挡的衰落形状。通过将式（10.27）中的随机相位 θ_n 替换为常量，由相应的随机过程 $\hat{\lambda}(x)$ 得到给出的确定性空间对数正态过程 $\tilde{\lambda}(x)$。通过使用不同的常量相位 $\{\theta_1^{(i)},\ \theta_2^{(i)},\ \cdots,\ \theta_N^{(i)}\}$ 集合，可产生具有等价统计性质的不同确定性过程 $\tilde{\lambda}^{(i)}(x)$（$i=1,\ 2,\ \cdots$）。

表 10.3　郊区和城区的基于测量的阴影衰落仿真器的参数

下标 n	郊区 参数		城区 参数	
	c_n	s_n	c_n	s_n
1	0.2431	-0.0004	0.3579	0.0200
2	0.2939	-0.0011	0.3374	0.0087
3	0.3583	0.0008	0.3314	0.0710
4	0.2676	-0.0003	0.1461	0.0293
5	0.2023	0.0002	0.3576	0.0252
6	0.3941	0.0002	0.1633	0.1232
7	0.3224	0.0001	0.2347	0.0137
8	0.2704	0.0001	0.3101	-0.0107
9	0.2290	-0.0014	0.4280	0.0099
10	0.2049	0.0000	0.3806	0.0125
11	0.3244	-0.0004	0.1762	0.0095
12	0.2747	0.0007	0.4710	0.0056
13	0.3066	0.0004	0.3361	0.0158
14	0.1513	-0.0186	0.4440	0.0280
15	0.3854	0.0000	0.2701	0.1130
16	0.2880	-0.0005	0.1266	0.1542
17	0.1719	0.0087	0.2201	0.0897
18	0.2911	0.0007	0.3021	0.0490
19	0.3613	-0.0001	0.2036	0.1341
20	0.3067	0.0001	0.1678	0.1815
21	0.3699	0.0001	0.0916	0.1033
22	0.3652	-0.0001	0.1883	0.2008
23	0.0865	0.0050	0.2081	0.2212
24	0.0267	0.0246	0.1718	0.2398
25	0.1966	0.0101	0.1172	0.6227

10.2.4　扩展阅读

寻找对数正态过程的真实参数的问题，是在不同区域所实施的许多测量活动的主题。例如，观察到在宏蜂窝中对数正态过程的阴影标准差变化范围是 5 ~ 12dB[63,193,194,373]，在城区的变化范围是 6.5 ~ 8.2dB[382]。在各种文章（例如在参考文献[374，381，383-385]中）中研究了阴影遮挡的空间相关性性质。由 Gudmundson[374] 提出的负指数相关性模型后来在参考文献

[381] 中得到改进，其中证明了在物理信道中的阴影遮挡不会随距离而指数性地解相关。为了解决这个问题，参考文献 [381] 的作者提出一种更合适的空间相关性函数，该函数得自于负指数函数（Gudmundson 模型）与一个高斯函数的卷积。尽管存在在参考文献 [381] 中指出的问题，Gudmundson 相关性模型还是被许多研究人员所采纳，且甚至成为 UMTS[386] 评估技术的组成部分。在参考文献 [387] 中提出一个经验相关性模型，该模型基于在中国一个典型中等城市城区在 2.35GHz 的现场测量数据。

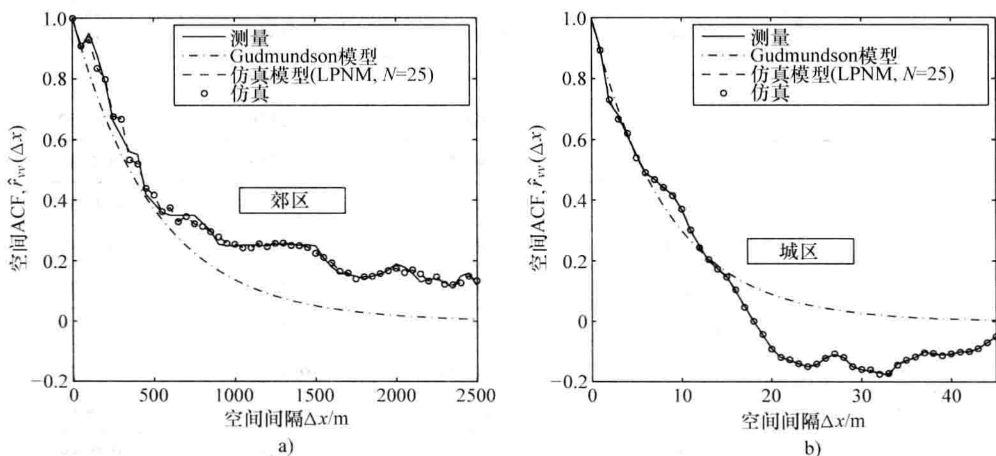


图 10.15 郊区和城区的空间自相关函数 $r^{\star}_{vv}$（Δx）（被测信道[374]）和 $\hat{r}_{vv}$（Δx）（仿真模型）（基于测量的相关性模型，采用 $N=25$ 的 LPNM）

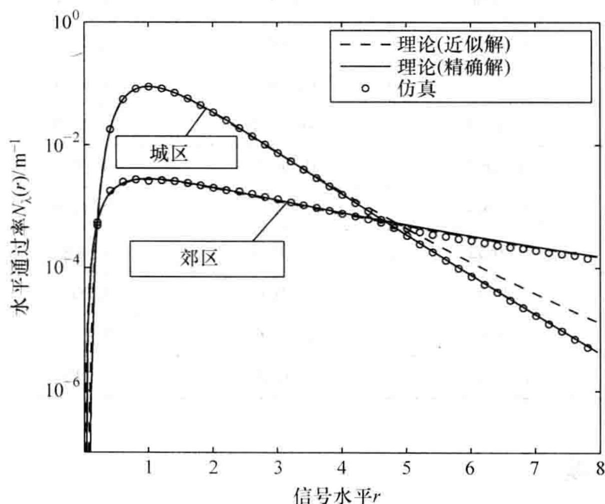


图 10.16 在郊区和城区中阴影衰落仿真模型的水平通过率 $\hat{N}_{\lambda}(r)$ 的准确解与近似解的比较（基于测量的相关性模型，采用 $N=25$ 的 LPNM）

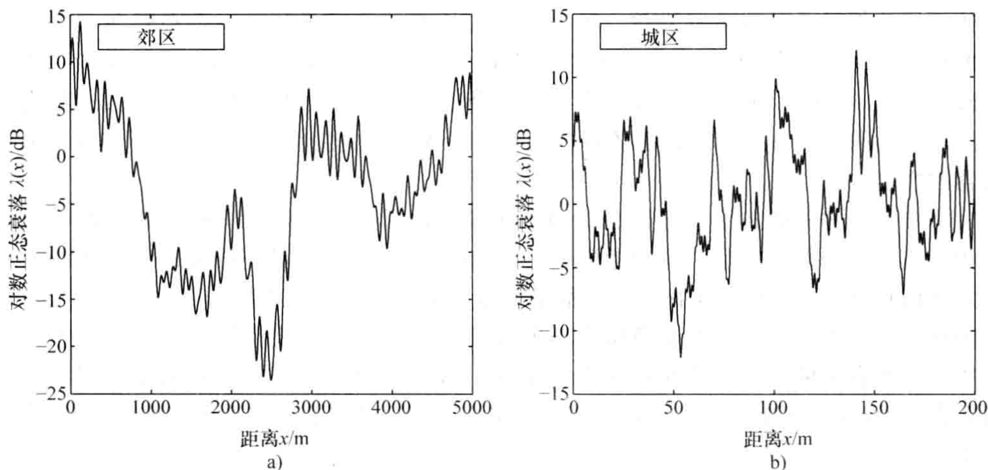


图 10.17　在郊区和城区中的对数正态衰落（阴影遮挡）的仿真
（基于测量的相关性模型，采用 $N=25$ 的 LPNM）

在参考文献［388］中引入阴影遮挡过程的一个二维正弦曲线之和仿真模型。提出这个模型，是为了研究阴影遮挡效应对切换算法和宏多样性算法性能的影响，其中假定移动站是沿一个环形道路运动的，而不是沿一个直道运动的。在参考文献［389］中详细研究了阴影遮挡建模中利用 gamma 分布的情况。其中，证明了在阴影衰落建模中可使用 gamma 分布替代对数正态分布。这来自于这样的事实，即 gamma 分布和对数正态分布可密切地相互近似[390]。通过使用 gamma 分布，而不是对数正态分布，得到复合分布的一个封闭形式表达式，这极大地简化了系统分析和设计问题。在参考文献［384，385］中做了进一步的改进，其中上行链路和下行链路之间的个体阴影衰落相关性性质被包括在阴影遮挡的特征之中。最后，引用参考文献［93］，其中可找到对数正态阴影衰落信道的衰落间隔分布的近似解。

10.3　跳频移动无线信道

跳频与错误保护技术和交织组合使用，是对抗移动无线通信中衰落的一种非常有效的方法。即使在恶劣的瑞利衰落信道之上，这也得到接近高斯比特错误率性能[220]。对于全球移动通信系统（GSM）而言，对每个个体蜂窝，（慢速）跳频是一个可选的特征。（慢速）跳频 GSM 的原理是，对每个时分多址（TDMA）帧，载波频率发生改变。采用这种方式，跳频为移动无线信道增加了频率多样性[1]。

对由载波频率的循环或伪随机跳频模式确定的物理信道统计特征进行准确建模的一个信道仿真器，称作一个跳频信道仿真器。对于跳频移动通信系统的设计、优化和测试，这样一个仿真器是重要的。

在本节，描述了具有卓越跳频能力的一个瑞利衰落信道仿真器。可容易设计这样的信道仿真器，从而使其统计性质与基本物理移动无线信道的那些统计性质良好地吻合。

该仿真器依据的是具有确定增益、频率和相位的正弦曲线函数的一个有限和（莱斯正弦曲线求和）。证明了在物理信道模型中发生的一次跳频，对应于仿真模型中的一次相位改变（exchange），而仿真模型的其他参数保持不变。对于仿真模型的参数，给出了封闭形式的简单方程。另外，以仿真器的时间—频率相关性性质，评估了所建议信道仿真器的性能。

本节的结构分成如下五个部分。10.3.1 节给出具有给定时间—频率相关性性质的跳频信道的一个参考模型。由参考模型，在 10.3.2 节推导了具有准确跳频能力的一个确定性仿真模型，其中也给出了一种简单的设计方法论，得到跳频信道仿真器参数化的封闭形式解。10.3.3 节分析信道仿真器的性能。证明了仿真模型的时间—频率相关性性质与基本参考模型的哪些性质吻合得很好。10.3.4 节以仿真的方式形象地展示了运行在农村地区的 GSM 系统中跳频对接收包络的影响。本节以扩展阅读材料的一些指导结束，这在 10.3.5 节给出。

10.3.1 跳频信道的参考模型

下面，推导复数基带中跳频移动无线信道的一个参考模型。为了简化问题，将研究限制在频率非选择信道上，且假定不存在视距分量。在这些条件下，所有接收到的被散射和反射分量之和都遇到两个不同载波频率，由 f_0 和 f'_0 表示，在复数基带中可由如下复数值高斯随机过程建模：

$$\mu(t) = \lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N} c_n e^{j(2\pi f_n t+\theta_n)} \text{ 在 } f_0 \text{ 处} \tag{10.47a}$$

$$\mu'(t) = \lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N} c_n e^{j(2\pi f_n t+\theta_n-2\pi\tau'_n\chi)} \text{ 在 } f'_0 \text{ 处} \tag{10.47b}$$

式中，符号 $\chi=f'_0-f_0$ 称作（载波）频率间隔变量，这里表示从 f_0 跳频到 f'_0 的一个度量。回顾一下，式（10.47a）中的表达式已经在 3.1 节推导得到［见式（3.15）］。在载波频率 f_0 为 $f'_0=f_0+\chi$ 替换的条件下，重复这个推导，得到式（10.47b）。在这两个模型中，假定增益 c_n、多普勒频率 f_n、相位 θ_n 和传播延迟 τ'_n 是相互独立的零均值随机变量。复数高斯随机过程 $\mu(t)$ 和 $\mu'(t)$ 具有零均值和相等的方差 $\mathrm{Var}\{\mu(t)\} = \mathrm{Var}\{\mu'(t)\} = \lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N} E\{c_n^2\}$。通过比较 $\mu(t)$ 和 $\mu'(t)$ 的表达式，认识到如果发生大小为 $\chi=f'_0-f_0$ 的跳频 $f_0\to f'_0$，那么第 n 个散射分量会经历 $-2\pi\tau'_n\chi$ 的一个相位旋转。

那么在两个不同载波频率处接收包络的一个合适参考模型由如下瑞利过程给定：

$$\zeta(t) = |\mu(t)| = |\mu_1(t)+j\mu_2(t)| \text{ 在 } f_0 \text{ 处} \tag{10.48a}$$

$$\zeta'(t) = |\mu'(t)| = |\mu'_1(t)+j\mu'_2(t)| \text{ 在 } f'_0 \text{ 处} \tag{10.48b}$$

式中，$\mu_i(t)$ 和 $\mu'_i(t)$（$i=1, 2$）都是零均值实数值高斯随机过程，每个的方差均为 σ_0^2。一般而言，包络 $\zeta(t)$ 和 $\zeta'(t)$ 都是统计相关的，但如果频率间距变量的绝对值 $|\chi|$ 增加，则它们就会变得越来越不相关。因此，如果 $|\chi|$ 足够大，那么可认为瑞利过程 $\zeta(t)$ 和 $\zeta'(t)$ 是统计上不相关的。

瑞利过程 $\zeta(t)$ 和 $\zeta'(t)$ 的相关性性质是完全由基本高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 和 $\mu'_\lambda(t)$（$i, \lambda=1, 2$）的相关性性质确定的。因此，可将研究限制在 $\mu_i(t)$ 和 $\mu'_\lambda(t)$ 的相关性

性质上。特别感兴趣的是如下自相关和交叉相关函数（对于 $i=1$，2 和 $\lambda=1$，2）：

$$r_{\mu_i\mu_\lambda}(\tau):=E\{\mu_i(t)\mu_\lambda(t+\tau)\} \tag{10.49a}$$

$$r_{\mu_i\mu'_\lambda}(\tau,\chi):=E\{\mu_i(t)\mu'_\lambda(t+\tau)\} \tag{10.49b}$$

式中，符号 $E\{\cdot\}$ 表示统计（全体）平均算子。注意，通过对 $i=\lambda$ 计算评估在 $\tau=0$ 处的式（10.49a）可容易地得到 $\mu_i(t)$ 的方差 σ_0^2，即 $r_{\mu_i\mu_i}(0)=\sigma_0^2$。也应该观察到，在式（10.49b）中的交叉相关函数 $r_{\mu_i\mu'_\lambda}(\tau,\chi)$ 是时间间隔 $\tau=t_2-t_1$ 和频率间隔 $\chi=f'_0-f_0$ 的函数。如果已知接收天线的辐射（radiation）模式、入射波的到达角分布以及传播延迟的分布，则可求解式（10.49a）和式（10.49b）。在移动通信中，经常假定使用全向接收天线，到达角度是均匀分布的，且传播延迟 τ' 是依据下式而成负指数分布的

$$p_{\tau'}(\tau')=\frac{1}{a}\mathrm{e}^{-\tau'/a},\quad \tau'\geqslant 0 \tag{10.50}$$

式中，a 是延迟扩展的一个度量。采用这些假定，可计算式（10.49a）和式（10.49b）中自相关函数和交叉相关函数。在附录 10.E 中证明了，可得到如下封闭形式的解：

$$r_{\mu_1\mu_1}(\tau)=r_{\mu_2\mu_2}(\tau)=\sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau) \tag{10.51a}$$

$$r_{\mu_1\mu_2}(\tau)=r_{\mu'_1\mu'_2}(\tau)=0 \tag{10.51b}$$

$$r_{\mu_1\mu'_1}(\tau,\chi)=r_{\mu_2\mu'_2}(\tau,\chi)=\frac{\sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau)}{1+(2\pi a\chi)^2} \tag{10.51c}$$

$$r_{\mu_1\mu'_2}(\tau,\chi)=-r_{\mu_2\mu'_1}(\tau,\chi)=-2\pi a\chi\, r_{\mu_1\mu'_1}(\tau,\chi) \tag{10.51d}$$

上面的表达式为下一节中给出的跳频信道仿真器的性能分析提供了基础。

10.3.2　跳频信道的仿真模型

在本小节，描述一个高效的跳频信道仿真器。仿真模型考虑到频率间隔的移动无线信道的接收包络（在发生一次跳频之前和之后接收到的包络）一般来说是相关的。所建议的跳频信道仿真器依据的是第 4 章中介绍的确定性信道建模的概念。依据这个原理，分别以如下正弦曲线的叠加（莱斯正弦曲线之和）来近似零均值实数值高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 和 $\mu'_i(t)$ [对于 $i=1$，2 见式（10.48a）和式（10.48b）]

$$\tilde{\mu}_i(t)=\sum_{n=1}^{N_i}c_{i,n}\cos(2\pi f_{i,n}t+\theta_{i,n})\ \text{在}\ f_0\ \text{处} \tag{10.52a}$$

$$\tilde{\mu}'_i(t)=\sum_{n=1}^{N_i}c_{i,n}\cos(2\pi f_{i,n}t+\theta'_{i,n})\ \text{在}\ f'_0\ \text{处} \tag{10.52b}$$

正弦曲线数 N_i 与实现复杂度是密切相关的，并允许控制仿真模型的性能。通过使用准确的多普勒频散方法（MEDS）（已在 5.1.7 节详细讨论），计算增益 $c_{i,n}$ 和离散多普勒频率 $f_{i,n}$。在 5.1.7 节，对于 $n=1$，2，…，N_i 和 $i=1$，2，证明了 MEDS 得到如下封闭形式的表达式：

$$c_{i,n}=\sigma_0\sqrt{\frac{2}{N_i}} \tag{10.53a}$$

$$f_{i,n}=f_{\max}\sin\left[\frac{\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)\right] \tag{10.53b}$$

为了确保 $\tilde{\mu}_1(t)$（$\tilde{\mu}'_1(t)$）和 $\tilde{\mu}_2(t)$（$\tilde{\mu}'_2(t)$）是不相关的，对正弦曲线数 N_1 和 N_2 施加如下关系 $N_2 := N_1 + 1$。在附录10.F中给出相位 $\theta_{i,n}$ 和 $\theta'_{i,n}$ 的计算方法，其中针对 $n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$，推导得到如下公式

$$\theta_{i,n} = 2\pi f_0 \varphi_{i,n}, \quad \theta'_{i,n} = 2\pi(f_0 + \chi)\varphi_{i,n} \tag{10.54}$$

式中

$$\varphi_{i,n} = a\ln\left(\frac{1}{1 - \dfrac{n-1/2}{N_i}}\right) \tag{10.55}$$

上面各式表明，大小为 $\chi = f'_0 - f_0$ 的跳频 $f_0 \to f'_0$ 导致大小为 $2\pi\chi\varphi_{i,n} = \theta'_{i,n} - \theta_{i,n}$ 的相位跳变 $\theta_{i,n} \to \theta'_{i,n}$（$n=1, 2, \cdots, N_i$ 和 $i=1, 2$）。结果是，如果发生一次跳频 $f_0 \to f'_0$，那么信道仿真器的包络

$$\tilde{\zeta}(t) = |\tilde{\mu}_1(t) + \mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)| \to \tilde{\zeta}'(t) = |\tilde{\mu}'_1(t) + \mathrm{j}\tilde{\mu}'_2(t)| \tag{10.56}$$

跳变而没有任何暂态行为。在图10.18右侧给出对应于载波频率 f_0 的接收包络 $\tilde{\zeta}(t)$ 所得到的仿真模型。如果在这个结构中以 $\theta'_{i,n}$ 替换相位 $\theta_{i,n}$，那么直接得到图10.18右侧的对应于 f'_0 的接收包络 $\tilde{\zeta}'(t)$ 的模型。

重要的是指出，过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 和 $\tilde{\mu}'_i(t)$ 是完全确定的，因为相应的模型参数（$c_{i,n}$，$f_{i,n}$，$\theta_{i,n}$）和（$c_{i,n}$，$f_{i,n}$，$\theta'_{i,n}$）是常量［见式（10.53）和式（10.54）］。在第4章，已经证明，如果增益 $c_{i,n}$ 由式（10.53a）给定且如果 $N_i \geqslant 7$，则具有式（10.52）中形式的确定性过程非常接近地遵循零均值实数值高斯随机过程的统计性质。因此，$\tilde{\mu}_i(t)$ 和 $\tilde{\mu}'_i(t)$ 是确定性的高斯过程，且结果是，$\tilde{\zeta}(t)$ 和 $\tilde{\zeta}'(t)$ 是确定性的瑞利过程。

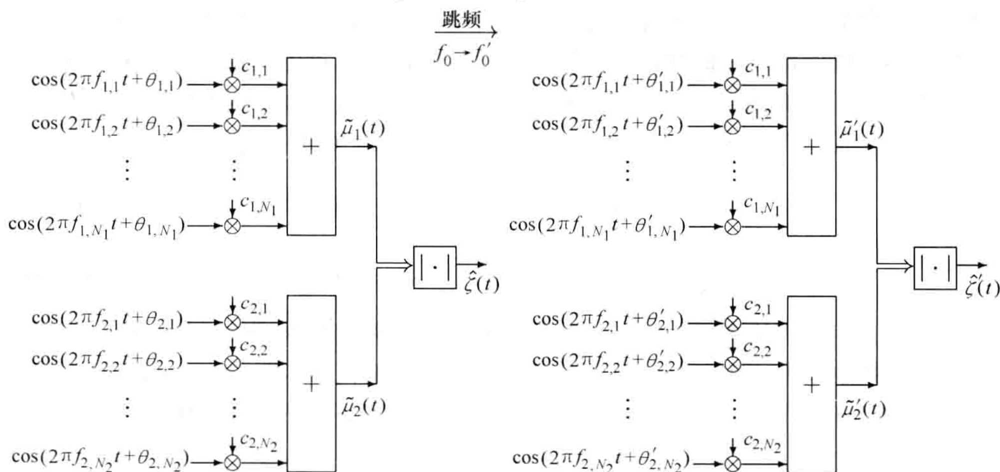


图10.18　调频瑞利衰落信道仿真器

由于 $\tilde{\mu}_i(t)$ 和 $\tilde{\mu}'_i(t)$ 的确定性特征，不得不通过使用时间平均而不是统计平均来探究它们的相关性性质。因此，对于确定性过程和所有 $i=1, 2$ 及 $\lambda=1, 2$，式

（10.49a）和式（10.49b）的对应部分定义为

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_\lambda}(\tau) := \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{\mu}_i(t)\tilde{\mu}_\lambda(t+\tau)\mathrm{d}t \tag{10.57a}$$

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu'_\lambda}(\tau,\chi) := \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\tilde{\mu}_i(t)\tilde{\mu}'_\lambda(t+\tau)\mathrm{d}t \tag{10.57b}$$

接下来，将式（10.52a）和式（10.52b）代入式（10.57a）和式（10.57b）。在对所有相关（i，λ）对求积分之后，对于 $i=1$，2，最后得到

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) = \sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{i,n}\tau) \tag{10.58a}$$

$$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau) = \tilde{r}_{\mu'_1\mu'_2}(\tau) = 0 \tag{10.58b}$$

$$\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(\tau,\chi) = \sum_{n=1}^{N_i}\frac{c_{i,n}^2}{2}\cos(2\pi f_{i,n}\tau + 2\pi\varphi_{i,n}\chi) \tag{10.58c}$$

$$\tilde{r}_{\mu_1\mu'_2}(\tau,\chi) = \tilde{r}_{\mu_2\mu'_1}(\tau,\chi) = 0 \tag{10.58d}$$

回顾一下，关系 $N_2 = N_1 + 1$ 已经施加到 $\tilde{\mu}_i(t)$ 和 $\tilde{\mu}'_i(t)$ 的设计上。因此由式（10.53b）得到，对于所有 $n=1$，2，…，N_1 和 $m=1$，2，…，N_2，$f_{1,n}\neq f_{2,m}$ 成立。作为另一项结果，得到式（10.58b）和式（10.58d）中的结果，可解释为，如果 $i\neq\lambda$，则确定性过程 $\tilde{\mu}_i(t)$、$\tilde{\mu}_\lambda(t)$、$\tilde{\mu}'_i(t)$ 和 $\tilde{\mu}'_\lambda(t)$ 是互不相关的。

10.3.3 性能分析

在本小节，研究所引入的跳频瑞利衰落信道仿真器的准确性，方法是将仿真模型的相关性函数［见式（10.58a）～式（10.58d）］与参考模型的那些函数［见式（10.51a）～式（10.51d）］进行比较。

1. $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 与 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的比较

将式（10.53a）和式（10.53b）代入式（10.58a），在极限 $N_i\to\infty$ 时，得到

$$\begin{aligned}\lim_{N_i\to\infty}\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau) &= \lim_{N_i\to\infty}\frac{\sigma_0^2}{N_i}\sum_{n=1}^{N_i}\cos\left\{2\pi f_{\max}\tau\sin\left[\frac{\pi}{2Ni}\left(n-\frac{1}{2}\right)\right]\right\}\\ &= \sigma_0^2\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}\cos(2\pi f_{\max}\tau\sin z)\,\mathrm{d}z\\ &= \sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau)\\ &= r_{\mu_i\mu_i}(\tau)\end{aligned} \tag{10.59}$$

由此，如果 $N_i\to\infty$ 时，$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 趋于 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$。但是，在区间 $0\leqslant\tau\leqslant N_i/(2f_{\max})$ 上，即使一个有限的正弦曲线数 N_i 也给出 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)\approx\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的绝佳近似结果（见 5.1.7 节），图 10.19 给出的是 $N_i=20$ 的情形。

2. $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 与 $r_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 的比较

式（10.51b）表明参考模型的同相分量和正交分量是不相关的。由对式（10.58b）

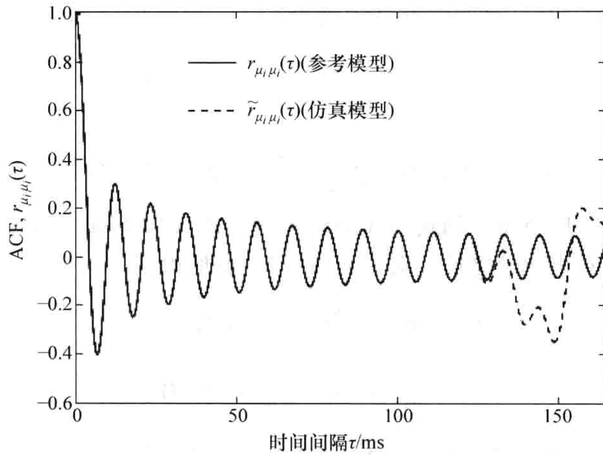


图 10.19　与仿真模型的自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 比较，参考模型的自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$（采用 $N_i=20$、$f_{\max}=91\text{Hz}$ 和 $\sigma_0^2=1$ 的 MEDS）

的仔细观察，可得出结论，如果模型参数（$c_{i,n}$，$f_{i,n}$）的计算使用 MEDS 且如果 N_1 和 N_2 的关系为 $N_2=N_1+1$，则仿真模型具有完全相同的统计性质。

3. $\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(\tau,\chi)$ 与 $r_{\mu_i\mu'_i}(\tau,\chi)$ 的比较

在极限 $N_i\to\infty$ 时，将式（10.53a）、式（10.53b）和式（10.55）代入式（10.58c）得到

$$\lim_{N_i\to\infty}\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(\tau,\chi)=\lim_{N_i\to\infty}\frac{\sigma_0^2}{N_i}\sum_{n=1}^{N_i}\cos\left\{2\pi f_{\max}\tau\sin\left[\frac{\pi}{2N_i}\left(n-\frac{1}{2}\right)\right]+2\pi a\chi\ln\left(\frac{1}{1-\frac{n-1/2}{N_i}}\right)\right\}$$

$$=\sigma_0^2\int_0^1\cos\left[2\pi f_{\max}\tau\sin\left(\frac{\pi}{2}z\right)+2\pi a\chi\ln\left(\frac{1}{1-z}\right)\right]dz$$

$$=\sigma_0^2\int_0^\infty e^{-z}\cos\left\{2\pi f_{\max}\tau\sin\left[\frac{\pi}{2}(1-e^{-z})\right]+2\pi a\chi z\right\}dz \tag{10.60}$$

由式（10.60）与式（10.51c）的比较，认识到，当 $N_i\to\infty$ 时，$\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(\tau,\chi)$ 在二维（τ，χ）平面不会收敛到 $r_{\mu_i\mu'_i}(\tau,\chi)$。但是，即使对于中等大小的 N_i 值，近似 $r_{\mu_i\mu'_i}(\tau,\chi)\approx\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(\tau,\chi)$ 的质量也是不错的。因此考虑图 10.20a ~ 图 10.20c，其中针对 COST 207 农村地区地貌[19]分别给出式（10.51c）、式（10.60）和式（10.58c）的数值结果。

接下来，沿主轴研究交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(\tau,\chi)$ 的形状。因此，通过使用式（10.60），评估当 $N_i\to\infty$ 时的 $\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(\tau,0)$ 和 $\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(0,\chi)$，就式（10.51a）和式（10.51c），可写出

$$\lim_{N_i\to\infty}\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(\tau,0)=\sigma_0^2J_0(2\pi f_{\max}\tau)=r_{\mu_i\mu_i}(\tau) \tag{10.61a}$$

$$\lim_{N_i\to\infty}\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(0,\chi)=\frac{\sigma_0^2}{1+(2\pi a\chi)^2}=r_{\mu_i\mu'_i}(0,\chi) \tag{10.61b}$$

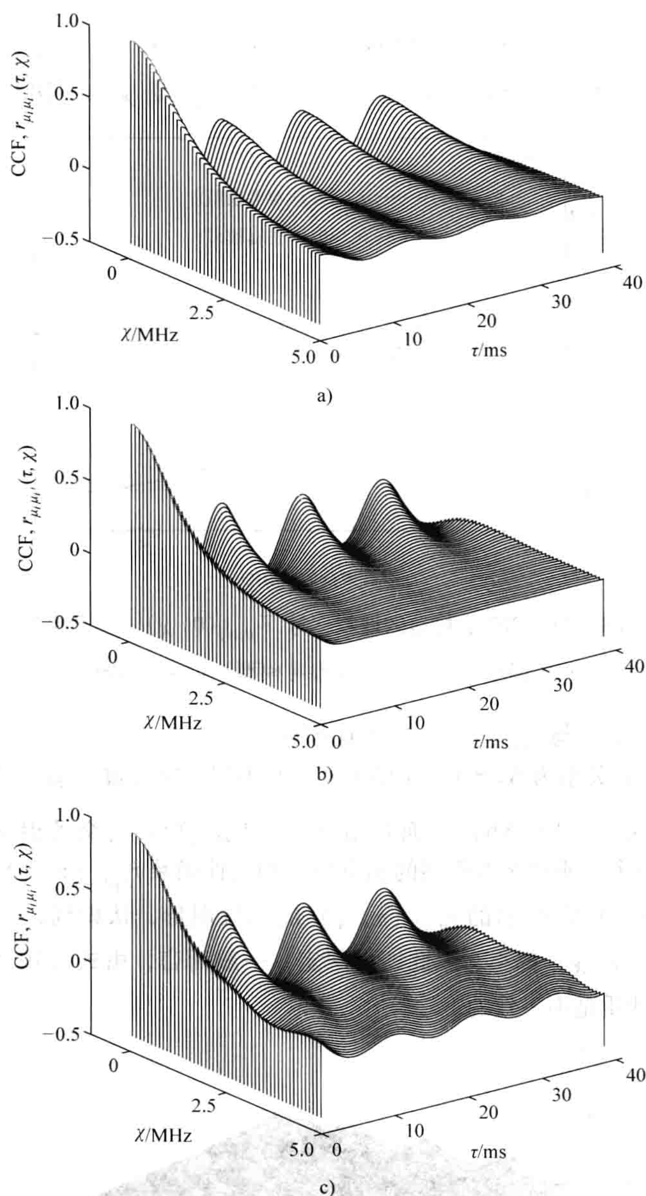


图 10.20　针对 COST 207 农村地区地貌得到的交叉相关函数 $r_{\mu_i\mu'_i}(\tau, \chi)$ 和 $\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(\tau, \chi)$（$a=0.1086\mu s$，$f_{max}=91Hz$，$\sigma_0^2=1$）

a）$r_{\mu_i\mu'_i}(\tau, \chi)$［参考模型，见式（10.51c）］　b）$\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(\tau, \chi)$［$N_i \to \infty$ 时的仿真模型，见式（10.60）］　c）$\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(\tau, \chi)$［$N_i=20$ 时的仿真模型，见式（10.58c）］

式（10.61a）中的第一个结果是并不令人惊奇的，因为按照定义 $\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(\tau, 0)=\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 成立，由此参见式（10.59），特别参见图 10.19，其中表明了有限 N_i 值时 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)=\tilde{r}_{\mu\mu'_i}(\tau, 0)$。第二

个结果式（10.61b）表明，当$N_i \to \infty$（$i=1, 2$）时，$\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(0, \chi)$趋于$r_{\mu_i\mu'_i}(0, \chi)$。对于中等大小的$N_i$值，如$N_i=20$，交叉相关函数$\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(0, \chi)$接近$r_{\mu\mu'_i}(0, \chi)$（见图10.21）。

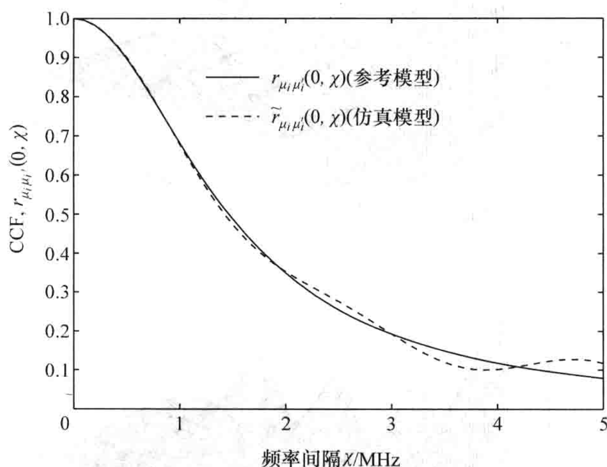


图10.21 针对COST 207农村地区地貌，与$\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(0, \chi)$（仿真模型，$N_i=20$）比较的交叉相关函数$r_{\mu_i\mu'_i}(0, \chi)$（参考模型）（$a=0.1086\mu s$，$\sigma_0^2=1$）

4. $\tilde{r}_{\mu_1\mu'_2}(\tau, \chi)$与$r_{\mu_1\mu'_2}(\tau, \chi)$的比较

由于N_2与N_1的关系为$N_2=N_1+1$的事实，则不仅确定性过程$\tilde{\mu}_1(t)$和$\tilde{\mu}_2(t)$的交叉相关消失［见式（10.58b）］，而且$\tilde{\mu}_1(t)$和$\tilde{\mu}'_2(t)$的交叉相关也消失［见式（10.58d）］。后一个性质与参考模型的相应交叉相关性函数$r_{\mu_1\mu'_2}(\tau, \chi)$不吻合［见式（10.51d）］。由图10.22所示的$r_{\mu_1\mu'_2}(\tau, \chi)$的二维图形，认识到，几乎对于所有的$(\tau, \chi)$对，$r_{\mu_1\mu'_2}(\tau, \chi)$都小。因此，可假定，一般而言，由式（10.58d）导致的影响与期望的统计性质是不一致的。

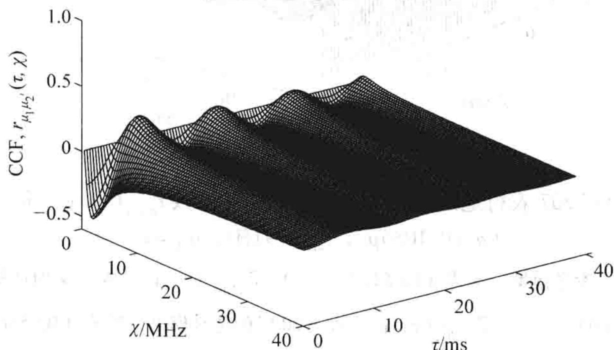


图10.22 针对COST 207农村地区地貌，交叉相关函数$\tilde{r}_{\mu_1\mu'_2}(\tau, \chi)$（参考模型）（$a=0.1086\mu s$，$f_{\max}=91Hz$，$\sigma_0^2=1$）

10.3.4 仿真结果

下面描述的仿真结果依据的是 CEPT-COST 207[19]针对 GSM 系统规范的农村地区地貌，其中传播延迟 τ'是依据式（10.5）参数为 $a=0.1086\mu s$ 的复指数分布的。对于载波 f_0和最大多普勒频率 f_{max}，选择的值为 $f_0=941.2MHz$ 和 $f_{max}=91Hz$。正弦曲线数 N_1 和 N_2 分别固定为 20 和 21，且方差 σ_0^2归一化为 1。使用式（10.53）~式（10.55）立刻计算得到图 10.18 所示的仿真模型的所有其他参数。在没有跳频，即 $f_0=f'_0$且由此 $\chi=f'_0-f_0=0$ 时，得到图 10.23a 所示的仿真的包络 $\tilde{\zeta}(t)$。现在，应用慢速跳频 GSM 的原理，其中载波 $f_0^{(\ell)}(\ell=1, 2, \cdots)$ 随时长为 4.615ms 的每个 TDMA 帧而改变。在跳频条件下，得到信道仿真器输出信号的形状如图 10.23b 所示，针对的是调频 $f_0^{(\ell)} \rightarrow f_0^{(\ell+1)}$ $(\ell=1, 2, \cdots)$遵循一种伪随机模式。

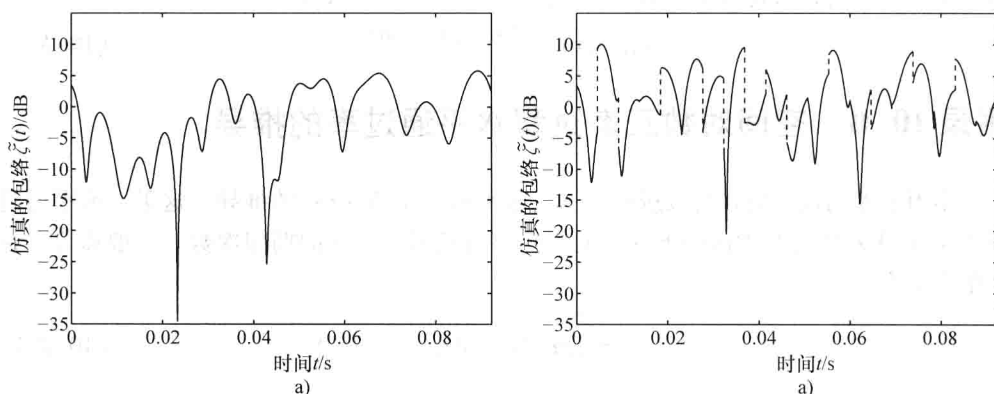


图 10.23　针对农村地区环境，接收包络 $\tilde{\zeta}(t)$ 的仿真

a）无跳频　b）有跳频

10.3.5 扩展阅读

虽然在过去，以软件[103,127,129]或硬件[128,236,237,363]方式开发和实现了许多没有跳频能力的信道仿真器，但就跳频信道仿真器的设计而言，几乎找不到什么信息。这个话题几乎在参考文献中都没有涉及。在参考文献［239］中，通过使用频率变换技术和数字滤波器方法，推导得到一个可变数据率的跳频信道模型。在参考文献［240］中首次将正弦曲线之和方法应用于具有给定相关性性质的跳频瑞利衰落信道仿真器的设计。在参考文献［391］中给出了跳频宽带衰落信道的一种随机建模和仿真方法。后来在参考文献［392］中对这种方法进行了改进和扩展。

附录 10.A　对数正态过程的空间自相关函数的推导

在本附录，推导以空间高斯随机过程 $\upsilon(x)$ 的自相关函数 $r_{\upsilon\upsilon}(\Delta x)$ 表示的对数正态过程 $\lambda(x)$ 的空间自相关函数 $r_{\lambda\lambda}(\Delta x)$。将式（10.22）代入空间自相关函数的定义

$r_{\lambda\lambda}(\Delta x) := E\{\lambda(x)\lambda(x+\Delta x)\}$，得到

$$
\begin{aligned}
r_{\lambda\lambda}(\Delta x) &= E\{10^{\frac{2m_L+\sigma_L[v(x)+v(x+\Delta x)]}{20}}\} \\
&= E\{e^{2m_0+\sigma_0[v(x)+v(x+\Delta x)]}\} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{2m_0+\sigma_0(x_1+x_2)} p_{vv'}(x_1,x_2)\,dx_1 dx_2
\end{aligned}
\tag{10. A. 1}
$$

式中，$m_0 = m_L\ln(10)/20$，$\sigma_0 = \sigma_L\ln(10)/20$，且

$$
p_{vv'}(x_1,x_2) = \frac{e^{-\frac{x_1^2-2r_{vv}(\Delta x)x_1x_2+x_2^2}{2[1-r_{vv}^2(\Delta x)]}}}{2\pi\sqrt{1-r_{vv}^2(\Delta x)}}
\tag{10. A. 2}
$$

表示在两个不同位置 $x_1 = x$ 和 $x_2 = x+\Delta x$ 处空间高斯随机过程 $v(x)$ 的联合概率密度函数。在将式（10. A. 2）代入式（10. A. 1）并通过使用参考文献［77，式（7. 4. 32)］求二重积分之后，可得到如下形式的空间自相关函数 $r_{\lambda\lambda}(\Delta x)$

$$
r_{\lambda\lambda}(\Delta x) = e^{2m_0+\sigma_0^2[1+r_{vv}(\Delta x)]}
\tag{10. A. 3}
$$

附录 10. B　空间对数正态过程水平通过率的推导

本附录专门进行空间对数过程 $\lambda(x)$ 水平通过率 $N_\lambda(r)$ 的推导。这里，水平通过率 $N_\lambda(r)$ 表示单位长度内向下（或向上）穿过信号水平 r 的期望次数。一般而言，这个量定义为[42]

$$
N_\lambda(r) = \int_0^\infty \dot{z} p_{\lambda\dot{\lambda}}(r,\dot{z})\,d\dot{z}, \qquad r \geqslant 0
\tag{10. B. 1}
$$

式中，$p_{\lambda\dot{\lambda}}(z,\dot{z})$ 是 $\lambda(x)$ 及其在同一位置 x 的空间导数 $\dot{\lambda}(x) = d\lambda(x)/dx$ 的联合概率密度函数。由空间高斯过程 $v(x)$ 和 $\dot{v}(x)$ 的联合概率密度函数

$$
p_{v\dot{v}}(y,\dot{y}) = \frac{e^{-y^2/2}}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{e^{-\dot{y}^2/(2\gamma)}}{\sqrt{2\pi\gamma}}
\tag{10. B. 2}
$$

推导得到这个联合概率密度函数，其中 $\gamma = -\ddot{r}_{vv}(0)$。采用式（2. 87）应用随机变量变换的概念并使用 $z = 10^{(\sigma_L x+m_L)/20}$，得到关系

$$
p_{\lambda\dot{\lambda}}(z,\dot{z}) = |J|^{-1} p_{v\dot{v}}\left(\frac{20\log_{10}(z)-m_L}{\sigma_L}, \frac{20\dot{z}}{\sigma_L\ln(10)z}\right)
\tag{10. B. 3}
$$

式中，J 表示为雅可比行列式，可表示为 $J = [\sigma_L\ln(10)z/20]^2$。将式（10. B. 2）代入式（10. B. 3）得到如下联合概率密度函数

$$
p_{\lambda\dot{\lambda}}(z,\dot{z}) = \left(\frac{20}{\sigma_L\ln(10)z}\right)^2 \frac{e^{-\frac{(20\log_{10}(z)-m_L)^2}{2\sigma_L^2}}}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{e^{-\left(\frac{20\dot{z}/z}{\sigma_L\ln(10)}\right)^2/(2\gamma)}}{\sqrt{2\pi\gamma}}
\tag{10. B. 4}
$$

最后，在将式（10. B. 4）代入式（10. B. 1）之后，可将 $\lambda(x)$ 的水平通过率 $N_\lambda(r)$ 表示为如下的封闭形式

$$
N_\lambda(r) = \frac{\sqrt{\gamma}}{2\pi} e - \frac{(20\log_{10}(r)-m_L)^2}{2\sigma_L^2}, r \geqslant 0
\tag{10. B. 5}
$$

附录10.C 正弦曲线求和阴影遮挡仿真器水平通过率的推导

本附录关注与式（10.29）中定义的空间对数正态过程 $\hat{\lambda}(x)$ 的随机仿真模型水平通过率 $\hat{N}_\lambda(r)$ 的推导。回顾一下，通过使用参考文献［16，17］，可计算水平通过率 $\hat{N}_\lambda(r)$

$$\hat{N}_\lambda(r) = \int_0^\infty \dot{z}\hat{p}_{\lambda\dot{\lambda}}(r,\dot{z})\,\mathrm{d}\dot{z}, \quad r \geqslant 0 \tag{10.C.1}$$

式中，$\hat{p}_{\lambda\dot{\lambda}}(z,\ \dot{z})$ 表示在 x 轴上同一点处 $\hat{\lambda}(x)$ 及其空间导数 $\dot{\hat{\lambda}}(x) = \mathrm{d}\hat{\lambda}(x)/\mathrm{d}x$ 的联合概率密度函数。寻找 $\hat{N}_\lambda(r)$ 准确解的起点是式（10.28）中的随机过程 $\hat{v}(x)$ 及其空间导数 $\dot{\hat{v}}(x)$，后者为

$$\dot{\hat{v}}(x) = -2\pi\sum_{n=1}^{N} s_n c_n \sin(2\pi s_n x + \theta_n) \tag{10.C.2}$$

通过将 c_n 替换为 $2\pi s_n c_n$，由式（10.31）可容易地得到 $\dot{\hat{v}}(x)$ 的概率密度函数 $\hat{p}_{\dot{v}}(\dot{y})$，即

$$\hat{p}_{\dot{v}}(\dot{y}) = \begin{cases} 2\left[\int_0^\infty \prod_{n=1}^{N} J_0(4\pi^2 s_n c_n z)\right]\cos(2\pi\dot{y}z)\,\mathrm{d}z, & |\dot{y}| \leqslant \dot{\hat{v}}_{\max} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{10.C.3}$$

式中，$\dot{\hat{v}}_{\max} = 2\pi\sum_{n=1}^{N}|s_n c_n|$。定义为 $\hat{r}_{v\dot{v}}(\Delta x) := E\{\hat{v}(x)\dot{\hat{v}}(x+\Delta x)\}$ 的 $\hat{v}(x)$ 和 $\dot{\hat{v}}(x)$ 的交叉相关函数的计算，即

$$\hat{r}_{v\dot{v}}(\Delta x) = -\pi\sum_{n=1}^{N} s_n c_n^2 \sin(2\pi s_n \Delta x) \tag{10.C.4}$$

这个结果表明，一般而言，$\hat{v}(x)$ 和 $\dot{\hat{v}}(x)$ 是相关的。但是，对于水平通过率的计算，将研究限制在空间中同一点 $x = x_1 = x_2$ 即 $\Delta x = x_2 - x_1 = 0$ 处的 $\hat{v}(x)$ 和 $\dot{\hat{v}}(x)$ 的形状。由式（10.C.4），观察到如果 $\Delta x = 0$，$\hat{r}_{v\dot{v}}(\Delta x) = 0$，即在空间同一点处 $\hat{v}(x)$ 和 $\dot{\hat{v}}(x)$ 是不相关的。在高斯随机过程的情形中，可得到，不相关性等价于独立性。因为如果 $N \geqslant 7$，分别在式（10.31）和式（10.C.3）中的概率密度函数 $\hat{p}_v(y)$ 和 $\hat{p}_{\dot{v}}(\dot{y})$ 都非常接近高斯分布，则可假定在 x 轴上的同一点，$\hat{v}(x)$ 和 $\dot{\hat{v}}(x)$ 也是独立的。这使得可将 $\hat{v}(x)$ 和 $\dot{\hat{v}}(x)$ 的联合概率密度函数 $\hat{p}_{v\dot{v}}(y,\ \dot{y})$ 表示为

$$\hat{p}_{v\dot{v}}(y,\dot{y}) = \hat{p}_v(y)\cdot\hat{p}_{\dot{v}}(\dot{y}) \tag{10.C.5}$$

现在，在应用随机变量变换的方法［见式（2.87）］之后，可将 $\hat{\lambda}(x)$ 和 $\dot{\hat{\lambda}}(x)$ 的联合概率密度函数 $\hat{p}_{\lambda\dot{\lambda}}(z,\ \dot{z})$ 表示为[380]

$$\begin{aligned} \hat{p}_{\lambda\dot{\lambda}}(z,\dot{z}) &= |J|^{-1}\hat{p}_{v\dot{v}}\left(\frac{20\log_{10}(z) - m_L}{\sigma_L}, \frac{20\dot{z}}{\sigma_L \ln(10) z}\right) \\ &= |J|^{-1}\hat{p}_v\left(\frac{20\log_{10}(z) - m_L}{\sigma_L}\right)\hat{p}_{\dot{v}}\left(\frac{20\dot{z}}{\sigma_L \ln(10) z}\right) \end{aligned} \tag{10.C.6}$$

式中，$|J|$ 是雅克比行列式的绝对值，这里由 $|J| = (\sigma_L z\ln(10)/20)^2$ 给出。最后，在将式（10.C.6）代入式（10.C.1）并使用式（10.C.3）之后，发现 $\hat{\lambda}(x)$ 水平通过率 $\hat{N}_\lambda(r)$ 的如下精确解

$$\hat{N}_\lambda(r) = \hat{p}_v\left(\frac{20\log_{10}(r) - m_L}{\sigma_L}\right)\int_0^\infty \frac{\left[\prod_{n=1}^{N} J_0(4\pi^2 c_n s_n y)\right]}{2(\pi y)^2} \cdot [\cos(2\pi y\dot{v}_{\max}) - 1 + 2\pi y\dot{v}_{\max}\sin(2\pi y\dot{v}_{\max})]\mathrm{d}y \quad (10.C.7)$$

式中，$\dot{v}_{\max} = 2\pi\sum_{n=1}^{N}|s_n c_n|$。在没有证明的情况下，指出，如果模型参数 c_n 和 s_n 的计算选用等面积方法，则当 $N\to\infty$ 时，$\hat{N}_\lambda(r) \to N_\lambda(r)$。

附录 10.D　将等面积方法应用到 Gudmundson 相关性模型

在本附录表明，为找到模型参数 s_n 和 c_n 的封闭形式解，如何将等面积方法（MEA）应用到 Gudmundson 相关性模型。使用 MEA，要求随机过程 $v(x)$ 的功率谱密度的知识。通过计算式（10.38）中空间自相关函数 $r_{vv}(\Delta x)$ 的傅里叶变换，得到表示为 $S_{vv}(s)$ 的这个功率谱密度，即

$$S_{vv}(s) = \frac{2D_c}{1 + (2\pi s D_c)^2} \quad (10.D.1)$$

当将 MEA 应用到当前问题时，必须确定离散空间频率 s_n，从而使在区间 $I_n := (s_{n-1}, s_n]$ 内的功率谱密度 $S_{vv}(s)$ 下的面积等于 $1/(2N)$，即

$$\int_{s\in I_n} S_{vv}(s)\,\mathrm{d}s = \frac{1}{2N} \quad (10.D.2)$$

式中，$s_0 := 0$，对于 $n = 1, 2, \cdots, N$，$s_n > 0$。为了求解这个问题，引入如下辅助函数

$$F_s(s_n) := \int_{-\infty}^{s_n} S_{vv}(s)\,\mathrm{d}s \quad (10.D.3)$$

通过使用式（10.D.2），上式可表示为

$$\begin{aligned} F_s(s_n) &= \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{n}\int_{s_{k-1}}^{s_k} S_{vv}(s)\,\mathrm{d}s \\ &= \frac{1}{2} + \frac{n}{2N}, \quad s_n > 0 \end{aligned} \quad (10.D.4)$$

另外，将式（10.D.1）代入式（10.D.3），得到

$$F_s(s_n) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\arctan(2\pi D_c s_n) \quad (10.D.5)$$

因此，在使式（10.D.4）等于式（10.D.5）并求解得到的 s_n 表达式，对于 $n = 1, 2, \cdots, N$，最后找到如下封闭形式解

$$s_n = \frac{1}{2\pi D_c}\tan\left(\frac{\pi n}{2N}\right) \quad (10.D.6)$$

注意，如果 $n=N$，则 s_n 变为 ∞。为了避免这个问题，在式（10. D. 6）中将 n 替换为 $n-1/2$，这样就改进了 MEA 的性能，并得到式（10. 40）中给出的最终解。确定增益 c_n 的方法是，将如下条件施加于仿真模型

$$\int_{s \in I_n} \hat{S}_{vv}(s)\,\mathrm{d}s = \int_{s \in I_n} S_{vv}(s)\,\mathrm{d}s \tag{10. D. 7}$$

式中，$\hat{S}_{vv}(s)$ 是 $\hat{v}(x)$ 的功率谱密度。依据 Wiener-Khinchin 定理，功率谱密度 $\hat{S}_{vv}(s)$ 和自相关函数 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$ 之间的关系是傅里叶变换关系。这个关系使得通过 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$［见式（10. 30）］的傅里叶变换找到如下形式的 $\hat{S}_{vv}(s)$

$$\hat{S}_{vv}(s) = \sum_{n=1}^{N} \frac{c_n^2}{4}[\delta(s+s_n)+\delta(s-s_n)] \tag{10. D. 8}$$

将式（10. D. 8）代入式（10. D. 7），并使式（10. D. 7）的右侧等于式（10. D. 2），得到对于所有 $n=1, 2, \cdots, N$

$$c_n = \sqrt{2/N} \tag{10. D. 9}$$

附录 10. E　跳频信道时间—频率交叉相关性函数的推导

在本附录，推导跳频瑞利衰落信道的时间—频率交叉相关性函数。由这个函数，可容易地得到所有其他有关的自相关和交叉相关性函数。复数高斯随机过程 $\mu(t)$ 和 $\mu'(t)$ 的时间—频率交叉相关性函数 $r_{\mu\mu'}(\tau, \chi)$ 定义为

$$r_{\mu\mu'}(\tau,\chi) := E\{\mu^*(t)\mu'(t+\tau)\} \tag{10. E. 1}$$

式中，统计平均必须考虑到所有随机变量 c_n、f_n、θ_n 和 τ'_n 的分布[㊀]。将式（10. 47a）和式（10. 47b）代入式（10. E. 1），得到

$$r_{\mu\mu'}(\tau,\chi) = E\left\{\lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} c_n c_m \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\theta_n-\theta_m)}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(f_n-f_m)t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_m\tau-\tau'_m\chi)}\right\} \tag{10. E. 2}$$

首先在均匀分布的相位 $\theta_n(\theta_m) \sim U(0, 2\pi]$ 求平均，得到

$$r_{\mu\mu'}(\tau,\chi) = E\left\{\lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N} c_n^2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_n\tau-\tau'_n\chi)}\right\}\Bigg|_{c_n,f_n,\tau'_n} \tag{10. E. 3}$$

因为随机变量 c_n、f_n 和 τ'_n 是统计上独立的，所以可写出

$$r_{\mu\mu'}(\tau,\chi) = \lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N} E\{c_n^2\}\cdot E\{\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_n\tau}\}\cdot E\{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\tau'\chi}\} \tag{10. E. 4}$$

参照在式（10. 47b）之下给出的论断，第一项可确定为

$$\lim_{N\to\infty}\sum_{n=1}^{N} E\{c_n^2\} = 2\sigma_0^2 \tag{10. E. 5}$$

在各向同性散射的假定下，可由式（3. A. 19）中的结果得到提示，这使得可将第二项

㊀ 回顾一下，假定随机变量 c_n、f_n、θ_n 和 τ'_n 是统计上独立的。

表示为

$$E\{e^{j2\pi f_n \tau}\} = J_0(2\pi f_{\max}\tau) \tag{10.E.6}$$

最后，对于负指数分布的传播延迟τ'［见式（10.50）］，式（10.E.4）中的第三项得到

$$E\{e^{-j2\pi\tau'_n\chi}\} = \frac{1}{1+j2\pi a\chi} \tag{10.E.7}$$

由此，在将式（10.E.5）~式（10.E.7）代入式（10.E.4）之后，得到时间—频率交叉相关性函数的如下封闭形式解

$$r_{\mu\mu'}(\tau,\chi) = \frac{2\sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau)}{1+j2\pi a\chi} \tag{10.E.8}$$

与式（2.110）中的表达式类似，复数高斯随机过程$\mu(t)=\mu_1(t)+j\mu_2(t)$和$\mu'(t)=\mu'_1(t)+j\mu'_2(t)$的交叉相关性函数可以其同相分量和正交分量的交叉相关性函数表示为

$$r_{\mu\mu'} = r_{\mu_1\mu'_1}(\tau,\chi) + r_{\mu_2\mu'_2}(\tau,\chi) + j(r_{\mu_1\mu'_2}(\tau,\chi) - r_{\mu_2\mu'_1}(\tau,\chi)) \tag{10.E.9}$$

式（10.E.8）和式（10.E.9）的比较给出如下结果

$$r_{\mu_1\mu'_1}(\tau,\chi) = r_{\mu_2\mu'_2}(\tau,\chi) = \frac{\sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau)}{1+(2\pi a\chi)^2} \tag{10.E.10a}$$

$$r_{\mu_1\mu'_2}(\tau,\chi) = -r_{\mu_2\mu'_1}(\tau,\chi) = -2\pi a\chi r_{\mu_1\mu'_1}(\tau,\chi) \tag{10.E.10b}$$

通过将频率间隔变量χ设定为零，由时间—频率交叉相关性函数$r_{\mu\mu'}(\tau,\chi)$，得到$\mu(t)$的自相关函数$r_{\mu\mu}(\tau)$，即

$$\begin{aligned} r_{\mu\mu}(\tau) &:= E\{\mu^*(t)\mu(t+\tau)\} \\ &= r_{\mu\mu'}(\tau,0) \\ &= 2\sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau) \end{aligned} \tag{10.E.11}$$

因此，比较式（10.E.11）与式（2.110），意味着如下关系成立：

$$r_{\mu_1\mu_1}(\tau) = r_{\mu_2\mu_2}(\tau) = r_{\mu_1\mu'_1}(\tau,0) = \sigma_0^2 J_0(2\pi f_{\max}\tau) \tag{10.E.12a}$$

$$r_{\mu_1\mu_2}(\tau) = -r_{\mu_2\mu_1}(\tau) = r_{\mu_1\mu'_2}(\tau,0) = 0 \tag{10.E.12b}$$

在没有任何困难的情况下，可证明复数高斯随机过程$\mu(t)$和$\mu'(t)$具有相同的自相关性质，即$r_{\mu\mu}(\tau)=r_{\mu'\mu'}(\tau)=r_{\mu\mu'}(\tau,0)$。最后，要指出的是，在参考文献［13，第50页］可找到式（10.E.10a）和式（10.E.10b）中主要结果的另一种证明。

附录10.F　跳频信道仿真器的参数化处理

本附录的目标是推导量$\varphi_{i,n}\geq 0$的一个显式方程，从而使$\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(0,\chi)$［见式（10.58c）$\tau=0$时的情形］和$r_{\mu_i\mu'_i}(0,\chi)$［见式（10.51c）$\tau=0$时的情形］之间的近似误差足够小。

对于$r_{\mu_i\mu'_i}(0,\chi)$和$\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(0,\chi)$的傅里叶变换，通过使用式（10.51c）、式（10.53a）和式（10.58c），分别得到如下关系

$$S_{\mu_i\mu'_i}(0,\varphi) = \frac{\sigma_0^2}{2a} e^{-\frac{|\varphi|}{a}} \tag{10.F.1a}$$

$$\tilde{S}_{\mu_i\mu'_i}(0,\varphi) = \frac{\sigma_0^2}{2N_i}\sum_{n=1}^{N_i}[\delta(\varphi-\varphi_{i,n})+\delta(\varphi+\varphi_{i,n})] \tag{10.F.1b}$$

以如下方式引入区间 $I_{i,n}=(\varphi_{i,n-1},\varphi_{i,n}]$，其中有 $\varphi_{i,0}=0$，对于所有 $n=1,2,\cdots,N_i$ $(i=1,2)$，使式（10. F. 1a）和式（10. F. 1b）的关系为

$$\int_{\varphi\in I_{i,n}} S_{\mu_i\mu'_i}(0,\varphi)\mathrm{d}\varphi = \int_{\varphi\in I_{i,n}} \tilde{S}_{\mu_i\mu'_i}(0,\varphi)\mathrm{d}\varphi \tag{10.F.2}$$

进而，定义如下形式的一个辅助函数

$$G(\varphi_{i,n}) := \int_{-\infty}^{\varphi_{i,n}} S_{\mu_i\mu'_i}(0,\varphi)\mathrm{d}\varphi \tag{10.F.3}$$

通过使用式（10. F. 1b）和式（10. F. 2），可将上式写为

$$\begin{aligned} G(\varphi_{i,n}) &= \frac{\sigma_0^2}{2} + \sum_{l=1}^{n}\int_{\varphi\in I_{i,l}} S_{\mu_i\mu'_i}(0,\varphi)\mathrm{d}\varphi \\ &= \frac{\sigma_0^2}{2} + \sum_{l=1}^{n}\int_{\varphi\in I_{i,l}} \tilde{S}_{\mu_i\mu'_i}(0,\varphi)\mathrm{d}\varphi \\ &= \frac{\sigma_0^2}{2}\left(1+\frac{n}{N_i}\right) \end{aligned} \tag{10.F.4}$$

另外，在将式（10. F. 1a）代入式（10. F. 3）之后，得到辅助函数的如下表达式

$$G(\varphi_{i,n}) = \frac{\sigma_0^2}{2}(2-\mathrm{e}^{-\varphi_{i,n}/a}) \tag{10.F.5}$$

现在，对于所有 $n=1,2,\cdots,N_i(i=1,2)$，可从式（10. F. 4）和式（10. F. 5）容易地确定量 $\varphi_{i,n}$ 为

$$\varphi_{i,n} = a\ln\left(\frac{1}{1-\dfrac{n}{N_i}}\right) \tag{10.F.6}$$

因此，在式（10. F. 6）的右侧将 n 替换为 $n-1/2$ 之后，得到式（10. 55）中的封闭形式解。我们说（在没有证明的条件下），这种替换极大地提高了 $r_{\mu_i\mu'_i}(0,\chi)\approx\tilde{r}_{\mu_i\mu'_i}(0,\chi)$ 的近似质量。

参考文献

1. S. M. Redl, M. K. Weber, and M. W. Oliphant, *An Introduction to GSM*. Boston, MA: Artech House, 1995.
2. International Telecommunication Union, "The world in 2010: ICT facts and figures," *website*, http://www.itu.int/ITU-D/ict/material/FactsFigures2010.pdf, Oct. 2010.
3. E. Lutz, M. Werner, and A. Jahn, *Satellite Systems for Personal and Broadband Communications*. Berlin: Springer, 2000.
4. P. Chini, G. Giambene, and S. Kota, "A survey on mobile satellite systems," *Int. J. Satell. Commun.*, vol. 28, pp. 29–57, 2010.
5. J. E. Padgett, C. G. Günther, and T. Hattori, "Overview of wireless personal communications," *IEEE Communication Magazine*, vol. 33, no. 1, pp. 28–41, Jan. 1995.
6. Manifest Technology, "Satellite phones: Staying in touch when travelling in remote places," *website*, http://www.manifest-tech.com/ce_wireless/satellite_phones_beacons.htm, Oct. 2010.
7. M. Dinis and J. Fernandes, "Provision of sufficient transmission capacity for broadband mobile multimedia: A step towards 4G," *IEEE Communications Magazine*, vol. 39, no. 8, pp. 46–54, Aug. 2001.
8. ITU Study Group 5 (SG 5) Terrestrial services, *Recommendation ITU-R M.1645, Framework and overall objectives of the future development of IMT-2000 and systems beyond IMT-2000*. Geneva, Switzerland, 2003.
9. S. Sesia, I. Toufik, and M. Baker, Eds., *LTE — The UMTS Long Term Evolution: From Theory to Practice*. Chichester: John Wiley & Sons, 2009.
10. K.-C. Chen and J. R. B. de Marca, Eds., *Mobile WiMAX*. New York: Wiley-IEEE Press, 2008.
11. J. Proakis, *Digital Communications*. New York: McGraw-Hill, 4th ed., 2001.
12. A. V. Oppenheim and R. W. Schafer, *Discrete-Time Signal Processing*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 2nd ed., 1999.
13. W. C. Jakes, Ed., *Microwave Mobile Communications*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2nd ed., 1994.
14. R. E. Blahut, *Theory and Practice of Error Control Codes*. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1984.
15. H. P. Kuchenbecker, "Statistische Eigenschaften von Schwund- und Verbindungsdauer beim Mobilfunk-Kanal," *FREQUENZ*, vol. 36, no. 4/5, pp. 138–144, 1982.
16. S. O. Rice, "Mathematical analysis of random noise," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 23, pp. 282–332, July 1944.
17. S. O. Rice, "Mathematical analysis of random noise," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 24, pp. 46–156, Jan. 1945.
18. P. A. Bello, "Characterization of randomly time-variant linear channels," *IEEE Trans. Commun. Syst.*, vol. 11, no. 4, pp. 360–393, Dec. 1963.
19. M. Failli, Ed., *COST 207: Digital Land Mobile Radio Communications*. Luxembourg City, Luxembourg: Commission of the European Communities, 1989, Final Report.
20. J. Medbo and P. Schramm, "Channel models for HIPERLAN/2 in different indoor scenarios," Technical Report 3ERI085B, ETSI EP, BRAN Meeting #3, March 1998.
21. B. Vucetic and J. Yuan, *Space-Time Coding*. NJ: John Wiley & Sons, 2003.
22. P. van Rooyen, M. Lötter, and D. van Wyk, *Space-Time Processing for CDMA Mobile Communications*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2000.
23. I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*. London, UK: Academic Press, 6th ed., 2000.
24. J. I. Marcum, "A statistical theory of target detection by pulsed radar," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 6, no. 2, pp. 59–267, April 1960.
25. D. Wolf, T. Munakata, and J. Wehhofer, "Die Verteilungsdichte der Pegelunterschreitungszeitintervalle bei Rayleigh-Fadingkanälen," *NTG-Fachberichte 84*, pp. 23–32, 1983.
26. H. Suzuki, "A statistical model for urban radio propagation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 25, no. 7, pp. 673–680, July 1977.
27. M. Nakagami, "The *m*-distribution: A general formula of intensity distribution of rapid fading," in *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*, W. G. Hoffman, Ed., Oxford, UK: Pergamon Press, 1960, pp. 3–36.
28. U. Charash, "Reception through Nakagami fading multipath channels with random delays," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 27, no. 4, pp. 657–670, April 1979.

29. M. D. Yacoub, J. E. V. Bautista, and L. G. de Rezende Guedes, "On higher order statistics of the Nakagami-*m* distribution," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 48, no. 3, pp. 790–794, May 1999.
30. R. S. Hoyt, "Probability functions for the modulus and angle of the normal complex variate," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 26, pp. 318–359, April 1947.
31. J. F. Paris, "Nakagami-*q* (Hoyt) distribution function with applications," *Electron. Lett.*, vol. 45, no. 4, pp. 210–211, Feb. 2009.
32. G. N. Tavares, "Efficient computation of Hoyt cumulative distribution function," *Electron. Lett.*, vol. 46, no. 7, pp. 537–539, April 2010.
33. N. Youssef, C.-X. Wang, and M. Pätzold, "A study on the second order statistics of Nakagami-Hoyt mobile fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 54, no. 4, pp. 1259–1265, July 2005.
34. W. Weibull, "A statistical distribution function of wide applicability," *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 18, no. 3, pp. 293–297, Sep. 1951.
35. R. B. Abernethy, *The New Weibull Handbook*. New York: Barringer & Associates, 2000.
36. H. Hashemi, "The indoor radio propagation channel," *IEEE Proc.*, vol. 81, no. 7, pp. 943–968, July 1993.
37. F. Babich and G. Lombardi, "Statistical analysis and characterization of the indoor propagation channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 3, pp. 455–464, March 2000.
38. N. H. Shepherd, "Radio wave loss deviation and shadow loss at 900 MHz," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 26, no. 4, pp. 309–313, Nov. 1977.
39. N. S. Adawi et al., "Coverage prediction for mobile radio systems operating in the 800/900 MHz frequency range," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 37, no. 1, pp. 3–72, Feb. 1988.
40. M. A. Taneda, J. Takada, and K. Araki, "A new approach to fading: Weibull model," in *Proc. IEEE Int. Symp. Personal, Indoor, Mobile Radio Communications, PIMRC 1999*, Osaka, Japan, Sep. 1999, pp. 711–715.
41. A. Papoulis and S. U. Pillai, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. New York: McGraw-Hill, 4th ed., 2002.
42. S. O. Rice, "Statistical properties of a sine wave plus random noise," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, pp. 109–157, Jan. 1948.
43. L. V. Ahlfors, *Complex Analysis*. New York: McGraw-Hill, 3rd ed., 1979.
44. R. L. Allen and D. W. Mills, *Signal Analysis: Time, Frequency, Scale and Structure*. New York: Wiley-IEEE Press, 2004.
45. A. Fettweis, *Elemente nachrichtentechnischer Systeme*. Stuttgart: Teubner, 2nd ed., 1996, reprinted by Schlembach, Wilburgstetten, Germany, 2004.
46. P. Peebles, *Probability, Random Variables, and Random Signal Principles*. New York: McGraw-Hill Science, 4th ed., 2000.
47. C. W. Therrien, *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1992.
48. A. Leon-Garcia, *Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 3rd ed., 2008.
49. J. A. Gubner, *Probability and Random Processes for Electrical and Computer Engineers*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2006.
50. J. Dupraz, *Probability, Signals, Noise*. London: North Oxford Academic Publishers, 1986.
51. K. S. Shanmugan and A. M. Breipohl, *Random Signals: Detection, Estimation, and Data Analysis*. New York: John Wiley & Sons, 1988.
52. D. Middleton, *An Introduction to Statistical Communication Theory*. New York: McGraw-Hill, 1960.
53. W. B. Davenport, *Probability and Random Processes*. New York: McGraw-Hill, 1970.
54. W. B. Davenport and W. L. Root, *An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1987.
55. V. K. Rohatgi and A. K. Md. E. Saleh, *An Introduction to Probability and Statistics*. New York: Wiley Inter-Science, 2nd ed., 2000.
56. A. Papoulis, *Signal Analysis*. New York: McGraw-Hill, 1977.
57. L. R. Rabiner and B. Gold, *Theory and Applications of Digital Signal Processing*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1975.
58. T. Kailath, *Linear Systems*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1980.
59. V. K. Ingle and J. G. Proakis, *Digital Signal Processing Using MATLAB*. New York, USA: Cengage-Engineering, 2nd ed., 2007.

60. S. D. Stearns, *Digital Signal Processing with Examples in MATLAB*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 1st ed., 2002.
61. W. R. Young, "Comparison of mobile radio transmission at 150, 450, 900, and 3700 MHz," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 31, pp. 1068–1085, Nov. 1952.
62. H. W. Nylund, "Characteristics of small-area signal fading on mobile circuits in the 150 MHz band," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 17, pp. 24–30, Oct. 1968.
63. Y. Okumura, E. Ohmori, T. Kawano, and K. Fukuda, "Field strength and its variability in VHF and UHF land mobile radio services," *Rev. Elec. Commun. Lab.*, vol. 16, pp. 825–873, Sep./Oct. 1968.
64. R. W. Lorenz, "Zeit- und Frequenzabhängigkeit der Übertragungsfunktion eines Funkkanals bei Mehrwegeausbreitung mit besonderer Berücksichtigung des Mobilfunkkanals," *Der Fernmelde-Ingenieur*, vol. 39, no. 4, Verlag für Wissenschaft und Leben Georg Heidecker, April 1985.
65. J. D. Parsons, *The Mobile Radio Propagation Channel*. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2nd ed., 2001.
66. S.A. Fechtel, *Verfahren und Algorithmen der robusten Synchronisation für die Datenübertragung über dispersive Schwundkanäle*, PhD thesis, RWTH Aachen University, Aachen, Germany, 1993.
67. R. H. Clarke, "A statistical theory of mobile-radio reception," *Bell Syst. Tech. Journal*, vol. 47, pp. 957–1000, July/Aug. 1968.
68. T. Aulin, "A modified model for the fading signal at the mobile radio channel," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 28, no. 3, pp. 182–203, Aug. 1979.
69. M. J. Gans, "A power-spectral theory of propagation in the mobile-radio environment," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 21, no. 1, pp. 27–38, Feb. 1972.
70. A. Krantzik and D. Wolf, "Statistische Eigenschaften von Fadingprozessen zur Beschreibung eines Landmobilfunkkanals," *FREQUENZ*, vol. 44, no. 6, pp. 174–182, June 1990.
71. P. A. Bello, "Aeronautical channel characterization," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 21, pp. 548–563, May 1973.
72. A. Neul, J. Hagenauer, W. Papke, F. Dolainsky, and F. Edbauer, "Aeronautical channel characterization based on measurement flights," in *Proc. IEEE Global Communications Conference, IEEE GLOBECOM 1987*, Tokyo, Japan, Nov. 1987, pp. 1654–1659.
73. A. Neul, *Modulation und Codierung im aeronautischen Satellitenkanal*, PhD thesis, University of the Federal Armed Forces Munich, Munich, Germany, Sep. 1989.
74. D. C. Cox, "910 MHz urban mobile radio propagation: Multipath characteristics in New York City," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 22, no. 4, pp. 104–110, Nov. 1973.
75. M. Pätzold, U. Killat, and F. Laue, "An extended Suzuki model for land mobile satellite channels and its statistical properties," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 47, no. 2, pp. 617–630, May 1998.
76. S. O. Rice, "Distribution of the duration of fades in radio transmission: Gaussian noise model," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 37, pp. 581–635, May 1958.
77. M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Pocketbook of Mathematical Functions*. Frankfurt/Main: Verlag Harri Deutsch, 1984.
78. M. Pätzold, U. Killat, F. Laue, and Y. Li, "On the problems of Monte Carlo method based simulation models for mobile radio channels," in *Proc. IEEE 4th Int. Symp. on Spread Spectrum Techniques&Applications, ISSSTA'96*, Mayence, Germany, Sep. 1996, pp. 1214–1220.
79. A. S. Akki and F. Haber, "A statistical model of mobile-to-mobile land communication channel," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 35, no. 1, pp. 2–7, Feb. 1986.
80. A. S. Akki, "Statistical properties of mobile-to-mobile land communication channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 43, no. 4, pp. 826–831, Nov. 1994.
81. J. A. McFadden, "The axis-crossing intervals of random functions I," *IRE Trans. Inform. Theory*, vol. 2, pp. 146–150, 1956.
82. J. A. McFadden, "The axis-crossing intervals of random functions II," *IRE Trans. Inform. Theory*, vol. 4, pp. 14–24, 1958.
83. M. S. Longuet-Higgins, "The distribution of intervals between zeros of a stationary random function," *Phil. Trans. Royal. Soc.*, vol. A 254, pp. 557–599, 1962.
84. A. J. Rainal, "Axis-crossing intervals of Rayleigh processes," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 44, pp. 1219–1224, 1965.
85. H. Brehm, *Ein- und zweidimensionale Verteilungsdichten von Nulldurchgangsabständen stochastischer Signale*, PhD thesis, University Frankfurt/Main, Frankfurt, Germany, June 1970.
86. H. Brehm, *Sphärisch invariante stochastische Prozesse*, PhD thesis, University Frankfurt/Main, Frankfurt, Germany, 1978.
87. T. Munakata and D. Wolf, "A novel approach to the level-crossing problem of random processes," in *Proc. of the 1982 IEEE Int. Symp. on Inf. Theory*, Les Arcs, France, 1982, vol. IEEE-Cat. 82 CH 1767-3 IT, pp. 149–150.

88. T. Munakata and D. Wolf, "On the distribution of the level-crossing time-intervals of random processes," in *Proc. of the 7th Int. Conf. on Noise in Physical Systems*, Montpelier, USA, M. Savelli, G. Lecoy, and J. P. Nougier, Eds., North-Holland Publ. Co., Amsterdam, The Netherlands, 1983, pp. 49–52.
89. D. Wolf, T. Munakata, and J. Wehhofer, "Statistical properties of Rice fading processes," in *Signal Processing II: Theories and Applications, Proc. EUSIPCO'83 Second European Signal Processing Conference*, H. W. Schüßler, Erlangen, Ed., Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 1983, pp. 17–20.
90. T. Munakata, *Mehr-Zustände-Modelle zur Beschreibung des Pegelkreuzungsverhaltens stationärer stochastischer Prozesse*, PhD thesis, University Frankfurt/Main, Frankfurt, Germany, March 1986.
91. R. Tetzlaff, J. Wehhofer, and D. Wolf, "Simulation and analysis of Rayleigh fading processes," in *Proc. of the 9th Int. Conf. on Noise in Physical Systems*, Montreal, Canada, 1987, pp. 113–116.
92. H. Brehm, "Pegelkreuzungen bei verallgemeinerten Gauß-Prozessen," *Archiv Elektr. Übertr.*, vol. 43, no. 5, pp. 271–277, 1989.
93. N. Youssef, M. Pätzold, and K. Yang, "Approximate theoretical results for the distribution of lognormal shadow fading intervals," in *Proc. 4th IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems, ISWCS 2007*, Trondheim, Norway, Oct. 2007, pp. 204–208.
94. F. Ramos-Alarcon, V. Kontorovich, and M. Lara, "On the level crossing duration distributions of Nakagami processes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, no. 2, pp. 542–552, Feb. 2009.
95. G. E. Uhlenbeck, "Theory of random processes," *Radiation Laboratory*, Technical Report, no. 454, Oct. 1943.
96. M. Pätzold, U. Killat, F. Laue, and Y. Li, "On the statistical properties of deterministic simulation models for mobile fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 47, no. 1, pp. 254–269, Feb. 1998.
97. Y. R. Zheng and C. Xiao, "Simulation models with correct statistical properties for Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 6, pp. 920–928, June 2003.
98. T.-M. Wu and S.-Y. Tzeng, "Sum-of-sinusoids-based simulator for Nakagami-*m* fading channels," in *Proc. 58th IEEE Semiannual Veh. Techn. Conf., VTC'03-Fall*, Orlando, Florida, USA, Oct. 2003, vol. 1, pp. 158–162.
99. P. Höher, "A statistical discrete-time model for the WSSUS multipath channel," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 41, no. 4, pp. 461–468, Nov. 1992.
100. H. Schulze, "Stochastische Modelle und digitale Simulation von Mobilfunkkanälen," in *U.R.S.I/ITG Conf. in Kleinheubach 1988, Germany (FR)*, Proc. Kleinheubacher Reports of the German PTT, Darmstadt, Germany, 1989, vol. 32, pp. 473–483.
101. K.-W. Yip and T.-S. Ng, "Efficient simulation of digital transmission over WSSUS channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, no. 12, pp. 2907–2913, Dec. 1995.
102. P. M. Crespo and J. Jiménez, "Computer simulation of radio channels using a harmonic decomposition technique," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 44, no. 3, pp. 414–419, Aug. 1995.
103. M. Pätzold, U. Killat, Y. Shi, and F. Laue, "A deterministic method for the derivation of a discrete WSSUS multipath fading channel model," *European Trans. Telecommun. and Related Technologies (ETT)*, vol. 7, no. 2, pp. 165–175, March/April 1996.
104. J.-K. Han, J.-G. Yook, and H.-K. Park, "A deterministic channel simulation model for spatially correlated Rayleigh fading," *IEEE Communications Letters*, vol. 6, no. 2, pp. 58–60, Feb. 2002.
105. M. Pätzold and B. O. Hogstad, "A space-time channel simulator for MIMO channels based on the geometrical one-ring scattering model," *Wireless Communications and Mobile Computing, Special Issue on Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) Communications*, vol. 4, no. 7, pp. 727–737, Nov. 2004.
106. M. Pätzold and N. Youssef, "Modelling and simulation of direction-selective and frequency-selective mobile radio channels," *International Journal of Electronics and Communications*, vol. AEÜ-55, no. 6, pp. 433–442, Nov. 2001.
107. M. Pätzold, "System function and characteristic quantities of spatial deterministic Gaussian uncorrelated scattering processes," in *Proc. 57th IEEE Semiannual Veh. Technol. Conf., VTC 2003-Spring*, Jeju, Korea, April 2003, pp. 256–261.
108. G. Wu, Y. Tang, and S. Li, "Fading characteristics and capacity of a deterministic downlink MIMO fading channel simulation model with non-isotropic scattering," in *Proc. 14th IEEE Int. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC'03*, Beijing, China, Sep. 2003, pp. 1531–1535.
109. C. Xiao, J. Wu, S.-Y. Leong, Y. R. Zheng, and K. B. Letaief, "A discrete-time model for spatio-temporally correlated MIMO WSSUS multipath channels," in *Proc. 2003 IEEE Wireless Communications and Networking Conference, WCNC'03*, New Orleans, Louisiana, USA, March 2003, vol. 1, pp. 354–358.
110. C.-X. Wang and M. Pätzold, "Efficient simulation of multiple correlated Rayleigh fading channels," in *Proc. 14th IEEE Int. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC 2003*, Beijing, China, Sep. 2003, pp. 1526–1530.

111. Y. R. Zheng and C. Xiao, "Improved models for the generation of multiple uncorrelated Rayleigh fading waveforms," *IEEE Communications Letters*, vol. 6, no. 6, pp. 256–258, June 2002.
112. C. S. Patel, G. L. Stüber, and T. G. Pratt, "Comparative analysis of statistical models for the simulation of Rayleigh faded cellular channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 6, pp. 1017–1026, June 2005.
113. A. G. Zajić and G. L. Stüber, "Efficient simulation of Rayleigh fading with enhanced de-correlation properties," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 5, no. 7, pp. 1866–1875, July 2006.
114. M. Pätzold, C.-X. Wang, and B. Hogstad, "Two new sum-of-sinusoids-based methods for the efficient generation of multiple uncorrelated Rayleigh fading waveforms," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 8, no. 6, pp. 3122–3131, June 2009.
115. G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," *Wireless Pers. Commun.*, vol. 6, pp. 311–335, March 1998.
116. A. J. Paulraj and C. B. Papadias, "Space-time processing for wireless communications," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 14, no. 5, pp. 49–83, Nov. 1997.
117. A. J. Paulraj, D. Gore, R. U. Nabar, and H. Bölcskei, "An overview of MIMO communications — A key to gigabit wireless," *Proc. IEEE*, vol. 92, no. 2, pp. 198–218, Feb. 2004.
118. G. L. Stüber, *Principles of Mobile Communications*. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, 2nd ed., 2001.
119. S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, Oct. 1998.
120. M. Pätzold, R. García, and F. Laue, "Design of high-speed simulation models for mobile fading channels by using table look-up techniques," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 49, no. 4, pp. 1178–1190, July 2000.
121. M. Pätzold, "Perfect channel modeling and simulation of measured wide-band mobile radio channels," in *Proc. 1st International Conference on 3G Mobile Communication Technologies*, IEE 3G2000, London, UK, March 2000, pp. 288–293.
122. M. Pätzold and Q. Yao, "Perfect modeling and simulation of measured spatio-temporal wireless channels," in *Proc. 5th Int. Symp. on Wireless Personal Multimedia Communications, WPMC'02*, Honolulu, Hawaii, Oct. 2002, pp. 563–567.
123. B. Talha and M. Pätzold, "A geometrical three-ring-based model for MIMO mobile-to-mobile fading channels in cooperative networks," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Special Issue on "Cooperative MIMO Multicell Networks," vol. 2011, Article ID 892871, 13 pages, doi:10.1155/2011/892871, 2011.
124. B. Talha, *Mobile-to-Mobile Cooperative Communication Systems: Channel Modeling and System Performance Analysis*, PhD thesis, University of Agder, Kristiansand, 2010.
125. G. Rafiq and M. Pätzold, "The impact of shadowing and the severity of fading on the first and second order statistics of the capacity of OSTBC MIMO Nakagami-lognormal channels," *Wireless Personal Communications*, doi:10.1007/s11277-011-0275-x, 2011.
126. G. Rafiq, *Statistical Analysis of the Capacity of Mobile Radio Channels*, PhD thesis, University of Agder, Kristiansand, 2011.
127. H. Brehm, W. Stammler, and M. Werner, "Design of a highly flexible digital simulator for narrowband fading channels," in *Signal Processing III: Theories and Applications*, I. T. Young, Ed., Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science Publishers B. V. (North-Holland), EURASIP, Sep. 1986, pp. 1113–1116.
128. H. W. Schüßler, J. Thielecke, K. Preuss, W. Edler, and M. Gerken, "A digital frequency-selective fading simulator," *FREQUENZ*, vol. 43, no. 2, pp. 47–55, 1989.
129. S. A. Fechtel, "A novel approach to modeling and efficient simulation of frequency-selective fading radio channels," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 11, no. 3, pp. 422–431, April 1993.
130. U. Martin, "Modeling the mobile radio channel by echo estimation," *FREQUENZ*, vol. 48, no. 9/10, pp. 198–212, Sep./Oct. 1994.
131. D. I. Laurenson and G. J. R. Povey, "Channel modelling for a predictive rake receiver system," in *Proc. 5th IEEE Int. Symp. Personal, Indoor and Mobile Radio Commun., PIMRC'94*, The Hague, The Netherlands, Sep. 1994, pp. 715–719.
132. W. R. Bennett, "Distribution of the sum of randomly phased components," *Quart. Appl. Math.*, vol. 5, pp. 385–393, May 1948.
133. M. Pätzold and B. O. Hogstad, "Classes of sum-of-sinusoids Rayleigh fading channel simulators and their stationary and ergodic properties — Part I," *WSEAS Transactions on Mathematics*, vol. 5, no. 1, pp. 222–230, Feb. 2006.
134. M. Pätzold and B. O. Hogstad, "Classes of sum-of-sinusoids Rayleigh fading channel simulators and their stationary and ergodic properties — Part II," *WSEAS Transactions on Mathematics*, vol. 4, no. 4, pp. 441–449, Oct. 2005.

135. M. Pätzold and B. Talha, "On the statistical properties of sum-of-cisoids-based mobile radio channel simulators," in *Proc. 10th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications, WPMC 2007*, Jaipur, India, Dec. 2007, pp. 394–400.
136. S. Primak, V. Kontorovich, and V. Lyandres, *Stochastic Methods and their Applications to Communications — Stochastic Differential Equations Approach*. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2004.
137. C. A. Gutiérrez, *Channel Simulation Models for Mobile Broadband Communication Systems*, PhD thesis, University of Agder, Norway, 2009.
138. M. Pätzold and C. A. Gutiérrez, "Level-crossing rate and average duration of fades of the envelope of a sum-of-cisoids," in *Proc. IEEE 67th Vehicular Technology Conference, IEEE VTC 2008-Spring*, Marina Bay, Singapore, May 2008, pp. 488–494.
139. B. O. Hogstad and M. Pätzold, "On the stationarity of sum-of-cisoids-based mobile fading channel simulators," in *Proc. IEEE 67th Vehicular Technology Conference, IEEE VTC 2008-Spring*, Marina Bay, Singapore, May 2008, pp. 400–404.
140. C. A. Gutiérrez, A. Meléndez, A. Sandoval, and H. Rodriguez, "On the autocorrelation ergodic properties of sum-of-cisoids Rayleigh fading channel simulators," in *Proc. 17th European Wireless Conference, EW 2011*, Vienna, Austria, 2011, in print.
141. G. Rafiq and M. Pätzold, "Statistical properties of the capacity of multipath fading channels," in *Proc. IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC 2009*, Tokyo, Japan, Sep. 2009, pp. 1103–1107.
142. M. Pätzold and D. Kim, "Test procedures and performance assessment of mobile fading channel simulators," in *Proc. 59th IEEE Semiannual Veh. Technol. Conf., VTC 2004-Spring*, Milan, Italy, May 2004, vol. 1, pp. 254–260.
143. M. Pätzold and F. Laue, "The performance of deterministic Rayleigh fading channel simulators with respect to the bit error probability," in *Proc. IEEE 51st Veh. Technol. Conf., VTC2000-Spring*, Tokyo, Japan, May 2000, pp. 1998–2003.
144. Y. Ma and M. Pätzold, "Performance analysis of wideband SOS-based channel simulators with respect to the bit error probability of BPSK OFDM systems with perfect and imperfect CSI," in *Proc. 12th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications, WPMC 2009*, Sendai, Japan, Sep. 2009.
145. Y. Ma and M. Pätzold, "Performance analysis of wideband sum-of-cisoids-based channel simulators with respect to the bit error probability of DPSK OFDM systems," in *Proc. IEEE 69th Vehicular Technology Conference, IEEE VTC 2009-Spring*, Barcelona, Spain, April 2009.
146. M. Pätzold and F. Laue, "Level-crossing rate and average duration of fades of deterministic simulation models for Rice fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 48, no. 4, pp. 1121–1129, July 1999.
147. M. Pätzold, U. Killat, and F. Laue, "A deterministic model for a shadowed Rayleigh land mobile radio channel," in *Proc. 5th IEEE Int. Symp. Personal, Indoor and Mobile Radio Commun., PIMRC'94*, The Hague, The Netherlands, Sep. 1994, pp. 1202–1210.
148. M. Pätzold, U. Killat, and F. Laue, "A deterministic digital simulation model for Suzuki processes with application to a shadowed Rayleigh land mobile radio channel," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 45, no. 2, pp. 318–331, May 1996.
149. M. Pätzold, U. Killat, F. Laue, and Y. Li, "A new and optimal method for the derivation of deterministic simulation models for mobile radio channels," in *Proc. IEEE 46th Veh. Technol. Conf., IEEE VTC'96*, Atlanta, Georgia, USA, April/May 1996, pp. 1423–1427.
150. M. Pätzold, B. O. Hogstad, and D. Kim, "A new design concept for high-performance fading channel simulators using set partitioning," *Wireless Personal Communications*, vol. 40, no. 3, pp. 267–279, Feb. 2007.
151. C. A. Gutiérrez and M. Pätzold, "The generalized method of equal areas for the design of sum-of-sinusoids simulators for mobile Rayleigh fading channels with arbitrary Doppler spectra," *Wireless Communications and Mobile Computing*, first published online: July 2011, doi:10.1002/wcm.1154.
152. C. A. Gutiérrez and M. Pätzold, "The Riemann sum method for the design of sum-of-cisoids simulators for Rayleigh fading channels in non-isotropic scattering environments," in *Proc. IEEE Workshop on Mobile Computing and Network Technologies, WMCNT 2009*, St. Petersburg, Russia, Oct. 2009.
153. P. Höher and A. Steingaß, "Modeling and emulation of multipath fading channels using controlled randomness," in *Proc. ITG-Fachtagung Wellenausbreitung bei Funksystemen und Mikrowellensystemen*, Oberpfaffenhofen, Germany, May 1998, pp. 209–220.
154. M. Pätzold, "On the stationarity and ergodicity of fading channel simulators based on Rice's sum-of-sinusoids," *International Journal of Wireless Information Networks (IJWIN)*, vol. 11, no. 2, pp. 63–69, April 2004.

155. G. D. Forney, "Maximum-likelihood sequence estimation for digital sequences in the presence of intersymbol interference," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 18, pp. 363–378, May 1972.
156. P. Höher, *Kohärenter Empfang trelliscodierter PSK-Signale auf frequenzselektiven Mobilfunkkanälen — Entzerrung, Decodierung und Kanalparameterschätzung*. Düsseldorf: VDI-Verlag, Fortschritt-Berichte, series 10, no. 147, 1990.
157. M. Pätzold and F. Laue, "Statistical properties of Jakes' fading channel simulator," in *Proc. IEEE 48th Veh. Technol. Conf., IEEE VTC'98*, Ottawa, Ontario, Canada, May 1998, vol. 2, pp. 712–718.
158. P. Dent, G. E. Bottomley, and T. Croft, "Jakes fading model revisited," *Electronics Letters*, vol. 29, no. 13, pp. 1162–1163, June 1993.
159. I. N. Bronstein and K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*. Frankfurt/Main: Verlag Harri Deutsch, 25th ed., 1991.
160. E. F. Casas and C. Leung, "A simple digital fading simulator for mobile radio," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf., IEEE VTC'88*, Sep. 1988, pp. 212–217.
161. E. F. Casas and C. Leung, "A simple digital fading simulator for mobile radio," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 39, no. 3, pp. 205–212, Aug. 1990.
162. R. Fletcher and M. J. D. Powell, "A rapidly convergent descent method for minimization," *Computer Journal*, vol. 6, no. 2, pp. 163–168, 1963.
163. W. R. Braun and U. Dersch, "A physical mobile radio channel model," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 40, no. 2, pp. 472–482, May 1991.
164. U. Dersch and R. J. Rüegg, "Simulations of the time and frequency selective outdoor mobile radio channel," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 42, no. 3, pp. 338–344, Aug. 1993.
165. N. Youssef, T. Munakata, and M. Takeda, "Fade statistics in Nakagami fading environments," in *Proc. IEEE 4th Int. Symp. on Spread Spectrum Techniques&Applications, ISSSTA'96*, Mayence, Germany, Sep. 1996, pp. 1244–1247.
166. G. E. Johnson, "Constructions of particular random processes," *Proc. of the IEEE*, vol. 82, no. 2, pp. 270–285, Feb. 1994.
167. G. Ungerboeck, "Channel coding with multilevel/phase signals," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-28, pp. 55–67, Jan. 1982.
168. E. Biglieri, D. Divsalar, P. J. McLane, and M. K. Simon, *Introduction to Trellis-Coded Modulation with Applications*. New York: Macmillan Publishing Company, 1991.
169. M. Pätzold, B. O. Hogstad, and N. Youssef, "Modeling, analysis, and simulation of MIMO mobile-to-mobile fading channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, no. 2, pp. 510–520, Feb. 2008.
170. C. A. Gutiérrez and M. Pätzold, "A generalized method for the design of ergodic sum-of-cisoids simulators for multiple uncorrelated Rayleigh fading channels," in *Proc. 4th International Conference on Signal Processing and Communication Systems, ICSPCS 2010*, Gold Coast, Australia, Dec. 2010.
171. B. O. Hogstad, M. Pätzold, N. Youssef, and D. Kim, "A MIMO mobile-to-mobile channel model: Part II – The simulation model," in *Proc. 16th IEEE Int. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC 2005*, Berlin, Germany, Sep. 2005, vol. 1, pp. 562–567.
172. H. Zhang, D. Yuan, M. Pätzold, Y. Wu, and V. D. Nguyen, "A novel wideband space-time channel simulator based on the geometrical one-ring model with application in MIMO-OFDM systems," *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 10, no. 6, pp. 758–771, June 2010.
173. E. O. Brigham, *The Fast Fourier Transform and its Applications*. New Jersey: Prentice-Hall, 1988.
174. N. Blaunstein and Y. Ben-Shimol, "Spectral properties of signal fading and Doppler spectra distribution in urban mobile communication links," *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 6, no. 1, pp. 113–126, Feb. 2006.
175. R. von Mises, "Über die 'Ganzzahligkeit' der Atomgewichte und verwandte Fragen," *Physikalische Zeitschrift*, vol. 19, pp. 490–500, 1918.
176. A. Abdi, J. A. Barger, and M. Kaveh, "A parametric model for the distribution of the angle of arrival and the associated correlation function and power spectrum at the mobile station," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 51, no. 3, pp. 425–434, May 2002.
177. M. F. Pop and N. C. Beaulieu, "Limitations of sum-of-sinusoids fading channel simulators," *IEEE Trans. on Communications*, vol. 49, no. 4, pp. 699–708, April 2001.
178. C. Loo, "A statistical model for a land mobile satellite link," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 34, no. 3, pp. 122–127, Aug. 1985.
179. C. Loo and N. Secord, "Computer models for fading channels with applications to digital transmission," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 40, no. 4, pp. 700–707, Nov. 1991.

180. E. Lutz, D. Cygan, M. Dippold, F. Dolainsky, and W. Papke, "The land mobile satellite communication channel — Recording, statistics, and channel model," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 40, no. 2, pp. 375–386, May 1991.
181. G. E. Corazza and F. Vatalaro, "A statistical model for land mobile satellite channels and its application to nongeostationary orbit systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 43, no. 3, pp. 738–742, Aug. 1994.
182. F. Hansen and F. I. Meno, "Mobile fading — Rayleigh and lognormal superimposed," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 26, no. 4, pp. 332–335, Nov. 1977.
183. A. Krantzik and D. Wolf, "Distribution of the fading-intervals of modified Suzuki processes," in *Signal Processing V: Theories and Applications*, L. Torres, E. Masgrau, and M. A. Lagunas, Eds., Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science Publishers, B.V, 1990, pp. 361–364.
184. M. Pätzold, U. Killat, Y. Li, and F. Laue, "Modeling, analysis, and simulation of nonfrequency-selective mobile radio channels with asymmetrical Doppler power spectral density shapes," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 46, no. 2, pp. 494–507, May 1997.
185. M. Pätzold, U. Killat, F. Laue, and Y. Li, "An efficient deterministic simulation model for land mobile satellite channels," in *Proc. IEEE 46th Veh. Technol. Conf., IEEE VTC'96*, Atlanta, Georgia, USA, April/May 1996, pp. 1028–1032.
186. C. Loo, "Measurements and models of a land mobile satellite channel and their applications to MSK signals," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 35, no. 3, pp. 114–121, Aug. 1987.
187. C. Loo, "Digital transmission through a land mobile satellite channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 38, no. 5, pp. 693–697, May 1990.
188. B. Vucetic and J. Du, "Channel modeling and simulation in satellite mobile communication systems," *IEEE J. Select. Areas in Commun.*, vol. 10, no. 8, pp. 1209–1218, Oct. 1992.
189. M. J. Miller, B. Vucetic, and L. Berry, Eds., *Satellite Communications: Mobile and Fixed Services*. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, 3rd ed., 1995.
190. B. Vucetic and J. Du, "Channel modeling and simulation in satellite mobile communication systems," in *Proc. Int. Conf. Satell. Mobile Commun.*, Adelaide, Australia, Aug. 1990, pp. 1–6.
191. M. Pätzold, A. Szczepanski, S. Buonomo, and F. Laue, "Modeling and simulation of nonstationary land mobile satellite channels by using extended Suzuki and handover processes," in *Proc. IEEE 51st Veh. Technol. Conf., VTC2000-Spring*, Tokyo, Japan, May 2000, pp. 1787–1792.
192. M. Pätzold, U. Killat, and F. Laue, "Ein erweitertes Suzukimodell für den Satellitenmobilfunkkanal," in *Proc. 40. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium*, Technical University Ilmenau, Ilmenau, Germany, Sep. 1995, vol. I, pp. 321–328.
193. D. O. Reudink, "Comparison of radio transmission at X-band frequencies in suburban and urban areas," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 20, no. 4, pp. 470–473, July 1972.
194. D. M. Black and D. O. Reudink, "Some characteristics of mobile radio propagation at 836 MHz in the Philadelphia area," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 21, no. 2, pp. 45–51, May 1972.
195. M. Pätzold, Y. Li, and F. Laue, "A study of a land mobile satellite channel model with asymmetrical Doppler power spectrum and lognormally distributed line-of-sight component," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 47, no. 1, pp. 297–310, Feb. 1998.
196. J. S. Butterworth and E. E. Matt, "The characterization of propagation effects for land mobile satellite services," in *Inter. Conf. on Satellite Systems for Mobile Communications and Navigations*, June 1983, pp. 51–54.
197. R. W. Huck, J. S. Butterworth, and E. E. Matt, "Propagation measurements for land mobile satellite services," in *Proc. IEEE 33rd Veh. Technol. Conf., IEEE VTC'83*, Toronto, Canada, May 1983, vol. 33, pp. 265–268.
198. W. J. Vogel and J. Goldhirsh, "Fade measurements at L-band and UHF in mountainous terrain for land mobile satellite systems," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 36, no. 1, pp. 104–113, Jan. 1988.
199. W. J. Vogel and J. Goldhirsh, "Mobile satellite system propagation measurements at L-band using MARECS-B2," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 38, no. 2, pp. 259–264, Feb. 1990.
200. W. J. Vogel and J. Goldhirsh, "Multipath fading at L band for low elevation angle, land mobile satellite scenarios," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 13, no. 2, pp. 197–204, Feb. 1995.
201. C. Loo, "Statistical models for land mobile and fixed satellite communications at Ka band," in *Proc. IEEE 46th Veh. Technol. Conf., IEEE VTC'96*, Atlanta, Georgia, USA, April/May 1996, pp. 1023–1027.
202. C. Loo and J. S. Butterworth, "Land mobile satellite channel measurements and modeling," *Proc. of the IEEE*, vol. 86, no. 7, pp. 1442–1463, July 1998.
203. A. Jahn, "Propagation data and channel model for LMS systems," *ESA Purchase No. 141742*, Final Report, DLR, Institute for Communications Technology, Jan. 1995.
204. S. R. Saunders, C. Tzaras, and B. G. Evans, "Physical-statistical methods for determining state transition

probabilities in mobile-satellite channel models," *Int. J. Satell. Commun.*, vol. 19, no. 3, pp. 207–222, 2001.

205. B. Ahmed, S. Buonomo, I. E. Otung, M. H. Aziz, S. Saunders, and B. G. Evans, "Simulation of 20 GHz narrow band mobile propagation data using N-states Markov channel modelling approach," in *Proc. 10th International Conference on Antennas and Propagation*, Edinburgh, UK, April 1997, vol. 2, pp. 48–53.
206. F. Perez-Fontan, M. A. Vazquez-Castro, S. Buonomo, J. P. Poiares-Baptista, and B. Arbesser-Rastburg, "S-band LMS propagation channel behaviour for different environments, degrees of shadowing and elevation angles," *IEEE Trans. Broadcasting*, vol. 44, no. 1, pp. 40–76, March 1998.
207. R. Fletcher, *Practical Methods of Optimization*. New York: Wiley InterScience, 2nd ed., 2000.
208. J. D. Parsons and A. S. Bajwa, "Wideband characterisation of fading mobile radio channels," *Inst. Elec. Eng. Proc.*, vol. 129, no. 2, pp. 95–101, April 1982.
209. J. D. Parsons and J. G. Gardiner, *Mobile Communication Systems*. Glasgow: Blackie & Son, 1989.
210. H. D. Lücke, *Signalübertragung — Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtensysteme*. Berlin: Springer, 1990.
211. B. H. Fleury, *Charakterisierung von Mobil- und Richtfunkkanälen mit schwach stationären Fluktuationen und unkorrelierter Streuung (WSSUS)*, PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Zurich, Switzerland, 1990.
212. ETSI, "Broadband Radio Access Networks (BRAN); HIPERLAN Type 2; System Overview," Technical Report TR 101 683 V1.1.1, ETSI, Feb. 2000.
213. R. L. Burden and J. D. Faires, *Numerical Analysis*. Pacific Grove, CA, USA: Brooks/Cole Publishing, 8th ed., 2004.
214. C.-X. Wang, M. Pätzold, and D. F. Yuan, "Accurate and efficient simulation of multiple uncorrelated Rayleigh fading waveforms," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 3, pp. 833–839, March 2007.
215. M. Pätzold, A. Szczepanski, and N. Youssef, "Methods for modelling of specified and measured multipath power delay profiles," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 51, no. 5, pp. 978–988, Sep. 2002.
216. M. Pätzold, U. Killat, and F. Laue, "A new deterministic simulation model for WSSUS multipath fading channels," in *Proc. 2. ITG-Fachtagung Mobile Kommunikation '95*, Neu-Ulm, Germany, Sep. 1995, pp. 301–312.
217. R. S. Thomä and U. Martin, "Richtungsaufgelöste Messung von Mobilfunkkanälen," in *Proc. ITG-Diskussionssitzung Meßverfahren im Mobilfunk*, Günzburg, Germany, March 1999, pp. 34–36.
218. D. Hampicke, A. Richter, A. Schneider, G. Sommerkorn, R. S. Thomä, and U. Trautwein, "Characterization of the directional mobile radio channel in industrial scenarios, based on wide-band propagation measurements," in *Proc. IEEE 50th Veh. Technol. Conf., IEEE VTC'99*, April 1999, pp. 2258–2262.
219. S. Stein, "Fading channel issues in system engineering," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 5, no. 2, pp. 68–89, Feb. 1987.
220. R. Steele and L. Hanzo, Eds., *Mobile Radio Communications*. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2nd ed., 1999.
221. S. R. Saunders and A. Aragón-Zavala, *Antennas and Propagation for Wireless Communication Systems*. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2nd ed., 2007.
222. A. F. Molisch, *Wireless Communications*. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2005.
223. R. Kattenbach, *Charakterisierung zeitvarianter Indoor-Funkkanäle anhand ihrer System- und Korrelationsfunktionen*, PhD thesis, Universität Gesamthochschule Kassel, Kassel, Germany, 1997.
224. J. S. Sadowsky and V. Kafedziski, "On the correlation and scattering functions of the WSSUS channel for mobile communications," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 47, no. 1, pp. 270–282, Feb. 1998.
225. R. Parra-Michel, V. Y. Kontorovitch, and A. G. Orozco-Lugo, "Modelling wide band channels using orthogonalizations," *IEICE Transactions on Electronics*, vol. E85-C, no. 3, pp. 544–551, March 2002.
226. B. H. Fleury and P. E. Leuthold, "Radiowave propagation in mobile communications: An overview of European research," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 34, no. 2, pp. 70–81, Feb. 1996.
227. J. C. Liberty and T. S. Rappaport, *Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall, 1999.
228. R. B. Ertel, P. Cardieri, K. W. Sowerby, T. S. Rappaport, and J. H. Reed, "Overview of spatial channel models for antenna array communication systems," *IEEE Personal Commun.*, vol. 5, no. 1, pp. 10–22, Feb. 1998.
229. U. Martin, J. Fuhl, I. Gaspard, M. Haardt, A. Kuchar, C. Math, A. F. Molisch, and R. Thomä, "Model scenarios for direction-selective adaptive antennas in cellular mobile communication systems — Scanning the literature," *Wireless Personal Communications, Special Issue on Space Division Multiple Access*, pp. 109–129, Kluwer Academic Publishers, Oct. 1999.

230. K. Yu and B. Ottersten, "Models for MIMO propagation channels: A review," *Wireless Communications and Mobile Computing, Special Issue on Adaptive Antennas and MIMO Systems*, vol. 2, no. 7, pp. 653–666, Nov. 2002.
231. P. Almers, E. Bonnek, A. Burr, N. Czink, M. Debbah, V. Degli-Esposti, H. Hofstetter, P. Kyösti, D. Laurenson, G. Matz, A. F. Molisch, C. Oestges, and H. Özcelik, "Survey of channel and radio propagation models for wireless MIMO systems," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2007, doi:10.1155/2007/19070, 2007.
232. T. J. Willink, "Wide-sense stationarity of mobile MIMO radio channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 57, no. 2, pp. 704–714, March 2008.
233. A. Gehring, M. Steinbauer, I. Gaspard, and M. Grigat, "Empirical channel stationarity in urban environments," in *Proc. 4th European Personal Mobile Communications Conference, EPMCC 2001*, Feb. 2001.
234. G. Matz, "On non-WSSUS wireless fading channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 5, pp. 2465–2478, Sep. 2005.
235. E. L. Caples, K. E. Massad, and T. R. Minor, "A UHF channel simulator for digital mobile radio," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 29, no. 2, pp. 281–289, May 1980.
236. D. Berthoumieux and J. M. Pertoldi, "Hardware propagation simulator of the frequency-selective fading channel at 900 MHz," in *Proc. 2nd Nordic Seminar on Land Mobile Radio Communications*, Stockholm, Sweden, 1986, pp. 214–217.
237. L. Ehrman, L. B. Bates, J. F. Eschle, and J. M. Kates, "Real-time software simulation of the HF radio channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 30, no. 8, pp. 1809–1817, Aug. 1982.
238. R. Schwarze, *Ein Systemvorschlag zur Verkehrsinformationsübertragung mittels Rundfunksatelliten*, PhD thesis, Universität-Gesamthochschule-Paderborn, Paderborn, Germany, 1990.
239. U. Lambrette, S. Fechtel, and H. Meyr, "A frequency domain variable data rate frequency hopping channel model for the mobile radio channel," in *Proc. IEEE 47th Veh. Technol. Conf., IEEE VTC'97*, Phoenix, Arizona, USA, May 1997, vol. 3, pp. 2218–2222.
240. M. Pätzold, F. Laue, and U. Killat, "A frequency hopping Rayleigh fading channel simulator with given correlation properties," in *Proc. IEEE Int. Workshop on Intelligent Signal Processing and Communication Systems, ISPACS'97*, Kuala Lumpur, Malaysia, Nov. 1997, pp. S8.1.1–S8.1.6.
241. D. C. Cox, "Delay Doppler characteristics of multipath propagation at 910 MHz in a suburban mobile radio environment," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 20, no. 5, pp. 625–635, Sep. 1972.
242. D. Nielson, "Microwave propagation measurements for mobile digital radio application," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 27, no. 3, pp. 117–131, Aug. 1978.
243. A. S. Bajwa and J. D. Parsons, "Small-area characterisation of UHF urban and suburban mobile radio propagation," *Inst. Elec. Eng. Proc.*, vol. 129, no. 2, pp. 102–109, April 1982.
244. J. B. Andersen, T. S. Rappaport, and S. Yoshida, "Propagation measurements and models for wireless communications channels," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 33, no. 1, pp. 42–49, Jan. 1995.
245. M. Werner, *Modellierung und Bewertung von Mobilfunkkanälen*, PhD thesis, Technical Faculty of the University Erlangen–Nuremberg, Erlangen, Germany, 1991.
246. R. Kattenbach and H. Früchting, "Calculation of system and correlation functions for WSSUS channels from wideband measurements," *FREQUENZ*, vol. 49, no. 3/4, pp. 42–47, 1995.
247. A. G. Siamarou, "Wideband propagation measurements and channel implications for indoor broadband wireless local area networks at the 60 GHz band," *Wireless Personal Communications*, vol. 27, no. 1, pp. 89–98, Hingham, MA, USA: Kluwer Academic Publishers, Oct. 2003.
248. L. M. Correia and R. Prasad, "An overview of wireless broadband communications," *IEEE Communications Magazine*, vol. 35, no. 1, pp. 28–33, Jan. 1997.
249. J. D. Parsons, D. A. Demery, and A. M. D. Turkmani, "Sounding techniques for wideband mobile radio channels: a review," *Communications, Speech and Vision, IEE Proceedings I*, vol. 138, no. 5, pp. 437–446, Oct. 1991.
250. D. Laurenson and P. Grant, "A review of radio channel sounding techniques," in *Proc. European Signal Processing Conference, EUSIPCO 2006*, Florence, Italy, Sep. 2006.
251. U. Martin, *Ausbreitung in Mobilfunkkanälen: Beiträge zum Entwurf von Meßgeräten und zur Echoschätzung*, PhD thesis, University Erlangen–Nuremberg, Erlangen, Germany, 1994.
252. U. Martin, "Ein System zur Messung der Eigenschaften von Mobilfunkkanälen und ein Verfahren zur Nachverarbeitung der Meßdaten," *FREQUENZ*, vol. 46, no. 7/8, pp. 178–188, 1992.
253. G. Kadel and R. W. Lorenz, "Breitbandige Ausbreitungsmessungen zur Charakterisierung des Funkkanals beim GSM-System," *FREQUENZ*, vol. 45, no. 7/8, pp. 158–163, 1991.

254. M. Göller and K.D. Masur, "Ergebnisse von Funkkanalmessungen im 900 MHz Bereich auf Neubaustrecken der Deutschen Bundesbahn," *Nachrichtentechnik–Elektronik*, vol. 42, no. 4, pp. 146–149, 1992.
255. M. Göller and K. D. Masur, "Ergebnisse von Funkkanalmessungen im 900 MHz Bereich auf Neubaustrecken der Deutschen Bundesbahn," *Nachrichtentechnik–Elektronik*, vol. 42, no. 5, pp. 206–210, 1992.
256. R. Thomä, D. Hampicke, A. Richter, G. Sommerkorn, A. Schneider, U. Trautwein, and W. Wirnitzer, "Identification of time-variant directional mobile radio channels," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 49, pp. 357–364, April 2000.
257. U. Trautwein, C. Schneider, G. Sommerkorn, D. Hampicke, R. Thomä, and W. Wirnitzer, "Measurement data for propagation modeling and wireless system evaluation," Technical Report COST 273 TD(03)021, EURO-COST, Jan. 2003.
258. L. Hentilä, P. Kyösti, J. Ylitalo, X. Zhao, J. Meinilä, and J.-P. Nuutinen, "Experimental characterization of multidimensional parameters at 2.45 GHz and 5.25 GHz indoor channels," in *Proc. 8th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications, WPMC 2005*, Aalborg, Denmark, Sep. 2005, pp. 254–258.
259. T. Felhauer, P. W. Baier, W. König, and W. Mohr, "Optimized Wideband System for Unbiasd Mobile Radio Channel Sounding with Periodic Spread Spectrum Signals (Special Issue on Spread Spectrum Techniques and Applications)," *The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers (IEICE)*, vol. 76, no. 8, pp. 1016–1029, Aug. 1993.
260. T. Felhauer, *Optimale erwartungstreue Algorithmen zur hochauflösenden Kanalschätzung mit Bandspreizsignalformen*. Düsseldorf: VDI-Verlag, Fortschritt-Berichte, series 10, no. 278, 1994.
261. E. Zollinger, *Eigenschaften von Funkübertragungsstrecken in Gebäuden*, PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Zurich, Switzerland, 1993.
262. R. Heddergott and P. Truffer, "Comparison of high resolution channel parameter measurements with ray tracing simulations in a multipath environment," in *Proc. 3rd European Personal Mobile Communications Conference*, EPMCC'99, Paris, France, March 1999, pp. 167–172.
263. J. Kivinen, T. O. Korhonen, P. Aikio, R. Gruber, P. Vainikainen, and S.-G. Häggman, "Wideband radio channel measurement system at 2 GHz," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 48, no. 1, pp. 39–44, Feb. 1999.
264. J. Ø. Nielsen, J. B. Andersen, P. C. F. Eggers, G. F. Pedersen, K. Olesen, E. H. Sørensen, and H. Suda, "Measurements of indoor 16×32 wideband MIMO channels at 5.8 GHz," in *Proc. IEEE 8th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, ISSSTA 2004*, Sydney, Australia, Aug./Sep. 2004, pp. 864–868.
265. S. Salous, P. Filippidis, R. Lewenz, I. Hawkins, N. Razavi-Ghods, and M. Abdallah, "Parallel receiver channel sounder for spatial and MIMO characterisation of the mobile radio channel," *IEE Proceedings on Commun.*, vol. 152, no. 6, pp. 912–918, Dec. 2005.
266. R. J. C. Bultitude, "Estimating frequency correlation functions from propagation measurements on fading radio channels: A critical review," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 20, no. 6, pp. 1133–1143, Aug. 2002.
267. V. Erceg, D. G. Michelson, S. S. Ghassemzadeh, L. J. Greenstein, A. J. Rustako Jr., P. B. Guerlain, M. K. Dennison, R. S. Roman, D. J. Barnickel, S.C. Wang, and R.R. Miller, "A model for the multipath delay profile of fixed wireless channels," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. SAC-17, no. 3, pp. 399–410, March 1999.
268. L. Yuanqing, "A theoretical formulation for the distribution density of multipath delay spread in a land mobile radio environment," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. VT-43, pp. 379–388, 1994.
269. A. Doufexi, S. Armour, P. Karlsson, A. Nix, and D. Bull, "A Comparison of HIPERLAN/2 and IEEE 802.11a," *IEEE Communications Magazine*, vol. 40, no. 5, pp. 172–180, May 2002.
270. I. E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *European Trans. Telecommun. Related Technol.*, vol. 10, no. 6, pp. 585–595, 1999.
271. G. J. Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas," *Bell Labs Technical Journal 1996*, vol. 1, no. 2, pp. 41–59, 1996.
272. D.-S. Shiu, G. J. Foschini, M. J. Gans, and J. M. Kahn, "Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 3, pp. 502–513, March 2000.
273. A. Abdi and M. Kaveh, "A space-time correlation model for multielement antenna systems in mobile fading channels," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 20, no. 3, pp. 550–560, April 2002.
274. U. Martin, "A directional radio channel model for densely built-up urban areas," in *Proc. 2nd European Personal Mobile Radio Conference/3rd ITG-Fachtagung Mobile Kommunikation*, Bonn, Germany, 1997, pp. 237–244.
275. L. M. Correia, Ed., *Wireless Flexible Personalized Communications*. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2001.

276. M. Pätzold and B. O. Hogstad, "A wideband space-time MIMO channel simulator based on the geometrical one-ring model," in *Proc. 64th IEEE Semiannual Vehicular Technology Conference, IEEE VTC 2006-Fall*, Montreal, Canada, Sep. 2006, pp. 1–6.
277. T. Fulghum and K. Molnar, "The Jakes fading model incorporating angular spread for a disk of scatterers," in *Proc. 48th IEEE Vehicular Technology Conference, IEEE VTC 1998*, Ottawa, Canada, 1998, pp. 489–493.
278. M. Pätzold, "On the stationarity and ergodicity of fading channel simulators basing on Rice's sum-of-sinusoids," in *Proc. 14th IEEE Int. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, IEEE PIMRC 2003*, Beijing, China, Sep. 2003, pp. 1521–1525.
279. C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, pp. 379–423, July 1948.
280. C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 27, pp. 623–656, Oct. 1948.
281. M. Luccini, A. Shami, and S. Primak, "Cross-layer optimisation of network performance over multiple-input multiple-output wireless mobile channels," *IET Communications Journal*, vol. 4, no. 6, pp. 683–696, April 2010.
282. H. Hartenstein and K. Laberteaux, Eds., *VANET Vehicular Applications and Inter-Networking Technologies*. Chichester: John Wiley & Sons, 2009.
283. J. Yin, T. ElBatt, G. Yeung, B. Ryu, S. Habermas, H. Krishnan, and T. Talty, "Performance evaluation of safety applications over DSRC vehicular ad hoc networks," in *Proc. 1st ACM Workshop on Vehicular Ad Hoc Networks, VANET'04*, Philadelphia, PA, USA, Oct. 2004, pp. 1–9.
284. F. Kojima, H. Harada, and M. Fujise, "Inter-vehicle communication network with an autonomous relay access scheme," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E84-B, no. 3, pp. 566–575, March 2001.
285. A. G. Zajić and G. L. Stüber, "Space-time correlated mobile-to-mobile channels: Modelling and simulation," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 57, no. 2, pp. 715–726, March 2008.
286. G. J. Byers and F. Takawira, "Spatially and temporally correlated MIMO channels: modelling and capacity analysis," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 53, no. 3, pp. 634–643, May 2004.
287. Z. Tang and A. S. Mohan, "A correlated indoor MIMO channel model," in *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering 2003, IEEE CCECE 2003*, Venice, Italy, May 2003, vol. 3, pp. 1889–1892.
288. I. Z. Kovacs, P. C. F. Eggers, K. Olesen, and L. G. Petersen, "Investigations of outdoor-to-indoor mobile-to-mobile radio communication channels," in *Proc. IEEE 56th Veh. Technol. Conf., IEEE VTC 2002-Fall*, Vancouver, BC, Canada, Sep. 2002, vol. 1, pp. 430–434.
289. J. Salo, H. M. El-Sallabi, and P. Vainikainen, "Impact of double-Rayleigh fading on system performance," in *Proc. 1st International Symposium on Wireless Pervasive Computing, ISWPC'06*, Phuket, Thailand, Jan. 2006.
290. M. Pätzold and B. O. Hogstad, "Design and performance of MIMO channel simulators derived from the two-ring scattering model," in *Proc. 14th IST Mobile&Communications Summit, IST 2005*, Dresden, Germany, June 2005, paper no. 121.
291. C. A. Gutiérrez and M. Pätzold, "Sum-of-sinusoids-based simulation of flat fading wireless propagation channels under non-isotropic scattering conditions," in *Proc. 50th IEEE Global Communications Conference, IEEE GLOBECOM 2007*, Washington DC, USA, Nov. 2007, pp. 3842–3846.
292. K. I. Pedersen, P. E. Mogensen, and B. H. Fleury, "Power azimuth spectrum in outdoor environments," *IEEE Electronic Letters*, vol. 33, no. 18, pp. 1583–1584, Aug. 1997.
293. J. Salz and J. H. Winters, "Effect of fading correlation on adaptive arrays in digital mobile radio," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 43, no. 4, pp. 1049–1057, Nov. 1994.
294. H. S. Rad, S. Gazor, and K. Shahtalebi, "Spatial-temporal-frequency decomposition for 3D MIMO microcellular environments," in *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, Niagara Falls, Canada, May 2004, vol. 3, pp. 1229–1232.
295. G. J. Byers and F. Takawira, "The influence of spatial and temporal correlation on the capacity of MIMO channels," in *Wireless Communications and Networking Conference, WCNC 2003*, March 2003, pp. 359–364.
296. H. Bölcskei, D. Gesbert, and A. J. Paulraj, "On the capacity of OFDM-based spatial multiplexing systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 2, pp. 225–234, Feb. 2002.
297. J. C. Liberti and T. S. Rappaport, "A geometrically based model for line-of-sight multipath radio channels," in *Proc. IEEE 46th Veh. Technol. Conf., IEEE VTC'96*, Atlanta, GA, USA, May 1996, vol. 2, pp. 844–848.
298. M. Pätzold and B. O. Hogstad, "A wideband MIMO channel model derived from the geometrical elliptical scattering model," *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 8, pp. 597–605, May 2008.
299. B. O. Hogstad, M. Pätzold, A. Chopra, D. Kim, and K. B. Yeom, "A wideband MIMO channel simulation model based on the geometrical elliptical scattering model," in *Proc. 15th Meeting of the Wireless World Research Forum (WWRF)*, Paris, France, Dec. 2005.

300. B. O. Hogstad, M. Pätzold, and A. Chopra, "A study on the capacity of narrow- and wideband MIMO channel models," in *Proc. 15th IST Mobile&Communications Summit, IST 2006*, Myconos, Greece, June 2006.
301. V. Erceg et al., "Channel models for fixed wireless applications," Technical Report IEEE 802.16a-03/01, IEEE Task Group, June 2003.
302. D. Gesbert and J. Akhtar, "Breaking the barriers of Shannon's capacity: An overview of MIMO wireless systems," *Telektronikk*, vol. 98, no. 1, pp. 53–64, 2002.
303. D. Gesbert, M. Shafi, D.-S. Shiu, P. J. Smith, and A. Naguib, "From theory to practice: an overview of MIMO space-time coded wireless systems," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 21, no. 3, pp. 281–302, 2003.
304. K. Yu, *Modeling of multiple-input multiple-output radio propagation channels*, PhD thesis, School of Electrical Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2002.
305. J. W. Wallace and M. A. Jensen, "Modeling the indoor MIMO wireless channel," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 50, no. 5, pp. 591–599, May 2002.
306. T. Svantesson, "A physical MIMO radio channel model for multi-element multi-polarized antenna systems," in *IEEE Vehicular Technology Conference, IEEE VTC Fall*, Atlantic City, NY, USA, Oct. 2001, vol. 2, pp. 1083–1087.
307. M. Stege, J. Jelitto, M. Bronzel, and G. Fettweis, "A multiple-input multiple-output channel model for simulation of Tx- and Rx-diversity wireless systems," in *Proc. IEEE 52nd Veh. Technol. Conf., VTC 2000-Fall*, Boston, MA, USA, Sep. 2000, pp. 833–839.
308. P. C. F. Eggers, "Generation of base station DOA distributions by Jacobi transformation of scattering areas," *Electron. Lett.*, vol. 34, no. 1, pp. 24–26, Jan. 1998.
309. R. J. Piechocki, G. V. Tsoulos, and J. P. McGeehan, "Simple general formula for PDF of angle of arrival in large cell operational environments," *Electron. Lett.*, vol. 34, no. 18, pp. 1784–1785, Sep. 1998.
310. D. R. Van Rheeden and S. C. Gupta, "A geometric model for fading correlation in multipath radio channels," in *Proc. International Conference on Communications, ICC 98*, Atlanta, GA, June 1998, vol. 3, pp. 1655–1659.
311. R. B. Ertel and J. H. Reed, "Angle and time of arrival statistics for circular and elliptical scattering models," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17, no. 11, pp. 1829–1840, Nov. 1999.
312. P. Petrus, J. H. Reed, and T. S. Rappaport, "Geometrical-based statistical macrocell channel model for mobile environments," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 3, pp. 495–502, March 2002.
313. L. Jiang and S. Y. Tan, "Simple geometrical-based AOA model for mobile communication systems," *Electron. Lett.*, vol. 40, no. 19, pp. 1203–1205, Sep. 2004.
314. A. Y. Olenko, K. T. Wong, and E. H.-O. Ng, "Analytically derived TOA-DOA statistics of uplink/downlink wireless multipaths arisen from scatterers on a hollow-disc around the mobile," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 2, pp. 345–348, 2003.
315. A. Y. Olenko, K. T. Wong, and M. Abdulla, "Analytically derived TOA-DOA distributions of uplink/downlink wireless-cellular multipaths arisen from scatterers with an inverted-parabolic spatial distribution around the mobile," *IEEE Signal Processing Lett.*, vol. 12, no. 7, pp. 516–519, July 2005.
316. N. M. Khan, M. T. Simsim, and P. B. Rapajic, "A generalized model for the spatial characteristics of the cellular mobile channel," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 57, no. 1, pp. 22–37, Jan. 2008.
317. R. Janaswamy, "Angle and time of arrival statistics for the Gaussian scatter density model," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 1, no. 3, pp. 488–497, July 2002.
318. A. Andrade and D. Covarrubias, "Radio channel spatial propagation model for mobile 3G in smart antenna systems," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E86-B, no. 1, pp. 213–220, Jan. 2003.
319. D. D. Bevan, V. T. Ermolayev, A. G. Flaksman, and I. M. Averin, "Gaussian channel model for mobile multipath environment," *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 2004, no. 9, pp. 1321–1329, 2004.
320. J. Laurila, A. F. Molisch, and E. Bonek, "Influence of the scatterer distribution on power delay profiles and azimuthal power spectra of mobile radio channels," in *Proc. IEEE 5th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications, 1998*, Sun City, South Africa, Sep. 1998, vol. 1, pp. 267–271.
321. K. T. Wong, Y. I. Wu, and M. Abdulla, "Landmobile radiowave multipaths' DOA-distribution: Assessing geometric models by the open literature's empirical datasets," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 58, no. 3, pp. 946–958, March 2010.
322. S. S. Mahmoud, F. S. Al-Qahtani, Z. M. Hussain, and A. Gopalakrishnan, "Spatial and temporal statistics for the geometrical-based hyperbolic macrocell channel model," *Digital Signal Processing, Elsevier*, vol. 18, no. 2, pp. 151–167, 2008.
323. F. S. Al-Qahtani and Z. M. Hussain, "Spatial correlation in wireless space-time MIMO channels," in *Proc. 5th Australasian Telecommunication Networks and Applications Conference, ATNAC 2007*, Christchurch, New Zealand, Dec. 2007, pp. 358–363.

324. F. Vatalaro and A. Forcella, "Doppler spectrum in mobile-to-mobile communications in the presence of three-dimensional multipath scattering," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 46, no. 1, pp. 213–219, Feb. 1997.
325. J. Maurer, T. Fügen, T. Schäfer, and W. Wiesbeck, "A new inter-vehicle communications (IVC) channel model," in *60th IEEE Veh. Technol. Conf., IEEE VTC 2004-Fall*, Los Angeles, California, USA, Sep. 2004, vol. 1, pp. 9–13.
326. A. Kato, K. Sato, M. Fujise, and S. Kawakami, "Propagation characteristics of 60-GHz millimeter waves for ITS inter-vehicle communications," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E84-B, no. 9, pp. 2530–2539, Sep. 2001.
327. J. Karedal, F. Tufvesson, N. Czink, A. Paier, C. Dumard, T. Zemen, C. Mecklenbräuker, and A. Molisch, "A geometry-based stochastic MIMO model for vehicle-to-vehicle communications," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 8, no. 7, pp. 3646–3657, July 2009.
328. A. P. G. Ariza, *Modelling and Experimental Analysis of Frequency Dependent MIMO Channels*, PhD thesis, Polytechnical University of Valencia, Valencia, Spain, July 2009.
329. D. Umansky and M. Pätzold, "Design of measurement-based stochastic wideband MIMO channel simulators," in *Proc. IEEE Global Communications Conference, IEEE GLOBECOM 2009*, Honolulu, Hawaii, USA, Nov./Dec. 2009.
330. D. Umansky, *Measurement-Based Channel Simulation Models for Mobile Communication Systems*, PhD thesis, University of Agder, Norway, March 2010.
331. J. Karedal, *Measurement-Based Modeling of Wireless Propagation Channels — MIMO and UWB*, PhD thesis, Lund University, Lund, Sweden, 2009.
332. J. Karedal, F. Tufvesson, N. Czink, A. Paier, C. Dumard, T. Zemen, C. F. mecklenbräuker, and A. F. Molisch, "Measurement-based modeling of vehicle-to-vehicle MIMO channels," in *Proc. IEEE International Conference on Communications, IEEE ICC'09*, Dresden, Germany, June 2009, pp. 3470–3475.
333. J. P. Kermoal, L. Schumacher, K. I. Pedersen, P. E. Mogensen, and F. Frederiksen, "A stochastic MIMO radio channel model with experimental validation," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 20, no. 6, pp. 1211–1226, Aug. 2002.
334. W. Weichselberger, M. Herdin, H. Özcelik, and E. Bonek, "A stochastic MIMO channel model with joint correlation of both link ends," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 5, no. 1, pp. 90–100, Jan. 2006.
335. A. M. Sayeed, "Deconstructing multiantenna fading channels," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, no. 10, pp. 2563–2579, Oct. 2002.
336. H. Özcelik, N. Czink, and E. Bonek, "What makes a good MIMO channel model?," in *Proc. IEEE 61st Veh. Technol. Conf., IEEE VTC'05-Spring*, Stockholm, Sweden, May/June 2005, pp. 156–160.
337. V. Kontorovich, S. Primak, A. Alcocer-Ochoa, and R. Parra-Michel, "MIMO channel orthogonalisations applying universal eigenbasis," *IET Signal Processing*, vol. 2, no. 2, pp. 87–96, June 2008.
338. L. M. Correia, Ed., *Mobile Broadband Multimedia Networks: Techniques, Models and Tools for 4G*. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science Publishers, B.V, 2006.
339. 3GPP-3GPP2, "Spatial channel model for multiple input multiple output MIMO simulations," Technical Report 25.996, Version 6.1.0, Release 6, 3rd Generation Partnership Project (3GPP), Sep. 2003.
340. P. Kyösti et al., "WINNER II Channel Models: Part I Channel Models," IST-4-27756 WINNER II Deliverable D1.1.2 V1.1, Sep. 2007.
341. V. Erceg et al., "TGn channel models," Technical Report IEEE P802.11, Wireless LANs, Garden Grove, California, USA, June 2004.
342. V. Erceg et al., "Channel models for fixed wireless applications," Technical Report IEEE 802.16.3c-01/29r1, IEEE Task Group, Feb. 2001.
343. P. Kyösti et al., "WINNER II Channel Models: Part II Radio Channel Measurement and Analysis Results," IST-4-27756 WINNER II Deliverable D1.1.2 V1.0, Sep. 2007.
344. V. Erceg et al., "Channel models for fixed wireless applications," Technical Report IEEE 802.16.3c-01/29r4, IEEE Task Group, July 2001.
345. A. Forenza and R. W. Heath Jr., "Impact of antenna geometry on MIMO communication in indoor clustered channels," in *Proc. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium 2004*, Monterey, California, USA, June 2004, vol. 2, pp. 1700–1703.
346. X. Li and Z.-P. Nie, "Effect of array orientation on performance of MIMO wireless channels," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 3, pp. 368–371, April 2004.
347. P. Almers, F. Tufvesson, P. Karlsson, and A. F. Molisch, "The effect of horizontal array orientation on MIMO channel capacity," in *Proc. 57th IEEE Semiannual Vehicular Technology Conference, VTC-Spring 2003*, Jeju, Korea, April 2003, vol. 1, pp. 34–38.

348. M. M. Sohul, "Impact of antenna array geometry on the capacity of MIMO communication system," in *Proc. International Conference on Electrical and Computer Engineering, ICECE'06*, Dhaka, Bangladesh, Dec. 2006, pp. 80–83.
349. M. Pätzold and R. García, "Design and performance of fast channel simulators for Rayleigh fading channels," in *Proc. 3rd European Personal Mobile Communications Conference*, EPMCC'99, Paris, France, March 1999, pp. 280–285.
350. R. Zurmühl and S. Falk, *Matrizen und ihre Anwendungen — 1. Grundlagen*. Berlin: Springer, 7th ed., 1997.
351. R. A. Horn and C. R. Johnson, *Matrix Analysis*. New York: Cambridge University Press, reprint ed., 1990.
352. C. Großmann and J. Terno, *Numerik der Optimierung*. Stuttgart, Germany: Teubner, 2nd ed., 1997.
353. S. S. Rao, *Engineering Optimization: Theory and Practice*. New York, Wiley InterScience, 3rd ed., 1996.
354. R. Häb, *Kohärenter Empfang bei Datenübertragung über nichtfrequenzselektive Schwundkanäle*, PhD thesis, RWTH University Aachen, Aachen, Germany, 1988.
355. T. Jämsä, T. Poutanen, and J. Meinilä, "Implementation techniques of broadband radio channel simulators," in *Proc. IEEE 53rd Veh. Technol. Conf., IEEE VTC 2001-Spring*, Rhodes, Greece, May 2001, vol. 1, pp. 433–437.
356. P. Kyösti and T. Jämsä, "Complexity comparison of MIMO channel modelling methods," in *Proc. 4th IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems, ISWCS 2007*, Trondheim, Norway, Oct. 2007, pp. 219–223.
357. R. Parra-Michel, V. Y. Kontorovitch, A. G. Orozco-Lugo, and M. Lara, "Computational complexity of narrow band and wide band channel simulators," in *Proc. 58th IEEE Veh. Technol. Conf., IEEE VTC 2003-Fall*, Orlando, FL, USA, Oct. 2003, vol. 1, pp. 143–148.
358. A. Alimohammad, S. F. Fard, B. F. Cockburn, and C. Schlegel, "An improved SOS-based fading channel emulator," in *Proc. 66th IEEE Veh. Technol. Conf., IEEE VTC 2007-Fall*, Baltimore, Maryland, USA, Sep./Oct. 2007, pp. 931–935.
359. A. Alimohammad, S. F. Fard, B. F. Cockburn, and C. Schlegel, "An accurate and compact Rayleigh and Rician fading channel simulator," in *Proc. IEEE 67th Veh. Technol. Conf., IEEE VTC 2008-Spring*, Marina Bay, Singapore, May 2008, pp. 409–413.
360. A. Alimohammad and B. F. Cockburn, "Modeling and hardware implementation aspects of fading channel simulators," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 57, no. 4, pp. 2055–2069, July 2008.
361. A. Alimohammad, S. F. Fard, B. F. Cockburn, and C. Schlegel, "A compact single-FPGA fading-channel simulator," *IEEE Trans. Circ. Syst. — II: Express Briefs*, vol. 55, no. 1, pp. 84–88, Jan. 2008.
362. P. J. Cullen, P. C. Fannin, and A. Garvey, "Real-time simulation of randomly time-variant linear systems: The mobile radio channel," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 43, no. 4, pp. 583–591, Aug. 1994.
363. A. K. Salkintzis, "Implementation of a digital wide-band mobile channel simulator," *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 45, no. 1, pp. 122–128, March 1999.
364. M. Kahrs and C. Zimmer, "Digital signal processing in a real-time propagation simulator," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 55, no. 1, pp. 197–205, Feb. 2006.
365. C. Komninakis, "A fast and accurate Rayleigh fading simulator," in *Proc. IEEE Global Communications Conference 2003, IEEE GLOBECOM 2003*, San Francisco, CA, USA, Dec. 2003, pp. 3306–3310.
366. F. Kaltenberger, T. Zemen, and C. W. Ueberhuber, "Low-complexity geometry-based MIMO channel simulation," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2007, doi:10.1155/2007/95281, 2007.
367. F. Kaltenberger, G. Steinböck, G. Humer, and T. Zemen, "Low-complexity geometry based MIMO channel emulation," in *Proc. First European Conference on Antennas and Propagation, EuCAP 2006*, Nice, France, Nov. 2006, pp. 1–8.
368. J.-M. Conrat and P. Pajusco, "A versatile propagation channel simulator for MIMO link level simulation," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2007, doi:10.1155/2007/80194, 2007.
369. Y. B. Li and Y. L. Guan, "Modified Jakes model for simulating multiple uncorrelated fading waveforms," in *Proc. IEEE International Conference on Communications, ICC 2000*, New Orleans, LA, USA, June 2000, vol. 1, pp. 46–49.
370. Y. Li and X. Huang, "The simulation of independent Rayleigh faders," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 9, pp. 1503–1514, Sep. 2002.
371. Y. Gan and Q. Xu, "An improved SoS method for generating multiple uncorrelated Rayleigh fading waveforms," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 14, no. 7, pp. 641–643, July 2010.
372. C.-X. Wang, D. Yuan, H. H. Chen, and W. Xu, "An improved deterministic SoS channel simulator for multiple uncorrelated Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, no. 9, pp. 3307–3311, Sep. 2008.

373. M. F. Ibrahim and J. D. Parsons, "Signal strength prediction in built-up areas. Part 1: Median signal strength," *Proc. IEE*, vol. 130, no. 5, pp. 377–384, Aug. 1983.
374. M. Gudmundson, "Correlation model for shadow fading in mobile radio systems," *Electron. Lett.*, vol. 27, no. 23, pp. 2145–2146, Nov. 1991.
375. G. P. Pollini, "Trends in handover design," *IEEE Commun. Magazine*, vol. 34, no. 3, pp. 82–90, March 1996.
376. N. Zhang and J. M. Holtzman, "Analysis of handoff algorithms using both absolute and relative measurements," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 45, no. 1, pp. 174–179, Feb. 1996.
377. K. Yamamoto, A. Kusuda, and S. Yoshida, "Impact of shadowing correlation on coverage of multihop cellular systems," in *Proc. IEEE International Conference on Communications, ICC'06*, Istanbul, Turkey, June 2006, vol. 10, pp. 4538–4542.
378. L. Hanzo (II) and R. Tafazolli, "The effects of shadow-fading on QoS-aware routing and admission control protocols designed for multi-hop MANETs," *Wireless Communications and Mobile Computing*, vol. 11, no. 1, pp. 1–22, Jan. 2011.
379. M. Pätzold and V. D. Nguyen, "A spatial simulation model for shadow fading processes in mobile radio channels," in *Proc. 15th IEEE Int. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, PIMRC 2004*, Barcelona, Spain, Sep. 2004, vol. 3, pp. 1832–1838.
380. M. Pätzold and K. Yang, "An exact solution for the level-crossing rate of shadow fading processes modelled by using the sum-of-sinusoids principle," *Wireless Personal Communications*, vol. 52, no. 1, pp. 57–68, Jan. 2010.
381. D. Giancristofaro, "Correlation model for shadow fading in mobile radio channels," *Electron. Lett.*, vol. 32, no. 11, pp. 958–959, May 1996.
382. P. E. Mogensen, P. Eggers, C. Jensen, and J. B. Andersen, "Urban area radio propagation measurements at 955 and 1845 MHz for small and micro cells," in *IEEE Global Commun. Conf.*, Phoenix, AZ, Dec. 1991, vol. 2, pp. 1297–1302.
383. M. J. Marsan, G. C. Hess, and S. S. Gilbert, "Shadow variability in an urban land mobile radio environment at 900 MHz," *Electron. Lett.*, vol. 26, pp. 646–648, May 1990.
384. E. Perahia and D. C. Cox, "Shadow fading correlation between uplink and downlink," in *IEEE VTC2001-Spring*, May 2001, pp. 308–312.
385. H. Kim and Y. Han, "Enhanced correlated shadowing generation in channel simulation," *IEEE Commun. Letters*, vol. 6, no. 7, pp. 279–281, July 2002.
386. ETSI, "Universal Mobile Telecommunications System (UMTS); Selection procedures for the choice of radio transmission technologies of the UMTS (UMTS 30.03 version 3.2.0)," Technical Report TR 101 112 V3.2.0 (1998-04), ETSI, April 1998.
387. Y. Zhang, J. Zhang, D. Dong, X. Nie, G. Liu, and P. Zhang, "A novel spatial autocorrelation model of shadow fading in urban macro environments," in *Proc. IEEE Global Communications Conference, IEEE GLOBECOM 2008*, New Orleans, LA, USA, Nov./Dec. 2008.
388. X. Cai and G. B. Giannakis, "A two-dimensional channel simulation model for shadowing processes," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 52, no. 6, pp. 1558–1567, Nov. 2003.
389. A. Abdi and M. Kaveh, "On the utility of gamma PDF in modeling shadow fading (slow fading)," in *Proc. IEEE 49th Veh. Technol. Conf., IEEE VTC 1999*, Houston, Texas, USA, May 1999, vol. 3, pp. 2308–2312.
390. N. L. Johnson, S. Kotz, and N. Balakrishnan, *Continuous Univariate Distributions*, vol. 1. New York: John Wiley & Sons, 2nd ed., 1994.
391. C.-X. Wang, M. Pätzold, and Q. Yao, "Stochastic modeling and simulation of frequency hopping wideband fading channels," in *Proc. 57th Int. Semiannual Veh. Technol. Conf., IEEE VTC 2003-Spring*, Jeju, Korea, April 2003, vol. 2, pp. 803–807.
392. C.-X. Wang, M. Pätzold, and Q. Yao, "Stochastic modeling and simulation of frequency-correlated wideband fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, no. 3, pp. 1050–1063, May 2007.

总　附　录

总附录 A　本书符号释义表

集合论

C	复数集合
N	自然数集合
R	实数集合
Z	整数集合
$\in$	是……的一个元素
$\notin$	不是……的一个元素
$\forall$	对于所有的
$\subset$	包含于
$\cup$	并
$\cap$	交
$A\backslash B$	集合 A 和集合 B 的差
Φ	空集
$[a, b]$	在从 a 到 b 的闭区间内的实数集合，即 $[a, b]=\{x\in\mathbf{R}\mid a\leqslant x\leqslant b\}$
$[a, b)$	在从 a 到 b 的右侧开区间内的实数集合，即 $[a, b)=\{x\in\mathbf{R}\mid a\leqslant x<b\}$
$(a, b]$	在从 a 到 b 的左侧开区间内的实数集合，即 $(a, b]=\{x\in\mathbf{R}\mid a<x\leqslant b\}$
$\{x_n\}_{n=1}^{N}$	元素 x_1，x_2，…，x_N的集合

算子和其他符号

$\arg\{x\}$　$x=x_1+jx_2$的泛函（argument）

$\mathrm{Cov}\{x_1, x_2\}$　x_1和 x_2的协方差

e^x　指数函数

$\exp\{x\}$　指数函数

$E\{x\}$　x 的（统计）均值或期望值

$\mathscr{F}(x(t))$　$x(t)$ 的傅里叶变换

$\mathscr{F}^{1}(X(f))$　$X(f)$ 的傅里叶反变换

$\gcd\ \{x_n\}_{n=1}^{N}$　x_1，x_2，…，x_N最大公因数（也称作最大公因子）

$\mathscr{H}\{x(t)\}$ $x(t)$ 的希尔伯特变换

$\mathscr{H}^{-1}\{X(f)\}$ $X(f)$ 的希尔伯特反变换

$\mathrm{Im}\{x\}$ $x=x_1+\mathrm{j}x_2$的虚部

$\mathrm{lcm}\{x_n\}_{n=1}^{N}$ x_1，x_2，…，x_N的最小公倍数

lim 极限

$\ln x$ x 的自然对数

$\log_a x$ 基为 a 的 x 的对数

$\max\{x_n\}_{n=1}^{N}$ 集合 $\{x_1, x_2, \cdots, x_N\}$ 的最大元素

$\min\{x_n\}_{n=1}^{N}$ 集合 $\{x_1, x_2, \cdots, x_N\}$ 的最小元素

mod 模运算

$n!$ 阶乘函数

$P\{\mu\leqslant x\}$ 事件μ小于或等于 x 的概率

$\mathrm{Re}\{x\}$ $x=x_1+\mathrm{j}x_2$的实部

$\mathrm{round}\{x\}$ 到实数值数 x 的最近整数（四舍五入）

$\mathrm{sgn}\{x\}$ 数 x 的符号：1（如果 $x>0$），0（如果 $x=0$），-1（如果 $x<0$）

$\mathrm{Var}\{x\}$ x 的方差

$x_1(t)*x_2(t)$ $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的卷积

x^* 复数 $x=x_1+\mathrm{j}x_2$的复数共轭

$|x|$ x 的绝对值

$\sqrt{x}$ x 的平方根的主值，即$\sqrt{x}\geqslant 0$ 对于 $x\geqslant 0$

$\prod_{n=1}^{N}$ 多个数的乘积

$\sum_{n=1}^{N}$ 多个数的和

$\int_a^b x(t)\mathrm{d}t$ 在区间 $[a, b]$ 上函数 $x(t)$ 的积分

$<x(t)>$ 时间平均算子，即 $<x(t)>:=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(t)\mathrm{d}t$

$\dot{x}(t)$ 函数 $x(t)$ 对时间 t 的导数

$\check{x}(t)$ $x(t)$ 的希尔伯特变换

$x\to a$ x 趋于 a 或 x 逼近 a

$\lceil x\rceil$ 上取整函数，大于或等于 x 的最小整数

$\lfloor x\rfloor$ 下取整函数，小于或等于 x 的最大整数

$\approx$ 约等于

~ 符合（统计上）或渐近等于（分析上）的分布

$\leqslant$ 小于或等于

$\ll$ 远小于

$\neq$ 不等于

$\circ\!\!-\!\!\bullet$ 傅里叶变换

矩阵和向量

$(a_{m,n})$ 以 $a_{m,n}$ 为第 m 行和第 n 列项的矩阵

$\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}$ 矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的赫尔米特转置（或共轭转置）

$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的转置矩阵

$\boldsymbol{A}^{-1}$ 矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的逆矩阵

$\boldsymbol{C}_{\mu_\rho}$ 向量过程 $\boldsymbol{\mu}_\rho = (\mu_{\rho_1}(t), \mu_{\rho_2}(t), \dot{\mu}_{\rho_1}(t), \dot{\mu}_{\rho_2}(t))^{\mathrm{T}}$ 的协方差矩阵

$\det\boldsymbol{A}$ 矩阵 A 的行列式

J 雅可比行列式

$\boldsymbol{m}$ m_1、m_2、$\dot{m}_1$ 和 $\dot{m}_2$ 的列向量，即 $\boldsymbol{m} = (m_1, m_2, \dot{m}_1, \dot{m}_2)^{\mathrm{T}}$

$\boldsymbol{R}_\mu$ 向量过程 $\boldsymbol{\mu}(t) = (\mu_1(t), \mu_2(t), \dot{\mu}_1(t), \dot{\mu}_2(t))^{\mathrm{T}}$ 的自相关矩阵

$\mathrm{tr}(\boldsymbol{A})$ 矩阵 $\boldsymbol{A} = (a_{m,n}) \in \mathbf{R}^{N\times N}$ 的踪迹，即 $\mathrm{tr}(A) = \sum_{n=1}^{N} a_{n,n}$

$\boldsymbol{x}$ x_1、x_2、$\dot{x}_1$ 和 $\dot{x}_2$ 的列向量，即 $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2)^{\mathrm{T}}$

$\boldsymbol{\Omega}$ 参数向量

特殊函数

$\mathrm{erf}(\cdot)$ 误差函数

$\mathrm{erf}^{-1}(\cdot)$ 误差反函数

$\mathrm{erfc}(\cdot)$ 误差补函数

$E(\cdot,\cdot)$ 第二类椭圆积分

$E(\cdot)$ 第二类完全椭圆积分

$F(\cdot,\cdot;\cdot;\cdot)$ 超几何函数（级数）

${}_1F_1(\cdot;\cdot;\cdot)$ 广义超几何函数（级数）

$H_0(\cdot)$ 零阶 Struve 函数

$I_v(\cdot)$ 修正的第一类 v 阶 Bessel 函数

$J_v(\cdot)$ 第一类 v 阶 Bessel 函数

$K(\cdot)$ 第一类完全（complete）椭圆积分

$K_0(\cdot)$ 修正的 Bessel 函数

$P_v(\cdot)$ 第一类 v 阶 Legendre 函数

$Q(\cdot,\cdot)$ Marcum Q-函数

$Q_m(\cdot,\cdot)$ 广义的 Marcum Q-函数

$\mathrm{rect}(\cdot)$ 矩形函数

$\mathrm{sgn}(\cdot)$ 符号函数

$\mathrm{sinc}(\cdot)$ sinc 函数

$\delta(\cdot)$ 狄拉克 delta 函数

$\gamma(\cdot,\cdot)$ 不完全的（incomplete）gamma 函数
$\Gamma(\cdot)$ gamma 函数

随机过程

a 椭圆半长轴的长度
A_k^{R} 第 k 个接收器天线单元
A_l^{T} 第 l 个发送器天线单元
b 椭圆半短轴的长度
B 信号带宽或系统带宽
B_C 固有带宽
$B_{\mu_i\mu_i}^{(1)}$ $\mu_i(t)$ 的平均多普勒偏移
$B_{\mu_i\mu_i}^{(2)}$ $\mu_i(t)$ 的多普勒频散
$B_{\tau'}^{(1)}$ 平均延迟
$B_{\tau'}^{(2)}$ 延迟扩展
c_R 莱斯因子
c_0 光速
C 散射体聚集数
D 从发送器到接收器的距离
D_c 去相关（decorrelation）距离
D_n 第 n 条路径的总长度
E_n 由第 n 个散射体 S_n 引入的路径增益
$E_2(\Omega)$ 均方误差范数
f 多普勒频率
f_c 截止频率
$f_{\max}$ 最大多普勒频率
$f_{\max}^{\mathrm{R}}$ 由接收器运动导致的最大多普勒频率
$f_{\max}^{\mathrm{T}}$ 由发送器运动导致的最大多普勒频率
$f_{\min}$ 左侧受限的 Jakes 功率谱密度的下限截断频率
f_n 第 n 个平面波的多普勒频率
f_n^{R} 由接收器运动导致的第 n 个平面波的多普勒频率
f_n^{T} 由发送器运动导致的第 n 个平面波的多普勒频率
f_s 采样率（或采样频率）
f_{sym} 符号率
f_ρ 视距分量 $m(t)$ 的多普勒频率
f_0 载波频率
Δf 多普勒频率分辨率

$F_w(r)$ Weibull 过程 $w(t)$ 的累积分布函数

$F_{\zeta_-}(r)$ 瑞利过程 $\zeta(t)$ 的累积分布函数

$F_{\eta_-}(r)$ Suzuki 过程 $\eta(t)$ 的累积分布函数

$F_{\eta_+}(r)$ Suzuki 过程 $\eta(t)$ 的累积分布余函数

$F_{\vartheta}(\varphi)$ $\mu(t)=\mu_1(t)+j\mu_2(t)$ 的相位 $\vartheta(t)$ 的累积分布函数

$F_{\lambda_-}(r)$ 空间对数正态过程 $\lambda(x)$ 的累积分布函数

$\hat{F}_{\lambda_-}(r)$ 空间随机 SOS 对数正态过程 $\hat{\lambda}(x)$ 的累积分布函数

$F_{\mu_i}(r)$ 高斯随机过程 $\mu_i(t)$ 的累积分布函数

$F_{\xi_-}(r)$ 莱斯过程 $\xi(t)$ 的累积分布函数

$F_{\xi_+}(r)$ 莱斯过程 $\xi(t)$ 的累积分布余函数

$F_{\wp_-}(r)$ Loo 过程 $\wp(t)$ 的累积分布函数

$F_{\wp_+}(r)$ Loo 过程 $\wp(t)$ 的累积分布余函数

$F_{\omega}(r)$ Nakagami-m 过程 $\omega(t)$ 的累积分布函数

$h(\tau')$ 时间不变脉冲响应

$h(\tau', t)$ 时变脉冲响应

$h_{kl}(t)$ 从 A_l^T 到 A_k^R 链路的复数信道增益（参考模型）

$\hat{h}_{kl}(t)$ 从 A_l^T 到 A_k^R 链路的复数信道增益（随机仿真模型）

$h_{kl}(\tau', t)$ 从 A_l^T 到 A_k^R 链路的时变脉冲响应

$H(f)$ 线性时间不变系统的传递函数

$H(f', t)$ 时变传递函数

$H_{kl}(f', t)$ 从 A_l^T 到 A_k^R 链路的时变传递函数

$\check{H}(f)$ 希尔伯特变换算子（transformer）

$\boldsymbol{H}(t)$ 信道矩阵（参考模型）

$\hat{\boldsymbol{H}}(t)$ 信道矩阵（随机仿真模型）

$\mathscr{I}$ 从状态 S_1 到 S_2 及相反方向观察到的变换次数

$\vec{k}_m^T$ 指向第 m 发送平面波方向的波向量

$\vec{k}_n^R$ 指向第 n 接收平面波方向的波向量

k_0 自由空间波数

K 测量得到的信号样本数

$\mathscr{L}$ 离散路径数

$\mathscr{L}^\star$ 测量得到的离散路径数

$m(t)$ （时变）视距分量

m_L 面积均值

m_s' 采样率比值，即 $m_s'=f_s'/f_s=T_s/T_s'$

m_α 到达角度的均值方向

m_{μ_i} $\mu_i(t)$ 的均值

M 表征 M-状态马尔科夫模型的信道状态数

M_r 实施测量处信号水平数量

M_{R} 接收器天线单元数

M_{T} 发送器天线单元数

$n(t)$ 加性高斯白噪声

$\boldsymbol{n}(t)$ 噪声向量过程

N 传播路径数（局部散射体数）

$N_{\zeta}(r)$ 瑞利过程 $\zeta(t)$ 的水平通过率

$N_{\eta}(r)$ Suzuki 过程 $\eta(t)$ 的水平通过率

$N_{\lambda}(r)$ 空间对数正态过程 $\lambda(x)$ 的水平通过率

$\hat{N}_{\lambda}(r)$ 空间随机 SOS 对数正态过程 $\hat{\lambda}(x)$ 的水平通过率

$N_{\xi}(r)$ 莱斯过程 $\xi(t)$ 的水平通过率

$N_{\wp}(r)$ Loo 过程 $\wp(t)$ 的水平通过率

N_0 噪声功率

$p_{0_}(\tau_-; r)$ 瑞利过程 $\zeta(t)$ 衰落间隔 τ_- 的概率密度函数

$p_{1_}(\tau_-; r)$ $p_{0_}(\tau_-; r)$ 的近似解

p_{ij} 马尔科夫链的转换概率

$p_{\mathrm{Lutz}}(z)$ Lutz 模型的包络的概率密度函数

$p_w(x)$ Weibull 分布

$p_{\alpha}(\alpha)$ 到达角度 α 的分布

$p_{\zeta}(z)$ 瑞利分布

$p_{\eta}(z)$ Suzuki 分布

$p_{\vartheta}(\theta)$ 相位 $\vartheta(t)$ 的概率密度函数

$p_{\lambda}(z)$ 对数正态分布

$\hat{p}_{\lambda}(z)$ 空间随机 SOS 对数正态过程 $\hat{\lambda}(x)$ 的概率密度函数

$p_{\mu_i}(x)$ 高斯分布

$p_{\mu_{\rho_1}\mu_{\rho_2}\dot{\mu}_{\rho_1}\dot{\mu}_{\rho_2}}$ $\mu_{\rho_1}(t)$、$\mu_{\rho_2}(t)$、$\dot{\mu}_{\rho_1}(t)$ 和 $\dot{\mu}_{\rho_2}(t)$ 的联合概率密度函数

$\hat{p}_v(x)$ 空间随机 SOS 过程 $\hat{v}(x)$ 的概率密度函数

$p_{\xi}(z)$ 莱斯分布

$p_{\wp}(z)$ Loo 过程 $\wp(t)$ 的概率密度函数

$p_{\tau'}(\tau')$ 传播延迟 τ' 的概率密度函数

$p_{\omega}(z)$ Nakagami-m 分布

$p_{\xi\dot{\xi}}(z, \theta)$ $\xi(t)$ 和 $\dot{\xi}(t)$ 的联合概率密度函数

$p_{\xi\dot{\xi}\vartheta\dot{\vartheta}}(z, \dot{z}, \theta, \dot{\theta})$ $\xi(t)$、$\dot{\xi}(t)$、$\vartheta(t)$ 和 $\dot{\vartheta}(t)$ 的联合概率密度函数

$P_S(f)$ 累积功率函数

Q 样本空间或某个事件

$Q(\cdot, \cdot)$ Marcum Q-函数

$Q_m(\cdot, \cdot)$ 广义 Marcum Q-函数

r 信号水平

$\boldsymbol{r}(t)$ 接收信号向量

$r_{h_{kl}}(\tau)$ $h_{kl}(t)$ 的时间自相关函数

$\hat{r}_{h_{kl}}(\tau)$ $\hat{h}_{kl}(t)$ 的时间自相关函数

$r_k(t)$ 在天线单元 $A_k^{\mathrm{R}}(k=1, 2, \cdots, M_{\mathrm{R}})$ 处接收到的信号的复数包络

$\vec{r}_{\mathrm{R}}$ 在接收器侧的空间变换（translation）向量

$\vec{r}_{\mathrm{T}}$ 在发送器侧的空间变换（translation）向量

$r_{hh}(\cdot, \cdot; \cdot, \cdot)$ $h(\tau', t)$ 的自相关函数

$r_{HH}(\upsilon', \tau)$ WSSUS 模型的时间—频率相关性函数

$r_{HH}(\cdot, \cdot; \cdot, \cdot)$ $H(f', t)$ 的自相关函数

$r_{ss}(\cdot, \cdot; \cdot, \cdot)$ $s(\tau', f)$ 的自相关函数

$r_{TT}(\cdot, \cdot; \cdot, \cdot)$ $T(f', f)$ 的自相关函数

$r_{xx}(t_1, t_2)$ $x(t)$ 的自相关函数，即 $r_{xx}(t_1, t_2)=E\{x^*(t_1)x(t_2)\}$

$r_{yy}(t_1, t_2)$ $y(t)$ 的自相关函数，即 $r_{yy}(t_1, t_2)=E\{y^*(t_1)y(t_2)\}$

$r_{\zeta\zeta}^c(\cdot)$ $\zeta(t)$ 的自协方差函数

$r_{\lambda\lambda}(\Delta x)$ $\lambda(x)$ 的空间自相关函数

$\hat{r}_{\lambda\lambda}(\Delta x)$ $\hat{\lambda}(x)$ 的空间自相关函数

$r_{\mu\mu}(\tau)$ $\mu(t)=\mu_1(t)+\mathrm{j}\mu_2(t)$ 的自相关函数

$r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ $\mu_i(t)$ 的自相关函数

$\hat{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ $\hat{\mu}_i(t)$ 的自相关函数

$r_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的交叉相关函数

$r_{\mu\mu'}(\tau, \chi)$ $\mu(t)$ 和 $\mu'(t)$ 的时间—频率交叉相关函数

$r_{\mu_i\mu_i'}(\tau, \chi)$ $\mu_i(t)$ 和 $\mu_i'(t)$ 的时间—频率交叉相关函数

$r_{\mu_1\mu_2'}(\tau, \chi)$ $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2'(t)$ 的时间—频率交叉相关函数

$r_{\mu_1\mu_2}^c(\tau)$ $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的交叉协方差函数

$r_{vv}(\Delta x)$ $v(x)$ 的空间自相关函数

$\hat{r}_{vv}(\Delta x)$ $\hat{v}(x)$ 的空间自相关函数

$\hat{r}_{vv}^{\star}(\Delta x)$ 测量得到的空间自相关函数

$r_{\tau'}(\upsilon')$ 频率相关性函数

R 环半径

R_{R} 围绕接收器的散射体环的半径

R_{T} 围绕发送器的散射体环的半径

$s(\tau', f)$ 多普勒变化的脉冲响应

$\boldsymbol{s}(t)$ 发送信号向量

$s_l(t)$ 从天线单元 $A_l^{\mathrm{T}}(l=1, 2, \cdots, M_{\mathrm{T}})$ 发送的信号的复数包络

s_n 空间频率

$\boldsymbol{S}^{\star}$ 测量得到的散射矩阵

$S(\tau', f)$ WSSUS 模型的散射函数

$S^{*}(\tau', f)$ 测量得到的散射函数

S_n 第 n 个局部散射体

S_n^{R} 围绕接收器的第 n 个散射体

S_n^{T} 围绕发送器的第 n 个散射体

$S_{hh}(\tau', \tau)$ WSSUS 模型的延迟交叉功率谱密度

$S_{TT}(v', f)$ WSSUS 模型的多普勒交叉功率谱密度

$S_{\zeta\zeta}^{c}(f)$ $\zeta(t)$ 的自协方差功率谱密度

$S_{\mu\mu}(f)$ $\mu(t)=\mu_1(t)+\mathrm{j}\mu_2(t)$ 的功率谱密度

$S_{\mu_i\mu_i}(f)$ $\mu_i(t)$ 的功率谱密度

$S_{\mu_1\mu_2}(f)$ $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的交叉功率谱密度

$S_{\mu_1\mu_2}^{c}(f)$ $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的交叉协方差功率谱密度

$S_{vv}(s)$ 空间高斯过程 $v(x)$ 的功率谱密度

$S_{\tau'}(\tau')$ 延迟功率谱密度（或功率谱延迟剖面）

t 时间变量

T_C 相干时间

T_s 采样间隔

$T_s^{\star}$ 被测量信号的采样间隔

T_{sym} 符号间隔（或符号时长）

$T_{\zeta_-}(r)$ 瑞利过程 $\zeta(t)$ 的平均衰落时长

$T_{\eta_-}(r)$ Suzuki 过程 $\eta(t)$ 的平均衰落时长

$T_{\lambda_-}(r)$ 空间对数正态过程 $\lambda(x)$ 的平均衰落时长

$T_{\xi_-}(r)$ 莱斯过程 $\xi(t)$ 的平均衰落时长

$T_{\wp_-}(r)$ Loo 过程 $\wp(t)$ 的平均衰落时长

$u_{i,n}$ 均匀分布随机变量

v 移动单元的速度

v_{R} 移动接收器的速度

v_{T} 移动发送器的速度

$\vec{v}$ 移动速度向量

$\vec{v}_{\mathrm{R}}$ 接收器的移动速度向量

$\vec{v}_{\mathrm{T}}$ 发送器的移动速度向量

$w(t)$ Weibull 过程

$W_i(\cdot)$ 加权函数

$x(t)$ 输入信号

$x_{\mathrm{BP}}(t)$ 带通信号

$x_{\mathrm{LP}}(t)$　等价低通信号

$y(t)$　输出信号

$\alpha_{\max}^{\mathrm{T}}$　离开角度的最大值

α_n　第 n 个平面波（路径）的到达角度

α_n^{R}　从接收器看到的第 n 个平面波（路径）的到达角度

α_n^{T}　从发送器看到的第 n 个平面波（路径）的离开角度

α_{v}　运动角度

$\alpha_{\mathrm{v}}^{\mathrm{R}}$　接收器的运动角度

$\alpha_{\mathrm{v}}^{\mathrm{T}}$　发送器的运动角度

β　在原点处自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的负曲率，即 $\beta=\beta_i=-\ddot{r}_{\mu_i\mu_i}(0)(i=1,2)$

β_{R}　接收器天线阵列的倾斜角度

β_{T}　发送器天线阵列的倾斜角度

γ　在原点处自相关函数 $r_{v_3v_3}(\tau)$ 的负曲率，即 $\gamma=-\ddot{r}_{v_3v_3}(0)$

$\hat{\gamma}$　在原点处空间自相关函数 $\hat{r}_{vv}(\Delta x)$ 的负曲率，即 $\hat{\gamma}=-\ddot{r}_{vv}(0)$

δ_{R}　在接收器处天线单元间隙

δ_{T}　在发送器处天线单元间隙

$\zeta(t)$　瑞利过程

$\eta(t)$　Suzuki 过程

θ_n　由于与第 n 个散射体 S_n 的相互作用导致的相位偏移

θ_ρ　视距分量 $m(t)$ 的相位

θ_0　常量相位偏移

$\vartheta(t)$　$\mu_\rho(t)$ 的相位，即 $\vartheta(t)=\arg\{\mu_\rho(t)\}$

κ　von Mises 分布的角度分散参数

κ_c　$f_{\max}$ 与 f_c 的频率比值

κ_0　$f_{\min}$ 与 $f_{\max}$ 的频率比值

$\lambda(t)$　对数正态过程

$\lambda(x)$　空间对数正态过程

$\hat{\lambda}(x)$　空间随机 SOS 对数正态过程

λ_0　波长

$\mu(t)$　零均值复数高斯随机过程

$\mu_i(t)$　实数高斯随机过程（随机参考模型）

$\hat{\mu}_i(t)$　实数随机过程（随机仿真模型）

$\mu_\rho(t)$　具有均值 $m(t)$ 的复数高斯随机过程

$v(x)$　实数空间高斯过程

$\hat{v}(x)$　实数空间随机 SOS 过程

$v_i(t)$　高斯白噪声过程

$\xi(t)$　莱斯过程

ρ 视距分量 $m(t)$ 的幅度

$\rho(\cdot, \cdot)$ $h_{kl}(t)$ 和 $h_{k'l'}(t)$ 的2D空间交叉相关函数

$\hat{\rho}(\cdot, \cdot)$ $\hat{h}_{kl}(t)$ 和 $\hat{h}_{k'l'}(t)$ 的2D空间交叉相关函数

$\rho_{kl,k'l'}(\cdot, \cdot, \cdot)$ $h_{kl}(t)$ 和 $h_{k'l'}(t)$ 的3D空间—时间交叉相关函数

$\hat{\rho}_{kl,k'l'}(\cdot, \cdot, \cdot)$ $\hat{h}_{kl}(t)$ 和 $\hat{h}_{k'l'}(t)$ 的3D空间—时间交叉相关函数

$\rho_R(\delta_R, \tau)$ 接收器相关函数（随机参考模型）

$\rho_T(\delta_T, \tau)$ 发送器相关函数（随机参考模型）

$\wp(t)$ Loo过程

σ_L 阴影标准偏差

σ_0^2 $\mu_i(t)$ 的均值功率

τ t_2和t_1之间的时间差，即 $\tau = t_2 - t_1$

τ_- 衰落间隔

τ_+ 连接间隔

$\tau_q(r)$ 在信号水平r处过程$\zeta(t)$ 的所有衰落间隔的$q\%$的时间间隔长度

τ' 连续传播延迟

τ'_ℓ 第ℓ条路径的离散传播延迟

τ'_{max} 最大传播延迟

Δ_{max} 最大转换（transition）时间间隔

Δ_{min} 最小转换时间间隔

Δ_0 转换时间间隔

$\Delta\tau'$ 延迟分辨率

$\Delta\tau'_\ell$ τ'_ℓ和$\tau'_{\ell-1}$之间传播延迟差，即 $\Delta\tau'_\ell = \tau'_\ell - \tau'_{\ell-1}$

v' f'_2和f'_1之间的频率差，即 $v' = f'_2 - f'_1$

ϕ_0 表示在 $\tau = 0$ 处交叉相关函数 $r_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 的符号

χ 频率间距变量（度量从f_0到f'_0跳频的大小，即$\chi = f'_0 - f_0$）

ψ_0 表示在 $\tau = 0$ 处自相关函数 $r_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的符号

$\psi_{\mu_i}(v)$ $\mu_i(t)$ 的特征函数

$\psi_{\mu_1\mu_2}(v_1, v_2)$ $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$ 的联合特征函数

$\mathbf{\Omega}$ 参考模型的参数向量

连续时间确定性过程

$\tilde{a}_\ell$ 第ℓ条路径的增益

$\tilde{B}_C$ SOSUS（SOCUS）模型的相干带宽

$\tilde{B}^{(1)}_{\mu_i\mu_i}$ $\tilde{\mu}_i(t)$ 的平均多普勒偏移

$\tilde{B}^{(2)}_{\mu_i\mu_i}$ $\tilde{\mu}_i(t)$ 的多普勒频散

$\tilde{B}_{\tau'}^{(1)}$ SOSUS（SOCUS）模型的平均延迟

$\tilde{B}_{\tau'}^{(2)}$ SOSUS（SOCUS）模型的延迟扩散

$c_{i,n}$ $\tilde{\mu}_i(t)$ 的第 n 个分量的路径增益

$c_{i,n,\ell}$ $\tilde{\mu}_{i,\ell}(t)$ 的第 n 个分量的路径增益

$\tilde{C}(t)$ 确定性 SOC MIMO 信道模型的信道容量

$e_2(\tau)$ 样本均值自相关函数 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的均方误差

$e_T(\delta_T, \tau)$ $\tilde{\rho}_T(\delta_T, \tau)$ 的绝对误差

$E_{p_{\mu_i}}$ $\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 的均方误差

$E_{r_{\mu_i\mu_i}}$ $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的均方误差

$E^{(p)}$ L_p范数

$f_{i,n}$ $\tilde{\mu}_i(t)$ 的第 n 个分量的离散多普勒频率

$f_{i,n,\ell}$ $\tilde{\mu}_{i,\ell}(t)$ 的第 n 个分量的离散多普勒频率

f_n $\tilde{\mu}(t)$（或 $\tilde{h}_{kl}(t)$）的第 n 个分量的离散多普勒频率

F_i $f_{i,1}$，$f_{i,2}$，…，f_{i,N_i}的最大公因子，即 $F_i = \gcd\{f_{i,n}\}_{n=1}^{N_i}$

$\tilde{F}_{\zeta_-}(r)$ 确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 的累积分布函数

$\tilde{F}_{\eta_-}(r)$ 确定性 Suzuki 过程 $\tilde{\eta}(t)$ 的累积分布函数

$\tilde{F}_{\vartheta}(\varphi)$ $\tilde{\mu}(t) = \tilde{\mu}_1(t) + j\tilde{\mu}_2(t)$ 的相位 $\tilde{\vartheta}(t)$ 的累积分布函数

$\tilde{F}_{\mu_i}(r)$ 确定性高斯过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的累积分布函数

$\tilde{F}_{\xi_-}(r)$ 确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 的累积分布函数

$\tilde{F}_{\wp_-}(r)$ 确定性 Loo 过程 $\tilde{\wp}(t)$ 的累积分布函数

$\tilde{h}(\tau')$ SOSUS（SOCUS）模型的时不变脉冲响应

$\tilde{h}(\tau', t)$ SOSUS（SOCUS）模型的时变脉冲响应

$\tilde{h}_{kl}(t)$ 从 A_l^{T}到 A_k^{R}链路的确定性 SOC MIMO 模型的复数信道增益

$\tilde{H}(f', t)$ SOSUS（SOCUS）模型的时变传递函数

$\tilde{\boldsymbol{H}}(t)$ 确定性 SOC MIMO 信道的信道矩阵

$\tilde{m}_{\mu_i}$ $\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值

N 复数正弦曲线数量（路径数或散射体数）

N_i $\tilde{\mu}_i(t)$ 的正弦曲线数

$N_{i,\ell}$ $\tilde{\mu}_{i,\ell}(t)$ 的正弦曲线数

N_i' $\tilde{\mu}_i(t)$ 的正弦曲线虚数

$N_{\max}$ N_1和N_2中的最大数，即$N_{\max}=\max\{N_1, N_2\}$

N_s 采样值的数量

$\tilde{N}_\zeta(r)$ 确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 的水平通过率

$\tilde{N}_\eta(r)$ 确定性莱斯过程 $\tilde{\eta}(t)$ 的水平通过率

$\tilde{N}_\wp(r)$ 确定性 Loo 过程 $\tilde{\wp}(t)$ 的水平通过率

$\tilde{p}_{0_-}(\tau_-; r)$ $\tilde{\zeta}(t)$ 的衰落间隔 τ_- 的概率密度函数

$\tilde{p}_{0_{-+}}(\tau_-, \tau_+; r)$ $\tilde{\zeta}(t)$ 的衰落间隔和连接间隔的联合概率密度函数

$\tilde{p}_{1_-}(\tau_-; r)$ $\tilde{p}_{0_-}(\tau_-; r)$ 的近似解

$\tilde{p}_\zeta(z)$ 确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 的概率密度函数

$\tilde{p}_\eta(z)$ 确定性 Suzuki 过程 $\tilde{\eta}(t)$ 的概率密度函数

$\tilde{p}_\vartheta(\theta)$ $\tilde{\mu}(t)=\tilde{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 的相位 $\tilde{\vartheta}(t)$ 的概率密度函数

$\tilde{p}_{\mu_i}(x)$ 确定性高斯过程 $\tilde{\mu}_i(t)$ 的概率密度函数

$\tilde{p}_\xi(z)$ 确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 的概率密度函数

$\tilde{p}_\wp(z)$ 确定性 Loo 过程 $\tilde{\wp}(t)$ 的概率密度函数

$\tilde{p}_{\xi\dot{\xi}}(z, \theta)$ $\tilde{\xi}(t)$ 和 $\dot{\tilde{\xi}}(t)$ 的联合概率密度函数

$\tilde{r}_{hh}(\cdot, \cdot; \cdot, \cdot)$ 自相关函数 $\tilde{h}(\tau', t)$

$\tilde{r}_{h_{kl}}(\tau)$ $\tilde{h}_{kl}(t)$ 的时间自相关函数

$\tilde{r}_{HH}(\upsilon', \tau)$ SOSUS（SOCUS）模型的时间—频率相关函数

$\tilde{r}_{ss}(\cdot, \cdot; \cdot, \cdot)$ $\tilde{s}(\tau', f)$ 的自相关函数

$\tilde{r}_{TT}(\cdot, \cdot; \cdot, \cdot)$ $\tilde{T}(\tau', f)$ 的自相关函数

$\tilde{r}_{\mu\mu}(\tau)$ $\tilde{\mu}(t)=\tilde{\mu}_1(t)+\mathrm{j}\tilde{\mu}_2(t)$ 的自相关函数

$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ $\tilde{\mu}_i(t)$ 的自相关函数

$\bar{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ $\tilde{r}^{(k)}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的样本均值自相关函数

$\tilde{r}_{\mu_{i,\ell}\mu_{i,\ell}}(\tau)$ $\tilde{\mu}_{i,\ell}(t)$ 的自相关函数

$\tilde{r}_{\mu_\ell\mu_\ell}(\tau)$ $\tilde{\mu}_\ell(t)$ 的自相关函数

$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ $\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的交叉相关函数

$\tilde{r}_{\mu\mu'}(\tau, \chi)$　$\tilde{\mu}(t)$ 和 $\tilde{\mu}'(t)$ 的时间—频率交叉相关函数

$\tilde{r}_{\mu_i\mu_i'}(\tau, \chi)$　$\tilde{\mu}_i(t)$ 和 $\tilde{\mu}_i'(t)$ 的时间—频率交叉相关函数

$\tilde{r}_{\mu_1\mu_2'}(\tau, \chi)$　$\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2'(t)$ 的时间—频率交叉相关函数

$\tilde{r}_{\tau'}(\upsilon')$　SOSUS（SOCUS）模型的频率相关函数

$\tilde{s}(\tau', f)$　SOSUS(SOCUS) 模型的多普勒变化的脉冲响应

$\tilde{S}(\tau', f)$　SOSUS(SOCUS) 模型的散射函数

$\tilde{S}_{hh}(\tau', \tau)$　SOSUS(SOCUS) 模型的延迟交叉功率谱密度

$\tilde{S}_{TT}(\upsilon', f)$　SOSUS(SOCUS) 模型的多普勒交叉功率谱密度

$\tilde{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$　$\tilde{\mu}_i(t)$ 的功率谱密度

$\tilde{S}_{\mu_\ell\mu_\ell}(f)$　$\tilde{\mu}_\ell(t)$ 的功率谱密度

$\tilde{S}_{\mu_1\mu_2}(f)$　$\tilde{\mu}_1(t)$ 和 $\tilde{\mu}_2(t)$ 的交叉功率谱密度

$\tilde{S}_{\tau'}(\tau')$　SOSUS（SOCUS）模型的延迟功率谱密度

$\tilde{T}(f', f)$　SOSUS（SOCUS）模型的多普勒变化的传递函数

$\tilde{T}_C$　SOSUS（SOCUS）模型的相干时间

T_i　$\tilde{\mu}_i(t)$ 的周期

T_s，T_s'　采样间隔

T_{sim}　仿真时间

$\tilde{T}_{\zeta_-}(r)$　确定性瑞利过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 的衰落平均时长

$\tilde{T}_{\eta_-}(r)$　确定性 Suzuki 过程 $\tilde{\eta}(t)$ 的衰落平均时长

$\tilde{T}_{\xi_-}(r)$　确定性莱斯过程 $\tilde{\xi}(t)$ 的衰落平均时长

$\tilde{T}_{\wp_-}(r)$　确定性 Loo 过程 $\tilde{\wp}(t)$ 的衰落平均时长

$\alpha_{i,0}^{(k)}$　旋转角度

α_n^{R}　$\tilde{h}_{kl}(t)$ 的第 n 个分量的离散到达角度

α_n^{T}　$\tilde{h}_{kl}(t)$ 的第 n 个分量的离散离开角度

$\tilde{\beta}_i$　在原点处自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的负曲率，即 $\tilde{\beta}_i = -\ddot{\tilde{r}}(0)(i=1, 2)$

$\Delta\beta_i$　仿真模型的模型误差，即 $\Delta\beta_i = \tilde{\beta}_i - \beta$

$\tilde{\gamma}$　在原点处自相关函数 $\tilde{r}_{v_3v_3}(\tau)$ 的负曲率，即 $\tilde{\gamma}_i = -\ddot{\tilde{r}}_{v_3v_3}(0)$

ε_{N_ξ} 水平交叉率 $N_\xi(r)$ 的相对误差

ε_{T_ξ} 平均衰落时长 $\tilde{T}_\xi(r)$ 的相对误差

$\tilde{\zeta}(t)$ 连续时间确定性瑞利过程

$\tilde{\eta}(t)$ 连续时间确定性 Suzuki 过程

$\tilde{\eta}^{(0)}(t)$ 切换过程（带有时变参数的确定性 Suzuki 过程）

$\theta_{i,n}$ $\tilde{\mu}_i(t)$ 的第 n 个分量的相位

$\theta_{i,n,\ell}$ $\tilde{\mu}_{i,\ell}(t)$ 的第 n 个分量的相位

$\vec{\theta}_i$ 相位向量

θ_0 $\tilde{\mu}_{1,n}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_{2,n}(t)$ 的相位差

$\vec{\Theta}_i$ 标准相位差

$\tilde{\vartheta}(t)$ $\tilde{\mu}_\rho(t)$ 的相位，即 $\tilde{\vartheta}(t)=\arg\{\tilde{\mu}_\rho(t)\}$

$\tilde{\lambda}(t)$ 连续时间确定性 SOS 对数正态过程

$\tilde{\lambda}(x)$ 空间确定性 SOS 对数正态过程

$\tilde{\mu}(t)$ 零均值复数连续时间确定性高斯过程

$\tilde{\mu}_i(t)$ 零均值实数连续时间确定性高斯过程

$\tilde{\mu}_{i,\ell}(t)$ SOSUS（SOCUS）模型第 ℓ 条路径的实数确定性高斯过程

$\tilde{\mu}_{i,n}(t)$ $\tilde{\mu}_i(t)$ 的第 n 个基本正弦曲线函数

$\tilde{\mu}_\ell(t)$ SOSUS（SOCUS）模型第 ℓ 条路径的复数确定性高斯过程

$\tilde{\mu}_\rho(t)$ 具有均值 $m(t)$ 的复数确定性高斯过程

$\tilde{\xi}(t)$ 连续时间确定性莱斯过程

$\tilde{\rho}(\cdot,\ \cdot)$ $\tilde{h}_{kl}(t)$ 和 $\tilde{h}_{k'l'}(t)$ 的 2D 空间交叉相关函数

$\tilde{\rho}_{kl,k'l'}(\cdot,\ \cdot,\ \cdot)$ $\tilde{h}_{kl}(t)$ 和 $\tilde{h}_{k'l'}(t)$ 的 3D 空间交叉相关函数

$\tilde{\rho}_{\mathrm{R}}(\delta_{\mathrm{R}},\ \tau)$ 接收器相关函数（确定性仿真模型）

$\tilde{\rho}_{\mathrm{T}}(\delta_{\mathrm{T}},\ \tau)$ 发送器相关函数（确定性仿真模型）

$\tilde{\rho}_{\mu\mu_\lambda}^{(k,l)}$ 确定性过程 $\tilde{\mu}_i^{(k)}(t)$ 和 $\tilde{\mu}_\lambda^{(l)}(t)$ 的相关系数

$\hat{\rho}_{\mu\mu_\lambda}^{(k,l)}$ 相关系数 $\tilde{\rho}_{\mu\mu_\lambda}^{(k,l)}$ 的上限

$\tilde{\wp}(t)$ 连续时间确定性 Loo 过程

$\tilde{\sigma}_\mu^2$ $\tilde{\mu}(t)$ 的均值功率

$\tilde{\sigma}^2_{\mu_i}$ $\tilde{\mu}_i(t)$ 的均值功率

$\tilde{\tau}'_\ell$ 第 ℓ 条路径的离散传播延迟

$\Delta\tilde{\tau}'_\ell$ $\tilde{\tau}'_\ell$和 $\tilde{\tau}'_{\ell-1}$之间的传播延迟差，即 $\Delta\tilde{\tau}'_\ell=\tilde{\tau}'_\ell-\tilde{\tau}'_{\ell-1}$

$\tilde{\tau}_q(r)$ 在信号水平 r 处由过程 $\tilde{\zeta}(t)$ 的所有衰落间隔的 $q\%$ 组成的时间间隔长度

$\tilde{\phi}_0$ 表示 $\tau=0$ 处交叉相关函数 $\tilde{r}_{\mu_1\mu_2}(\tau)$ 的符号

$\tilde{\psi}_0$ 表示 $\tau=0$ 处自相关函数 $\tilde{r}_{\mu_i\mu_i}(\tau)$ 的符号

$\tilde{\Xi}_\ell(f)$ $\tilde{\mu}_\ell(t)$ 的傅里叶变换

$\tilde{\psi}_{\mu_i}(f)$ $\tilde{\mu}_\ell(t)$ 的特征函数

$\tilde{\mathbf{\Omega}}$ 仿真模型的参数向量

$\Omega_{i,n}$ 归一化的离散多普勒频率，即 $\Omega_{i,n}=2\pi f_{i,n}T_s$

离散时间确定性过程

$a_{i,n}[k]$ 在离散时间 k 处查找表 $\mathrm{Tab}_{i,n}$的地址

$\bar{B}^{(1)}_{\mu_i\mu_i}$ $\bar{\mu}_i[k]$ 的平均多普勒偏移

$\bar{B}^{(2)}_{\mu_i\mu_i}$ $\bar{\mu}_i[k]$ 的多普勒频散

$c_{i,n}$ $\bar{\mu}_i[k]$ 的第 n 个分量的路径增益

$\bar{f}_{i,n}$ $\bar{\mu}_i[k]$ 的第 n 个分量的量化多普勒频率

f_s 采样频率（或采样率）

$f_{s,\min}$ 最小采样频率

$\bar{F}_\zeta(r)$ 离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$ 的累积分布函数

$\bar{F}_\vartheta(\varphi)$ $\bar{\mu}[k]=\bar{\mu}_1[k]+\mathrm{j}\bar{\mu}_2[k]$ 的相位 $\bar{\vartheta}[k]$ 的累积分布函数

$\bar{F}_{\mu_i}(r)$ 离散时间确定性高斯 $\bar{\mu}[k]$ 的累积分布函数

k 离散时间变量（$t=kT_s$）

K 一个离散时间确定性过程被仿真样本的数量

L $\bar{\zeta}[k]$ 的周期

$\hat{L}$ $\bar{\zeta}[k]$ 的周期的上限

L_i $\bar{\mu}_i[k]$ 的周期

$\hat{L}_i$ $\bar{\mu}_i[k]$ 的周期的上限

$L_{i,n}$ $\bar{\mu}_i[k]$ 的第 n 个分量的周期

$\bar{m}_{\mu_i}$ 序列 $\bar{\mu}_i[k]$ 的均值

$\boldsymbol{M}_i$ 信道矩阵，包含重建 $\bar{\mu}_i[k]$ 所需的全部信息

$\bar{N}_\zeta(r)$ 离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$ 的水平交叉率

$\bar{p}_{\zeta}(z)$ 离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$ 的概率密度函数

$\bar{\bar{p}}_{\vartheta}(\theta)$ $\bar{\mu}[k]=\bar{\mu}_1[k]+j\bar{\mu}_2[k]$ 的相位 $\bar{\vartheta}[k]$ 的概率密度函数

$\bar{p}_{\mu_i}(x)$ 离散时间确定性高斯过程 $\bar{\mu}_i[k]$ 的概率密度函数

$\mathrm{Reg}_{i,n}$ 寄存器，包含基本正弦曲线序列 $\bar{\mu}_{i,n}[k]$ 的一个周期

$\bar{r}_{\mu_i\mu_i}[\kappa]$ $\bar{\mu}_i[k]$ 的自相关序列

$\bar{r}_{\mu_1\mu_2}[\kappa]$ $\bar{\mu}_1[k]$ 和 $\bar{\mu}_2[k]$ 的交叉相关序列

$\boldsymbol{S}_i$ 选择矩阵

$\bar{S}_{\mu_i\mu_i}(f)$ $\bar{\mu}_i[k]$ 的功率谱密度

$\bar{S}_{\mu_1\mu_2}(f)$ $\bar{\mu}_1[k]$ 和 $\bar{\mu}_2[k]$ 的交叉功率谱密度

$\mathrm{Tab}_{i,n}$ 查找表，包含基本正弦曲线序列 $\bar{\mu}_{i,n}[k]$ 的一个周期

T_s 采样间隔

$T_s^{\star}$ 被测信号的采样间隔

T_{sim} 仿真时间

ΔT_{sim} 重复时间

$\bar{T}_{\zeta_-}(r)$ 离散时间确定性瑞利过程 $\bar{\zeta}[k]$ 的平均衰落时长

$\bar{\beta}_i$ 在原点处自相关序列 $\bar{r}_{\mu_i\mu_i}[\kappa]$ 的负曲率，即 $\bar{\beta}_i=-\ddot{\bar{\gamma}}_{\mu_i\mu_i}[0]\,(i=1,\ 2)$

$\Delta\bar{\beta}_i$ $-\ddot{\bar{r}}_{\mu_i\mu_i}[0]$ 的模型误差，即 $\Delta\bar{\beta}_i=\bar{\beta}_i-\beta$

$\Delta_{n,m}^{(i,j)}$ 确定最小采样频率 $f_{s,\min}$ 的辅助函数

$\varepsilon_{\bar{f}_{i,n}}$ 量化多普勒频率 $\bar{f}_{i,n}$ 的相对误差

$\bar{\zeta}[k]$ 离散时间确定性过程

$\bar{\theta}_{i,n}$ $\bar{\mu}_i[k]$ 的第 n 个分量的量化相位

$\bar{\vartheta}[k]$ $\bar{\mu}[k]=\bar{\mu}_1[k]+j\bar{\mu}_2[k]$ 的相位，即 $\bar{\vartheta}[k]=\arg\{\mu[k]\}$

κ 离散时刻 k_2 和 k_1 之间的时间差，即 $\kappa=k_2-k_1$

$\bar{\mu}[k]$ 复数离散时间确定性高斯过程

$\bar{\mu}_i[k]$ 实数离散时间确定性高斯过程

$\bar{\mu}_{i,n}[k]$ $\bar{\mu}_i[k]$ 的第 n 个基本正弦曲线函数

$\bar{\sigma}_{\mu_i}^2$ $\bar{\mu}_i[k]$ 的均值功率

总附录 B　中英文缩略语对照表

英文缩写	英文全拼	中文释义
ACeS	Asian Cellular System	亚洲蜂窝系统
ACF	Autocorrelation Function	自相关函数
ADF	Average Duration of Fades	平均衰落时长
AMPS	Advanced Mobile Phone System	先进移动电话系统
AOA	Angle-of-Arrival	到达角度
AOD	Angle-of-Departure	离开角度
ARIB	Association of Radio Industries and Businesses	日本无线工业及商贸联合会
ATDMA	Advanced Time Division Multiple Access	先进的时分多址
AWGN	Additive White Gaussian Noise	加性高斯白噪声
B-ISDN	Broadband Integrated Services Digital Network	宽带综合业务数字网
BMFT	Bundesministerium für Forschung und Technologie	德国联邦科学与技术部
BPSK	Binary Phase Shift Keying	二进制相移键控
BRAN	Broadband Radio Access Networks	宽带无线接入网
BS	Base Station	基站
BU	Bad Urban	不良城区
CCF	Cross-Correlation Function	交叉相关函数
CDF	Cumulative Distribution Function	累积分布函数
CDMA	Code Division Multiple Access	码分多址
CEPT	Conference of European Postal and Telecommunications Administrations	欧洲邮政电信管理会议
CF	Correlation Function	相关函数
CMOS	Complementary Metal Oxide Semiconductor	互补金属氧化物半导体
COST	European Cooperation in the Field of Scientific and Technical Research	在科学和技术领域的欧洲合作
D-AMPS	Digital Advanced Mobile Phone Service	数字先进移动电话业务
DC	Direct Current	直流
DCS	Digital Cellular System	数字蜂窝系统
DECT	Digital European Cordless Telephone	数字欧洲无线电话
DLR	German Aerospace Center (German: Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt e. V.)	德国宇航中心
DPSK	Differential Phase Shift Keying	差分相移键控
DS-CDMA	Direct Sequence Code Division Multiple Access	直接序列码分多址
DSP	Digital Signal Processor	数字信号处理器
EA	Elevation Angle	仰角

（续）

英文缩写	英文全拼	中文释义
EDGE	Enhanced Data Rates for GSM Evolution	增强型数据速率 GSM 演进
EMEDS	Extended Method of Exact Doppler Spread	精确的多普勒频散方法
ESA	European Space Agency	欧洲空间局
ETSI	European Telecommunications Standards Institute	欧洲电信标准协会
FCF	Frequency Correlation Function	频率相关函数
FDD	Frequency Division Duplex	频分复用
FDMA	Frequency Division Multiple Access	频分多址
FH	Frequency Hopping	跳频
FIR	Finite Impulse Response	有限脉冲响应
FM	Frequency Modulation	频率调制
FPGA	Field Programmable Gate Array	现场可编程门阵列
FPLMTS	Future Public Land Mobile Telecommunications System	未来公众陆地移动电信系统
GaAs	Gallium Arsenide	砷化镓
GEO	Geostationary Earth Orbit	地球同步轨道
GMEA	Generalized Method of Equal Areas	等面积的广义方法
$GMEDS_q$	Generalized Method of Exact Doppler Spread	精确的多普勒频散的一般方法
GSM	Global System for Mobile Communications (formerly: Groupe Spècial Mobile)	全球移动通信系统
GWSSUS	Gaussian Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering	高斯广义稳态不相关散射
HEO	Highly Elliptical Orbit	高椭圆轨道
HF	High Frequency	高频
HIPERLAN	High Performance Radio Local Area Network	高性能无线局域网
HIPERLAN/2	High Performance Radio Local Area Network Type 2	高性能无线局域网类型 2
HT	Hilly Terrain	丘陵地形
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers	电子与电气工程师协会
IIR	Infinite Impulse Response	无限脉冲响应
IMT-2000	International Mobile Telecommunications 2000	国际移动电信 2000
INMARSAT	International Maritime Satellite Organization	国际海事卫星组织
IS-95	Interim Standard 95	临时标准 95
ISI	Intersymbol Interference	符号间干扰
ITU	International Telecommunications Union	国际电信联盟
JM	Jakes Method	Jakes 方法

（续）

英文缩写	英文全拼	中文释义
LAN	Local Area Network	局域网
LCR	Level-Crossing Rate	水平通过率
LDPC	Low-Density Parity-Check	低密度校验和检查
LEO	Low Earth Orbit	低地球轨道
LMS	Land Mobile Satellite	地面移动卫星
LOS	Line-of-Sight	视距
LPNM	*Lp*-Norm Method	*Lp* 范数方法
LTE	Long Term Evolution	长期演进
MBS	Mobile Broadband System	移动宽带系统
MC-CDMA	Multi-Carrier Code Division Multiple Access	多载波码分多址
MCM	Monte Carlo Method	蒙特卡洛方法
MEA	Method of Equal Areas	等面积方法
MED	Method of Equal Distances	等距离方法
MEDS	Method of Exact Doppler Spread	精确的多普勒频散方法
MEDS-SP	Method of Exact Doppler Spread With Set Partitioning	带有分集的精确多普勒频散方法
MEO	Medium Earth Orbit	中地球轨道
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output	多输入多输出
MISO	Multiple-Input Single-Output	多输入单输出
MMEA	Modified Method of Equal Areas	等面积修正方法
MMEDS	Modified Method of Exact Doppler Spread	准确多普勒频散的修正方法
MS	Mobile Station	移动站
MSEM	Mean-Square-Error Method	均方误差方法
NGEO	Non-Geostationary Earth Orbit	非同步地球轨道
NLOS	Non-Line-of-Sight	非视距
NMT	Nordic Mobile Telephone	北欧移动电话系统
NTT	Nippon Telephone and Telegraph	日本电话电报
NTTPC	Nippon Telephone and Telegraph Public Corporation	日本电话电报公用事业公司
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing	正交频分复用
OFDMA	Orthogonal Frequency Division Multiple Access	正交频分多址接入
PCN	Personal Communications Network	个人通信网络
PDC	Personal Digital Cellular	个人数字蜂窝
PDF	Probability Density Function	概率密度函数

（续）

英文缩写	英文全拼	中文释义
PDP	Power Delay Profile	功率延迟剖面图
PSD	Power Spectral Density	功率谱密度
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying	正交相移键控
RA	Rural Area	农村地区
RACE	Research and Development in Advanced Communications Technologies in Europe	欧洲先进通信技术的研究与开发
RMEDS	Randomized Method of Exact Doppler Spread	精确多普勒频散的随机化方法
RMS	Root Mean Square	方均根
RSM	Riemann Sum Method	Riemann 求和方法
RTM	Radio Telephone Mobile	无线移动电话
RV	Random Variable	随机变量
SAW	Surface Acoustic Wave	表面声波
SCM	Spatial Channel Model	空间信道模型
SIMO	Single-Input Multiple-Output	单输入多输出
SISO	Single-Input Single-Output	单输入单输出
SMS	Short Message Services	短消息业务
SNR	Signal-to-Noise Ratio	信噪比
SOC	Sum-of-Cisoids	复数正弦曲线求和
SOCUS	Sum-of-Cisoids Uncorrelated Scattering	复数正弦曲线求和不相关散射
SOS	Sum-of-Sinusoids	正弦曲线求和
SOSUS	Sum-of-Sinusoids Uncorrelated Scattering	正弦曲线求和不相关散射
SUI	Stanford University Interim	斯坦福大学暂定标准
TACS	Total Access Communication System	全接入通信系统
TDMA	Time Division Multiple Access	时分多址
TU	Typical Urban	典型城区
ULA	Uniform Linear Array	均匀线性阵列
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System	通用移动电信系统
US	Uncorrelated Scattering	不相关散射
UTRA	UMTS Terrestrial Radio Access	UMTS 陆地无线接入
UWC-136	Universal Wireless Communications 136	通用无线通信 136
VLSI	Very Large Scale Integration	超大规模集成
WARC	World Administration Radio Conference	世界无线电管理大会
WCDMA	Wideband Code Division Multiple Access	宽带码分多址

英文缩写	英文全拼	中文释义
WGN	White Gaussian Noise	高斯白噪声
WiMAX	Worldwide Interoperability for Microwave Access	全球微波互联接入
WLAN	Wireless Local Area Network	无线局域网
WSS	Wide-Sense Stationary	广义稳态
WSSUS	Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering	广义稳态不相关散射
2D，3D	two-，three-Dimensional	二维、三维
1G，2G	1st，2nd Generation	第一代、第二代
3G，4G	3rd，4th Generation	第三代、第四代
3GPP	3rd Generation Partnership Project	第三代合作伙伴计划
3GPP2	3rd Generation Partnership Project 2	第三代合作伙伴计划2

国际视野　科技前沿

国际信息工程先进技术译丛

《移动无线信道》（原书第2版）
LTE-Advanced：面向IMT-Advanced的3GPP解决方案
声学成像技术及工程应用
认知无线电通信与组网：原理与应用
LTE/SAE网络部署实用指南
网络性能分析原理与应用
云连接与嵌入式传感系统
IP地址管理原理与实践
自组织网络：GSM，UMTS和LTE的自规划、自优化和自愈合
实现吉比特传输的60GHz无线通信技术
LTE自组织网络（SON）：高效的网络管理自动化
UMTS中的LTE：向LTE-Advanced演进（原书第2版）
无线传感器及执行器网络
UMTS中的WCDMA - HSPA演进及LTE（原书第5版）
认知无线电网络
网络融合 ——服务、应用、传输和运营支撑
UMTS中的LTE:基于OFDMA和SC-FDMA的无线接入
高性能微处理器电路设计
吉规模集成电路互连工艺及设计
高级电子封装（原书第2版）
基于4G系统的移动服务技术
移动无线传感器网 ——技术、应用和发展方向
UMTS蜂窝系统的Q0S与Q0E管理
UMTS-HSDPA系统的TCP性能
基于射频工程的UMTS空中接口设计与网络运行
未来UMTS的体系结构与业务平台：全IP的3GCDMA网络
环境网络：支持下一代无线业务的多域协同网络
基于蜂窝系统的IMS—融合电信领域的V0IP演进
蜂窝网络高级规划与优化 2G/2.5G/3G/ ——向4G的演进
微电子技术原理、设计与应用
多电压CMOS电路设计
P2P系统及其应用
IPTV与网络视频：拓展广播电视的应用范围
下一代无线系统与网络

WILEY



上架指导　工业技术／电子技术／信息通信

ISBN 978-7-111-46047-3　定价：138.00元